



S. 804. B.







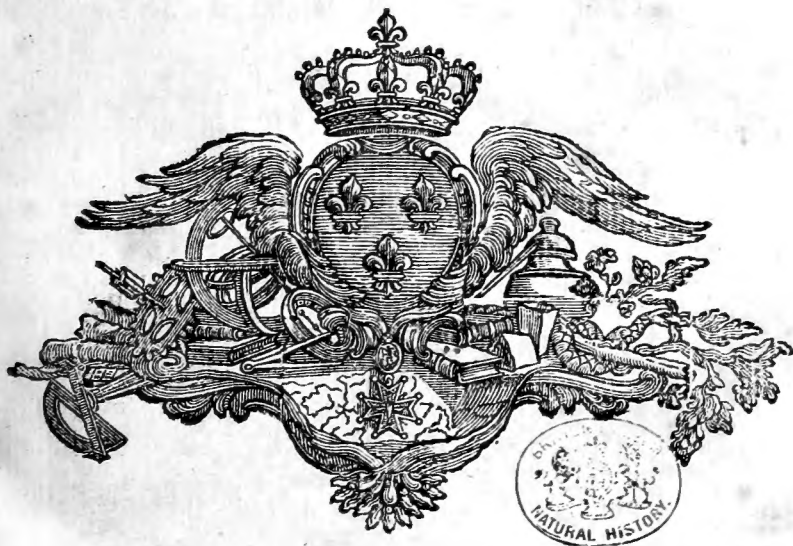
HISTOIRE  
DE  
L'ACADÉMIE  
ROYALE  
DES SCIENCES.

---

ANNÉE M. DCCLXXXV.

---

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,  
pour la même Année,  
*Tirés des Registres de cette Académie.*

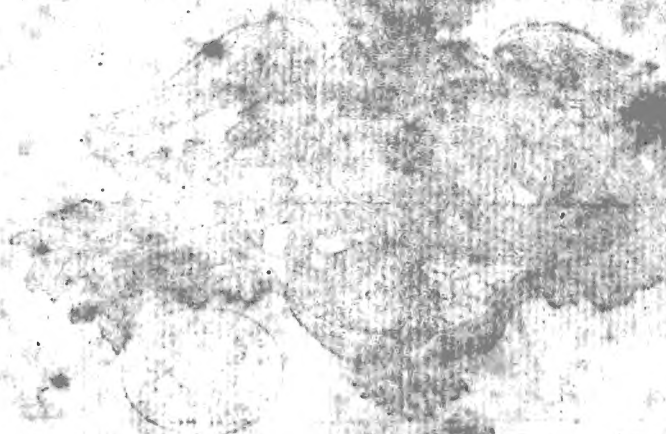


A PARIS,  
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

---

M. DCCLXXXVIII.

THE  
OFFICE OF THE  
SECRETARY OF THE  
NAVY  
WASHINGTON, D. C.  
JAN 10 1892



DEPARTMENT OF THE NAVY  
WASHINGTON, D. C.  
JAN 10 1892

# TABLE

## POUR L'HISTOIRE.

---

*EXAMEN d'un Projet de translation de l'Hôtel-Dieu de Paris, & d'une nouvelle construction d'Hôpitaux pour les Malades.....* Page 1

*Rapport fait à l'Académie, sur la Navigation intérieure de la Bretagne. Par M.<sup>rs</sup> l'abbé BOSSUT, l'abbé ROCHON, DE FOURCROY & le Marquis DE CONDORCET. III*

---

*Ouvrages présentés à l'Académie.....* 128

*Éloge de M. le Marquis de Courtivron.....* 130

*Éloge de M. le Duc de Praslin.....* 137



# T A B L E

## POUR LES MÉMOIRES.

<i>MÉMOIRE sur la quantité de l'aplatissement de la Terre.</i> Par M. DE LA LANDE.....	Page 1
<i>Mémoire sur l'origine du Zodiaque, l'explication de ses douze Signes, &amp;c.</i> Par M. LE GENTIL.....	9
<i>Comparaison du Zodiaque Indien, des Transactions philosophiques, &amp;c.</i> Par le même.....	17
<i>Mémoire sur l'emploi de l'écorce du Platane, pour tanner les Cuirs.</i> Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY..	24
<i>Mémoire sur l'usage qu'on pourroit faire des peaux de Vaches marines:</i> Par le même.....	30
<i>Théorie de Jupiter &amp; de Saturne.</i> Par M. DE LA PLACE.	33
<i>Observations sur le Loup marin.</i> Par M. BROUSSONET.	161
<i>Observations sur les vaisseaux spermatiques des Poissons épineux.</i> Par le même.....	170
<i>Mémoire pour servir à l'Histoire de la respiration des Poissons.</i> Par le même.....	174
<i>Mémoire sur quelques particularités du Cupressus disticha, &amp;c.</i> Par M. l'Abbé TESSIER.....	197
<i>Mémoire sur les propriétés électriques de plusieurs Minéraux.</i> Par M. l'Abbé HAÛY.....	206
<i>Observations sur la manière de faire les Herbiers.</i> Par le même.....	210
<i>Mémoire sur la structure de divers Cristaux métalliques.</i> Par le même.....	213
<i>Observation de la Lune, lors de son passage par le méridien, &amp;c.</i> Par M. JEAURAT.....	229

# T A B L E.

<i>Procédé pour extraire de l'Esprit-de-vin un Acide concret, semblable à celui du Sucre.</i> Par M. SAGE.....	233
<i>Analyse du Mélange métallique, &amp;c.</i> Par le même..	235
<i>Manière de déterminer la pureté du Cuivre.</i> Par le même.	237
<i>Analyse d'un Spath pesant vert.</i> Par le même.....	238
<i>Examen comparé de l'intensité de Chaleur, &amp;c.</i> Par le même.	239
<i>Analyse d'une mine d'Antimoine, &amp;c.</i> Par le même..	243
<i>Analyse d'une nouvelle espèce de mine de Bismuth terreuse, solide, &amp;c.</i> Par le même.....	245
<i>Mémoire sur le mouvement de Vénus.</i> Par M. DE LA LANDE.	248
<i>Observations des Planètes, faites à l'École militaire, en 1783, &amp;c.</i> Par M. D'AGELET.....	267
<i>Mémoire sur l'Acide marin déphlogistiqué.</i> Par M. BERTHOLLET.	276
<i>Observations sur l'Eau régale &amp; sur quelques affinités de l'Acide marin.</i> Par le même.....	296
<i>Mémoire sur la décomposition de l'Esprit-de-vin &amp; de l'Éther, par le moyen de l'Air vital.</i> Par le même.....	308
<i>Analyse de l'Alkali volatil.</i> Par le même.....	316
<i>Observations sur la combinaison de l'Air vital avec les Huiles.</i> Par le même.....	327
<i>Suite des recherches sur la nature des Substances animales, &amp;c.</i> Par le même.....	331
<i>Mémoire sur les Clavicules &amp; sur les Os claviculaires.</i> Par M. VICQ-D'AZYR.....	350
<i>Observation sur l'effet du Tonnerre, &amp;c.</i> Par M. l'abbé TESSIER.....	361
<i>Remarques sur l'opposition de la nouvelle ou septième Planète, &amp;c.</i> Par M. LE MONNIER.....	364
<i>Extrait d'une Lettre écrite de Bagdad, &amp;c.</i> Par le même.	366
<i>Conjonction de la Lune aux Pléiades, &amp;c.</i> Par le même.	367

# T A B L E.

<i>Autres Observations de la conjonction de la Lune à Vénus, &amp;c.</i>	
Par M. LE MONNIER.....	370
<i>Expériences sur une Huile de vitriol fumante de Saxe, &amp;c.</i>	
Par M. DE FOURCROY.....	373
<i>Mémoire pour servir à l'Histoire anatomique des Tendons, &amp;c.</i>	
Par le même.....	392
<i>Second Mémoire pour servir à l'Histoire anatomique des Tendons, &amp;c.</i>	
Par le même.....	414
<i>Mémoire sur les classes les plus convenables à établir parmi les Végétaux, &amp;c.</i>	
Par M. le Chevalier DE LA MARCK.	437
<i>Observations sur la comparaison de la nouvelle Laine superfine de France, &amp;c.</i>	
Par M. DAUBENTON.....	454
<i>Recherches d'Analyse indéterminée.</i>	
Par M. LE GENDRE.	465
<i>Description d'une Bouffole, &amp;c.</i>	
Par M. COULOMB..	560
<i>Premier Mémoire sur l'Électricité &amp; le Magnétisme.</i>	
Par le même.....	569
<i>Second Mémoire sur l'Électricité &amp; le Magnétisme, &amp;c.</i>	
Par le même.....	578
<i>Troisième Mémoire sur l'Électricité &amp; le Magnétisme, &amp;c.</i>	
Par le même.....	612
<i>Mémoire contenant les observations de la première Comète de 1785, &amp;c.</i>	
Par M. MESSIER.....	639
<i>Mémoire contenant les observations de la seconde Comète de 1785, &amp;c.</i>	
Par le même.....	646
<i>Occultations de quelques étoiles des Pléiades, &amp;c.</i>	
Par le même.....	656
<i>Occultation de Vénus par la Lune, &amp;c.</i>	
Par M. MESSIER.	659
<i>Suit. de l'Essai pour connoître la Population du Royaume, &amp;c.</i>	
Par M. <sup>rs</sup> DU SÉJOUR, le Marquis DE CONDORCET & DE LA PLACE,.....	661





## A D D I T I O N   E T   E R R A T A

*Pour le Mémoire de M. de la Place.*

*Page 33 , ligne 13 , au lieu de moins rapide , lisez plus rapide.*

*Page 37 , après ces mots, les observations les plus précises , ou immédiatement avant la première Section , ajoutez ,*

Il restoit cependant encore un phénomène céleste , l'accélération du moyen mouvement de la Lune , que l'on n'avoit pu jusqu'ici ramener aux loix de la pesanteur : les Géomètres qui s'en étoient occupés , avoient conclu de leurs recherches , qu'il ne peut être produit par la gravitation universelle , & pour l'expliquer , on avoit eu recours à différentes hypothèses , telles que la résistance de l'éther , la transmission successive de la gravité , l'action des comètes , &c. Mais après diverses tentatives , je suis enfin parvenu à découvrir la véritable cause de ce phénomène. J'ai trouvé que l'équation séculaire de la Lune résulte de l'action du Soleil sur ce satellite , combinée avec la variation de l'excentricité de l'orbite terrestre. Elle est périodique , & dépend des mêmes argumens que le carré de cette excentricité : quand celle-ci diminue , comme cela a eu lieu constamment , depuis les observations les plus anciennes jusqu'à nous , cette équation accélère le moyen mouvement de la Lune ; elle le ralentit , quand l'excentricité vient à croître. Cette théorie s'accorde aussi exactement qu'on peut le désirer , avec les observations les plus anciennes ; & par-là , elle complète le système de la pesanteur universelle , dont tous les phénomènes célestes , sans exception , concourent maintenant à démontrer la vérité.

*Page 76 , ligne 10 , au lieu de  $\frac{m' n T}{4}$  , lisez  $\frac{m' n T}{2}$  .*

*Ibidem , ligne 12 , au lieu de  $\frac{m n' T}{4}$  , lisez  $\frac{m n' T}{2}$  .*

*Page 113 , ligne antipénultième , au lieu de  $\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^3}$  , lisez  $\frac{b^{(1)\frac{1}{2}}}{a^{(1)3}}$  .*

*Ibidem , ligne dernière , au lieu de  $\frac{m n' T}{4} \cdot b^{\frac{1}{2}}$  , lisez  $\frac{m n' T}{4} \cdot a \cdot b^{(1)\frac{1}{2}}$  .*

Page 114, ligne 2, au lieu de

$$\overline{[1,0]} = \frac{m n^1 T}{2 a^2} \cdot [(1 + a^2) \cdot b^{\frac{1}{2}} - 3 b^{\frac{0}{2}}],$$

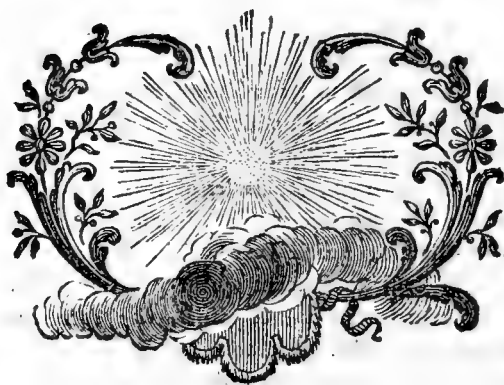
lisez

$$\overline{[1,0]} = \frac{m n^1 T}{2} \cdot [(1 + a^2) \cdot b^{\frac{1}{2}} - 3 a \cdot b^{\frac{0}{2}}].$$

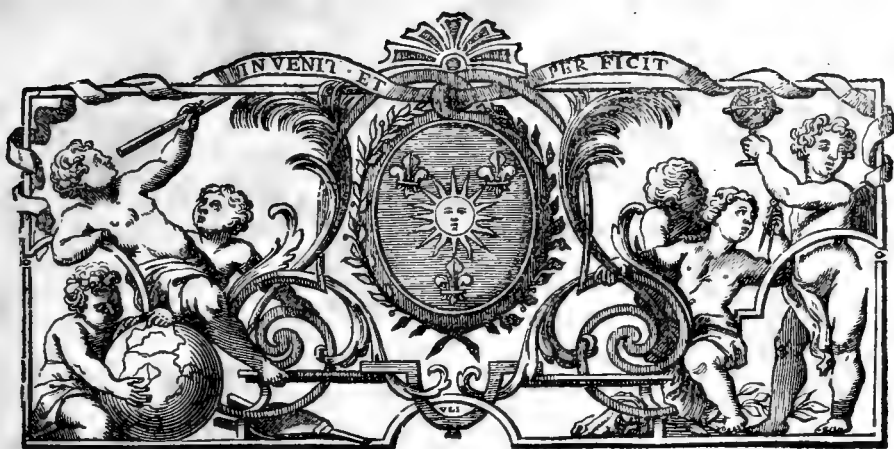
*Mémoire de M. Berthollet,*

Page 304, ligne 26, au lieu de *marin*, lisez *nitreux*.

Page 309, ligne 2, au lieu de *par l'esprit-de-vin*, lisez *sur l'esprit-de-vin*.



HISTOIRE



# HISTOIRE

DE

## L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

*Année M. DCCLXXXV.*

### EXAMEN

*D'un Projet de translation de l'Hôtel-Dieu  
de Paris, & d'une nouvelle construction  
d'Hôpitaux pour les Malades.*



DEPUIS plus d'un demi-siècle la translation de l'Hôtel-Dieu est l'objet des vœux de toutes les personnes éclairées. La position de cet hôpital au centre de la ville, le peu d'étendue du terrain qu'il occupe, le spectacle que présentent les

*Hist. 1785.*

A

salles où les malades sont entassés dans un même lit, le détail de tout ce que les vices du régime qui y est établi, ajoutent aux douleurs & aux angoisses du pauvre forcé d'y chercher un asyle, enfin une mortalité effrayante, & hors de toute proportion avec celle de la plupart des grands hôpitaux de l'Europe, tels sont les maux sur lesquels il est impossible d'arrêter la vue, sans déchirement & sans indignation. Le temps où les établissemens de ce genre deviendront inutiles, est trop éloigné de nous, pour que le soin de les perfectionner ne soit pas encore longtemps un des objets les plus dignes des travaux des hommes éclairés, & de la vigilance de l'Administration. Trouver, pour administrer des secours à plusieurs milliers de malades pauvres, les moyens les moins dispendieux, les plus propres à conserver un plus grand nombre d'hommes, les moins dangereux pour la salubrité de l'air, soit des habitations voisines, soit de la ville entière, tel est donc le grand problème qu'il faut résoudre, & sur la solution duquel le Rapport des Commissaires de l'Académie est destiné à répandre quelque lumière.

---

## R A P P O R T

*Des Commissaires chargés, par l'Académie, de l'examen  
du Projet d'un nouvel Hôtel-Dieu.*

Par M.<sup>rs</sup> DE LASSONE, DAUBENTON, TENON,  
BAILLY, LAVOISIER, LA PLACE, COULOMB,  
D'ARCET.

L'ACADÉMIE, en conséquence des ordres du Roi, nous a nommés, M.<sup>rs</sup> de Lassone, Daubenton, Tenon, Bailly, Lavoisier, la Place, Coulomb, d'Arcet, pour examiner un *Mémoire sur la nécessité de transférer & de construire l'Hôtel-*

*Dieu de Paris, suivi d'un Projet de translation de cet Hôpital, proposé par le sieur POYET, Architecte & Contrôleur des bâtimens de la Ville.*

Cet Ouvrage, envoyé par M. le Baron de Breteüil le 10 décembre 1785, & sur lequel le Roi consulte l'Académie, renferme, 1.<sup>o</sup> un Mémoire sur la nécessité de transférer l'Hôtel-Dieu dans un local suffisant, commode & salubre; 2.<sup>o</sup> un Projet de construire cet Hôpital dans l'île des Cygnes.

Les Commissaires chargés de l'examen, qui doit mettre l'Académie en état de donner son avis sur ce Mémoire & sur ce Projet, ont cru que leur premier devoir étoit de comparer l'Hôtel-Dieu, tel qu'il est aujourd'hui, à l'Hôpital qu'on propose d'établir dans l'île des Cygnes. En effet, si l'Hôtel-Dieu est suffisant pour le nombre des pauvres malades qui s'y présentent, s'il est assez commode pour que rien ne s'oppose à la guérison de leurs maux, & s'il ne renferme aucune cause d'insalubrité qui puisse aggraver ces maux, il n'y a point de nécessité de transférer cet Hôpital; & on ne peut admettre ni le projet, ni la dépense d'en construire un autre. D'ailleurs l'examen des Hôpitaux en général doit servir de préliminaire à l'examen du Projet de M. Poyet. Nous ne pouvons rien connoître que par comparaison; ce sont les Hôpitaux existans qui doivent eux-mêmes prononcer, pour ainsi dire, sur le mérite ou sur les défauts du nouvel Hôpital. Un Hôpital qu'on élèveroit aujourd'hui, doit être, dans un siècle éclairé comme le nôtre, le résultat des connoissances acquises; & il doit réunir tous les secours que la physique perfectionnée peut offrir pour le soulagement des malades. Mais les progrès des Sciences, à cet égard, sont déposés dans les monumens de ce genre, comme dans les ouvrages qui ont été écrits sur cette matière. Nous n'avons pas dû nous borner à lire ces ouvrages, & à y joindre les réflexions que ce sujet important peut faire naître à des hommes guidés par l'amour de l'humanité, & inspirés par les vues bienfaisantes du Roi. Il étoit nécessaire de voir les

Le premier objet  
des  
Commissaires  
a été d'examiner  
l'Hôtel-Dieu  
&  
les Hôpitaux.

monumens mêmes, où les règles ont dû être mises en pratique, où les avantages du local & de l'administration sont constatés par des guérisons, & où les inconvéniens du local, les négligences, les préjugés, sont mis à découvert par la mortalité. Nous nous sommes donc proposés de visiter tous les Hôpitaux; d'en observer avec soin & avec attention les détails; & de consulter les registres où sont inscrits chaque jour les malades qui y sont entrés, & ceux qui en sont sortis, ou guéris, ou morts.

Ils ont visité  
une partie  
des Hôpitaux,  
&  
n'ont pu visiter  
l'Hôtel-Dieu.

En conséquence nous avons visité l'hôpital de la Charité, l'hospice de Saint-Sulpice, les infirmeries de la Salpêtrière & des Invalides. Nous nous dispenserons de dire pourquoi nous ne nous sommes pas présentés à plusieurs autres hôpitaux. Mais dans les maisons que nous venons de nommer, nous avons été parfaitement bien accueillis; par-tout on nous a montré tous les détails intérieurs, toutes les commodités que la disposition du lieu offre au traitement des malades. Nous y avons observé les précautions que l'humanité inspire pour leur soulagement, & en général la bonne administration, l'ordre & la propreté qui sont les sources de la salubrité. Mais l'objet le plus important de notre travail, ce qui intéressoit plus particulièrement notre mission, c'étoit la visite de l'Hôtel-Dieu. Nous avons eu l'honneur de voir M. l'Archevêque & M. le Premier Président, qui nous ont reçus avec bonté, & ont bien voulu nous recommander au Bureau de l'administration. Nous avons vu plusieurs de M.<sup>rs</sup> les Administrateurs. Enfin nous avons demandé au Bureau de l'administration, qu'il nous fût permis de voir l'Hôtel-Dieu avec détail, & accompagnés de quelqu'un qui pût nous guider & nous instruire. Nous avons désiré le plan du local occupé par l'Hôtel-Dieu, les dimensions des salles, le nombre des lits qu'elles renferment, le nombre des malades reçus, & le nombre des morts, mois par mois depuis dix ans. Nous avions besoin de tous ces élémens; nous les avons demandés, & nous n'avons rien obtenu.

Il auroit fallu abandonner le travail dont nous étions

Ressources  
qu'ils ont eues  
pour faire  
leur Examen  
&  
leur Rapport.

chargés, & renoncer à la comparaison qui doit faire la base de ce Rapport, si plusieurs Médecins, qui sont au nombre des Commissaires, n'avoient pas suivi le traitement des malades à l'Hôtel-Dieu; si l'un de nous, M. Tenon, n'avoit pas été plusieurs années principal Chirurgien d'un grand Hôpital (a). Il a même demeuré trois ans à l'Hôtel-Dieu, en qualité d'Élève en Chirurgie; & depuis qu'il en est sorti, il a continué de le visiter & d'y faire des observations. Il en résulte qu'il connoît cette maison à peu-près autant qu'on peut la connoître. Ses observations nous ont été communiquées & ont suppléé en partie aux connoissances de détail que nous n'avons pu obtenir. Les mesures locales que nous avons employées, sont celles que M. Poyet a fait prendre. Nous avons trouvé le nombre des malades entrés à l'Hôtel-Dieu, & le nombre des morts, dans les feuilles qu'on imprime chaque année; & qui sont intitulées: *États des baptêmes, des naissances & des morts de la ville & des faubourgs de Paris*. Nous avons dans la bibliothèque de l'Académie une suite de ces feuilles; depuis 1720 jusqu'en 1785. C'est sur les extraits de ces états que nous avons fondé nos calculs. Nous nous croyons donc assez instruits pour rendre compte à l'Académie de l'état actuel de l'Hôtel-Dieu; pour en apprécier devant elle les avantages & les inconvéniens. Si les données nous manquent quelquefois, s'il en résulte quelque erreur, la contradiction nous éclairera; peut-être nous communiquera-t-on les détails que nous avons demandés. Mais en attendant, nous établirons les faits dont nous nous croyons certains; ce qui ne sera pas contesté restera démontré; & comme nous parlons par les ordres du Roi, comme l'Hôtel-Dieu est administré par les Magistrats chargés de veiller aux intérêts du peuple, & par des citoyens vertueux qui aiment les pauvres, nous examinerons tout avec scrupule, & nous dirons la vérité sans réserve.

---

(a) La Salpêtrière.

*Examen de l'Hôtel-Dieu.*

L'HÔTEL-DIEU est-il un Hôpital suffisant pour la ville de Paris? est-il commode, est-il salubre, pour les pauvres malades dont il est l'asyle? Voilà les trois questions qu'il est naturel de proposer, & que l'examen des Commissaires de l'Académie doit résoudre.

L'Hôtel-Dieu  
est-il suffisant  
pour  
la ville de Paris?

Pour décider si cet Hôpital est suffisant, il faut apprécier les besoins de la ville; il faut connoître le nombre des malades qu'elle y envoie, ou qu'elle y peut journellement envoyer. On a publié, contre le projet de M. Poyet, un petit ouvrage intitulé : *Relevé des principales erreurs contenues dans le Mémoire relatif à la translation de l'Hôtel-Dieu*, & dont l'auteur, qui a dû avoir tous les renseignements nécessaires, assure que le nombre commun & journalier des malades est de 2300 à 2400 (b); les Lettres patentes du 22 avril 1781 établissent 2400 à 2500; & un Mémoire manuscrit que nous avons sous les yeux, présenté en 1775 à l'administration de l'Hôtel-Dieu, par les Médecins de cet Hôpital, porte ce nombre moyen à 3000 ou 3500 (c).

Détermination  
du  
nombre moyen  
&  
journalier  
des malades.

La diversité de ces résultats ou de ces estimations fait soupçonner que jusqu'ici l'on n'a pas eu de connoissances absolument précises sur ce point. Les états dont nous avons parlé donnent le nombre des malades, existans à l'Hôtel-Dieu, le 1.<sup>er</sup> de chaque mois. Nous avons additionné ces nombres de malades des 1.<sup>ers</sup> de chaque mois; & nous avons déterminé le nombre moyen & journalier de 2500, par un milieu pris en cinquante-huit ans, depuis 1720 jusqu'en 1772, & depuis 1779 jusqu'en 1785, sur

---

(b) Relevé des principales erreurs, &c. page 4.

(c) Mémoire présenté au bureau de l'Hôtel-Dieu, le 3 mars 1775, & qui nous a été communiqué par M. Cochu, également distingué par ses lumières & par son humanité.



695 jours différens (d); & comme ces jours sont très-nombreux, comme ils sont répandus également dans toutes les saisons de l'année, il ne manque rien à l'exactitude de notre détermination. On peut donc regarder ce nombre moyen des malades 2500, comme un élément positif, fixé d'une manière précise; & on voit que les Lettres patentes qui évaluoient ce nombre à 2500, étoient fondées sur une évaluation assez exacte.

L'Hôtel-Dieu  
doit être d'abord  
capable  
de recevoir ce  
nombre moyen.

Il en résulte que l'Hôtel-Dieu doit être capable de recevoir au moins 2500 malades.

Cependant un hôpital construit dans une grande ville, dans la capitale d'une nation puissante & sensible, ne doit pas être réglé sur le nombre moyen, mais sur le plus grand nombre des malades qui peuvent s'y présenter. Il faut songer aux années, aux saisons où les maladies sont fréquentes, & où les malades abondent à l'hôpital. Ces saisons calamiteuses se renouvellent dans des périodes assez courtes; on doit avoir des ressources prêtes lorsqu'elles arrivent, &

Nécessité d'y  
recevoir au moins  
4000 malades.

*Nombre journalier & moyen des Malades.*

(d)	1721 à 1731.....	2159.
	1731 à 1741.....	2388.
	1741 à 1751.....	2889.
	1751 à 1761.....	2559.
	1761 à 1773.....	2549.
	1780 à 1786.....	2399.

Les dix années sont prises depuis le 1.<sup>er</sup> Janvier 1721, par exemple, jusqu'au 1.<sup>er</sup> Décembre 1730 inclusivement. On n'a point fait usage des sept années depuis 1772 jusqu'en 1779, parce qu'on a eu quelque incertitude sur ces années; & le dernier calcul même ne commence qu'au 1.<sup>er</sup> Février 1780. Il auroit été facile de lever cette incertitude, si on avoit pu consulter les registres. Le nombre moyen entre ces six déterminations est 2490; mais comme les intervalles ne sont pas égaux, on aura le véritable nombre moyen, en additionnant tous les nombres des malades existans au 1.<sup>er</sup> de chaque mois dans ces cinquante-huit années, & divisant la somme par 695 qui est le nombre de ces mois. Cette somme est 1737514; & divisée par 695, elle donne 2500 pour le nombre journalier & moyen des malades à l'Hôtel-Dieu.

ne se pas mettre volontairement dans la nécessité d'entasser les malades, d'introduire dans l'hôpital le mal-aise, la malpropreté, l'insalubrité, lorsque la mort fait le plus de ravages; & de rendre les secours plus difficiles lorsqu'ils sont plus nécessaires. Le nombre des malades d'une ville est proportionné au nombre des habitans; & quoique le nombre des pauvres ne soit pas dans le même rapport, la population peut cependant donner une idée approchée de la grandeur de l'hôpital qu'on y veut construire. Nous comparerons Lyon à Paris : ce sont deux grandes villes, & où il y a beaucoup d'ouvriers de luxe. L'hôpital de Lyon peut recevoir 1200 malades, & on estime que la population de cette ville est de 150 à 160000 ames *(e)*. On estime également que la population de Paris est de 640 à 680000 *(f)*; & il paroît qu'on peut établir que les nombres des habitans de ces deux villes sont comme 1 à 4. On peut donc croire, & par une première évaluation, que Paris a besoin d'un hôpital capable de recevoir 4800 malades, pour offrir à la misère des ressources pareilles à celles que lui offre la ville de Lyon. Cette détermination va être établie sur une base plus solide, & par des faits de l'expérience. Les mêmes états imprimés nous ont fourni les moyens de connoître le nombre des malades, dans les temps & dans les jours où il y a eu le plus d'affluence. Nous en donnons le détail dans une note *(g)*. On y voit que, dans les premiers mois de 1740, 1741,

*(e)* Le dictionnaire de la Martinière dit 150000; & M. Necker, dans son Ouvrage sur l'administration des Finances, évalue cette population à 160000. *Tome I, page 260.*

*(f)* M. Necker, *tome I, page 277.*

	<u>1740.</u>	<u>1741.</u>	<u>1742.</u>
<i>(g)</i> 1. <sup>er</sup> Janvier. . . . .	2935	3258	3519.
1. <sup>er</sup> Février. . . . .	3400	3645	3826.
1. <sup>er</sup> Mars. . . . .	3641	3393	3694.
1. <sup>er</sup> Avril. . . . .	3349	3275	3434.
1. <sup>er</sup> Mai. . . . .	3015	3132	3477.

1741, 1742, les malades ont toujours été au-dessus de 3000; & que, le 1.<sup>er</sup> février 1742, leur nombre a été jusqu'à 3826. On voit encore que, depuis le 1.<sup>er</sup> novembre 1750 jusqu'au 1.<sup>er</sup> novembre 1752, c'est-à-dire, pendant deux ans entiers, ce nombre a toujours surpassé 3000; & a été, le 1.<sup>er</sup> mars 1752, jusqu'à 3906. Il ne faut pas croire que ce soit un jour par hasard; c'est pendant un temps considérable, c'est depuis le 1.<sup>er</sup> décembre 1751 jusqu'au 1.<sup>er</sup> juin 1752, c'est-à-dire, pendant six mois révolus, qu'il s'est maintenu entre 3609 & 3906 (*h*). Il en résulte que les Médecins de l'Hôtel-Dieu ont eu égard à ces calamités, assez longues & assez répétées, quand

	<u>1740.</u>	<u>1741.</u>	<u>1742.</u>
1. <sup>er</sup> Juin. . . . .	2969. . . . .	3017. . . . .	2957.
1. <sup>er</sup> Juillet. . . . .	2607. . . . .	2893. . . . .	2581.
1. <sup>er</sup> Août. . . . .	2476. . . . .	2681. . . . .	2518.
1. <sup>er</sup> Septembre. . . . .	2558. . . . .	2813. . . . .	2555.
1. <sup>er</sup> Octobre. . . . .	2703. . . . .	2874. . . . .	2601.
1. <sup>er</sup> Novembre. . . . .	2935. . . . .	3115. . . . .	2637.
1. <sup>er</sup> Décembre. . . . .	3357. . . . .	3317. . . . .	2777.
	<u>1750.</u>	<u>1751.</u>	<u>1752.</u>
( <i>h</i> ) 1. <sup>er</sup> Janvier. . . . .	3481. . . . .	3459. . . . .	3673.
1. <sup>er</sup> Février. . . . .	3573. . . . .	3521. . . . .	3741.
1. <sup>er</sup> Mars. . . . .	3729. . . . .	3604. . . . .	3906.
1. <sup>er</sup> Avril. . . . .	3718. . . . .	3498. . . . .	3860.
1. <sup>er</sup> Mai. . . . .	3622. . . . .	3544. . . . .	3850.
1. <sup>er</sup> Juin. . . . .	3267. . . . .	3563. . . . .	3680.
1. <sup>er</sup> Juillet. . . . .	3090. . . . .	3264. . . . .	3407.
1. <sup>er</sup> Août. . . . .	2887. . . . .	3076. . . . .	3325.
1. <sup>er</sup> Septembre. . . . .	2898. . . . .	3113. . . . .	3339.
1. <sup>er</sup> Octobre. . . . .	2910. . . . .	3204. . . . .	3246.
1. <sup>er</sup> Novembre. . . . .	3030. . . . .	3324. . . . .	2924.
1. <sup>er</sup> Décembre. . . . .	3396. . . . .	3609. . . . .	2915.

ils ont estimé que le nombre journalier des malades étoit de 3000 à 3500; & en se réglant sur le plus grand nombre, on doit en conclure la nécessité de placer à l'Hôtel-Dieu 4000 malades. C'est dans cette vue, & sans doute en prenant pour base un calcul pareil au nôtre, que le Roi, dans ses Lettres patentes du 22 avril 1781, ordonne de *disposer l'Hôtel-Dieu de manière qu'il puisse contenir au moins trois mille malades, couchés seuls dans un lit; & de ménager un espace qui puisse contenir mille malades de plus, mais placés comme ils le sont actuellement.* Les Lettres patentes ont donc statué sur une possibilité de 4000 malades.

Les malades  
peuvent surpasser  
ce nombre  
de 4000.

Cependant nous croyons que les malades peuvent surpasser le nombre de 4000, dans les temps de calamité. Nous le croyons d'abord, parce que l'Auteur du *relevé* dit, & non sans y être fondé, qu'on n'a jamais vu plus de 4800 malades à l'Hôtel-Dieu; & il avoue qu'on y en a vu réellement une fois 4800. Ici nous regrettons de n'avoir pas eu la communication des registres; nous ne connoissons la quantité des malades que pour le premier de chaque mois; nous ignorons si dans le cours de ces mois, le nombre des malades n'a pas surpassé 4000, & approché 4800. Nous croyons encore que ce nombre doit surpasser 4000, parce que si les malades étoient couchés seuls dans un lit, si l'Hôtel-Dieu n'étoit plus un lieu d'effroi pour les pauvres qui n'y viennent qu'avec une extrême répugnance, on verroit augmenter le nombre des malades qui s'y font porter. *Nous ne nous dissimulons pas*, disent les Lettres patentes, *que ce nombre pourra augmenter à mesure qu'on ne sera pas repoussé de ces lieux par le sentiment des maux qu'on y craint.*

Malgré  
les secours  
que les pauvres  
ont reçus,  
il faut que  
l'Hôtel-Dieu  
soit capable de  
recevoir 4800  
malades.

On objectera que l'Hôtel-Dieu a été soulagé par l'établissement de plusieurs hôpitaux, tels que celui des Gardes-françoises, & les hospices fondés dans différentes Paroisses. On dira que l'Hôpital général va retirer incessamment ses malades de l'Hôtel-Dieu, que M. le Baron de Breteuil établit à Popincourt un hôpital pour la Garde de Paris, &

que l'augmentation prévue dans les Lettres patentes peut être compensée par ces secours. Nous ne pouvons rien dire sur cette compensation incertaine; nous n'avons point de moyens pour calculer avant le temps l'effet des causes morales: mais il y a un fait très-remarquable que nous devons citer ici; c'est que la population de Lyon fournit à l'hôpital un nombre de malades qui, en prenant la moyenne de six années, est de 12847 (i). L'année moyenne des malades à l'Hôtel-Dieu de Paris, est de 21322 (k). D'où il résulte que, dans une ville quatre fois plus peuplée, l'Hôtel-Dieu ne reçoit pas le double des malades que reçoit l'Hôtel-Dieu de Lyon: ce qui vient sans doute en partie de ce que la ville de Paris a d'autres secours, d'autres hôpitaux où différens malades sont admis. Mais tous ces hôpitaux pris ensemble ne reçoivent pas assez de malades pour produire cette différence (l): elle a une autre cause; & cette cause ne peut être que la répugnance des pauvres pour l'Hôtel-

---

(i) à l'hôpital de Lyon, malades reçus en

1751.....	10873.
1752.....	12194.
1753.....	12752.
1754.....	11981.
1784.....	13463.
1785.....	15821.

---

TOTAL..... 77084.

---

Année moyenne..... 12847.

---

(k) On trouvera dans la suite de ce rapport la détermination de ce nombre moyen.

(l) Nombre des lits dans les différens Hôpitaux de Paris où on traite les malades.

La Charité.....	208.
Les Convalescens.....	22.
Maison royale de Santé.....	16.

---

B ij 246.

Dieu de Paris. Lorsqu'elle sera cessée, le nombre des malades augmentera, & dans une proportion peut-être considérable que nous ne pouvons pas apprécier.

Il n'y a rien au moins qui empêche que ce nombre n'aille à 4800, puisqu'on a vu 4800 malades à l'Hôtel-Dieu; & cette raison nous détermine à croire qu'un hôpital construit pour la ville de Paris, dans un siècle d'humanité & sous un règne de bienfaisance; un hôpital destiné à suffire aux temps où les maladies abondent, comme en 1750, 51, 52, doit être capable de recevoir 4800 malades, & contenir 4800 lits.

Secours  
que peut offrir  
l'Hôtel-Dieu  
actuel.

Maintenant nous allons voir quelles sont les ressources de l'Hôtel-Dieu, pour offrir un asyle à cette quantité de malades. L'Hôtel-Dieu occupe actuellement un espace de 3600 toises carrées environ (m). Comme nous n'avons pas eu les plans que nous avions demandés, nous donnons ce toisé tel que nous le trouvons. Or on n'a réservé dans cet espace que ce qui est absolument nécessaire au service; tout

---

<i>De l'autre part.</i> . . . . .	246.
à Charenton. . . . .	12.
Hôpital des Gardes-françaises. . . . .	264.
Hospitales de la Place royale. . . . .	21.
Hospice de Chirurgie. . . . .	22.
<i>Idem</i> de Saint Sulpice. . . . .	128.
<i>Idem</i> de Saint Jacques-du-Haut-pas. . . . .	34.
<i>Idem</i> de Saint Méderic. . . . .	14.
<i>Idem</i> de Saint André. . . . .	6.
Hôpital des Teigneux. . . . .	21.
Hospice de Vaugirard pour le mal vénérien. . . . .	128.
Hôtel des Invalides. . . . .	434.

---

TOTAL. . . . . 1330.

---

Voyez les Mémoires de M. Tenon.

(m) Suppl. au Mém. pour la constr. d'un nouvel Hôtel-Dieu, p. 17.

Le reste est destiné à des salles de malades. L'état que nous avons sous les yeux comprend vingt-cinq salles, dont nous donnons les noms & les dimensions dans la note (n).  
 1219 Lits, savoir, 733 grands & 486 petits, sont placés dans ces salles. Les petits lits ont trois pieds de large, & sont destinés pour une seule personne; les grands

(n) La lettre *R* désigne les rangées de lits, le *g* marque les grands, le *p* les petits: ainsi 3 *R*, 32 *g* 20 *p*, signifie trois rangées, trente-deux grands lits, vingt petits; les chiffres qui suivent sont les dimensions des salles.

## R E Z D E C H A U S S É E.

		Lits.	Long.	Larg.	Haut.
SAINT-DENYS & SAINT-THOMAS.	Fébricitans. . . . . 3 R.	$\left\{ \begin{array}{l} 32 \text{ g.} \\ 20 \text{ p.} \end{array} \right\}$	14 <sup>t</sup>	27 <sup>p</sup>	11 <sup>p</sup> .
SAINT-CÔME.	Fébricitans. . . . . 3 R.	$\left\{ \begin{array}{l} 45 \text{ g.} \\ 3 \text{ p.} \end{array} \right\}$	25.	27.	11.
LE ROSAIRE.	Fébricitans. . . . . 4 R.	$\left\{ \begin{array}{l} 32 \text{ g.} \\ 32 \text{ p.} \end{array} \right\}$	20.	35.	11.
SAINT-CHARLES.	Fébricitans. . . . . 4 R.	$\left\{ \begin{array}{l} 101 \text{ g.} \\ 9 \text{ p.} \end{array} \right\}$	36.	33.	11.
SAINT-ANTOINE.	Fébricitans. . . . . 4 R.	$\left\{ \begin{array}{l} 29 \text{ g.} \\ 29 \text{ p.} \end{array} \right\}$	24.	33.	11.
SAINT-ROCH.	Fébricitans. . . . . 3 R.	$\left\{ \begin{array}{l} 35 \text{ g.} \\ 3 \text{ p.} \end{array} \right\}$	19.	24.	11.
SAINTE-MARTHE, jadis le LÉGAT.	Fébricitantes. . . . . 4 R.	$\left\{ \begin{array}{l} 50 \text{ g.} \\ 58 \text{ p.} \end{array} \right\}$	45.	34.	11.
TOTAL. . . . .			183.	11	11.

## P R E M I E R É T A G E.

SAINT-PAUL.	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maladies chirurgicales} \\ \text{pour les Hommes.} \end{array} \right\}$	4 R.	$\left\{ \begin{array}{l} 78 \text{ g.} \\ 33 \text{ p.} \end{array} \right\}$	36 <sup>t</sup>	34 <sup>p</sup>	14 <sup>p</sup> .
SAINT-LOUIS.	Fous. . . . .	4 R.	$\left\{ \begin{array}{l} 10 \text{ g.} \\ 2 \text{ p.} \end{array} \right\}$	6.	20.	11.
SAINT-JÉRÔME.	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Salle des opérations} \\ \text{pour les Hommes.} \end{array} \right\}$	2 R.	$\left\{ \begin{array}{l} 20 \text{ p.} \end{array} \right\}$	12.	24.	11.
SAINT-YVES.	Prêtres malades. . . . .	2 R.	$\left\{ \begin{array}{l} 8 \text{ p.} \end{array} \right\}$	7 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	19.	11.
LES TAILLÉS.	. . . . .	3 R.	$\left\{ \begin{array}{l} 44 \text{ p.} \end{array} \right\}$	19.	24.	11.
SAINT-NICOLAS.	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maladies chirurgicales} \\ \text{pour les Femmes.} \end{array} \right\}$	4 R.	$\left\{ \begin{array}{l} 35 \text{ g.} \\ 26 \text{ p.} \end{array} \right\}$	18.	34.	11.
TOTAL. . . . .			98 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> .	11	11.	

# 14 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE

ont quatre pieds quatre pouces, & semblent avoir été destinés à deux malades. Un toisé de la longueur & du développement de ces salles, qui nous a été fourni & que nous n'avons pu vérifier, donne à la longueur des salles supposées bout à bout 450 toises. Or 733 grands lits & 486 petits placés & espacés convenablement, c'est-à-dire, rangés sur deux files dans chaque salle, & séparés par des ruelles de trois pieds, occuperoient un dévelop-

## DEUXIÈME ÉTAGE.

		Lits.	Long.	Larg.	Haut.
SAINTE-MARTINE. Fébricitantes. . . . .	4 R.	{ 52 G. 33 P.	18 <sup>t</sup>	34 <sup>P</sup>	11 <sup>P</sup> .
S. <sup>TE</sup> -GENEVIÈVE.. Folles. . . . .	4 R.	{ 6 G. 8 P.	5.	30.	11.
LA CRÈCHE.. Enfants. . . . .	3 R.	{ 17 G. 36 P.	19.	24.	11.
SAINT-JOSEPH.	{ Les femmes grosses. . . . .	{ 42 G. 14 P.	36.	34.	11.
	{ Les accouchées. . . . .	{ 22 G. 10 P.			
	{ Les nourrices. . . . .	{ 2 G. 5 P.			
	{ Sainte-Marguerite. . . . .	{ 1 G. 10 P.	7 <sup>t</sup> 19.		11.
TOTAL. . . . .			85 <sup>t</sup> 1/2	11	11.

## TROISIÈME ÉTAGE.

SAINT-FRANÇOIS. Les variolés. . . . .	2 R.	{ 16 G. 19 P.	19 <sup>t</sup>	24 <sup>P</sup>	11 <sup>P</sup> .
SAINT-LANDRY. Fébricitantes. . . . .	4 R.	{ 87 G. 26 P.	36.	24.	12.
PETIT-S.-LANDRY. Fébricitantes. . . . .	2 R.	{ 10 P.	4 <sup>t</sup> 18.		11.
S. <sup>TE</sup> -MONIQUE..	{ Fiévreuses & variolées. . . . .	{ 4 R. { 31 G.	18.	34.	11.
	Convalescentes. . . . .	3 R. { 10 G. 14 P.	5 <sup>t</sup> 26.		11.
TOTAL. . . . .			83.	11	11.
TOTAL GÉNÉRAL. . . . .			450.	11	11.



pement de 691 toises (o). Il s'en faut bien que les lits à l'Hôtel-Dieu ne soient placés comme ils devroient l'être; ils sont souvent sur quatre files; souvent on voit quatre lits assemblés autour d'un pilier; un très-grand nombre se touchent par les pieds; & c'est par cette disposition qu'un nombre de lits qui exigeroit un développement de 691 toises, peut cependant tenir dans un développement de 450. Ce développement, en espaçant les lits convenablement, ne donneroit que 900 petits lits; mais nous prenons les choses telles qu'elles sont, & en plaçant deux malades dans les 733 grands lits, suivant leur destination naturelle, & un seul dans les 486 petits, les 1219 lits de l'Hôtel-Dieu peuvent recevoir 1952 malades.

. En examinant l'état actuel de cet Hôpital, il est convenable de tenir compte de l'extension qu'on se propose de lui donner, & à laquelle on travaille actuellement. Déjà trois salles sont achevées, & offrent dans trois étages un développement de 84 toises (p). Nous ignorons combien on a dessein d'y placer de lits; mais en supposant que ce soient de petits lits bien espacés, elles n'en contiendront que 168. Quant aux augmentations sur la Seine, du côté de la rue de la Bucherie, nous aurions eu besoin d'avoir connoissance des projets & des plans. Le nombre des salles, leur dimension, le nombre des lits auroient été des données nécessaires, pour établir un calcul exact & détaillé; mais au défaut de ces données, on peut juger de l'Hôtel-Dieu futur par l'Hôtel-Dieu actuel. L'auteur du Relevé dit que ces augmentations se monteront à 1800.

Secours  
qu'on  
peut en attendre  
quand  
il sera augmenté.  
Ils se réduisent  
à 2000 lits  
au plus.

---

(o) 4 pieds 4 pouces pour le lit, & 3 pieds pour la ruelle, font 7 pieds 4 pouces, qui multipliés par 733 donnent 5375 pieds. 6 pieds pour chaque lit de 3 pieds multipliés par 486, font 2916 pieds; en tout 8291 pieds ou 1382 toises, qui n'en font que 691 de développement, parce qu'on peut placer deux rangées de lits dans chaque Salle.

(p) Ces Salles ont 168 pieds ou 28 toises de longueur; les trois  
84. Relevé, page 5.

toises carrées (q). Nous supposons cette évaluation exacte; mais il en faut défalquer les cours, les pièces de service, les logemens des Officiers & des Serviteurs, les promenoirs, ordonnés par les Lettres patentes du 22 avril : on ne peut pas espérer que ces 1800 toises donnent plus de lits à proportion, que les 3600 actuellement occupées par l'Hôtel-Dieu; & il faut compter pour cet article tout au plus 609 lits, ce qui, avec les 1219 lits actuels & les 168 des nouvelles salles, fera en tout 1996 lits. Les édifices actuels de l'Hôtel-Dieu & ceux qu'on se propose d'y ajouter, ne semblent donc offrir qu'une possibilité de 2000 lits.

L'Hôtel-Dieu  
n'a pas  
réellement  
le nombre de lits  
qu'il  
paroit avoir.

Il y a même ici une chose importante à remarquer; c'est que cet Hôpital, avec ses 1219 lits, ne fournit pas aux malades toutes les ressources que ce nombre comporte. Ces lits peuvent admettre 1952 malades, sans en coucher plus de deux ensemble : or le 12 janvier 1786, il y avoit à l'Hôtel-Dieu 1986 malades (r); c'est-à-dire, 34 de plus seulement que ne peuvent admettre les lits à deux & à un malades. Il ne devoit y avoir que 34 lits à trois personnes. Pourquoi donc la salle Saint-Paul avoit-elle 258 malades pour 111 lits? la salle Saint-Charles 304 pour 110 lits? la salle Saint-Landri 260 pour 113 lits? Pourquoi voyoit-on quatre malades & peut-être plus dans certains lits? Il en résulte de deux choses l'une, ou que l'on entasse les malades dans un même lit, pour que beaucoup d'autres soient couchés seuls; ou que l'on couche les Infirmiers & les Infirmières dans les petits lits

---

(q) *Relevé des principales erreurs, &c. page 5.* C'est en 1737, & après l'incendie de l'Hôtel-Dieu, arrivé cette année, que la Ville, sous la Prévôté de M. Turgot, reconnoissant les inconvéniens du peu d'étendue de l'Hôtel-Dieu, & la nécessité d'en augmenter le local, donna à cet Hôpital tous les terrains compris entre le pont-au-double & les grands degrés. *Mémoires de l'Académie des Inscriptions & Belles-Lettres; Éloge de M. Turgot, tome XXV, page 231.*

(r) Voyez la feuille du mouvement de ce jour.

des salles ; & que par-là on est forcé de porter le reste des malades sur les grands lits. Nous le croyons d'autant plus volontiers, que ces serviteurs, qui sont au nombre de 283, n'ont pour retraite que quelques petits cabinets, dans les environs des salles ; il faudroit des dortoirs & même des dortoirs considérables, pour les loger : on n'en connoît aucun à l'Hôtel-Dieu (*f*). Il y a tout lieu de croire qu'une partie de ces 283 Infirmiers ou Infirmières couche dans les petits lits des salles (*t*). Il ne reste donc qu'à peu-près 203 de ces petits lits pour les malades ; & sur le nombre de 1986 malades du 12 janvier de cette année, 1700 à 1800 ont dû être placés dans 733 grands lits ; & alors il n'est pas étonnant qu'on en ait vu quatre, & peut-être plus, dans plusieurs de ces grands lits. Nous imaginons bien que c'est la petitesse de l'emplacement & le défaut de lieu, qui forcent de mêler les Infirmiers avec les malades, & de priver les uns de leurs lits, pour coucher les autres ; mais cet abus prouve que les ressources mêmes que paroît présenter l'Hôtel-Dieu, sont en partie illusoires, & qu'au lieu d'avoir 1219 lits, il n'en a réellement qu'à peu-près 1000 pour les malades. Encore ce nombre sera-t-il diminué lorsqu'on espacera les lits convenablement, & lorsqu'on en retranchera les 76 lits du pont-du-Rosaire, dont les bâtimens doivent être détruits (*u*).

Mais, en nous en tenant à notre calcul, qui donne une possibilité de 2000 lits, il est évident que non-seulement

L'Hôtel-Dieu  
ne pouvant  
donner

---

(*f*) Il faudra bien prendre sur les 1800 toises du terrain qu'on se propose d'ajouter, de quoi former les dortoirs nécessaires à ces 283 Infirmiers, & à ceux qu'exigera l'augmentation du nombre des malades.

(*t*) Nous savons qu'il y a à l'Hôtel-Dieu deux espèces de domestiques ; les uns à gages, les autres sans gages : leur nombre, tant hommes que filles, paroît être de 283. Il y en a une partie qui ont des chambres pour coucher ; nous ne prétendons pas fixer ici le nombre de ceux qui n'en ont pas & qui peuvent coucher dans les Salles : il auroit fallu avoir les éclaircissmens que nous n'avons pas obtenus.

(*u*) Relevé des principales erreurs, page 6.

*Hist.* 1785.

C

les 4800 lits  
dont  
on a besoin,  
ni les 3000  
promis,  
est insuffisant.

l'Hôtel-Dieu ne peut pas recevoir les 4800 malades, que semblent demander dans certains temps les besoins de Paris : mais qu'il ne paroît pas qu'il puisse jamais satisfaire aux intentions du Roi, offrir, comme l'annoncent les Lettres patentes, 3000 malades couchés seuls dans un lit ; une réserve pour 1000 malades dans les cas de nécessité ; ainsi que les promenoirs & les salles particulières pour les convalescens, ordonnés par les mêmes Lettres patentes. L'auteur du *Relevé* assure que les additions projetées mettront en état de coucher 4000 malades seuls dans un lit (x). Une pareille assertion, une promesse si flatteuse pour l'humanité, demandoit à être prouvée par un détail des salles, de leur emplacement, de leur développement & du nombre des lits. Faute de ces éclaircissémens, nous ne pouvons pas apprécier les promesses de l'auteur du *Relevé* ; & en nous bornant à la teneur des Lettres patentes qu'on se propose d'exécuter, nous dirons que si 3600 toises de terrain actuel & 1800 toises d'addition, ou 5400 toises fussent pour placer 3000 lits, on doit, sur les 3600 toises de l'Hôtel-Dieu aujourd'hui existant, en placer 2000, & il n'en a que 1219 ; encore ces 1219 lits ne sont-ils pas effectifs & uniquement destinés aux malades. Nous dirons qu'il faudroit placer dans le local actuel 2000 malades couchés seuls ; & le 12 janvier de cette année, ce nombre de 2000 n'étant pas complet, on voyoit trois, quatre malades & peut-être plus dans le même lit. L'Hôtel-Dieu, tel qu'il est, étoit donc insuffisant pour les 1986 malades qui s'y trouvoient le 12 janvier. Nous disons que l'Hôtel-Dieu est insuffisant pour ce nombre médiocre, parce qu'un hôpital ne suffit pas aux malades, lorsqu'on est obligé de les coucher trois, quatre & six dans le même lit. L'insuffisance de l'Hôtel-Dieu sera encore plus cruelle & plus évidente dans les temps de calamité, tels que ceux de 1740 à 1742, de 1750 à 1752, où

---

(x) Page 5.

on a vu 4000 pauvres & peut-être plus à l'Hôtel-Dieu. Comment fera-t-on pour les y recevoir lorsque ces calamités se renouvelleront? On fera comme on a fait en 1752, où ces 4000 malades ont été reçus, traités dans le même espace, qui aujourd'hui ne peut en recevoir convenablement 1986 : on les a couchés 4 & 6 dans le même lit; on en a couché sur les ciels de ces mêmes lits, suivant le témoignage irréprochable d'un Médecin de l'Hôtel-Dieu, qui en a été le témoin (x'). Sans doute la nécessité ne connoît point de loi; on ne peut refuser les malades, & les laisser périr à la porte de l'hôpital; mais les calamités sont connues, il faut que les ressources soient préparées. Quand l'hôpital d'une grande ville, d'une ville infiniment peuplée, n'a que des secours si foibles, si bornés, non-seulement dans les temps malheureux, mais même dans les temps ordinaires, la justice permet de prononcer, & l'humanité oblige de dire que cet hôpital est insuffisant.

Quant à la commodité & à la salubrité de l'Hôtel-Dieu, nous répondrons à la fois à ces deux questions qui se tiennent de trop près pour être séparées. La véritable commodité des malades, du moins des pauvres, à qui la misère laisse ignorer les recherches de la délicatesse & du luxe, c'est la disposition qui facilite le plus leur guérison. Or la disposition générale de l'Hôtel-Dieu, la disposition forcée par le défaut d'emplacement, est d'établir beaucoup de lits dans les salles, & beaucoup de malades dans les lits. Nous trouvons que, sur les vingt-cinq salles de cet hôpital, il y en a six seulement à deux rangées de lits; six en ont trois files, & treize ont quatre files : de sorte que plus de la moitié des salles est surchargée de quatre rangs de lits. Quatre de ces salles contiennent 108 ou 110 lits. Nous citerons en exemple la plus chargée, celle de Saint-Charles, qui a 101 grands lits & 9 petits. Il faut observer que ces grands lits ayant reçu quelquefois six malades, cette salle a pu en

L'Hôtel-Dieu  
est-il commode  
& salubre?  
Les malades  
trop rapprochés  
se nuisent.  
Beaucoup de lits  
dans les salles;  
plusieurs  
malades  
dans le même lit.

---

(x') M. Cochu.

renfermer 615, & former à elle seule un hôpital entier, un hôpital assez considérable, dans un espace de moins de 200 toises carrées. Or, que les lits ne contiennent quelquefois fix malades, c'est ce dont il n'est pas possible de douter. Le fait a été avancé par les Administrateurs même de l'Hôtel-Dieu (y). Le 6 janvier de cette année, Saint-Charles avoit 340 malades (z); vingt-huit lits au moins contenoient chacun quatre personnes. Sans doute des gens en santé, qui seroient au nombre de 340 dans une même salle & couchés quatre dans un lit, se trouveroient fort mal à leur aise. Nous ne cherchons point à émouvoir; nous rendons un compte raisonné à l'Académie; nous ne voulons exposer que des faits & des calculs. Mais c'est un fait que, si des gens en santé avoient droit de se plaindre de cette affreuse disposition, les malades doivent en être repoussés par la répugnance, & n'y être amenés que par le désespoir. C'est un fait que, quelle que soit l'insensibilité des misérables que la nécessité y condamne, cependant le spectacle des maux dont ils sont de toutes parts environnés, & dans le lit qui les avoisine & dans leur propre lit, ajoute au sentiment de leurs maux; c'est un fait que les morts y sont mêlés dans le même lit avec les vivans; & quand cette association des malades dans un lit ne feroit que rendre plus fréquentes les méprises des remèdes & des alimens, ce danger suffiroit pour en proscrire l'usage. Mais à ces raisons, & aux réclamations de l'humanité se joignent des raisons physiques qui dévoilent d'autres inconvéniens; & nous demandons qu'il nous soit permis de les développer. Ici nous entrons dans une discussion importante, non-seulement pour l'Hôtel-Dieu de Paris, mais pour tous les Hôpitaux où on se proposeroit

---

(y) Mémoire pour les Administrateurs de l'Hôtel-Dieu, contre ceux de l'Hôpital général, 1767, page 5.

(z) Voyez la feuille du mouvement de ce jour. Il y a peut-être des jours où la Salle Saint-Charles est plus chargée: nous n'avons pu nous procurer que quelques-unes de ces feuilles, & nous ne pouvons citer que celles que nous avons sous les yeux.

d'admettre des lits à plusieurs malades; cette discussion doit être approfondie, & nous espérons que l'Académie nous pardonnera des détails que l'importance du sujet rend nécessaires.

Qu'est-ce qu'un lit en général, & sur-tout un lit de malades? c'est un lieu de repos pour la nature souffrante, & un moyen de sommeil pour la nature que les souffrances ont fatiguée. L'homme n'a qu'une manière de reposer son corps, c'est de mettre tous les muscles destinés au mouvement volontaire dans un état de relâchement. Un homme debout ne se repose point, parce qu'il est obligé de se maintenir en équilibre, & que le poids de son corps portant sur les pieds, il faut que presque tous les muscles soient en action; les muscles supérieurs pour soutenir ce poids, les muscles inférieurs pour le supporter (a). L'homme assis est en partie en action, en partie dans le repos; les muscles inférieurs sont dans le relâchement, mais ceux du tronc & de la tête sont en action. Pour que le repos soit complet & absolu, il faut que toutes les parties du corps soient appuyées & supportées de manière que les muscles n'aient rien à faire pour les soutenir: c'est pourquoi la situation horizontale est la plus favorable au repos; c'est pourquoi un lit qui cède à la pression du corps, & où le corps se moule, repose plus que le coucher d'un plan inflexible.

Mais ce n'est pas tout; il faut encore que les membres soient fléchis. Toute tension est le résultat d'une action; il n'y a point de véritable repos où il y a tension. Dans la flexion, les attaches des muscles sont rapprochées, & leur relâchement est augmenté. Il faut que le tronc & les extrémités soient alternativement dans cet état de flexion modérée, dans un état qui change de temps en temps, en variant les attitudes, pour reposer successivement les différens muscles. Nul homme n'est couché droit dans son

Inconvéniens  
de l'usage  
de coucher  
plusieurs malades  
dans un lit.  
Pour que  
le corps se repose,  
il faut que  
les muscles soient  
dans un état  
de relâchement.

Il faut  
que les membres  
soient fléchis.

---

(a) Si cet homme debout s'évanouit, il tombe parce que les muscles se relâchent tout-à-coup. Toute action cesse, le poids du corps n'est plus soutenu, & il perd l'équilibre. C'est une preuve qu'il faut une action & un effort continu pour le soutenir dans cette position.

lit; tous les membres sont fléchis & courbés. Le bœuf & le cheval, dans les herbages, le chat & le chien, dans nos maisons, ont en dormant le dos arqué, les jambes fléchies, rassemblées sous eux, & tous les muscles dans un état de mollesse & de relâchement. Ces vérités sont d'observation; & puisque la nature a ménagé aux animaux ces moyens de réparer leurs forces, il faut du moins, quand l'homme a recours aux hôpitaux; quand il vient y réclamer nos soins & notre charité, que nous ne commençons pas, en le recevant, par contrevenir à des loix qui émanent de sa conformation; il faut que nous lui procurions un lit conforme à ses besoins, où il puisse fléchir ses membres pour les délasser. Mais s'il est souffrant, cette flexion des muscles est encore plus nécessaire. Toute tension aggrave le mal des parties affligées; l'homme s'incline du côté de la douleur, il cherche à y porter le relâchement; cette loi est constante chez les animaux. Ainsi un lit n'est pas simplement fait pour qu'un malade puisse s'y coucher & s'y étendre au besoin; il doit offrir la facilité de cet état de flexion indispensable à l'homme qui se repose, & encore plus à l'homme qui souffre. On doit y respecter l'inaction où la douleur l'oblige de se tenir, en évitant de le heurter par des mouvemens inconsidérés. Mais cette inaction n'est que momentanée; il a besoin de changer de position, non-seulement pour relâcher successivement ses différens muscles, mais pour prévenir les effets d'une longue compression de la même partie. Un membre trop long-temps comprimé s'engourdit, perd le sentiment, se gonfle, rougit, s'enflamme, & finit quelquefois par se gangréner. Il faut donc que le lit du malade lui permette & de s'étendre & de fléchir ses membres, & de se retourner pour porter la compression sur des parties reposées. Or un lit de trois pieds pour un seul homme, suffit à ces destinations; un lit de quatre pieds quatre pouces n'y suffit pas, lorsqu'il est chargé de quatre ou six personnes.

Il faut changer  
de position  
pour  
éviter les effets  
de  
la compression,



Deux malades, dans un pareil lit, ont chacun un espace de 26 pouces en largeur, tandis que le malade du petit lit en a 36, & n'a rien de trop. Mais lorsqu'il y a quatre ou six malades, on en place deux ou trois à la tête, & autant aux pieds; de sorte que les pieds des uns répondent aux épaules des autres, & réciproquement. Or un homme de taille ordinaire, couché, les bras appuyés & ferrés le long du corps, les jambes étendues l'une contre l'autre, a 18 pouces de large à la hauteur des épaules, & 10 à la hauteur des genoux. Il suit de-là que, dans le cas de six malades par lit, il leur faudroit 84 pouces en largeur pour s'y tenir sur le dos, pressés & bien allongés; & que, dans le cas de quatre malades, il faudroit encore 56 pouces, & le lit n'en a que 52. Comment donc reposer dans cette situation gênée; parer à la douleur par une flexion nécessaire; se retourner pour éviter les effets de la compression? N'est-il pas évident que ces malades à l'étroit ne sauroient tenir dans le lit, qu'autant qu'ils seront sur le côté, dans une posture continuellement forcée, en contrariant sans cesse le vœu de la nature, qui demande le changement. Que de sentimens d'humanité, de charité, de patriotisme, réclameraient ici les droits de l'homme souffrant, abandonné à la sévérité de quiconque se permettroit de protéger cet usage, & d'en continuer l'abus! mais le tableau n'est pas achevé.

La veille & le sommeil sont à l'esprit ce que l'action & le repos sont au corps. Le relâchement des muscles ne produit que le délaînement du corps; le sommeil amène le repos de l'esprit, l'oubli des maux & la consolation. Le sommeil a cet avantage de plus, qu'en même temps qu'il repose l'esprit, il repose le corps: car les muscles destinés à exécuter les mouvemens de la volonté, sont sans action dans le sommeil; & c'est une raison pour ne point négliger les moyens simples & naturels de le procurer. Quand il ne serviroit qu'à l'oubli momentané des maux, il seroit précieux au malheureux; il seroit pour lui

Un lit  
de quatre pieds  
quatre pouces  
ne peut pastuffire  
a  
ces destinations,  
quand  
on y place  
quatre ou six  
malades.

Ces malades  
ainsi entassés  
ne peuvent pas  
dormir  
dans leur lit.

le premier des remèdes. Mais s'il suspend le sentiment de la douleur, s'il favorise l'effet des médicamens, s'il hâte le retour de la santé, qui plus que l'indigent a droit de le réclamer? l'indigent pressé de guérir pour aller nourrir sa famille & servir sa patrie. Quand il confie sa misère & sa vie à l'assistance publique, il demande implicitement remèdes, alimens, soins de toute espèce, sur-tout le repos & le sommeil. Mais comment dormir dans ces lits à deux, que l'on surcharge de quatre & six malades; où tantôt chaque malade a 13 pouces, & tantôt 8 pouces & demi d'espace en largeur; où il ne sauroit être que sur le côté; où il ne sauroit se tourner sans heurter celui qui le serre, sans réveiller en lui le sentiment de la douleur? Eh! comment ne seroit-on pas sans cesse agité dans ces misérables lits? la gale, comme on sait, n'y est-elle pas éternelle? la chaleur de quatre ou six malades, n'y rend-elle pas les humeurs plus âcres & les démangeaisons plus insupportables? cette chaleur d'ailleurs, n'y fait-elle pas éclore, n'y entretient-elle pas la vermine? cette chaleur ne développe-t-elle pas encore la fétidité qui ne peut manquer d'exister dans ces lits, & qui devient plus insupportable dans la situation opposée des malades, couchés les uns au pied, les autres à la tête? le sommeil ne pénètre donc point, ou du moins il pénètre rarement, imparfaitement, dans ces lits d'amertume & de douleur. Que penser d'un hôpital, où des malheureux ainsi entassés dans le même lit, ne peuvent obtenir ce sommeil desirable, que lorsqu'ils se concertent pour que les uns se lèvent & veillent une partie de la nuit, tandis que les autres dorment? & quand ils sont dans l'impuissance d'en sortir, ils gémissent de la nécessité qui les y attache, & maudissent les secours qu'on leur donne.

Ces lits  
ont une chaleur  
qui  
trouble la marche  
de la nature.

Mais ce n'est pas assez que ces grands lits soient une source de dégoûts & de mal-aise, ôtent le repos & le sommeil; ils troublent encore la marche de la nature. Chacun de ces lits peut être considéré comme un foyer de

de chaleur. Il auroit été utile d'observer, dans ces lits bien fermés, à quel degré, dans un temps donné, se seroit élevé le thermomètre (*b*). Ce degré doit varier suivant les individus, suivant leur nombre, suivant les maladies. Boërhaave a observé dans la chaleur animale, entre l'état de frisson & celui de la plus grande ardeur de la fièvre, une différence de 21 degrés de Farenheit, ou de 9 degrés  $\frac{1}{3}$  de Réaumur. De Haën a observé, entre l'état de santé & celui de la plus grande ardeur de la fièvre, une différence de 14 degrés de Farenheit, ou de 6 degrés  $\frac{1}{3}$  de

(*b*) Les Physiciens & les Médecins varient un peu sur ce degré auquel on doit fixer la chaleur animale. Boërhaave & Hales l'ont déterminée à 92 degrés du thermomètre de Farenheit. On doit sentir cependant qu'il ne faut pas prendre ce degré 92 tellement à la rigueur, qu'une infinité de circonstances tirées de la saison, de l'état de l'atmosphère, & sur-tout de la disposition, de l'état de force & de santé, ainsi que du tempérament de celui qui a fait ces expériences, ne puissent y apporter bien des variations. En effet, d'autres auteurs ont trouvé que le degré déterminé par Hales & Boërhaave étoit au-dessous de la réalité: aussi lui ont-ils donné plus de latitude, & ils le portent à 93, 94, 95 & 96. Il s'agit ici de l'homme en santé.

Quant à l'homme malade, Boërhaave a observé que, dans le temps du frisson de la fièvre, le thermomètre descend à 87 degrés, & qu'il varie jusqu'à 94; tandis que, dans la chaleur qui suit ce frisson, le même thermomètre monte depuis 96 jusqu'à 108: ainsi à partir du degré 92, qui est l'état de santé, la variation est bien moindre en descendant jusqu'au frisson, qu'elle ne l'est en s'élevant jusqu'à la grande chaleur.

M. de Haën, qui paroît avoir suivi ces expériences avec plus de soin & plus de précision, a trouvé que la chaleur de son corps faisoit monter le thermomètre placé sous son aisselle, successivement pendant une heure, depuis 95 jusqu'à 101 & 102 degrés. Dans l'état de maladie, le même M. de Haën a aussi observé que, dans la chaleur médiocre de la fièvre, il montoit à 100 degrés dans l'espace d'un demi-quart d'heure; après un quart d'heure, à 101 & 102; dans une demi-heure, à 103 & 104. Il l'a vu monter, dans d'autres occasions, & dans l'espace d'une demi-heure, à 104 & à 106; & même, après une heure entière, à 109. Il paroît que Swenke a fait la même observation.

Ainsi, suivant Hales & Boërhaave, il se trouve, entre les deux extrêmes de l'état de santé & de maladie, déterminés par les degrés 92 & 108, une latitude de 16 degrés; au lieu que, d'après de Haën, qui fixe ces extrêmes à 95 pour l'état de santé, & à 109 pour la maladie, cette latitude n'est que de 14 degrés; ce qui ne laisse pas encore d'être très-considérable.

Réaumur. Ils n'ont observé que des individus séparés; nous aurions désiré de connoître la chaleur qui, dans un lit commun, résulte de plusieurs malades réunis; mais, pour faire ces expériences, il auroit fallu être autorisé par l'administration de l'Hôtel-Dieu, & nous ne l'avons pas été.

Cette  
température  
commune  
n'est celle  
d'aucun des  
malades du lit,  
& elle peut  
leur nuire à tous.

Cependant il y a des effets nécessaires que nous pouvons prévoir & indiquer avant l'expérience; c'est que, dans ces lits où sont couchés quatre ou six hommes différemment malades, différemment échauffés par leurs maladies; il se forme une chaleur moyenne, résultante des malades, & qui n'est ni la chaleur des uns, ni celle des autres. Un homme couché seul dans son lit est échauffé par sa propre chaleur, & celle-ci est ce qu'elle doit être; la nature la varie comme il convient, & la proportionne aux progrès de la maladie: un homme foible échauffe peu son lit; l'homme fort & enflammé l'échauffe davantage. Mais, dans ces grands lits, l'homme qui a besoin d'une chaleur douce est enflammé par la fièvre brûlante de son voisin; celui-ci l'arrose & le refroidit de sa sueur: en même-temps la sueur critique de ce fiévreux est troublée, & lui-même est refroidi par l'attouchement de celui qui n'est pas à son degré de chaleur. Cet état de trouble mutuel dure jusqu'à ce que la température moyenne soit établie, & que les malades aient pris un degré de chaleur qui ne leur est point naturel, & qui leur est contraire à tous.

Elle échauffe  
les salles,  
& les échauffe  
d'une chaleur  
mal-saine.

On peut croire que la chaleur de ces lits passe dans la salle & qu'elle y croît, suivant le nombre de ces foyers ou de ces lits. On remarquera que cette chaleur doit s'élever à un assez haut degré, puisqu'il est certaines salles à l'Hôtel-Dieu, telles que la salle Saint-Paul, qui contient 78 grands lits & 33 petits, où l'on se passe de poêles pendant l'hiver, & où les malades sont échauffés par leur propre chaleur, ou plutôt par la chaleur commune. Mais cet air est échauffé par des malades, il est chargé de leurs émanations putrides; la chaleur dure, c'est que l'air ne se renouvelle que difficilement, c'est que l'air intérieur & corrompu est dans un

état de stagnation. Cette chaleur doit nuire à tous les malades : elle ne peut profiter aux gens foibles, aux convalescens, aux vieillards, qu'une chaleur douce & saine ranime & fortifie; elle est nuisible à quiconque est attaqué de maladies inflammatoires, à ceux qui ont des pertes de sang, des hémorragies; elle se complique avec tous les maux pour les aggraver. Cette chaleur utile jusqu'à un certain point en hiver, est insupportable en été, sur-tout pendant la nuit; & en multipliant les dégoûts, elle est encore un supplice pour ceux qui ont le malheur de porter à l'Hôtel-Dieu quelque délicatesse, & d'y conserver quelque sensibilité.

L'usage de ces lits est donc contraire à tout principe de Physique, de Médecine, comme à tout sentiment d'humanité, & ils doivent être à jamais pros crits. Il y a une autre espèce de lits appelés lits à cloison, & dont il est question dans les Lettres patentes du 22 avril 1781, comme devant être employés à l'Hôtel-Dieu. Ces lits auront sans doute 4 pieds 4 pouces de largeur, & seront partagés dans leur longueur par une cloison de planches, de sorte que les malades ne pourront ni se toucher ni se voir. Nous prenons la liberté d'observer que ces lits doivent être également pros crits. 26 pouces réservés à chaque malade, font d'abord un lit bien étroit; la cloison de planches placée au milieu recélera une vermine, qui en sortira pour tourmenter les malades. D'ailleurs ce lit ainsi coupé forme deux lits accouplés. Pourquoi ne les pas séparer? & que gagne-t-on à les laisser unis? la suppression de la ruelle & trois pieds de terrain. Mais c'est précisément cette ruelle qui est nécessaire pour pouvoir servir le malade des deux côtés dans une infinité de cas, pour l'entourer toujours d'un air plus libre, & pour éloigner l'un de l'autre deux foyers d'infection. Lorsque la bonté du Roi se déterminera à établir un hôpital digne de son humanité, il faut porter remède à tout; détruire, s'il est possible, tous les inconvéniens, & extirper à la fois tous les abus.

Ces lits  
à quatre ou à six,  
&  
même les lits  
à deux malades,  
doivent  
être pros crits.

La bonté du Roi  
a décidé qu'il  
n'y en auroit plus.  
Il faut  
que cette bonté  
ait son effet.

Si nous nous sommes élevés contre les inconvéniens des lits à deux, & sur-tout contre l'abus des lits à quatre & à six malades, ce n'est pas que nous ne sachions qu'on est résolu d'en abandonner le funeste usage, le parti est pris à cet égard, la question est décidée en faveur des pauvres; mais nous savons aussi que tout ce qui est décidé n'a pas toujours son exécution. Si la nécessité sert d'excuse, cette nécessité naît du défaut de prévoyance. Quand on construit des hôpitaux, il faut songer que la tiédeur succède au zèle, il faut tellement enchaîner la volonté des hommes, que les abus soient impossibles. On abandonne les grands lits, mais il faut les remplacer par un nombre suffisant de petits; & c'est ce qui ne paroît pas possible sur le terrain de l'Hôtel-Dieu, même en y comprenant l'extension projetée. On promet 4000 lits, mais lorsque les bâtimens nouveaux seront construits, & que le développement des salles n'y suffira pas, lorsqu'on verra qu'on ne peut placer que 2000 lits, la nécessité de recevoir 4000 malades & plus, forcera d'introduire les lits à deux; & puis les recommandations surviendront, qui, pour coucher un certain nombre de malades seuls dans un lit, feront entasser tous les autres, & l'abus des lits à quatre personnes renaîtra. Les loix préviennent les abus plus facilement qu'elles ne les détruisent. Il est à souhaiter qu'un règlement sévère, fait d'avance & avant la construction d'un nouvel Hôtel-Dieu, défende d'y introduire jamais aucun lit qui ait plus de 3 pieds de large; c'est le seul moyen de remplir les vues bienfaisantes du Roi & de tenir sa parole sacrée. Le Roi a promis aux malheureux que l'asyle de l'Hôtel-Dieu contiendra 3000 lits, où les malades seront couchés seuls: il n'est plus permis de rien changer à cette disposition de bienfaisance; quand la bonté du Roi s'est expliquée & a fait le sort du pauvre, on peut y ajouter, on ne doit en rien ôter.

Pour ménager  
le terrain,  
on accouple  
les salles.

Nous ignorons comment on imagine placer 3 à 4000 lits dans le local actuel de l'Hôtel-Dieu & dans les extensions. Mais ce que nous savons certainement, c'est qu'on

n'y placera les 2000 lits dont nous avons aperçu la possibilité , ou un plus grand nombre , que par des moyens absolument contraires à la salubrité de l'hôpital & à la guérison des malades ; c'est en associant les salles à côté les unes des autres , en les entassant l'une sur l'autre & en accumulant les étages. Une salle de malades doit être isolée de tout bâtiment , afin que les murs soient continuellement exposés aux vents & aux courans d'air qui en éloignent l'humidité. Il faut que ces salles soient ouvertes de tous les côtés , pour que tous les vents puissent y entrer , pour qu'on puisse y admettre , suivant le besoin , ou ceux qui échauffent ou ceux qui rafraîchissent ; & qu'on y conserve toujours un courant nécessaire au renouvellement d'un air qui se corrompt sans cesse. Ces conditions manquent absolument & à toutes les salles de l'Hôtel-Dieu. Au rez-de-chaussée , les salles Saint-Antoine & Saint-Roch ; au premier étage la salle Saint-Paul & les salles Saint-Yves , & des opérations , la salle Saint-Nicolas & celle des taillés sont accouplées ; & dans les étages supérieurs , les salles sont séparées par un mur de refend qui ne leur laisse de jour & d'air que d'un côté. La salle Saint-Charles , quoiqu'elle ne soit associée à aucune autre , n'a également de jour que d'un côté ; de l'autre elle est appuyée à un bâtiment. Au dehors , le pied des murs de presque toutes ces salles est garni d'une suite de cabinets , d'offices , de petites chambres , dont le dessus est disposé en terrasse. La salle Saint-Charles ne tire ses jours qu'à la faveur de ces terrasses ; mais quel jour & quel air ! Ces terrasses sont destinées à étendre le linge , parce qu'à l'Hôtel-Dieu , faute de terrain , il n'y a point d'étendoirs pour la lessive. Ces terrasses sont donc chargées de nombreux étendoirs en fer , qui s'élèvent jusqu'au haut des croisées de Saint-Charles. Là pend sans cesse un linge à moitié blanc & toujours mouillé ; & c'est à travers ces obstacles qu'arrive dans la salle Saint-Charles un jour triste & un air continuellement humide. Aussi les gens en santé , qui entrent dans ces salles du rez-de-chaussée , sont

Inconvéniens  
de  
cette association.

frappés de tristesse par cette demi-obscurité; on sent qu'on y respire avec peine, & l'on conçoit que l'air renouvelé y est aussi rare que la lumière. S'il y a moins d'humidité & plus de jour dans les étages supérieurs, l'association des salles, l'inconvénient de n'avoir des croisées que d'un côté, y met également obstacle au renouvellement de l'air.

On multiplie  
les étages.  
Inconvéniens  
de  
cette disposition.

La ressource de multiplier les étages, pour placer plus de malades dans un terrain donné, est un autre abus. L'Hôtel-Dieu a trois étages de salles, élevés au-dessus de celles du rez-de-chaussée. Il paroît même qu'on se propose d'en élever un quatrième, qui est déjà commencé sur l'aile la plus voisine de l'Archevêché (c). Voilà donc quatre à cinq salles placées l'une sur l'autre. Les escaliers n'étant pas assez ouverts, assez aérés, font dans toute leur hauteur l'effet d'une cheminée; l'air corrompu & toujours plus léger, doit monter sans cesse des salles inférieures dans les supérieures. On sait que dans les spectacles où il n'y a cependant que des gens qui se portent bien, l'air du dernier rang des loges est sensiblement malsaisant; il donne des maux de tête, la respiration y est plus difficile. La raison en est simple, la respiration dénature l'air: cet air vicié, plus léger que l'air ordinaire, monte & occupe particulièrement le dernier rang des loges des spectacles. Ce n'est pas à cette hauteur & dans cette atmosphère d'un air altéré qu'on doit imaginer de placer des malades, surtout quand on pense que cet air vicié & moins respirable, est encore chargé de miasmes morbifiques. Sans doute cet air ne tue pas, parce qu'il se mêle par une circulation quelconque avec de l'air du dehors; mais il en résulte un mélange toujours malsaisant. Cet air ne tue pas, mais fait-on jusqu'à quel point il influe sur la mortalité, combien il retarde la guérison; & au défaut des expériences suffisantes, ne peut-on pas croire qu'il allonge les maladies & multiplie les morts. Ces étages accumulés rendent

---

(c) Supplément au Mémoire, page 27.



d'ailleurs le service plus fatigant & plus difficile. Ce service est plus gêné sur un escalier que de plein-pied. Ces étages ont encore un grand inconvénient pour les malheureux convalescens qui sont sans force, qui auroient besoin & de marcher & de respirer l'air du dehors, & qui sont forcés de rester dans l'infection des salles de malades, parce qu'ils ne peuvent ni descendre quatre étages ni les remonter. Un hôpital où on se propose de guérir, doit soigner ses convalescens : ce sont des victimes arrachées en partie à la maladie ; & c'est un ouvrage d'humanité qu'il ne faut pas commencer sans le finir. Ces raisons suffiroient pour proscrire les étages accumulés ; mais il s'y joint le plus pressant & le plus terrible des dangers, celui du feu. Nous ne nous proposons point de peindre ici le spectacle d'un corps de bâtiment livré aux flammes, les escaliers ou interceptés par le feu, ou obstrués par la confusion, & cinq étages de salles dévouées au feu & à la mort ; nous dirons simplement que cette multiplication d'étages est un vice essentiel dans la construction d'un édifice public, tel qu'un hôpital. Le danger est sans doute le même dans les maisons élevées de Paris où habite le pauvre ; le pauvre se loge où il peut : mais quand la charité lui ouvre un asyle, elle a dû pourvoir à sa sûreté, sur-tout dans le cas de maladie, où il n'a ni la force, ni l'agilité nécessaire pour se soustraire au danger. Ce nouveau motif doit donc faire proscrire les étages élevés ; il doit les faire proscrire à l'Hôtel-Dieu actuel, plus que dans tout autre hôpital. L'Hôtel-Dieu a un vice particulier & auquel on ne peut penser sans effroi. Cet hôpital est composé de deux grands corps de bâtimens, l'un sur la rive septentrionale, l'autre sur la rive méridionale de la Seine. Sous le bâtiment septentrional & sous les salles des malades sont placées les buanderies, les étuves, où le feu est sans cesse employé ; & ce qui est pis encore, ce qui devient un voisinage dangereux & redoutable, on y a placé le magasin aux huiles & la fabrique des chan-

delles; & comme s'il falloit que la maison entière eût sa part du danger, le magasin au bois qui en contient six mille voies est sous le bâtiment méridional du côté de la rue de la Bucherie. Sans doute c'est le défaut d'emplacement, c'est la nécessité qui a présidé à cette mauvaise disposition. En 1772, le feu qui brûla la salle du Légat, prit dans la fabrique des chandelles; le besoin y a fait replacer, comme auparavant, cette fabrique. Il n'en faut point blâmer l'administration qui n'a point été libre; mais il faut conclure que l'emplacement qui oblige à de telles imprudences, un emplacement qui force de s'exposer sans cesse à de pareils dangers, est un emplacement qui ne convient point à un hôpital. Dans cette maison où il y a toujours 3 à 4000 personnes, dans un espace étroit qui nécessite la confusion, au milieu d'un service que le besoin rend très-actif, il est impossible que le feu ne prenne pas souvent. Il est sans doute bientôt éteint, mais on n'est pas toujours heureux. La salle du Légat a brûlé en 1772, celle du Rosaire en 1737; voilà deux leçons en trente-cinq ans.

Mais, en supposant qu'on laissât subsister les choses telles qu'elles sont, c'est-à-dire, les salles accouplées & sans jour, où l'air circule difficilement; les étages entassés les uns sur les autres, où les émanations des salles inférieures sont portées dans les salles supérieures; & tout cela posé sur des amas de combustibles, où le danger du feu est terrible & perpétuel; quand on parviendrait, avec ces moyens dangereux, à obtenir un nombre considérable de lits, on ne feroit que redoubler l'entassement des malades, & en étendre les inconvéniens sur un plus grand local. Ce qui est projeté sera une copie de ce qui existe; & les édifices subsistans, les édifices qu'on se propose d'y ajouter fussent-ils suffisans, non-seulement pour les 3000 lits ordonnés par les Lettres patentes, ou pour les 4000 annoncés par l'auteur du Relevé, mais encore pour les 4800 que nous demandons, cet amas de salles accouplées & d'étages entassés auroit plusieurs

Les salles  
accouplées,  
les étages  
accumulés,  
rendroient  
l'Hôtel-Dieu  
futur semblable  
à l'Hôtel-Dieu  
actuel.

De-là naît  
confusion,  
mauvaise

plusieurs vices essentiels, vices absolument contraires à la salubrité; c'est la confusion, la mauvaise disposition des départemens & l'infection de l'air.

disposition des  
départemens,  
infection de l'air.

Il y a confusion dans les départemens, parce que premièrement, il n'y a point de salles pour les convalescens. Les listes affichées chaque jour à la porte, ne font mention d'aucunes salles qui leur soient destinées. On y voit seulement une salle dite *des Convalescentes*. Mais les listes ne disant jamais rien sur le nombre de ces convalescentes, il y a lieu de croire qu'elle n'est pas occupée. Et la raison, c'est d'abord que cette salle est au troisième étage; ce seroit un triste séjour pour des convalescentes qui ont peine à descendre & à remonter : c'est ensuite qu'elle tient à la salle Sainte-Monique, qui lui sert d'entrée, & où sont les petites véroles; ce voisinage & ce passage doivent en exclure nécessairement les convalescentes. Il est donc évident que les convalescens sont mêlés dans toutes les salles avec les malades, par conséquent avec les morts & les mourans. Sans parler du malheur de ce spectacle, des idées douloureuses qui contrastent avec les espérances des convalescens, & de l'influence du moral pour retarder les progrès physiques & le retour vers la santé, il est évident qu'un convalescent est sans cesse exposé, ou à des rechutes toujours fâcheuses, ou à reprendre une nouvelle maladie à la place de celle dont il a été guéri; un convalescent doit du moins, avant de retrouver les forces, traîner & languir long-temps en respirant le même air que les malades, & en habitant ce séjour de dégoût, de mal-aise & de tristesse. Et comme on estime que sur le nombre des malades d'un hôpital, il y en a le tiers en convalescence, en évaluant à 2500 le nombre journalier & moyen des malades à l'Hôtel-Dieu, il a chaque jour 830 convalescens dévoués à cette espèce de supplice.

Les convalescens  
sont confondus  
avec les malades.

Observons que ces convalescens, lorsqu'ils quittent leur lit, & vont respirer au grand air sur le pont Saint-Charles, ont la plupart, même en hiver, les jambes nues. La maison

Abus de les  
laisser sortir les  
jambes nues.

ne leur fournit point de bas, & lorsqu'on ne leur en apporte pas du dehors, il faut rester au lit sans oser exercer & développer ses forces naissantes, ou se promener les jambes nues. Ce grand abus naît d'une bien petite économie; il prouve combien les anciens usages ont de pouvoir pour se faire conserver, & combien les préjugés sont durables dans les Corps, même sous une administration vertueuse & charitable.

Les fous sont  
placés trop près  
des  
autres malades.

Il y a confusion dans les départemens, cela est prouvé par l'emploi des salles. Les fous, que l'absence de la raison, leurs écarts & leur frénésie séparent de la société des hommes, doivent être également éloignés de la société des malades. A l'Hôtel-Dieu, sur le pont du Rosaire au premier étage, est placée la salle dite *de Saint-Louis*, où on reçoit les fous. Cette salle fait l'équerre, & communique avec la salle Saint-Paul, où il y a toujours près de 300 malades de maladies chirurgicales. Au deuxième étage, la salle de Sainte-Geneviève ou des folles, est à l'extrémité, & fait le prolongement de la salle Sainte-Martine ou des femmes fébricitantes. Ces hommes qui ont souffert ou des opérations ou des pansemens douloureux, ces femmes travaillées des retours de la fièvre ou de ses redoublemens, sont tourmentés nuit & jour par les cris de ces insensés, & ne doivent point avoir de repos; d'ailleurs l'Hôtel-Dieu, par le défaut d'emplacement, n'a pu même, en mêlant ainsi ces fous avec les autres malades, leur attribuer assez d'espace. Il faut observer que cet hôpital est le seul où l'on entreprenne de guérir la folie, & c'est sans doute une très-belle institution; mais il ne faut pas croire que les pauvres soient les seuls qui viennent s'y faire traiter. Bien des gens aisés n'ont cependant ni les moyens, ni un local suffisant pour faire garder cette espèce de malades, pour leur faire prendre les bains, & recevoir les douches nécessaires; on les conduit à l'Hôtel-Dieu. Or il n'y a que 26 lits qui soient réservés aux fous des deux sexes, & c'est bien peu quand on considère que les maisons de force de Paris en contiennent

plus de 800 (*d*). Il résulte de ce petit nombre de lits, qu'il en faut souvent mettre deux & quelquefois plus dans le même lit. La salle Saint-Louis a 12 lits, 10 grands & 2 petits. Le 1.<sup>er</sup> janvier de cette année, on y comptoit 30 malades (*e*), c'est-à-dire, 28 pour les grands lits, & par conséquent huit de ces lits avoient chacun trois malades. On conçoit ce qui doit arriver à des fous ainsi rapprochés, forcés de passer les nuits & les jours dans la plus intime société, & d'être tour-à-tour les victimes de leurs écarts réciproques. Ils se battent, peuvent s'estropier, & ces désordres sont une suite déplorable du défaut d'emplacement.

Enfin, nous prouvons la confusion des départemens, par la disposition d'où naît le plus grand inconvénient de l'Hôtel-Dieu; & une des sources de son insalubrité, c'est le mélange dans une même maison, souvent dans les mêmes salles, des maladies contagieuses avec celles qui ne le sont pas. On a toujours regardé comme un principe d'administration & de police, de séparer de la société ceux que la contagion avoit infectés. Les malades sont plus susceptibles que les gens en santé; le temps où les pores sont plus ouverts, où les humeurs sont en fermentation, où la fièvre a rompu l'équilibre, n'est pas celui où il seroit convenable de courir les risques de la contagion; & la charité publique qui reçoit le pauvre ne doit pas lui dire: *ou tu ne seras pas secouru, ou tu courras ce danger.*

Dans les siècles où la lèpre régnoit en Europe, les léproseries ou les maladreries, étoient placées aux entrées des villes & des villages. Paris avoit trois léproseries: celle de Saint-Lazare, où est aujourd'hui l'église de ce nom; celle de Saint-Germain, qui occupoit la place où sont les Petites-Maisons; l'hôpital de Sainte-Valère étoit dans le faubourg Saint-Marcel. Mais tous trois étoient alors hors de Paris. Lorsqu'il fallut ensuite ouvrir des hôpitaux pour la peste,

Les maladies contagieuses sont mêlées avec les maladies ordinaires.

Les hôpitaux des maladies contagieuses ont toujours été hors des villes.

(*d*). Mémoires de M. Tenon.

(*e*). Voyez la feuille du mouvement de ce jour.

pour le mal vénérien, on les plaça hors de Paris; la teigne eut aussi un hôpital hors de cette capitale. L'hôpital Saint-Louis & l'hôpital Sainte-Anne sont encore destinés aux épidémies contagieuses; ils ont été d'abord hors de la ville, & l'un au nord, l'autre au midi, pour que les malades puissent s'y rendre sans la traverser. On a donc toujours eu intention parmi nous, de séparer les maladies contagieuses des maladies ordinaires, & de porter hors des villes celles qui pouvoient se communiquer. Cette précaution de prudence & d'humanité, émanée d'une sage administration, a dicté la loi qui défend d'inoculer la petite vérole dans Paris. Ainsi l'emplacement des hôpitaux pour les maladies contagieuses, est subordonné à des réglemens; le respect des loix & l'intérêt de la société enjoignent de ne s'en point écarter. De-là naissent deux considérations : celle des habitans de la ville, dont il faut conserver la santé; celle des pauvres malades, dont il ne faut pas compliquer les maux.

L'Hôtel-Dieu les reçoit presque toutes, & les concentre au milieu de Paris.

Les quatre hôpitaux des Frères de la Charité, les quatre hôpitaux des Hospitallières, les quatre hospices particuliers établis depuis quelque temps, ces douze hôpitaux enfin n'admettent aucunes maladies contagieuses. Les malades de cette espèce n'ont donc d'autre refuge que l'Hôtel-Dieu; & si cet hôpital a l'avantage de donner des secours à tous, & de ne refuser personne; si ceux qui les administrent ont le courage & la générosité de se dévouer à des soins périlleux, il faut convenir que l'Hôtel-Dieu est au centre de Paris le réceptacle de ces maux contagieux.

Danger de la communication pour les habitans de la ville.

Nous ne savons pas jusqu'à quel point ce foyer peut répandre les vapeurs de la contagion dans la ville; on ne pourroit s'en assurer que par des recherches longues & difficiles, par des expériences dont les élémens compliqués rendent toujours les résultats incertains. Mais le public fait qu'on lave tous les jours dans la Seine les linges de ces malades, & il pense que les eaux peuvent en charier les

particules morbifiques; il en résulte un objet d'inquiétude, ou tout au moins de dégoût pour les citoyens.

Les habitans de la rue de la Bucherie, placés dans le voisinage de la salle où l'on transporte les morts, témoignent que l'été les émanations de cette salle sont très-sensibles & très-infectes. Ces émanations des salles passent donc dans l'atmosphère, & peuvent être répandues dans la ville par les vents. Mais ce n'est pas tout; lorsqu'on vide les paillasses pour les renouveler, il n'y a point de cour assez vaste à l'Hôtel-Dieu, & qui permette de brûler cette quantité énorme de paille sans s'exposer à mettre le feu. Il faut cependant s'en débarrasser; on la transporte à Saint-Louis. Il en est de même de la plume des lits, de cette plume imprégnée de miasmes morbifiques, la plupart contagieux; on la transporte par charretées à Saint-Louis, où elle est séchée, triée & battue, & où les coutils sont trempés & lavés dans la fontaine placée au milieu de la cour. Remarquons en passant que les lits de l'Hôtel-Dieu n'ont, avec la paille, d'autre garniture qu'un lit de plume. Cet hôpital est le seul à Paris où on ait conservé cette mauvaise pratique du VII.<sup>e</sup> siècle (*f*); il est encore à cet égard comme au temps de sa fondation. L'usage des matelas de laine est plus sain, il a prévalu; mais les vieux usages durent dans les corps, dans les établissemens publics, lors même que la nation ne les connoît presque plus. La laine se nettoie plus facilement, plus complètement que la plume; l'infection & l'humidité se retranchent dans les pores des tuyaux & dans les barbes des plumes, & après avoir été séchées & battues, ces plumes conservent en partie les principes morbifiques dont on a voulu les dépouiller. La contagion portée de l'Hôtel-Dieu à Saint-Louis, est rapportée de Saint-Louis à l'Hôtel-Dieu, &

---

(*f*) On croit que l'Hôtel-Dieu fut fondé par Saint-Landry, Evêque de Paris, vers l'an 660. Piganiol de la Force. *Description de Paris*, tome I, page 466.

en revenant infecter de nouveau le lieu d'où elle est partie, elle traverse deux fois la ville avec un double danger pour les habitans. Les morts de l'Hôtel-Dieu sont aussi transportés les nuits, variolés, gangrenés & autres, à travers Paris. Il sort donc de l'Hôtel-Dieu des convois tantôt de paille infecte, tantôt de plume imprégnée de miasmes morbifiques, tantôt de cadavres; & ces inconvéniens sont inévitables tant que l'Hôtel-Dieu restera où il est. Si on ne peut dire quel est l'effet réel & l'étendue de ces influences, si la mesure du danger est inconnue, la prudence prescrit de multiplier les précautions pour écarter même les risques qu'on ne peut apprécier; & il semble que le principe de police qui défend d'approcher des lieux où il y a de la contagion, doit défendre de garder cette contagion au centre de la capitale.

Danger de la  
communication  
pour les malades  
de l'Hôtel-Dieu.

Mais il n'y a nulle incertitude sur la communication des maladies contagieuses dans l'hôpital même, à l'égard des malades couchés dans le même lit, dans la même salle, & habitant dans le sein de la contagion; une infinité de faits prouvent cette communication, il n'y a que le hasard qui puisse en préserver. En excluant les maladies, telles que la peste, qui est peu connue dans nos climats, la lèpre, aujourd'hui presque totalement éteinte en Europe, la teigne & le mal vénérien qui ont des hôpitaux particuliers, les principales maladies contagieuses sont la gale, la petite vérole, la rougeole, certaines fièvres malignes & certaines dysenteries. Ces maladies, du moins les premières qui sont faciles à distinguer par leurs symptômes, pourroient être reléguées dans un hôpital qui leur seroit spécialement destiné; mais dans aucun cas elles ne doivent être mêlées & traitées ensemble. Un hôpital bien ordonné doit avoir un quartier ou des salles éloignées pour chacune de ces maladies. On envoie dans ce moment à Saint-Louis les scorbutiques, les scrophuleux, les cancéreux; mais comme Saint-Louis est réservé pour les épidémies contagieuses, si l'on se conforme à son ancienne



destination , tous ces malades rentreront à l'Hôtel-Dieu lorsque le local en fera étendu. On n'y admet pas aujourd'hui les malades qui n'ont que la gale , & il semble qu'il faudroit les y recevoir ; la gale est une maladie réelle , une maladie dont le pauvre a besoin d'être délivré. Mais un galeux est toujours admis lorsqu'il a une maladie interne ou une blessure. On peut imaginer ce qu'au milieu de l'entassement des étages , des salles & des malades , doit produire l'association de toutes ces maladies dans le même lieu ; tout ce qui résulte pour répandre la contagion d'un air infecté par des fièvres contagieuses ; des latrines communes , & à ceux qui ont des dysenteries contagieuses , & à ceux qui n'en sont pas atteints ; de l'échange des draps , des chemises le plus souvent mal lessivées ; des linges que l'on chauffe en grand nombre , & qui retirés d'un malade , sont portés à un autre ; des pots à boire rincés à la hâte , & qui dans la distribution passent d'un malade galeux à un qui ne l'est pas. Un malade arrivant est souvent placé dans le lit & dans les draps d'un galeux qui vient de mourir. On voit encore tout ce qui résulte de la société que font tous ces malades lorsqu'ils commencent à se lever ; comme il n'y a point de salles pour les convalescens , il n'y a point de promenoirs séparés pour les maux contagieux. A l'Hôtel-Dieu l'espace manque à tous les besoins ; & si un malade devenu convalescent , échappe à cette suite de dangers , les hardes qu'on lui rend sortent d'un magasin commun où tout est confondu comme dans les salles ; ces hardes ont pu se charger de la contagion , elles la lui communiqueront au sortir de l'hôpital. La gale est presque générale & elle est perpétuelle à l'Hôtel-Dieu ; les Chirurgiens , les Religieuses , les Infirmiers & Infirmières la contractent ou en pansant les malades , ou en maniant leurs linges. Les malades guéris qui l'ont contractée , la portent dans leur famille , & l'Hôtel-Dieu est une source inépuisable d'où cette maladie se répand dans Paris.

Quant à la petite vérole , une salle particulière , la

Les hommes  
variolés, sont  
plusieurs dans  
un lit.

salle Saint-François lui est destinée & est réservée aux hommes; ils y sont séparés de tous autres malades. Mais il faut observer que l'on y a vu jusqu'à 6 hommes ou 8 enfans, dans le même lit, & on sent que cela doit être ainsi. Cette salle ne contient que 35 lits, 16 grands, 19 petits. Le 22 décembre 1782, il y avoit quarante-deux malades (g); 19 pour les petits & 23 pour les grands, dont 7 au moins avoient deux malades. Mais si les petites véroles eussent été plus communes, on auroit pu y voir un plus grand nombre de malades, & il n'en faut supposer qu'à peu-près 80, pour que chaque grand lit ait quatre malades. Que l'on juge de l'infection de ces lits, & que l'on imagine les effets qui peuvent résulter des différentes espèces de petite vérole, & de la contagion qui réagit contre elle-même.

Les femmes  
variolées sont  
mêlées avec les  
fébricitantes.

Les femmes attaquées de la petite vérole, sont admises dans la salle Sainte-Monique: mais elles y sont mêlées avec des fébricitantes, & c'est une suite bien déplorable du défaut d'emplacement, que d'exposer ainsi à la contagion de la petite vérole des femmes malades, qui viennent demander des secours & chercher la santé à l'Hôtel-Dieu. Si le défaut d'emplacement excuse cette inconséquence inhumaine, la conservation de cet emplacement n'a point d'excuse. Le premier degré d'insalubrité d'un hôpital est de retarder la guérison des malades; le dernier est d'ajouter à leur maladie des maux qu'ils n'avoient pas. Les fous placés auprès de la salle des blessés, les femmes variolées associées aux fébricitantes, les maladies contagieuses par-tout mêlées aux maladies ordinaires, prouvent évidemment la confusion des départemens dans cet hôpital.

Les salles des  
maladies  
chirurgicales,  
sont mal  
disposées & mal

Mais si la disposition des salles fait que les départemens ou se confondent ou se touchent de trop près, souvent ces salles ne sont pas mieux disposées, en les considérant seules & en elles-mêmes, & elles sont placées d'une manière

---

(g) Voyez la feuille du mouvement de ce jour,

nuisible aux malades qui y sont reçus. L'Académie en jugera par le compte que nous allons lui rendre des salles destinées aux maladies chirurgicales. Ces salles doivent être privilégiées dans tous les hôpitaux ; c'est-là que l'art vient au secours de la nature par des moyens souvent terribles. On est responsable de la vie des hommes, quand on ne prend pas des mesures pour assurer le succès de ces moyens redoutables. A quoi sert de faire souffrir un malheureux, si on n'a pas la probabilité de le sauver, si on n'augmente pas cette probabilité par toutes les précautions possibles ? Ces précautions sont la tranquillité des malades, la propreté du local & la pureté de l'air. Mais quelle tranquillité peuvent avoir les blessés à l'Hôtel-Dieu, dans la salle Saint-Paul ? cette salle a 111 lits, 78 grands, 33 petits. Le 6 janvier elle contenoit 272 malades ; elle en pourroit contenir beaucoup davantage, suivant l'usage de l'Hôtel-Dieu. Ce grand nombre d'hommes réunis & celui des hommes employés à les servir, est un premier obstacle à la tranquillité ; mais cette salle est le passage qui conduit à l'office Saint-Paul, aux offices au pain & au vin, aux caveaux pour l'échangeage, pour le linge sale & pour le sable. C'est par cette salle & en suivant sa longueur, au milieu des blessés, que l'on porte les charges de bois, de linges, de vivres & de tous les autres objets nécessaires à plusieurs salles (*h*) ; c'est dans cette salle que les pauvres du dehors s'assembloient tous les après-midi, pour consulter le Chirurgien-major ; & la confusion du bruit des pas & des voix augmente la rumeur. Comment dans cette agitation, parmi tous ces gens en mouvement, procurer aux malades, après un pansement douloureux, ces premiers momens de repos qui décident souvent de leur conservation ?

La propreté exige plus de soin dans une salle de blessés que dans toute autre ; la pureté de l'air y est plus difficile à maintenir, à cause du sang & du pus, qui entache sans

placées. La salle des blessés a trop de mouvement & de bruit.

La propreté y est impossible.

(*h*) La salle des opérations & celle des fous.

cesse le plancher. Il est impossible de nettoyer ou de bien nettoyer ce plancher, au milieu de quatre rangs de lits, dans une largeur de 34 pieds. Ces lits en occupent 21, les deux files du milieu se touchent, & il ne reste entre celles-ci & les autres, qu'un passage de 6 pieds & demi de chaque côté. Il est difficile d'y maintenir la propreté, lorsqu'on accumule dans un échangeoir & dans un caveau de cette salle, tout le linge chargé de pus, de sang & d'autres matières fétides; c'est un foyer d'infection qu'on y conserve; d'ailleurs chaque lit en est un. Le 12 janvier de cette année, il y avoit 258 blessés, pour 111 lits (i). Il y en avoit donc un dans chacun des 33 petits lits, & 225 dans les grands: c'est trois par lit. Tous les soins du monde ne peuvent tenir propre & sans odeur un lit où il se fait tous les jours trois ou six pansemens. Ajoutez à ce tableau les latrines, qui sont trop près de la salle, trop petites pour le nombre des malades, & toujours salies dès l'entrée; les lits des agonisans, & qui souillés sont un nouveau foyer d'infection; les exhalaisons que fournit l'escalier & qui montent de la salle Saint-Charles placée au-dessous, où sont 3 à 400 fiévreux; & ce tableau est celui de la salle des blessés.

L'air de la salle  
des opérations  
est infecté.  
Danger du  
spectacle des  
opérations pour  
ceux qui ont été  
opérés, ou pour  
ceux qui doivent  
l'être.

La salle, dite *des opérations*, est destinée en effet aux opérations les plus graves & les plus délicates, & elle est entourée de toutes parts de tout ce qui peut en infecter l'air. Elle communique à la salle Saint-Paul, dont nous venons de décrire la fétidité; placée presque sur la salle des morts, elle en reçoit les émanations par les croisées; à l'encoignure du mur extérieur est un plomb qui, dans les chaleurs, répand une odeur infecte; & du côté du midi elle a des terrasses qui, placées au-dessous de plusieurs logemens & des salles des accouchées, en reçoivent les immondices & les vidanges. Mais un grand malheur pour ceux à qui on a fait ou à qui on doit faire

---

(i) Voyez la feuille du mouvement de ce jour.

des opérations, pour ces infortunés qui ne doivent souffrir que de leurs propres maux, & à qui toute émotion étrangère est dangereuse, c'est que ces opérations s'y font au milieu de la salle même. On y voit les préparatifs du supplice; on y entend les cris du supplicié: celui qui doit l'être le lendemain, a devant lui le tableau de ses souffrances futures; & celui qui a passé par cette terrible épreuve, doit être profondément remué & sentir renaître les douleurs, à ces cris semblables aux siens; & ces terreurs, ces émotions, il les reçoit au milieu des accidens de l'inflammation ou de la suppuration, au préjudice de son rétablissement & au hasard de sa vie. Voilà quels sont dans cet hôpital les moyens de guérison pour les opérés, & les moyens de succès pour les habiles Chirurgiens qui y déploient les ressources de leur art! Beaucoup d'hôpitaux ne sont pas exempts de ce défaut, & n'ont comme l'Hôtel-Dieu de Paris, de salles uniquement destinées aux opérations que celle de la taille. Il en faut cependant excepter quelques-uns, & sur-tout l'Hôtel-Dieu de Lyon. Mais un hôpital bien ordonné, ordonné par l'humanité, doit avoir trois salles pour les opérés: la première, où ils sont préparés à l'opération; la seconde, où ils la subissent, & la troisième, où on les place après qu'ils ont été opérés. Celle-ci doit être éloignée du bruit, pour leur procurer le repos & la tranquillité dont ils ont besoin.

Toutes ces précautions sont nécessaires pour faciliter le succès des opérations, pour conserver les blessés, que la nature n'a point condamnés, & que les accidens ont seuls approchés de la mort. Mais s'il est important de rendre à la société un nombre d'hommes précieux à la patrie & à leur famille, il est à l'Hôtel-Dieu une classe nombreuse & intéressante, qu'il est également important de conserver; c'est celle des femmes enceintes qui vont y accoucher. Cinq salles, placées au deuxième étage sur la rue de la Bucherie,

Les salles des  
femmes  
enceintes & des  
accouchées ne  
sont pas mieux  
disposées.

leur sont destinées : la salle Saint-Joseph & la salle Sainte-Marguerite sont pour les femmes enceintes ; il y a ensuite la salle des accouchemens & celle des accouchées ; puis la salle dite *des nourrices*, qui est réservée aux enfans allaités par leurs mères. On place à Sainte-Marguerite les femmes enceintes recommandées (*k*), & on place à Saint-Joseph toutes les autres femmes, légitimes ou de mauvaises mœurs, ce qui est un inconvénient moral ; on les y place saines & malades, ce qui est un grand inconvénient physique. A Londres, ces différentes espèces de femmes ont des hôpitaux différens ou des salles séparées. Les trois salles de Saint-Joseph, des accouchemens & des accouchées, renferment 67 grands lits & 39 petits (*l*), dont 15 sont occupés par des personnes de service. Le 12 janvier de cette année, il y avoit dans ces salles 175 femmes ; il y avoit donc ce jour-là 17 grands lits qui contenoient chacun 3 femmes, & ce n'étoit pas un moment de surcharge. Il y a des jours où ces lits contiennent quatre femmes & davantage.

Ces femmes  
sont trois à  
quatre dans un  
lit ; elles respirent  
un air corrompu  
& humide.

L'Académie se rappelle ce que nous avons observé sur les grands lits, où l'on couche quatre & six malades, & sur les maux qui en résultent ; mais la gêne qu'on éprouve dans ces lits, est plus grande pour les femmes grosses que pour les malades. Elles occupent plus de place ; il y a de plus le danger de blesser leur enfant. La difficulté de dormir allume leur sang, & elles perdent de leur santé, au moment où elles ont besoin de toutes les forces de la nature, tant pour mettre au jour & conserver leur enfant, que pour se conserver elles-mêmes. Mais dans ces

---

(*k*) Cette salle n'a que onze lits.

(*l*) Le nombre des lits des salles peut varier, parce qu'on en transporte quelquefois d'une salle dans une autre. Les nombres que nous donnons, sont ceux qui avoient lieu dans le temps où l'on a dressé les Mémoires qui nous ont été fournis. Au reste, les variations ne peuvent pas être fort grandes, & les différences sont nécessairement légères.

lits les femmes saines sont mêlées avec les malades ; les saines incommode les malades , & les malades altèrent la santé des femmes saines ; ainsi toutes se nuisent réciproquement : voilà pour les femmes enceintes , voici pour les accouchées.

Qu'on se représente ces femmes réunies quatre ou plus dans un lit , à diverses époques de leurs couches , avec des évacuations naturelles qui les inondent & les infectent , le sein tendu , la tête & le ventre douloureux , au milieu de la fièvre & de la sueur de lait ; quelle santé tiendrait à cette situation , sans se déranger ? quelle maladie n'en seroit point accrue ? & que l'on entr'ouvre ces lits , il en sort des vapeurs chaudes & infectes , des vapeurs qui sont sensibles à l'œil , & que l'on peut diviser & écarter avec la main. Ces vapeurs se mêlent à l'air de la salle ; elles passent dans la salle des femmes enceintes , qui n'est séparée de celle des accouchées que par une cloison dont les portes sont à jour. Nous avons dit que ces salles n'ont de jour & d'air que d'un côté ; & avec tant de moyens d'infecter l'air , il y a peu de facilité pour le renouveler. L'air de ces salles est d'ailleurs altéré par les émanations des salles inférieures , sur-tout de celles des blessés & des opérations , qui sont immédiatement au-dessous , & par toutes les sources de corruption dont ces salles des blessés sont entourées. Ainsi les femmes grosses , les accouchées , sont environnées d'infection ; elles sont nuit & jour dans un air corrompu. Il n'est pas seulement corrompu , il est continuellement humide. L'étage supérieur est occupé par des séchoirs , où par conséquent on entasse du linge mouillé , qui communique son humidité au plancher ; devant les fenêtres de ce département sont d'autres linges suspendus pour sécher. Ces salles sont donc entretenues dans une humidité perpétuelle , toujours plus développée par la chaleur , toujours augmentée par les vapeurs de la transpiration. Or on sait que l'humidité est mortelle aux femmes en couche. C'est un fait d'observation qu'il en périt davantage dans les temps

chauds & humides, que dans les temps chauds & secs, & de même en hiver dans les temps froids & humides, que dans les temps secs & froids.

La salle des opérés & celle des femmes en couche, sont placées sur une rue fréquentée par les voitures, & les ébranlemens nuisent au succès des opérations des uns, & au rétablissement des autres.

A ces inconvéniens, qui naissent tous du défaut d'espace dans l'intérieur de l'Hôtel-Dieu, se joignent d'autres inconvéniens qui tiennent à sa position. Le bâtiment méridional est placé sur la rue de la Bucherie. C'est par cette rue que débouche, & sans cesse, un nombre considérable de voitures de pierres, de bois de charpente & de bois à brûler. On a fait compter ces voitures, & on en a vu passer jusqu'à 168 en une heure (m). Le hasard ou l'inattention ont placé, dans ce bâtiment & sur cette rue, les salles destinées aux maladies chirurgicales & aux opérations, celle des taillés, celle des femmes en couche. On sait que le bruit est contraire aux femmes qui sont dans cet état; on sait que les ébranlemens sont nuisibles aux hommes & aux femmes qui ont subi des opérations. Toutes ces salles sont au premier & au second étage où les vibrations sont plus sensibles. Ces ébranlemens répétés portent des secousses terribles à la tête des malheureux trépanés, excitent des tressaillemens, donnent souvent des convulsions à ceux à qui on a coupé la jambe ou la cuisse, irritent & précipitent au tombeau une foule d'infortunés, victimes de ces dispositions mal entendues.

Les registres pourroient montrer si les opérations sont heureuses à l'Hôtel-Dieu.

Nous avons demandé la communication des registres, & nous y aurions peut-être trouvé des détails sur les pertes particulières des salles, tant des opérés, que des femmes en couche; nous y aurions vu le nombre des opérations malheureuses, & le petit nombre de celles qui ont pu réussir: & comme ces opérations sont faites par des Chirurgiens habiles, à qui on ne peut imputer le manque de succès, nous aurions démontré par le fait, les funestes effets de la disposition intérieure des salles & de leur emplacement. Ces données nous manquent; mais un point de théorie



qu'on ne peut contester, c'est qu'un hôpital bien construit, & dont toutes les parties seront combinées pour le bien-être des malades & pour leur guérison, ne placera pas les salles des opérations chirurgicales, celle des hommes taillés de la pierre, celle des femmes en couche, au premier & au second étage, sur une rue fréquentée, & sans cesse ébranlée par des voitures pesantes.

Si nous ne pouvons pas constater, par l'expérience, le danger de ces ébranlemens, nous avons un témoignage qui dépose du danger de l'infection de l'air; c'est celui de Dionis, Démonstrateur d'anatomie sous Louis XIV, & premier Chirurgien de Madame la Dauphine. « A Paris, dit-il, le trépan est assez heureux, & encore plus à « Versailles, où l'on n'en meurt presque point; mais les « trépanés périssent tous à l'Hôtel-Dieu de Paris, à cause « de l'infection de l'air qui agit sur la *dure-mère* & qui y « porte la pourriture » (n).

Le trépan y est  
toujours mortel.

Quant aux femmes en couche, la mauvaise disposition des salles ne peut que leur être funeste; aussi voit-on qu'il en périt un grand nombre à l'Hôtel-Dieu, dans l'année 1664. M. de Lamoignon, Premier Président, l'un des chefs de l'administration, voulut connoître les causes de cette perte déplorable; Vesou, Médecin de cet hôpital, indiqua le défaut de la situation des salles, & attribua cette grande mortalité aux vapeurs infectes qui s'élevoient de la salle des blessés. Ces pertes n'avoient point lieu jadis, quand les salles des accouchées, par une autre disposition, en étoient éloignées. Peu, Chirurgien à l'Hôtel-Dieu en 1664, a observé que l'épidémie étoit d'autant plus considérable, qu'il y avoit plus de blessés dans cette salle. En 1746, au rapport de M. Malouin, il y eut une épidémie semblable sur les femmes en couche; elle fit les plus grands ravages à l'Hôtel-Dieu, & sur vingt femmes qui en étoient

Il y a souvent à  
l'Hôtel-Dieu des  
épidémies sur  
les femmes  
en couche.

---

(n) Cours d'opérations de Chirurgie, quatrième édition. Paris, 1740, page 512.

attaquées, à peine pouvoit-on en réchapper une. En 1774, il y eut dans cet hôpital une épidémie qui a reparu tous les hivers jusqu'en 1781, & qui règne encore plus ou moins chaque année dans les temps froids. Ces faits sont tirés des Mémoires que M. Tenon nous a communiqués. On y voit que toutes les femmes frappées de cette épidémie périssoient, & sur douze, sept étoient attaquées: l'Hôtel-Dieu perd donc quelquefois plus de la moitié des femmes qui y vont accoucher. M. Tenon, dans les Mémoires que nous citons, développe toutes les causes de mortalité que nous ne faisons qu'indiquer ici. Quelques extraits des registres de l'Hôtel-Dieu qu'il s'étoit précédemment procurés, lui ont fourni des résultats que l'Académie sera bien aise de connoître. Ces extraits, relatifs aux femmes en couche, embrassent une suite de douze années: il en résulte qu'il y a eu une opération césarienne sur 2864 accouchemens, un accouchement de force ou par le moyen du forceps sur 198; enfin, parmi les accouchemens naturels, il a trouvé que les plus faciles, ceux où l'enfant se présente par la tête, sont à ceux où il se présente par les pieds, comme 11 à 1. Il est consolant pour l'humanité de voir que les dangers & les accidens, auxquels les femmes en couche sont exposées, ne sont pas plus fréquens. Quant à la mortalité, les tables que l'on imprime tous les ans à Paris, ne nous apprennent rien sur le nombre des femmes qui meurent en couche; mais M. Tenon s'est procuré des renseignemens utiles sur la ville & sur les hôpitaux de Londres; il montre qu'en cent ans, la mortalité des accouchées, dans cette ville, a été d'une sur 59; mais avec cette circonstance remarquable, que la mortalité diminue graduellement, de manière que, dans les dix premières années, elle étoit d'une sur 35, & que dans les dix dernières, elle n'est plus que d'une sur 77. La ville de Genève, où la perte est d'une femme sur 90 accouchées, donne lieu à la même observation; d'où il résulte évidemment que l'art se perfectionne, & que le progrès

progrès des connoissances tourne au profit de l'humanité. La perte des femmes en couche est encore plus foible à Dublin, où elle n'est que d'une sur 110, & sur-tout à Manchester, où elle est seulement d'une sur 128. A l'égard des hôpitaux, on trouve que l'hôpital britannique à Londres, dans trente-deux années comparées, n'a perdu qu'une accouchée sur 51. Un autre hôpital de cette ville offre même une mortalité infiniment moindre, il ne perd qu'une accouchée sur 131.

C'est à ces résultats que l'on pourra comparer la perte de l'Hôtel-Dieu, lorsque les registres seront ouverts, & que cette perte sera connue. Mais ce que nous devons observer, c'est que le traitement des femmes en couche, à l'Hôtel-Dieu, mérite toute l'attention du Gouvernement. Ce n'est point un objet de peu d'importance; depuis 1712, jusques & compris 1785, en soixante-treize ans, on a baptisé à l'Hôtel-Dieu 102355 enfans: c'est 1402 par an. Le nombre des accouchées est plus considérable; il faut y ajouter toutes les femmes dont les enfans, morts en naissant, ne sont point baptisés; & ce nombre peut être assez grand, parce que les travaux des femmes du peuple les exposent à être blessées. M. Tenon a trouvé qu'à Londres le nombre des enfans morts en naissant, est à celui des naissances, comme 1 est à 31. On peut donc croire que, dans ces soixante-treize années, il y a eu 3302 enfans morts en naissant à l'Hôtel-Dieu; & ce nombre doit être ajouté à celui des baptêmes. M. Tenon a trouvé aussi que sur 96 couches il y en avoit une double; il en résulte qu'on a dû avoir à l'Hôtel-Dieu, dans le même intervalle de temps, 1066 de ces accouchemens. Ce nombre doit être retranché de celui des baptêmes; & le nombre total des accouchemens a dû être, dans ces soixante-treize années, à très-peu-près, 104591, c'est-à-dire, 1433 par an. Il s'agit donc tous les ans, à l'Hôtel-Dieu, de 1433 mères qui viennent donner des enfans à l'État, qui la plupart sont d'un âge à en faire espérer d'autres, & qu'il

La conservation  
des femmes  
enceintes mérite  
toute l'attention  
du  
Gouvernement.

s'agit de conserver. On voit que les naissances à Paris étant environ de 19500, celles de l'Hôtel-Dieu sont, chaque année, plus que la quatorzième partie de la génération qui se renouvelle à Paris, & une portion précieuse de la population de la France.

La perte de ces femmes en couche & des opérés est en partie l'effet de l'infection de l'air; & cette infection est la grande cause de l'insalubrité de l'Hôtel-Dieu.

Les épidémies dont nous venons de parler, & qui ont fait périr tant de femmes en couche, étoient dûes la plupart à la fièvre puerpérale; & lorsqu'elle survient à l'Hôtel-Dieu, au milieu de ces femmes assemblées en nombre, & dans les mêmes salles & dans les mêmes lits, on peut juger de ses ravages. Mais les mauvaises odeurs dont elles sont entourées, l'infection de l'air qu'elles respirent, sont des causes constantes de mortalité. Les femmes, dans cet état, sont vivement affectées des odeurs quelles qu'elles soient; elles ont particulièrement besoin de respirer un air pur. L'observation de Dionis prouve que l'infection de l'air de l'Hôtel-Dieu a des effets aussi évidens que funestes, dans les maladies où les parties les plus délicates du corps humain sont à découvert; & on peut juger que, dans une infinité d'autres cas, dans toutes les maladies, dans toutes les salles, l'influence de cette infection, pour être moins sensible, n'en est pas moins puissante. L'air qui circule à l'Hôtel-Dieu, d'une extrémité des salles à l'autre, & du rez-de-chaussée au troisième ou au quatrième étage, n'est qu'une grande masse d'air corrompu. L'air extérieur n'y pénètre que difficilement & lentement; il y a peu de croisées; rarement elles sont opposées pour chasser directement l'air altéré des salles: il faut qu'il circule, qu'il fasse de longs détours avant de sortir; & l'air du dehors, qui a le même chemin à faire, n'arrive dans certaines salles que chargé de la corruption de toutes les autres. C'est ici la grande cause de l'insalubrité de l'Hôtel-Dieu: qu'il nous soit permis de la développer.

L'homme altère l'air qu'il respire. De-là naît la nécessité que l'air soit renouvelé,

L'homme respire sans cesse l'air dont il est entouré, il ne peut s'en passer un instant; c'est cet air qui entretient la vie. Mais la masse entière de l'air n'est pas consacrée à

*firmeries des Hôpitaux de Paris.*

UR S.	5. HAUTEUR des S A L L E S.	6. NOMBRE des L I T S.		7. NOMBRE des MALADES.	8. QUANTITÉ d'air à respirer par MALADE.
		Grands.	Petits.		
	toises, pieds, pouces.	à 4.	à 1.		toises, pieds, pouces.
1.	2. 0. 0.	87.	26.	374.	1 $\frac{1}{4}$ cube.
2.	2. 2. 0.	78.	33.	345.	1 $\frac{1}{2}$ .
3.	3. 5. 6.	0.	0.	200.	4 $\frac{1}{2}$ .
4.	2. 1. 0.	0.	10.	10.	7 $\frac{1}{2}$ .
5.	2. 5. 0.	0.	48.	48.	4.
6.	3. 2. 0.	0.	30.	30.	7 $\frac{1}{2}$ à-peu-près.
7.	2. 4. 9.	0.	34.	34.	10.
8.	2. 4. 9.	0.	15.	15.	7. environ.
9.	2. 2. 0.	0.	18.	18.	6 $\frac{3}{4}$ .
10.	2. 2. 0.	0.	74.	74.	6 $\frac{3}{4}$ .
11.	2. 2. 7.	0.	16.	16.	2 $\frac{2}{3}$ .
12.	2. 5. 6.	0.	18.	18.	6.

TABLE des Dimensions des principales Infirmeries des Hôpitaux de Paris.

1. NOMS des HÔPITAUX.	2. NOMS des SALLES.	3. LONGUEUR des SALLES.	4. LARGEUR des SALLES.	5. HAUTEUR des SALLES.	6. NOMBRE des LITS.		7. NOMBRE des MALADES.	8. QUANTITÉ d'air à respirer par MALADE.
		toises, pieds, pouces.	toises, pieds, pouces.	toises, pieds, pouces.	Grands. à 4.	Petits. à 1.		toises, pieds, pouces
1. HÔTEL-DIEU.....	Saint-Landry..	40. 0. 0.	5. 3. 0.	2. 0. 0.	87.	26.	374.	1 $\frac{1}{2}$ cube.
2. HÔTEL-DIEU.....	Saint-Pierre & Saint-Paul..	39. 4. 0.	5. 4. 3.	2. 2. 0.	78.	33.	345.	1 $\frac{1}{2}$ .
3. HÔPITAL SAINT-LOUIS...	Saint-Jean...	60. 0. 0.	3. 5. 4.	3. 5. 6.	0.	0.	200.	4 $\frac{1}{2}$ .
4. HÔPITAL DE LA SALPÊTRIÈRE.	Infirmerie des Sœurs - gou- vernantes...	10. 2. 0.	3. 2. 0.	2. 1. 0.	0.	10.	10.	7 $\frac{1}{2}$ .
5. HÔPITAL DE LA SALPÊTRIÈRE.	Dans l'hôpital neuf, au rez- de-chauffée à gauche.....	12. 0. 0.	5. 4. 6.	2. 5. 0.	0.	48.	48.	4.
6. INCURABLES.....	Saint-Louis, l'une des huit salles neuves d'en bas....	17. 0. 0.	4. 0. 0.	3. 2. 0.	0.	30.	30.	7 $\frac{1}{2}$ à-peu-près.
7. HÔPITAL DE LA CHARITÉ...	La Vierge...	28. 3. 0.	4. 2. 0.	2. 4. 9.	0.	34.	34.	10.
8. HÔPITAL DE LA CHARITÉ...	Saint-Raphaël.	9. 2. 0.	4. 1. 6.	2. 4. 9.	0.	15.	15.	7. environ.
9. HÔTEL ROYAL DES INVALIDES.	Notre-Dame..	13. 0. 0.	4. 0. 0.	2. 2. 0.	0.	18.	18.	6 $\frac{1}{2}$ .
10. HÔTEL ROYAL DES INVALIDES.	Saint-Côme..	49. 2. 0.	4. 0. 0.	2. 2. 0.	0.	74.	74.	6 $\frac{1}{2}$ .
11. HOSPICE de S <sup>t</sup> -SULPICE...	Saint-Jacques pour les blessés.	5. 0. 8.	3. 3. 5.	2. 2. 7.	0.	16.	16.	2 $\frac{1}{2}$ .
12. HOSPICE DE SAINT-JACQUES DU HAUT-PAS.....	Infirmerie des femmes....	10. 5. 0.	3. 2. 9.	2. 5. 6.	0.	18.	18.	6.

cet emploi : chaque portion d'air est composée, pour les trois quarts environ, d'un fluide nommé *mosfette atmosphérique*, dans lequel les animaux ne pourroient vivre ; & pour l'autre quart d'un air éminemment respirable, destiné principalement à entretenir la vie, & qui par cette raison a été nommé *air vital* (o). C'est donc cette partie que nous respirons réellement. Mais elle est en partie dénaturée dans le poumon ; l'expiration, en rendant à-peu-près les trois parties de *mosfette atmosphérique*, ne rend pas tout l'air vital qui a été respiré, & elle y substitue une partie d'air fixe. Nous consommons donc à chaque instant une petite portion de l'air vital qui nous entoure ; & s'il n'étoit pas renouvelé, au moins au bout d'un temps, nous péririons au milieu d'un fluide dénaturé & que nous-mêmes aurions rendu mortel. Les animaux ne vivent que peu d'instans sous une cloche de verre hermétiquement fermée, & l'expérience permet d'avancer qu'un homme ne vivroit pas plus de 24 heures, s'il n'avoit qu'une demi-toise cube d'air qui ne fût pas renouvelé (p).

Cela posé, on peut examiner la quantité d'air que les malades ont à respirer dans les différens hôpitaux. On voit, par le Tableau ci-joint, que les salles de Saint-Paul & de Saint-Landry, à l'Hôtel-Dieu, sont les plus basses de toutes celles qui sont ici comparées. Les salles de la Charité, par exemple, ont près de 17 pieds de haut pour 15 & 34 malades seulement, tandis que les deux salles de l'Hôtel-Dieu n'ont que 12 à 14 pieds de haut pour 345 & 374 malades. La hauteur des salles dans un hôpital, doit être réglée sur la nature des maladies qui y sont traitées. La loi de la pesanteur des fluides fait que l'air échauffé

Les salles de l'Hôtel-Dieu sont trop basses. Dimensions des salles relatives aux différentes maladies.

(o) La *mosfette atmosphérique* est pour 72 ou 73 parties, & l'air vital pour 28 ou 27 sur cent. M. Lavoisier, *Mém. de la Société Royale de Médecine*, page 570.

(p) Un homme paroît consommer 5 pieds cubes d'air par heure, & par conséquent une demi-toise cube ou 108 pieds en vingt-une heures  $\frac{1}{2}$ . M. Lavoisier, *Mém. de la Société royale de Médecine*, page 572.

monte dans les couches supérieures de la salle ; elle fait aussi que la *mofette atmosphérique*, rejetée par l'expiration, étant plus légère que l'air (*q*), est toujours portée dans les parties élevées. Il y a tout lieu de croire que les miasmes putrides & morbifiques dont nous ne connoissons ni la nature, ni la pesanteur spécifique, s'élèvent également dans la hauteur des salles. On en peut juger par la mauvaise odeur qui s'exhale du plancher des salles où l'on a pratiqué des ventouses (*r*). Il s'ensuit que les maladies inflammatoires, la petite vérole, le scorbut, la folie, enfin toutes les maladies où il y a & fièvre ardente & émanations putrides, doivent être traitées dans des salles dont les planchers soient élevés. Les maladies des personnes âgées, foibles, cacochymes, pituiteuses, les fièvres intermittentes d'automne, les asthmes humides, demandent un volume d'air moins considérable, plus aisé à échauffer, & un plancher plus bas : mais il faut remarquer que nous appelons ici plancher élevé, celui qui a de 17 à 20 pieds, & plancher bas, celui qui en a 14 ou 15 ; 12 pieds ne suffisent, dans nos climats, à aucune espèce d'infirmierie. C'est la hauteur de plusieurs salles de l'Hôtel-Dieu, telles que celle de Saint-Landry, & toutes celles du troisième étage dans le bâtiment méridional ; il n'y a rien en ce genre de plus infect, de plus insalubre & de plus déraisonnablement construit, eu égard aux objets auxquels elles sont destinées.

Il n'y a pas assez d'air dans les salles pour la quantité des malades.

On remarquera d'autant plus le vice de cette construction, quand on considérera ces salles relativement au nombre des malades qu'elles contiennent, & à la quantité d'air qu'ils ont à respirer. Les malades à la Sal-

(*q*) Lorsque le baromètre est à 28 pouces, & le thermomètre à 10 degrés, un pied cube d'air atmosphérique

	once.	grains.
pèse.....	1.	3.
Un pied cube de mofette, pèse.....	1.	48.

M. Lavoisier, *Mém. de la Société Royale de Médecine*, page 571.

(*r*) Duhamel, *Moyen de conserver la santé aux Équipages des Vaisseaux*, page 225.



pètrière & aux Incurables, ont chacun 7 toises  $\frac{1}{2}$  cubes; à la Charité, il y a telle salle où ils ont 7 toises, & telle autre où ils en ont 10; tandis qu'à l'Hôtel-Dieu, dans la salle Saint-Paul, 344 malades n'ont chacun qu'une toise & demie; & dans la salle Saint-Landry, 374 malades n'ont qu'une toise & un quart. Ces dernières quantités approchent beaucoup de celle où un homme ne pourroit pas vivre 24 heures. Mais il faut remarquer que les expériences ont été faites sur des animaux sains, & qui avoient toutes leurs forces: ils ont été long-temps dans un état violent avant de périr (f); & il y a lieu de croire que des malades résisteroient moins & succomberoient plus tôt. On est effrayé de penser que si tout-à-coup, à l'entrée d'une des longues nuits d'hiver, on fermoit hermétiquement une de ces salles ainsi remplies, on trouveroit peut-être tous les malades morts le lendemain matin! Nous parlons ici d'un cas impossible; le lieu le mieux fermé conserve une circulation qui, à la rigueur, prévient ce danger. Nous supposons un état forcé pour juger de l'intensité de la cause, & pour établir des limites. L'état opposé est celui d'un homme qui respire, dans une cour ou dans un jardin, un air sans cesse & pleinement renouvelé, & qui consomme à chaque instant de l'*air vital*, sans craindre de l'épuiser. La situation d'un malade à l'Hôtel-Dieu est entre ces deux cas extrêmes. Sans doute il y a une circulation, sans doute l'air y est renouvelé; mais à proportion de ce que la circulation sera plus gênée & rendue plus difficile, l'état des malades approchera davantage du cas extrême & dangereux.

Or, que la circulation, que le renouvellement de l'air, soit difficile à l'Hôtel-Dieu, c'est ce dont il n'est pas possible de douter, quand on considère le petit nombre des croisées des salles; quand on voit combien elles sont

Le renouvellement de l'air y est difficile, & l'air qui arrive est souvent en partie corrompu.

---

(f) Mémoires de la Société de Médecine, déjà cités, page 572.

embarrassées par les linges qui sèchent suspendus devant ces croisées ; quand on fait attention que les salles sont accouplées , & n'ont de jour & d'air que d'un côté ; qu'elles s'enfilent les unes les autres , & que l'air corrompu d'une salle est remplacé par l'air corrompu d'une autre salle ; quand on pense enfin que ces salles sont entassées par étages , de sorte que sur les escaliers , qui ne sont point ouverts & qui sont cheminée , l'air du dehors se mêle sans cesse à l'air infect d'un étage , avant de pénétrer dans un autre étage ; ce mélange impur est l'air renouvelé , qui sert à la respiration & entretient la vie des malades. Les escaliers communs de Saint-Paul & de Saint-Nicolas partent de la salle Saint-Charles ; lorsque toutes les croisées des ces escaliers sont fermées , comme elles le sont le plus souvent , ils ne reçoivent de l'air que de la salle Saint-Charles. Cet air qui y monte , cet air qui les remplit est infect , on ne le respire qu'avec peine & avec dégoût : il est chargé des émanations de Saint-Charles , où il y avoit le 12 janvier de cette année 304 malades ; de Saint-Paul au premier , où il y en avoit 258 ; de Saint-Joseph au second , où il y en avoit 175. Et c'est avec toutes ces modifications malfaisantes qu'il arrive au troisième à la salle Saint-Landry , où il y avoit le même jour 260 malades (1).

On infecte encore cet air , en vidant les paillasses dans les salles. L'Hôtel-Dieu doit être le plus insalubre de tous les hôpitaux.

Mais ce n'est pas assez que l'air qui circule dans l'Hôtel-Dieu soit composé en partie , & de l'air déjà altéré par la respiration , & de l'air chargé des miasmes journaliers qui s'exhalent des corps malades ; un usage de l'Hôtel-Dieu fournit le moyen de surcharger encore cet air des miasmes accumulés pendant un temps. Lorsqu'il faut changer la paille des lits , il n'y a point de place particulière pour ce rechange , il se fait au milieu des salles ; & lorsqu'on ouvre ces paillasses , où tant d'infirmes différentes se sont reposées , on conçoit l'odeur qui s'en exhale , & qui en

---

(1) Voyez la feuille du mouvement de ce jour.

annonce le danger. Il y a plus : chaque salle contient un certain nombre de lits à la paille pour les agonisans ; on appelle de ce nom à l'Hôtel-Dieu , non-seulement ceux qui sont au moment de la mort , mais ceux qui gâtent leur lit. On les réunit sur cette paille quelquefois cinq ou six ; elle est simplement amoncelée sur la couchette , & bridée par un drap. Nous avons peine à dire que c'est quelquefois-là , au milieu de ces agonisans & de tout ce qui suit cet état de défaillance , au milieu de ces malades falis , que l'on met pour un temps ceux qui arrivent de bonne-heure & qu'on ne sait encore où placer. Ces lits à la paille ont besoin d'être renouvelés souvent. Il faudroit se trouver à l'Hôtel-Dieu , sur les quatre heures du matin , au moment où on retire à brassée cette paille infecte , où on la pose sur le plancher que l'on imprègne des miasmes , & que l'on charge des ordures qu'elle renferme ; c'est à ce moment que l'on peut juger de l'infection qui se répand , & dans les salles , & dans les escaliers , & dans tous les étages. Ces causes accidentelles & particulières se joignent aux causes générales & constantes de la corruption de l'air , & on est forcé de conclure que l'Hôtel-Dieu doit être le plus insalubre de tous les hôpitaux.

Toutes les causes d'insalubrité que nous venons d'établir , sont déduites des principes d'une saine physique , & des connoissances que la pratique de la Médecine a acquises. On ne peut leur opposer que l'expérience , dont les résultats ont quelquefois contrarié des théories qui paroissent bien fondées ; l'expérience est ici le degré de mortalité. Le pays le plus sain est celui où on vit le plus long-temps ; l'hôpital le plus insalubre est celui qui perd le plus de malades en proportion de ceux qu'il a reçus ; il perd plus d'hommes , parce qu'il oppose plus d'obstacles à leur guérison , parce qu'il réunit plus de causes d'insalubrité. Nous allons donc déterminer la mortalité de plusieurs hôpitaux , pour la comparer à celle de l'Hôtel-Dieu.

Il faut consulter  
l'expérience sur  
l'insalubrité  
qu'annoncent les  
dispositions  
locales de  
l'Hôtel-Dieu.

# 56 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE

Tableau de la  
mortalité des  
différens  
hôpitaux.

Hôpital d'Édimbourg. ....	1 mort sur	25 $\frac{1}{2}$
Hôpital du Saint-Esprit à Rome..	1..... sur	11
Hôpital de Lyon. ....	{ 1..... sur	11 $\frac{2}{5}$
		13 $\frac{2}{3}$
Hôpital de Saint-Denys. ....	1..... sur	15 $\frac{1}{8}$
Hôpital de Versailles. ....	1..... sur	8 $\frac{2}{5}$
Hospice de Saint-Sulpice. ....	1..... sur	6 $\frac{1}{2}$
Hôpital de la Charité à Paris....	1..... sur	7 $\frac{1}{2}$
Hôtel-Dieu de Paris. ....	1..... sur	4 $\frac{1}{2}$

(\*).

Nous

## (\*) A ÉDIMBOURG.

I.	Malades ...	Morts.
Existans au 1. <sup>er</sup> Janvier 1770. ....	132.	
Entrés en	1770. ....	57.
	1771. ....	66.
	1772. ....	54.
	1773. ....	79.
	1774. ....	62.
	1775. ....	61.
	9403. ....	379.
Restés pour 1776. ....	184.	
	9219.	

On ajoute qu'en 1776 & 1777, les malades ont été au nombre de 1668 & 1593, & les morts au nombre de 57 & 52.

9219. ....	379.
1668. ....	57.
1593. ....	52.

12480. .... 488.

Ce qui fait un mort sur 25,574. (*The history and statutes of the Royal Infirmary of Edimbourg, 1778, p. 29 - 33*).

II. Nous

Nous déclarons que, dans ce tableau comparé de la mortalité des différens hôpitaux, nous ne garantissons que les rapports de mortalité établis sur nos calculs, & sur les relevés que nous avons faits nous-mêmes. Nous ne

II. Nous trouvons dans des états imprimés de l'hôpital du Saint-Esprit, à Rome.

	Nombre des malades.	Morts.
1. <sup>er</sup> Janvier 1775.....	309.	
Entrés en { 1775.....	8895.....	787.
{ 1776.....	7724.....	716.
{ 1777.....	8265.....	736.
	<hr/>	<hr/>
	25193.....	2239.
	507.	
	<hr/>	
	24686.	

Ce qui fait un mort sur 11,025.

III. A L'HÔPITAL DE LYON, suivant les états qui nous ont été fournis.

	Malades.	Morts.
Entrés en { 1784.....	13463.....	1227.
{ 1785.....	15821.....	1343.
	<hr/>	<hr/>
	29284.	2570.

Ce qui fait 1 sur 11,394.

M. de Chamouffet cite le relevé de quatre années, fait sur le registre de cet hôpital, par les ordres de M. le Duc de Villeroy.

	Malades.	Morts.
1751.....	10873.....	849.
1752.....	12194.....	925.
1753.....	12752.....	934.
1754.....	11981.....	805.
	<hr/>	<hr/>
	47800.....	3513.

(Vues d'un Citoyen, première partie, page 190.) C'est 1 sur 13,606

Hist. 1785.

H

donnons donc comme constatés par nous, que les rapports de mortalité des hôpitaux de l'Hôtel-Dieu, de la Charité de Paris, de l'hospice de Saint-Sulpice, & de l'Hôtel-Dieu de Saint-Denys. Mais on voit que la perte de l'Hôtel-Dieu est la plus forte de toutes, & dans une proportion considé-

IV. A L'HÔPITAL DE SAINT-DENYS EN FRANCE, suivant les états qui nous ont été fournis.

	<i>Malades entrés.</i>	<i>Sortis.</i>	<i>Morts.</i>	
En {	1776....	361....	326....	35.
	1777....	260....	240....	20.
	1778....	333....	311....	22.
	1779....	282....	269....	13.
	1780....	350....	332....	18.
	1781....	303....	285....	18.
	1782....	385....	362....	23.
	1783....	319....	295....	24.
	1784....	296....	272....	24.
	1785....	348....	331....	17.
	<hr/>	<hr/>	<hr/>	
	3237....	3023....	214.	

C'est un mort sur 15,126.

Il faut observer que cet hôpital a 36 lits, dont 8 sont occupés par des incurables; mais ces 8 incurables ne changent rien à la proportion que nous venons d'établir; il ne peut en être mort que quelques-uns dans le cours de ces dix années; on voit même que le nombre des fortis & des morts équivaut à celui des entrés: d'où il suit qu'il n'est point mort d'incurables pendant ce temps, ou qu'on n'en a pas tenu compte. C'est comme si l'hôpital n'avait que 28 lits.

V. M. de Chamouffet rapporte la mortalité des trois salles de l'hôpital de Versailles; nous ne parlerons ici que de celle des pauvres: 1902 malades y ont été reçus dans les deux années 1753 & 1754, & il en est mort 226. C'est 1 sur 8,416. (Vue d'un Citoyen, première partie, page 189).

nable. Cette perte est à peu-près double de celle des hôpitaux de Versailles & de la Charité de Paris; elle est presque triple de celle des hopitaux de Saint-Denys & de Lyon. Cette grande mortalité est la suite des causes d'insalubrité que nous avons remarquées; elle est la démonstration complète de l'action de ces causes, & des effets funestes qui en résultent; & elle démontre que l'auteur du Mémoire que nous examinons, a eu raison de regarder comme indispensable la translation de l'Hôtel-Dieu.

Cette mortalité est beaucoup plus forte que celle qui a été quelquefois déterminée par d'autres calculs. M.<sup>rs</sup> les

L'Hôtel-Dieu est celui de tous les hôpitaux qui perd le plus de malades, en proportion de ceux qu'il reçoit, & son insalubrité est démontrée par le fait.

C'est à tort que l'on fait entrer les enfans nés

# VI. HOSPICE DE SAINT-SULPICE.

		<i>Malades entrés.</i>	<i>Morts</i>
1. <sup>er</sup> Janvier	1779.....	70.	
Entrés en	1779.....	1564.....	273.
	1780.....	1549.....	327.
	1781.....	1649.....	245.
	1782.....	1812.....	254.
	1783.....	1997.....	293.
	1784.....	2063.....	272.
	1785.....	2023.....	307.
		12727.....	1971.
Restés le 1. <sup>er</sup> Janvier	1786.....	111.	
		12616.	

C'est un mort sur 6,401.

Cette mortalité est plus forte que celle de la Charité, déterminée dans le paragraphe suivant. Mais la Supérieure nous a fait observer qu'il y a à la Charité un assez grand nombre de lits fondés par des particuliers, qui y font porter leurs domestiques, pour des maladies très-légères: elle observe sur-tout que l'hospice de Saint-Sulpice reçoit plus de femmes que d'hommes; & que la mortalité des femmes est beaucoup plus grande que celle des hommes.

à l'Hôtel-Dieu  
dans le nombre  
des malades  
reçus.

Administrateurs de l'Hôtel-Dieu, dans le compte qu'ils ont rendu au Roi en 1773, ne l'ont porté qu'à un sur cinq & demi; mais nous montrons dans une note la source de leur erreur (*u*). On objectera peut-être que nous ne faisons point entrer, comme eux, les enfans nés à l'Hôtel-Dieu dans le nombre des malades reçus, & que cependant quelques-uns de ces enfans y meurent & entrent dans la mortalité. Nous répondrons que les enfans qui naissent & qui sont baptisés à l'Hôtel-Dieu, sont portés sur le champ aux Enfans-trouvés: il ne peut donc y avoir de mortalité que sur le petit nombre de ceux qui sont nourris par leurs mères pendant qu'on les garde à l'Hôtel-Dieu; mais la perte de ces enfans doit être infiniment petite. Nous ne voyons que 28 ou 29 enfans

VII. L'HÔPITAL DE LA CHARITÉ, suivant les états qui nous ont été fournis par les Religieux de cet hôpital.

Les années sont comptées du 1.<sup>er</sup> Janvier 1720, par exemple, au dernier Décembre 1729; & ainsi de suite,

		<i>Malades reçus.</i>	<i>Morts.</i>
1720...à...	1730.....	25755.....	3204.
1730.....	1740.....	23922.....	2983.
1740.....	1750.....	21906.....	2921.
1750.....	1760.....	23385.....	3378.
1760.....	1770.....	27027.....	3373.
	1770.....	3148.....	443.
	1771.....	3066.....	538.
	1772.....	3103.....	413.
		<hr/>	<hr/>
		131312.....	17253.

C'est un mort sur 7,611.

#### VIII. HÔTEL-DIEU DE PARIS.

Nous avons pris le nombre des malades reçus & celui des morts; dans les états imprimés que nous avons déjà cités plusieurs fois, & voici la méthode que nous avons suivie.

(*u*) Voyez la Note, pages 63 & 64.



sur les listes du mouvement de l'Hôtel - Dieu, le 25 décembre 1785 & le 12 janvier 1786. Au reste, nous nous proposons d'y avoir égard, si nous avions pu consulter les registres; mais ne les ayant pas obtenus, nous n'avons pu tenir compte de la légère différence qui en résulte; & il auroit été très - inexact, sous prétexte de cette foible mortalité des enfans, de les faire entrer tous dans le nombre des malades reçus, eux qui ne sont point

Nous avons négligé les huit premières années, depuis 1712 jusqu'en 1720, parce que les états ne donnent point le nombre des malades reçus.

Nous avons pris le nombre des malades existans à l'Hôtel-Dieu le 1.<sup>er</sup> Janvier 1721, puis mois par mois, le nombre des malades entrés, & cela jusqu'à la fin de la période dont nous voulions déterminer la mortalité. A la fin de cette période, le dernier Décembre 1730, les états donnent le nombre des malades qui restoient alors dans l'hôpital; nous avons retranché ce nombre de la somme des malades entrés pendant ces dix années; nous avons comparé le reste de cette somme à la somme des morts dans cet intervalle; & en faisant un calcul semblable sur chaque période d'années, nous avons trouvé

	<i>Malades.</i>	<i>Morts.</i>	<i>Mortalité.</i>
De {	1721 à 1731..	201919..	44861.. 1 sur 4,501.
	1731 à 1741..	214533..	47901.. 1 sur 4,479.
	1741 à 1751..	197964..	46372.. 1 sur 4,269.
	1751 à 1761..	215484..	46796.. 1 sur 4,605.
	1761 à 1773..	278841..	58790.. 1 sur 4,730.
	<hr/>		
	1108741..		244720.

Nous n'avons point fait usage des années depuis 1773 jusqu'en 1779 & suivantes, parce que nous avons cru apercevoir quelques omissions dans les états imprimés: nous avons craint qu'il n'y eût des malades de Saint-Louis qui ne fussent pas compris dans les entrées à l'Hôtel-Dieu. Si nous eussions eu la communication des registres, il nous auroit été facile de nous éclaircir à cet égard; mais ne les ayant pas, & étant en doute, nous avons pris le parti de rejeter ces années: nous les avons rejetées également dans les listes de la Charité, afin de pouvoir établir une exacte comparaison entre la mortalité de ces deux hôpitaux.

1108741 Malades & 244720 morts donnent la mortalité commune de l'Hôtel-Dieu, en cinquante-deux ans, de 1 sur .... 4,530.

malades, & qui vont, dès leur naissance, vivre ou mourir loin de l'Hôtel-Dieu.

Mais la manière, dont les choses s'y passent, peut offrir des compensations. Il ne faut pas croire que tout ce qui sort de l'Hôtel-Dieu, soit guéri. On y vient avec répugnance: un pauvre pressé par sa maladie s'y fait porter; mais on sollicite un lit ou à la Charité ou aux Hospitales; & ce pauvre qui va guérir ou mourir ailleurs, a grossi la liste des malades reçus, sans influencer sur la mortalité. Il ne faut pas croire encore que tout ce qui entre à l'Hôtel-Dieu soit malade; la paresse y amène des vagabonds sans asyle & sans pain: ils y sont en assez grand nombre, & la salle Saint-Charles leur est particulièrement affectée; ils en sortent, ils y reviennent, dans le cours de l'année. L'admission & la circulation de ces vagabonds augmentent le nombre des malades reçus, sans influencer sur la mortalité.

Les femmes enceintes ne devroient pas non plus y être comprises. Elles font paroître trop petite la mortalité moyenne.

Une autre considération plus importante fait connoître que la mortalité des malades doit être plus grande que nous ne l'avons déterminée. On enregistre tout ce qui entre à l'Hôtel-Dieu; nous ne pouvons pas douter que les femmes enceintes qui viennent pour y accoucher, ne soient enregistrées comme les autres, & que par conséquent toutes

---

Le nombre annuel & moyen des malades..... 21322.  
Et celui des morts..... 4706.

Au reste, si nous avions pris les treize années, depuis 1773 jusqu'en 1786, nous aurions eu 272566 malades & 61052 morts de plus, ce qui est à peu-près dans la même proportion. La mortalité de ces treize années est 1 sur 4,464, & la mortalité moyenne qui résulteroit des soixante-cinq années prises ensemble, seroit de 1 sur 4,517, un peu plus grande que celle qui résulte des cinquante-deux premières années; nous ne faisons donc point tort à l'Hôtel-Dieu, en nous en tenant à notre résultat, 1 sur 4,530.

M.<sup>rs</sup> les Administrateurs ont donné en 1773 un état des malades entrés & des morts, pendant les dix années de 1762 à 1772: ils établissent la mortalité de 1 sur  $5\frac{1}{2}$ , qui est beaucoup plus faible que celle que nous établissons; mais ils se sont trompés dans la manière dont ils ont déterminé cette mortalité.

des femmes ne soient comprises au nombre des malades entrés. Cependant des femmes en couche ne sont point

*Voici leur Tableau.*

ANNÉES.	MALADES.	TOTAL.	SORTIS.	TOTAL.	MORTS.
1763.	nés $\left. \begin{array}{l} 27092. \\ 1427. \end{array} \right\}$	28519.	restés $\left. \begin{array}{l} 20299. \\ 2868. \end{array} \right\}$	23167.	5352.
1764.	nés $\left. \begin{array}{l} 23302. \\ 1541. \end{array} \right\}$	24843.	restés $\left. \begin{array}{l} 17917. \\ 2512. \end{array} \right\}$	20429.	4414.
1765.	nés $\left. \begin{array}{l} 23677. \\ 1480. \end{array} \right\}$	25157.	restés $\left. \begin{array}{l} 18545. \\ 2643. \end{array} \right\}$	21188.	3969.
1766.	nés $\left. \begin{array}{l} 26727. \\ 1504. \end{array} \right\}$	28231.	restés $\left. \begin{array}{l} 20611. \\ 2756. \end{array} \right\}$	23367.	4864.
1767.	nés $\left. \begin{array}{l} 27631. \\ 1658. \end{array} \right\}$	29289.	restés $\left. \begin{array}{l} 20898. \\ 3090. \end{array} \right\}$	23988.	5301.
1768.	nés $\left. \begin{array}{l} 28127. \\ 1639. \end{array} \right\}$	29766.	restés $\left. \begin{array}{l} 21091. \\ 2892. \end{array} \right\}$	23983.	5783.
1769.	nés $\left. \begin{array}{l} 24785. \\ 1720. \end{array} \right\}$	26505.	restés $\left. \begin{array}{l} 19249. \\ 2769. \end{array} \right\}$	22018.	4487.
1770.	nés $\left. \begin{array}{l} 26467. \\ 1715. \end{array} \right\}$	28182.	restés $\left. \begin{array}{l} 20778. \\ 2912. \end{array} \right\}$	23690.	4492.
1771.	nés $\left. \begin{array}{l} 28600. \\ 1699. \end{array} \right\}$	30299.	restés $\left. \begin{array}{l} 22122. \\ 2814. \end{array} \right\}$	24936.	5363.
1772.	nés $\left. \begin{array}{l} 26879. \\ 1261. \end{array} \right\}$	28140.	restés $\left. \begin{array}{l} 20504. \\ 2454. \end{array} \right\}$	22958.	5182.
		278931.		229724.	49207.

D'où résulte en effet la mortalité de 2 sur 11, ou plus exactement, de 1 sur 5,668.

malades, il en meurt très-peu dans la société. Nous avons vu que, dans plusieurs villes d'Angleterre, la perte n'est que d'une sur 110 ou sur 128; & qu'à Londres, qui peut être comparée à Paris, la perte n'est que d'une sur 77. Et si, comme on le dit, il en meurt beaucoup à l'Hôtel-Dieu, cette perte très-regrettable est dûe aux vices de l'Hôtel-Dieu même.

À Londres, l'hôpital britannique ne perd qu'une femme sur cinquante-une accouchées. Un autre hôpital de la même

Mais 1.<sup>o</sup> on a fait entrer les nouveaux-nés dans le compte des malades reçus, & cela ne doit pas être. Ces enfans ne restent point à l'Hôtel-Dieu, ils passent aux Enfans-trouvés, & leur mortalité n'est pas sur le compte de l'Hôpital : le nombre de ces enfans monte ici à 15644.

2.<sup>o</sup> On compte parmi les malades fortis & guéris, ceux qui restent à la fin de l'année, & on les emploie l'année suivante comme entrés : c'est un double emploi ; en voici deux exemples pour le faire comprendre. La table donne le nombre des malades entrés en 1765, de 23677. Cependant le relevé exact fait par nous, sur les états imprimés, ne nous a donné que 21209 ; si on y ajoute les 2512 restans en 1764, on aura 23721, qui diffère très-peu du nombre de la table. Nous avons trouvé qu'il étoit entré en 1766, 24030 malades ; si on y ajoute les 2643 restans en 1765, on aura 26673, & la table donne 26627. Mais les malades restans à la fin d'une année, ayant été compris dans les entrées de l'année, ne doivent pas l'être dans les entrées de l'année suivante. Il y a donc double emploi de toute la colonne des malades restans, qui font une somme de 27710 ; & en y ajoutant les enfans, on a une somme de 43354, dont on a chargé mal-à-propos le nombre des malades entrés.

La table donne 278931 pour le nombre total des malades reçus : nous en avons fait le relevé sur les états imprimés, & nous n'avons trouvé que 235522 ; la différence 43409 est à très-peu près la somme des deux nombres précédens. C'est la différence des deux méthodes ; mais la nôtre est la seule exacte, & la seule qui donne la vraie relation des morts aux malades.

À l'égard de la petite différence que l'on peut remarquer entre les nombres 43409 & 43354, elle vient sans doute de ce que les états imprimés ne sont pas parfaitement conformes aux registres. Ce n'est pas la seule occasion que nous ayons eue de nous en apercevoir ; mais ces différences nous ont paru légères, & il y a lieu de croire qu'elles s'évanouissent dans un résultat total, établi sur le calcul d'un grand nombre d'années.

ville a encore une mortalité infiniment moindre, c'est une femme sur 131. Quelle que soit à l'Hôtel-Dieu une perte qui nous est inconnue, il n'est pas croyable, on ne peut pas supposer que, hors les temps d'épidémie, cet hôpital perde le quart ou le cinquième des accouchées; en les confondant avec tous les malades, ce qu'il perd de moins dans cette classe, diminue la mortalité moyenne (x). Si nous avions eu la communication des registres, nous aurions entièrement séparé les femmes en couche des malades, & nous aurions sans doute trouvé une mortalité plus grande. Cette considération nous permet donc de conclure affirmativement que la mortalité de l'Hôtel-Dieu est au moins d'un sur quatre & demi; & en l'établissant ainsi, nous ne prenons rien à la rigueur; ce n'est point exagérer les pertes de cet hôpital, c'est partir des données qui lui sont le moins contraires, puisque la mortalité qui en résulte est probablement au-dessous de la véritable.

La mortalité moyenne ici déterminée est donc au-dessus de la véritable.

Une observation particulière prouve que la mortalité de l'Hôtel-Dieu est due à sa mauvaise constitution & à son insalubrité, plus qu'à toute autre cause. L'année 1740 a été remarquable par un hiver rigoureux, hiver cité

L'insalubrité de l'Hôtel-Dieu est une cause constante de dépopulation qui s'ajoute à

---

(x) On peut estimer jusqu'à un certain point ce qui en résulte. Nous trouvons que, dans les cinquante-deux années dont nous avons calculé la mortalité, il est né & on a baptisé à l'Hôtel-Dieu 72508 enfans. Il faut observer qu'il doit y avoir un plus grand nombre d'accouchées; beaucoup de femmes du peuple, exposées à des travaux rudes, y arrivent blessées; leurs enfans sont morts en naissant; ils ne sont pas baptisés, & on ne les compte pas sur les listes. Le nombre 72508, en le prenant pour celui des accouchées, est donc trop foible. Si on le retranchoit du nombre des malades reçus, on auroit la mortalité d'un sur quatre & un quart, au lieu d'un sur quatre & demi. Il périt sans doute des femmes en couche, il faudroit en connoître le nombre pour le retrancher de la somme des morts. Mais n'ayant point les données de ce calcul, on voit toujours que moins il périra de femmes en couche, plus la mortalité moyenne augmentera & s'éloignera d'un sur quatre & demi, pour s'approcher d'un sur quatre & un quart. Ce quart qui reste ici dans l'incertitude, n'est pas peu de chose, car le nombre annuel & moyen des morts, à l'Hôtel-Dieu, étant 4706, il s'agit de près de 300 morts de plus ou de moins par an.

*Hist. 1785.*

I

l'intempérie  
des saisons  
fâcheuses.

moins pour l'intensité du froid que pour sa durée. L'Hôtel-Dieu reçut & traita cette année 26705 malades, & il en périt 7894; ce qui fait un sur trois & un tiers. Nous avons été curieux d'examiner la mortalité totale de Paris, dans la même année, & de la comparer à la mortalité de l'année précédente 1739. Il y a eu à Paris en 1739, 21986 morts; la même année, l'Hôtel-Dieu en a eu 5837. En 1740, il y a eu à Paris 25284 morts; & l'Hôtel-Dieu en a eu 7894. Comme les morts de l'Hôtel-Dieu sont compris dans la mortalité totale de Paris, on voit que, si cette mortalité a augmenté dans la raison de 21986 à 25284, la mortalité particulière de l'Hôtel-Dieu est pour beaucoup dans cette augmentation. En retranchant la mortalité de l'Hôtel-Dieu, de la mortalité de ces deux années, nous aurons la mortalité des habitans de la ville, & la perte qui est indépendante de celle de cet hôpital. Alors on trouve que Paris a perdu 16149 de ses habitans en 1739, & 17390 en 1740. Une année calamiteuse n'a augmenté la mortalité qu'à peu-près dans le rapport de 16 à 17. Il ne paroît donc pas qu'on puisse attribuer la quantité des malades à aucun vice de l'atmosphère. Il n'y avoit point de contagion; la longue rigueur du froid a causé tout le mal. Les gens aisés, qui s'en sont garantis, n'ont pas fait plus de pertes qu'à l'ordinaire, les pauvres, les nécessiteux à qui le bois a manqué, ont été seuls accablés de ce fléau; le froid les a frappés de maladie & ils sont venus en foule aux hôpitaux. Il faut donc comparer un hôpital à un autre. La Charité en 1740 a reçu 2372 malades, & a eu 374 morts; il en a donc perdu un sur six & un tiers, tandis que l'Hôtel-Dieu en a perdu un sur trois & un tiers. Tous ces pauvres surabondans, qui avoient également souffert du froid, devoient avoir des maladies à peu-près de la même espèce; & cependant l'Hôtel-Dieu a perdu, comme dans sa mortalité moyenne, à peu-près le double de la Charité. Cette proportion qui demeure la même entre ces deux hôpitaux dans les saisons

fâcheuses , comme dans les saisons ordinaires , prouve qu'en 1740 la mortalité a été augmentée à l'Hôtel-Dieu , non-seulement en raison des causes qui ont multiplié les maladies , mais en raison de son insalubrité.

Nous ne comparerons pas l'Hôtel-Dieu aux hôpitaux étrangers & même à ceux du royaume , où des causes particulières peuvent influer ; nous comparerons cet hôpital à l'hôpital de la Charité de Paris , à l'hospice de Saint-Sulpice , établis dans la même ville , traitant les pauvres qui respirent les mêmes influences , & qui vivent de la même manière. Les registres de la Charité nous ont offert le relevé d'un grand nombre d'années sur lesquelles on peut établir un résultat de mortalité exact ; nous avons eu soin de prendre les mêmes années qui nous ont fait connoître la mortalité de l'Hôtel-Dieu. À l'égard de l'hospice de Saint-Sulpice , comme il n'est établi que depuis 1779 , nous ne l'avons comparé à l'Hôtel-Dieu que dans les années écoulées jusqu'en 1786 ; ainsi nous rapprochons les trois hôpitaux dans les mêmes circonstances.

On peut  
comparer  
l'Hôtel-Dieu  
à la Charité & à  
l'hospice de  
Saint-Sulpice.

Les raisons qu'on allègue pour éloigner ces comparaisons ne nous ont pas paru valables ; on objecte que l'Hôtel-Dieu reçoit toutes les maladies , & que les autres hôpitaux ne reçoivent pas les maladies contagieuses. Nous répondons qu'on ne peut refuser nulle part les fièvres & les dysenteries contagieuses , dont on ne reconnoît pas le caractère à la première inspection ; nous disons que les maladies , telles que la gale , le scorbut & les écrouelles , qui ne sont pas reçues dans les autres hôpitaux , ne paroissent pas plus mortelles que plusieurs des maladies ordinaires. Il n'y auroit donc que la petite vérole qui pût faire une différence réelle ; mais elle ne peut entrer que pour une petite partie dans la mortalité de l'Hôtel-Dieu. D'ailleurs une considération bien simple & semblable à celle que nous avons faite pour les femmes en couche , doit faire disparoître cette difficulté. C'est un

Les maladies  
contagieuses  
reçues  
à l'Hôtel-Dieu ;  
n'empêchent  
point cette  
comparaison.

fait de l'expérience que, dans la société, on perd à peu près un malade de la petite vérole sur sept : cette probabilité ne peut donc pas augmenter la probabilité générale de l'Hôtel-Dieu.

On apporte  
toujours  
beaucoup de  
mourans aux  
hôpitaux. S'il en  
vient plus  
à l'Hôtel-Dieu,  
c'est sa faute.

Mais si l'on objectoit que les malades y viennent souvent au moment de mourir, & surchargent la liste des morts d'un nombre d'individus qui n'avoient aucune probabilité de vivre, nous dirons que cette circonstance a plus ou moins lieu à l'égard de tous les hôpitaux. La Sœur supérieure de l'hospice de Saint-Sulpice nous a dit qu'on lui amenoit quelquefois des malades, qui mouroient dans la cour avant d'entrer (y). Les Religieux de la Charité nous ont déclaré que souvent les maîtres, voyant leurs domestiques sans ressource, les envoyoit à la Charité pour n'avoir pas la mort dans leurs maisons; d'autres causes peuvent concourir à faire prendre le même parti, & les malades arrivés périssent ou le jour même, ou le lendemain. Ces Religieux, qui se sont prêtés avec la plus grande complaisance à toutes nos recherches, ont bien voulu faire sur leurs registres le relevé des malades qui sont morts dans les quarante-huit heures de leur arrivée; ils en ont trouvé 143 dans les années 1784 & 1785. Il y a eu en tout 987 morts, & le nombre des mourans qui leur ont été apportés en fait plus de la septième partie. On peut croire qu'il n'y en a pas davantage à proportion à l'Hôtel-Dieu; & si le nombre en étoit plus considérable, nous aurions droit de répondre que cette cause qui augmente la mortalité est directement contre l'Hôtel-Dieu. C'est parce que les malades y sont entassés; c'est parce l'air y circule mal & s'y corrompt; c'est par tous les maux du resserrement de l'espace, qu'il y périt plus de monde; & c'est par les mêmes raisons qu'on y vient plus tard.

---

(y) On voit, par les comptes imprimés de l'hospice, qu'on y a reçu 129 agonisans depuis le 1.<sup>er</sup> janvier 1780, jusqu'au 1.<sup>er</sup> janvier 1786, sur 1678 morts; ce qui fait un quatorzième.



Nous dirons enfin que nous aurions pu établir une comparaison plus défavorable à l'Hôtel-Dieu. La mortalité de l'hôpital de Saint-Denys n'est que de 1 sur 15 ; celle de l'hôpital de Lyon n'est que d'un sur douze & demi (7). Mais ces hôpitaux ne sont point dans la ville de Paris. Nous voyons que les malades meurent en grand nombre à l'Hôtel-Dieu ; nous considérons que l'hôpital de la Charité & l'hospice de Saint-Sulpice, où les malades sont seuls dans leur lit, parfaitement bien traités, ont tous deux à peu-près la même mortalité ; mais une mortalité plus forte que celle de beaucoup d'autres hôpitaux. Nous pensons qu'il peut y avoir à Paris des causes & physiques & morales qui contribuent à augmenter cette mortalité. Notre résultat auroit été compliqué de l'effet de ces causes, & nous aurions risqué d'être inexacts en faisant cette comparaison. Il a donc fallu comparer l'Hôtel-Dieu de Paris à des hôpitaux de Paris, & l'Hôtel-Dieu doit y avoir gagné.

Nous n'avions point eu d'abord le dessein de comparer l'Hôtel-Dieu à l'hospice de Saint-Sulpice, parce que cet hospice n'est établi que depuis sept ou huit ans ; nous ne pouvions pas y déterminer la mortalité sur un grand intervalle de temps, & dans un petit nombre d'années la mortalité peut être augmentée ou diminuée par des causes accidentelles. En effet la mortalité comparée de l'Hôtel-Dieu & de la Charité est un peu plus grande dans les sept années écoulées depuis 1779, jusques & compris 1785. Mais une considération nous a déterminés à établir une double comparaison entre l'Hôtel-Dieu & les deux hôpitaux de la Charité & de Saint-Sulpice, c'est que la Charité ne reçoit que des hommes, & que les registres de l'hospice nous ont fait connoître que la perte des femmes y est beaucoup plus grande que celle des hommes. Ce fait est nouveau & singulier ; nous ignorons si cette plus grande

On auroit  
pu faire des  
comparaisons  
plus défavorables  
à l'Hôtel-Dieu.

---

(7) Nous avons trouvé la mortalité de 1 sur 11,394, & 13,606, en différentes sommes d'années, Le milieu est 1 sur 12,5 ou sur  $12\frac{1}{2}$ .

mortalité des femmes est un fait particulier ou un fait général. Nous n'avons pu découvrir ce qui arrive à cet égard à l'Hôtel-Dieu, parce que le nombre des hommes & des femmes reçus n'est pas distingué sur les états imprimés; mais ce fait de l'observation nous a expliqué pourquoi les malades étant aussi-bien traités à l'hospice qu'à la Charité, la mortalité y est cependant un peu plus grande, & dans le rapport de  $\frac{7}{6,401}$  à  $\frac{1}{7,611}$ .

La mortalité des hommes à l'Hospice est 1 sur 7,244,  
celle des femmes..... 1 sur 5,541 (a).

L'Hôtel-Dieu enlève, en cinquante-deux ans, 99044 citoyens, & 1906 par an, que la Charité auroit conservés.

Nous avons d'abord comparé l'Hôtel-Dieu & la Charité, relativement à leur mortalité. L'Hôtel-Dieu, en cinquante-deux ans, sur 1108741 malades, en a perdu 244720, à raison d'un sur quatre & demi. La Charité, qui n'a qu'un mort sur sept & demi (b), n'en auroit perdu que 168700; d'où résulte le tableau effrayant que l'Hôtel-Dieu, en cinquante-deux années, a enlevé à la France 99044 citoyens qui lui auroient été conservés, si l'Hôtel-Dieu avoit un emplacement proportionnellement aussi étendu que celui de la Charité, & si les malades y avoient été traités comme ils le sont dans cet hôpital. La perte de ces cinquante-deux années répond à 1906 morts par an, & c'est environ la dixième partie de la perte totale & annuelle de Paris.

Ou 81318 en cinquante-deux ans, & 1564 par an, que l'hospice de Saint-Sulpice auroit conservés.

Quant à l'hospice de Saint-Sulpice, il a fallu, pour le comparer à l'Hôtel-Dieu, établir le rapport de mortalité des deux hôpitaux, dans les sept années depuis 1779, jusques & compris 1785.

La mortalité de l'Hôtel-Dieu a été.. 1 sur 4,356 (c).

(a) A l'hospice..... 7383 hommes..... 1019 morts.  
5275 femmes..... 952 morts.

(b) Le rapport exact est celui de 4,530 à 7,611.

(c) A l'Hôtel-Dieu, 155887 malades reçus, 35784 morts.

Celle de l'Hospice..... 1 sur 6,401 (d).

Cela posé, la mortalité de l'Hôtel-Dieu, depuis 1779 jusqu'en 1786, a été de 1 sur 4,356. Si cette mortalité moyenne avoit eu lieu dans les cinquante-deux années pendant lesquelles l'Hôtel-Dieu a reçu 1108741 malades, il en auroit perdu 254532; l'hospice, sur ce nombre de malades, & à raison d'un mort sur 6,401 malades, n'en auroit perdu que 173214; il auroit donc sauvé 81318 malades, que l'Hôtel-Dieu a perdus dans ces cinquante-deux années. C'est 1564 par an; c'est environ le treizième de la perte annuelle de Paris. Il résulte donc de ces deux comparaisons, que l'hospice de Saint-Sulpice ou l'hôpital de la Charité conserveroient ou 81318 ou 99044 malades, sur le nombre de ceux que l'Hôtel-Dieu perd en cinquante-deux ans, & que la perte annuelle de Paris seroit moins grande ou d'un treizième ou d'un dixième. La conservation de cet hôpital, ou du moins de l'emplacement qu'il occupe, produit donc le même effet qu'une sorte de peste qui désoleroit constamment la Capitale. C'est une cause de dépopulation que l'on peut détruire, & nous croyons que l'Académie doit en mettre les résultats sous les yeux du Gouvernement.

Nous avons ensuite comparé ces trois hôpitaux relativement à la durée des maladies. On ne peut douter que le mal-aise, le dégoût, la corruption de l'air, le défaut de la circulation, l'entassement des malades dans les mêmes salles & dans les mêmes lits, ne contribuent à retarder la guérison des maux. Cette vérité de théorie est ici confirmée par le fait. On peut déterminer la durée moyenne des maladies dans un hôpital, en prenant le nombre commun &

Les maladies y durent à peu-près le double qu'à la Charité & à l'hospice de Saint-Sulpice.

(d) *Suprà*, page 59.

Si le nombre des malades, dans la note *a*, page 70, diffère un peu du nombre des malades 12616 donné page 59, c'est que là on a eu égard, comme on le doit, à la petite différence des malades existans au 1.<sup>er</sup> janvier 1779, & des malades restans au 1.<sup>er</sup> janvier 1786, & que cette différence a été négligée ici.

journalier des malades, en le multipliant par 365, pour avoir le nombre annuel des journées, & en divisant cette somme de journées par le nombre moyen des malades qui entrent chaque année dans l'hôpital. C'est par cette méthode que nous avons trouvé la durée moyenne des maladies à la Charité, de 23 jours; à l'hospice de Saint-Sulpice, de 23 jours  $\frac{3}{4}$ ; & à l'Hôtel-Dieu, de 42 jours  $\frac{4}{5}$  (e).

Cette différence sur la durée des maladies est énorme, & il en faut conclure que non-seulement l'insalubrité de l'Hôtel-Dieu y rend la mortalité beaucoup plus grande; mais qu'elle y rend aussi le recouvrement de la santé beaucoup plus difficile.

Il suit de cette longue durée des maladies, que le nombre des agonisans reçus à l'Hôtel-Dieu n'est pas si grand qu'on peut le croire, car ces agonisans ne restent que peu de jours dans cet hôpital, ils y meurent; & s'ils étoient en grand nombre, ces courtes maladies abrégeroient & feroient paroître plus courte la durée moyenne des maladies.

Il faut encore observer que, si l'Hôtel-Dieu étoit rendu plus salubre; si les maladies n'y étoient pas plus longues qu'à l'hôpital de la Charité & à l'hospice de Saint-Sulpice; c'est-à-dire, si ces maladies étoient à peu-près de moitié plus courtes, il en résulteroit une grande économie pour cet hôpital. Les malades y restant beaucoup moins longtemps, l'Hôtel-Dieu, sans faire plus de dépense, pourroit traiter presque une fois plus de malades qu'il n'en reçoit aujourd'hui, ou il dépenseroit beaucoup moins en traitant le même nombre de malades.

Le traitement  
des maladies y  
est plus cher.

Une autre considération qui ne doit pas être négligée, c'est que le même vice d'emplacement, qui est la principale

---

(e) Nous supposons les lits toujours pleins à la Charité, ce qui s'éloigne peu de la vérité; & par conséquent 208 malades par jour & 75920 journées par an. Par un autre état que nous ont fourni les Religieux de cette maison, on voit que, dans les onze dernières années, ils ont reçu 36331 malades; le nombre moyen annuel est donc 3303. On trouve en conséquence que la durée moyenne des maladies est de 22,985 jours.

cause de l'insalubrité de l'Hôtel-Dieu, y rend le traitement des maladies plus cher. On voit, dans un état présenté au Roi en 1773, par M.<sup>rs</sup> les Administrateurs, que le revenu de l'Hôtel-Dieu étoit alors de 1360995 livres. Il faut retrancher de cette somme les charges qui sont portées dans le même état, & le revenu net ne paroît être que 1022520 livres (*f*). Il ne s'agit plus que de diviser cette

Les états imprimés de l'hospice de Saint-Sulpice, donnent directement le nombre des journées de malades pendant chaque année. Les voici :

1779.....	36249.
1780.....	42880.
1781.....	42873.
1782.....	44260.
1783.....	44672.
1784.....	44674.
1785.....	44173.

---

299781.

Le nombre total des malades, dans ces sept années, est 12616.

(Voyez *suprà*, page 50).

La durée moyenne des maladies résulte de 231,76.

À l'Hôtel-Dieu, le nombre journalier moyen des malades, est 2500.

(*Suprà*, page 6).

Le nombre moyen & annuel, 21322. (*Suprà*, page 62).

Le nombre annuel des journées, est de 912500.

La durée moyenne des maladies en résulte de 421,796.

(*f*) Récit de ce qui s'est passé, tendant à la construction d'un nouvel Hôtel-Dieu, 1773, page 16.

Fondations . . . . .	41915. liv.
Charges des biens . . . . .	4341.
Réparations . . . . .	203986.
Rentes . . . . .	28233.
Incurables . . . . .	60000.
	<hr/>
	338475.
Revenu . . . . .	1360995.
	<hr/>
	1022520.

Les aumônes faites à l'Hôtel-Dieu ne sont point comprises dans l'état de recette; c'est un article casuel qui doit augmenter plus ou moins le revenu de cet hôpital.

*Hist.* 1785.

K

somme par le nombre moyen & annuel des journées 912500, & l'on trouvera que le prix de chaque journée est de 22 sous 5 deniers. Les comptes de l'hospice de Saint-Sulpice font foi que la journée de chaque malade ne monte, dans une année commune, prise sur sept, qu'à 17 sous 1 denier (g). Sans doute un grand hôpital entraîne plus de dépense ; les abus y sont plus grands, plus difficiles à réformer. Les frais de toute espèce doivent être plus considérables dans une maison qui entretient 3071 personnes, que dans une maison où il n'y en a que 151 (h). Mais quand on voit que le prix des journées à l'Hôtel-Dieu est près d'un tiers en sus de celui de l'hospice de Saint-Sulpice, on ne peut s'empêcher de croire que, dans un autre emplacement, où chaque district auroit son département, où le service seroit plus aisé, la surveillance deviendroit plus facile, & la dépense seroit moins grande.

L'Hôtel-Dieu, le plus ancien des hôpitaux, a le plus besoin de réforme, & doit être le plus imparfait.

Nous rendons une pleine justice aux citoyens vertueux qui régissent cet hôpital. C'est l'amour de l'humanité, c'est le zèle de la piété qui les conduisent dans cette bonne œuvre difficile & entièrement désintéressée. Si dans ce Rapport nous avons relevé quelques abus, qui ne tiennent point à l'emplacement resserré de l'Hôtel-Dieu, nous n'avons point prétendu blâmer l'administration ; nous avons eu l'intention de l'éclairer ; nous avons encore eu le motif de prévenir la répétition de ces abus dans la construction projetée d'un nouvel hôpital. L'Hôtel-Dieu existe peut-être depuis le VII.<sup>e</sup> siècle ; & si cet hôpital est le plus imparfait de tous, c'est parce qu'il est le plus ancien. Dès les premiers temps de ce grand établissement, on a cherché le bien, on a désiré de s'y tenir, & la constance est

---

(g) Voyez les Comptes de cet hospice, imprimés tous les ans à l'Imprimerie Royale.

(h) Le nombre moyen & journalier des malades, à l'Hôtel-Dieu, est 2500. La feuille du mouvement, du 12 janvier 1786, porte 571 personnes employées. Total 3071. À l'hospice, 128 malades. 23 Personnes employées. Total 151. (Voyez le Compte de 1779).

devenue un devoir. De-là toute nouveauté utile a de la peine à s'y introduire; toute réforme y est difficile. C'est une masse énorme qu'il faut remuer; c'est une administration nombreuse qu'il faut convaincre. L'Académie lui offre des lumières qui ne peuvent lui être suspectes; c'est à elle à dénoncer au Bureau de l'Hôtel-Dieu les connoissances nouvelles qui peuvent lui être utiles, & les réformes avantageuses auxquelles son amour du bien peut se prêter.

Quant au défaut de l'emplacement actuel, nous avons l'avantage d'être du même avis que M.<sup>rs</sup> les Administrateurs. Ils ont relevé eux-mêmes, en 1773, tous les inconvéniens de cet emplacement, & la nécessité de le changer. « Le peu d'étendue du terrain, disent-ils, la corruption de l'air, « celle de l'eau, le tort que cette maison cause par son infection à tout ce qui l'environne, le danger du feu & mille « autres inconvéniens, semblent avoir réuni sur ce point « tous les suffrages, si l'on veut en excepter, ajoutent-ils, « quelques intérêts personnels toujours à écarter dans un « établissement de cette nature (i). » Ces inconvéniens sont précisément ceux qui ont été relevés dans ce Rapport. M.<sup>rs</sup> les Administrateurs ont indiqué également les moyens d'y remédier. Ils ont arrêté, dans le même temps, que M.<sup>rs</sup> les Chefs de l'administration se retireroient près le Ministre du département de Paris, pour obtenir une audience du Roi, & lui représenter la nécessité de rétablir cet hôpital dans un endroit plus salubre & plus commode (k).

Nous adoptons les observations & les moyens de M.<sup>rs</sup> les Administrateurs, & considérant que quand l'emplacement de l'Hôtel-Dieu seroit augmenté d'une moitié en sus, il paroît impossible que le nombre des lits soit porté au nombre de 4800, qui semble nécessaire pour la population de Paris, & même au nombre de 3000 & plus, promis

Les  
Commissaires de  
l'Académie en  
jugent comme  
Messieurs les  
Administrateurs.

Conclusions des  
Commissaires.  
L'Hôtel-Dieu  
est insuffisant,  
incommode,  
insalubre.  
Il lui faut un  
emplacement  
plus vaste; & la

(i) Récit de ce qui s'est passé, tendant à la construction d'un nouvel Hôtel-Dieu, 1773, page 5.

(k) Ibid. page 10.

nécessité de sa  
translation  
est démontrée.

par les Lettres patentes du 22 avril 1781; qu'il est bien évident qu'on ne pourroit obtenir cette grande augmentation de lits, qu'en plaçant les salles les unes à côté des autres, & en les accumulant par étages sur étages; tandis que le bien de l'humanité exigeroit qu'au lieu de construire les nouveaux bâtimens de l'Hôtel-Dieu dans cette disposition vicieuse, on abattît les édifices actuels, pour les disposer d'une manière plus salubre; observant d'ailleurs que ces bâtimens, tant ceux du nord que ceux du midi de la Seine, sont posés sur des magasins de matières combustibles, qui font craindre à chaque instant un incendie pareil à celui de 1772; que les salles destinées aux opérations & aux femmes en couche y sont continuellement exposées au bruit & à l'ébranlement des voitures; qu'il n'y a pas de lieu séparé pour les fous, ni de bâtiment particulier pour les maladies contagieuses; observant que les convalescens y sont mêlés avec les malades, & que le défaut d'espace y a réservé si peu de promenoirs, que les convalescens des maladies ordinaires y sont encore confondus avec ceux des maladies contagieuses; observant que les réglemens d'une sage police ont toujours relégué les maux contagieux hors de la capitale; que l'Hôtel-Dieu au contraire les y concentre tous, & qu'on transporte tous les jours à travers Paris tout ce qui a été infecté du venin de ces maladies, c'est-à-dire, les paillasses, les lits de plume & les cadavres; observant encore que les salles sont basses, que la circulation, le renouvellement de l'air y est difficile, & que dans cet entassement de salles, de lits & de malades, chaque malade n'a qu'une petite portion d'un air en partie corrompu à respirer; observant enfin que les maladies sont presque du double plus longues à l'Hôtel-Dieu qu'à la Charité; que la mortalité y est aussi presque du double plus grande, & que cette mortalité est l'effet inévitable du défaut d'emplacement, des vices de construction, comme le prouvent & les principes physiques que nous avons établis, & les faits que l'expérience nous a fournis; nous croyons



pouvoir conclure que cette construction a besoin d'être réformée, établie sur de meilleurs principes, dans un emplacement beaucoup plus vaste; que l'Hôtel-Dieu, tel qu'il est, est insuffisant, incommode, éminemment insalubre, & que la nécessité de sa translation dans un lieu plus convenable est invinciblement démontrée.

Nous n'avons que notre avis à donner sur cette translation; nous ignorons si elle sera exécutée. Mais les preuves qui démontrent la nécessité de cette translation sont si évidentes, que l'on peut prévoir d'avance que l'Hôtel-Dieu ne restera pas toujours où il est; & s'il est permis d'espérer un heureux changement à cet égard, c'est sur-tout dans un règne de bienfaisance, sous un Roi qui aime son peuple, & qui regarde les pauvres comme une portion précieuse de ses sujets.



## E X A M E N

*du Projet de M. POYET.*

**M**AINTENANT que la nécessité de la translation de l'Hôtel-Dieu nous paroît indispensable, nous pouvons examiner le Projet de M. Poyet, & en rendre compte à l'Académie.

Exposé  
du projet  
de M. Poyet.

M. Poyet propose de placer le nouvel Hôtel-Dieu à l'île des Cygnes; il y élève un vaste bâtiment circulaire, dont la circonférence extérieure a 136 toises de diamètre, & dont la circonférence intérieure renferme une grande cour de 45 toises de diamètre. Seize rayons dirigés au centre commun, vont d'une circonférence à l'autre, & forment seize salles qui recevront chacune 84 lits; chaque lit aura trois pieds de largeur, & en occupera six avec sa ruelle. Trente-deux petites salles ménagées du côté de la circonférence extérieure, auront encore chacune 12 lits. Ces quarante-huit salles composeront ensemble 1728 lits; & comme M. Poyet se propose de placer trois étages de salles, son hôpital offrira 5184 lits.

Les salles seront hautes de 26 pieds & larges de 30; le passage du milieu aura 12 pieds. Au chevet de ces lits régnera un corridor de trois pieds de large, formé par une cloison à la hauteur de ces lits, servant à les isoler, à en dégager le service, à masquer les garde-robes placées derrière chaque lit dans l'épaisseur des murs. Le service particulier de ces garde-robes, sans être aperçu de l'intérieur, se fera dans des lieux d'aisance isolés du corps de la salle, & placés aux deux extrémités de ces corridors.

Les deux circonférences extérieures & intérieures sont formées par deux galeries en arcades, qui servent de communication aux salles & en même temps de pro-

menoires aux convalescens. Entre les salles disposées en rayons, sont des cours particulières; ces cours sont destinées à donner de l'air & du jour aux salles, & elles offrent des promenoirs en plein air aux convalescens. Enfin chaque salle étant ouverte à ses extrémités, sur les deux galeries, & par leur moyen, sur les deux cours extérieure & intérieure, on a la facilité de faire passer un courant d'air dans la longueur de ces salles.

Le rez-de-chaussée est employé aux offices, cuisine, pharmacie, chambre de bains & autres accessoires. Des entresols pratiqués sur la hauteur de cet étage, seront le logement des Sœurs, des Officiers & des gens de service. Les trois étages supérieurs seront consacrés aux malades; & comme les deux premiers en contiendront 3456, ce nombre suffira aux temps ordinaires; & le troisième étage sera réservé aux temps de calamité, où les maladies sont augmentées dans une proportion rare & extraordinaire. M. Poyet a ménagé, dans les entresols du rez-de-chaussée, 500 chambres à lit & à cheminée, qui pourront être louées par jour à des voyageurs, à des gens sans domicile fixe. Les étrangers, qui tombent malades à Paris, trouveroient dans cet hôpital un asyle sûr, tandis que l'hôpital en tireroit une augmentation de revenu. M. Poyet élève à quelque distance du corps principal, quatre corps de bâtimens, où sont placés les pompes pour le service, & des lazarets pour les maladies contagieuses. Il établit un conduit souterrain, dans lequel passe l'eau même de la rivière. Ce conduit continuellement lavé par une eau courante, sert d'égout & va porter les immondices loin de tous les bâtimens de Paris, & même 300 toises au-dessous de la pompe à feu.

Cet exposé suffit pour faire connoître à l'Académie le projet du nouvel hôpital proposé par M. Poyet. Nous devons dire d'abord que ce projet, pris dans son ensemble, n'est pas nouveau. Après l'incendie de l'Hôtel-

Ce projet n'est  
pas nouveau.

Dieu en 1737, M. Turgot, Prévôt des Marchands « considérant la situation incommode & serrée de cet édifice » au centre de Paris, la mauvaise construction, le peu de proportion de son étendue, avec l'objet auquel il est destiné, conçut le projet de transporter cet établissement dans l'île des Cygnes » (a). Après l'incendie de 1772, ce projet a été renouvelé par M.<sup>rs</sup> Caqué, Regnier, Panferon. Le bureau de l'Hôtel-Dieu a lui-même indiqué ce local, dans un écrit qu'il publia la même année (b).

Quant à la forme circulaire du bâtiment & à la disposition des salles en étoile, elle a été proposée par M. A. Petit, de cette Académie, dans le Mémoire qu'il donna en 1774, *sur la meilleure manière de construire un hôpital de malades*. M. Prunneau de Monlouis, Architecte, eut aussi cette idée dans le même temps (c).

Il faut le juger  
relativement  
à son utilité.

Mais nous devons juger le projet de M. Poyet plutôt, relativement à son utilité qu'à sa nouveauté. Tous les moyens qui pourront soulager les malades & hâter leur guérison, sont également intéressans. Il s'agit d'abord d'examiner si l'Hôtel-Dieu doit ou peut être placé dans l'île des Cygnes. Cette île est en grande partie inondée dans les débordemens; & si elle n'est pas au milieu de l'eau, parce qu'un des bras de la rivière est maintenant à sec, elle y tient, elle y avance de manière qu'elle est pleinement exposée aux brouillards & à l'humidité.

L'île des Cygnes  
doit être souvent  
inondée. Est-il  
convenable  
d'y placer  
un hôpital ?

Il est certain, par le nivellement que M. Poyet nous a fourni lui-même, que l'île est dans toute son étendue au-dessous du niveau des grandes eaux de 1740, & que dans le plus grand nombre de ses parties elle est de quatre à cinq pieds au-dessous de ce niveau. De-là résulte la nécessité d'en exhausser le sol. Ce débordement est le plus grand dont

(a) Mém. Acad. Inscript. tome XXV, page 231, Éloge de M. Turgot.

(b) Récit de ce qui s'est passé, tendant à la construction d'un nouvel Hôtel-Dieu, 1773, page 5.

(c) Mémoire de M. Petit, page 9.

nous ayons connoissance dans ce siècle ; & lorsque le sol en excédera le niveau, on peut être presque assuré que les plus hautes eaux ne l'atteindront pas. Mais cet exhaussement s'étendra sur une grande surface & à une profondeur moyenne de 12 pieds. Ce sera peut-être un volume de 150000 toises cubes à remblayer, & par conséquent un objet de dépense. Les fondations auront 27 ou 29 pieds, 5 ou 7 au-dessus (*d*), 22 au-dessous des grandes eaux. Le sol des souterrains sera de 2 pieds plus bas que le niveau de ces eaux ; c'est la même profondeur que certaines caves de l'Hôtel-Dieu. Ces caves doivent avoir rarement de l'eau, & celles de l'île des Cygnes jouiront du même avantage. Mais il n'en est pas moins vrai que, dans les débordemens, le nouvel Hôtel-Dieu sera comme une île, que l'abord en deviendra plus ou moins difficile, en proportion de l'étendue & de la hauteur du débordement, & qu'il faudra construire une chaussée pour y conserver une avenue, qui soit toujours libre & hors de la portée des eaux.

Quant à la salubrité, & à la question si des malades peuvent être placés dans l'île des Cygnes, c'est-à-dire, non-seulement au bord, mais presque au milieu de la rivière, il n'y a point de doute que les lieux élevés & secs ne soient plus sains ; le bord des fleuves a l'avantage de procurer de l'eau en abondance, & de faciliter les approvisionnemens. Un petit hôpital qu'il est aisé d'approvisionner, sera donc mieux situé dans un lieu élevé : un grand hôpital à qui il faut beaucoup d'eau & de grands approvisionnemens, sera moins dispendieux au bord d'une rivière.

Nous passons aux détails du projet. La disposition des salles terminées aux deux galeries circulaires, qui font une communication générale, nous a paru assez bien entendue. Cette disposition est infiniment préférable à celle

La disposition  
des salles,  
est assez bien  
entendue.

---

(*d*) Nous disons cinq ou sept, parce que certaines parties plus élevées, telles que la chapelle du centre, en auront sept, tandis que le bâtiment circulaire en aura cinq ou six.

de l'Hôtel-Dieu actuel, où les salles sont accouplées, à celle même de la plupart des hôpitaux, dont les salles s'enfilent réciproquement, & où l'air en circulant peut porter dans l'une ce qui sort de l'autre.

C'est trop  
de trois étages  
de salles.

Nous pensons cependant que l'on ne doit point placer trois étages de salles les uns sur les autres. C'est un des défauts que nous avons reprochés à l'Hôtel-Dieu. On s'élève ainsi pour épargner sur la superficie; mais le service est plus gêné, mais les convalescens sont plus fatigués, quand il s'agit de monter & de descendre, mais il y a l'inconvénient du feu, & du danger des malades à cette hauteur.

Les salles sont  
trop élevées.

Nous croyons que M. Poyet a trop exhaussé ses salles, en leur donnant vingt-six pieds d'élévation. Cette élévation est excessive; elle conviendrait à peine aux maladies inflammatoires, aux petites véroles, aux fous, qui demandent un grand volume d'air. Chaque malade auroit ici environ onze toises cubes à respirer. Mais ces salles seroient difficilement échauffées, & leur hauteur seroit nuisible à toutes les autres maladies, qui ont besoin d'un air tempéré. Ce défaut est aisé à corriger; & M. Poyet est lui-même disposé à diminuer cette hauteur (e). Nous ne croyons pas que l'on doive admettre le corridor placé entre les lits & les murs, & destiné au service des garde-robes. Dès que les cloisons ne s'élèvent pas jusqu'au plancher, elles ne peuvent préserver l'intérieur des salles de toute infection; & ces couloirs donneront lieu à un courant rapide & glacial, qui sera nuisible aux malades lorsqu'ils iront à la garde-robe. D'ailleurs ces couloirs forcent de donner trente pieds de longueur aux salles, & il en résulte deux inconvénients; le premier, que la longueur des bois employés dans cette portée, augmenteroit infiniment les frais de construction; le second, que ces larges galeries seroient ou trop froides ou trop difficilement échauffées.

---

(e) Supplément au premier Mémoire, page 8.

Nous approuvons le conduit souterrain, que M. Poyet fait passer sous l'édifice de son hôpital, & qui, à la faveur du courant de la rivière, sert à balayer les fosses d'aisance, & à emporter toutes les immondices de l'hôpital. Ce courant que M. Poyet se procure, est un des grands avantages de la position au bord de la rivière.

Mais nous ne pouvons approuver les chambres qu'il destine à des malades payans. Nous savons que l'Hôtel-Dieu de Lyon a des chambres de cette espèce. Ce seroit peut-être une augmentation de revenu pour l'Hôtel-Dieu, mais ce seroit certainement une grande source d'abus. Un hôpital est l'asyle de la pauvreté; il ne faut pas que l'argent y paroisse, ou bien il corrompt tout. Les soins qu'on vendroit aux payans seroient toujours aux dépens de ceux qui ne payeroient pas.

Il ne faut pas  
de chambres  
pour les payans.

Il y a lieu de croire que cet hôpital destiné à contenir près de 5200 malades, seroit suffisant pour les besoins de la Capitale; mais sa position auroit une grande incommodité, c'est l'éloignement d'un nombre de quartiers de Paris, du faubourg Saint-Antoine, par exemple, & de la paroisse Sainte-Marguerite, où il y a plus d'ouvriers & de misère que dans tout autre. Le transport seroit long dans un chemin si considérable. La paroisse de Sainte-Marguerite est distante de l'île des Cygnes à peu-près de 3000 toises en ligne droite & sans compter les détours; & de 800 toises du bord de la rivière le plus prochain. Dans les temps où cette voie seroit ouverte, il y auroit donc 800 toises à faire par terre & 3000 par eau; mais lorsque la rivière seroit fermée par les glaces, ou rendue innavigable par les débordemens, il faudroit que les malades fussent portés dans un trajet de 3000 toises, c'est-à-dire, de plus d'une lieue, sans compter les détours & à travers tous les embarras de Paris. Cette difficulté est très-forte contre le projet d'un hôpital unique placé dans l'île des Cygnes.

Le nouvel  
hôpital,  
contiendrait  
un nombre  
suffisant de  
malades; mais  
il seroit trop  
éloigné de  
plusieurs  
quartiers  
de la ville.

Inconvénient  
au projet.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, que les objections qu'on peut faire au projet de M. Poyet ont principalement pour objet, 1.<sup>o</sup> la position ; elle est sans doute avantageuse aux approvisionnemens, mais moins salubre que les lieux élevés. 2.<sup>o</sup> La dépense qu'exigeroit l'exhaussement du sol, les pilotis sur lesquels il faudroit peut-être bâtir, les quais, le canal qui enfermeroit l'hôpital du côté du nord, les ponteaux sur ce canal, la chaussée nécessaire pour conserver une avenue dans les grandes eaux ; dépenses qui sont étrangères à la construction d'un hôpital. 3.<sup>o</sup> La distance où seroit cet hôpital de plusieurs quartiers de Paris, & la difficulté du transport d'une partie des malades. 4.<sup>o</sup> L'étendue, la grandeur de cet hôpital, qui rassembleroit un si grand nombre d'individus. Ces objections sont du plus grand poids.

M. Poyet  
mérite  
des éloges.

Mais nous louerons M. Poyet d'avoir attiré les regards du Roi & du Ministère, & réveillé l'attention publique sur un objet important. Nous louerons l'auteur du Mémoire, qui a si bien plaidé la cause de l'humanité, & nous dirons encore que le projet même de cet hôpital mérite des éloges, que sa disposition est bien entendue & remplit son objet à beaucoup d'égards, que cette construction auroit une grande supériorité pour la salubrité, pour la commodité des malades & la facilité du service, sur l'Hôtel-Dieu.

Avantages  
du projet.  
Cet hôpital  
est infiniment  
supérieur  
à l'Hôtel-Dieu.  
S'il étoit  
construit, il  
mériteroit d'être  
approuvé.  
Comme il est  
encore en projet,  
il faut chercher  
à faire mieux.

Si l'hôpital de M. Poyet étoit construit, nous conclurons à l'approuver dans son entier, à y transporter sur le champ les malades ; la nation & sur-tout les pauvres béniroient le Roi de cet heureux changement. Mais cet hôpital est encore en projet ; le Roi a fait l'honneur à l'Académie de la consulter ; elle doit donner son avis, non-seulement sur ce qui est bien, mais sur ce qui seroit mieux. Nous pensons que le Gouvernement saura gré à l'Académie de lui indiquer les meilleurs moyens de soulager les pauvres malades ; & de déterminer ici quelle est la disposition qu'il convient de donner aux bâtimens qui doivent leur être consacrés.



L'intérêt que cette grande question inspire, & dans l'Académie & dans le public, a engagé plusieurs personnes à nous aider dans notre travail. M. le marquis de Condorcet, M. l'abbé Teflier, parmi nos confrères; M. Dupont, M. Regnier & plusieurs hommes éclairés, nous ont fait passer des Mémoires; nous les avons reçus avec reconnoissance, & nous avons profité de leurs lumières. Nous allons exposer à l'Académie nos réflexions sur les secours que l'on doit donner aux pauvres; nous allons lui soumettre le plan d'un nouvel hôpital, & les moyens d'y réunir tout ce qu'on peut attendre des connoissances actuelles pour la salubrité du lieu, la facilité du service, la commodité des habitans de la ville, & le soulagement des pauvres.

## R É F L E X I O N S

*Sur les moyens de secourir les pauvres malades, & sur la meilleure disposition des bâtimens destinés à les recevoir.*

Le projet de M. Poyet, le nouvel Hôtel-Dieu qu'il propose de construire à l'île des Cygnes pour 5184 malades, malgré tous ses avantages, a un inconvénient qui lui est commun avec cet ancien hôpital, c'est celui de rassembler un nombre énorme de malades dans un même lieu; de les concentrer, pour ainsi dire, dans un point, eux & tout l'appareil, tout l'embarras qu'entraînent le service, les approvisionnemens, les boulangeries, boucheries, buanderies, &c. Un hôpital de 5000 malades est une ville, & une ville plus peuplée que les trois quarts des villes de France. C'est déjà un grand inconvénient de resserrer tant d'habitans dans un espace disproportionné; mais un hôpital, quel que bien tenu qu'il soit, est toujours un réceptacle de maux & de misère. C'est un tableau effrayant de considérer ces maux accumulés au nombre de 5000; de penser

On doit éviter  
de faire un seul  
hôpital pour  
5000 malades.

qu'on charge ainsi sans cesse un même volume d'air, non-seulement des émanations de 5000 individus, mais des miasmes & de l'infection de ces corps malades, dont le lieu le plus aéré & une propreté toujours vigilante, ne peuvent entièrement les dépouiller. Eh! quelle complication que celle qui naît des mouvemens de cette grande machine! quel fardeau pour l'administration qui doit y présider! que d'embarras dans le service! que d'abus dans les détails! que de méprises inévitables dans la distribution des alimens & des remèdes! Si cette machine vaste & compliquée étoit absolument nécessaire, ce seroit un malheur de plus à compter dans les misères humaines qui naissent de l'état de société; mais cette nécessité est une question.

On se propose  
que les malades  
soient bien,  
& que leur  
traitement ne  
soit pas cher.

Il faut  
par conséquent  
les réunir en  
nombre, mais  
non pas  
en nombre  
trop grand.

Quel est le but qu'on se propose en construisant un hôpital? c'est de soulager le pauvre malade; c'est de le traiter avec le plus de soin & en même temps avec le plus d'économie possibles. Ces deux objets presque contraires semblent imposer des obligations différentes; le besoin, le bien-être du malade, exigeroient qu'il fût traité chez lui, dans sa famille, s'il en a une, ou confié à une garde, s'il vit seul & isolé, & à un Médecin, à un Chirurgien qui le visiteroient. Ces secours que se procurent les gens aisés, ne sont-ils pas trop dispendieux pour que la société s'en charge en faveur de tous les pauvres? On ne peut leur procurer ces secours, quand ils sont malades, qu'en les réunissant; & cette économie est le principe qui semble établir la nécessité des hôpitaux.

Trois moyens  
de traiter les  
malades. Le  
premier est de  
les traiter chez  
eux, & on ne  
peut l'employer  
pour tous  
les malades.

Nous ne voyons que trois moyens de soigner les pauvres malades. Le premier est de les traiter chez eux-mêmes; le second est de les recevoir dans un hospice où ils seront traités en commun; le troisième est de les réunir en nombre dans un ou plusieurs grands hôpitaux.

Le premier moyen, celui de faire traiter les malades chez eux, demanderoit un partage des revenus de l'Hôtel-

Dieu entre les différentes paroisses de Paris. Nous ignorons si ce partage seroit praticable ; nous croyons qu'il auroit des inconvéniens. Ces malades seroient-ils défrayés selon leurs besoins ? alors la distribution des remèdes & des alimens seroit sujette à une infinité d'abus. Comment seroit-on sûr que les remèdes payés ont été fournis , & que les alimens distribués n'ont pas été détournés ? S'il y avoit un prix fixé pour la journée des malades , ce prix seroit trop fort pour les uns , ou trop foible pour les autres ; le prix moyen ne peut s'établir que sur un grand nombre & par la compensation. Ici la compensation seroit au détriment d'une partie des malades. Tous les pauvres malades de Paris sont soulagés par les secours réunis & des revenus de l'Hôtel-Dieu & des charités des paroisses. Si on versoit dans ces paroisses les revenus de l'Hôtel-Dieu , la charité particulière se reposeroit peut-être sur la charité publique ; & il y a lieu de craindre qu'on ne diminuât , si on ne tarissoit pas la source des aumônes. Mais en supposant que l'on pût remédier à une partie de ces inconvéniens , & que les autres n'eussent pas lieu , on ne peut traiter les malades chez eux que lorsqu'ils ont un domicile ; beaucoup de pauvres habitent en chambre commune & dans des lieux où ils ne pourroient rester malades. Il faut des hôpitaux pour cette espèce de pauvres. Le soin de les soulager malades dans leur propre asyle appartient à M.<sup>rs</sup> les Curés ; ils s'en acquittent avec un zèle exemplaire ; ils sollicitent les aumônes & les répandent avec autant d'économie que de fidélité. Ces aumônes suffisent dans un nombre de paroisses ; il y en a plusieurs qui n'envoient point de malades à l'Hôtel-Dieu : la charité publique ne doit faire que ce que ne fait point la charité particulière. Il paroît donc naturel de laisser les choses comme elles sont à cet égard , & de réserver les fonds publics pour les hôpitaux.

Mais doit-on diviser les secours de la charité publique , & substituer un nombre d'hospices établis dans les paroisses , à un hôpital unique ? C'est le second moyen de soulager les

Le  
second moyen,  
est de substituer  
à l'Hôtel-Dieu

des hospices  
fondés dans  
chaque Paroisse.

malades (*f*). L'hospice de Saint-Sulpice, où règnent l'ordre, la propreté, l'économie, où l'humanité veille aux besoins des pauvres, & où les mêmes soins guérissent à peu-près autant de malades qu'à la Charité, a fait naître l'idée des hospices. Il est naturel de vouloir procurer des secours semblables à toutes les paroisses, & de répéter par-tout une institution qu'on admire avec justice. Il est certain que moins il y a de malades réunis, plus il est aisé de les bien soigner; mais si un hôpital unique a de grands inconvéniens, les hospices en ont aussi qui ne sont pas moins importans, & qui suffisent pour les exclure quand on les propose comme moyen unique.

Ces hospices ne  
pourroient être  
ni placés ni  
construits,  
suivant de bons  
principes.

Comment pourroit-on construire ces hospices suivant les principes que nous avons établis dans ce Rapport? Le terrain manqueroit dans la plupart des paroisses de l'intérieur de Paris; on y retrouveroit en petit les vices qui tiennent au défaut d'emplacement, & tout ce qui rend l'Hôtel-Dieu insalubre. Ces hospices seroient resserrés, abrités; la circulation de l'air y seroit gênée par les édifices voisins. Il faudroit ou accoupler les salles, ou les élever par étages. Où placeroit-on les convalescens pour

---

(*f*) Un Citoyen zélé, M. Dupont, nous a fait passer un Mémoire manuscrit rempli de vues intéressantes, & imprimé depuis sous le titre, *Idée sur les secours à donner aux malades d'une grande ville*. Il y propose: entr'autres moyens, celui d'établir des maisons où des Entrepreneurs soigneroient les malades pour un prix modique. Ce moyen est excellent sans doute; il convient aux indigens qui ne sont pas en état de se faire traiter chez eux, & dont la délicatesse se refuse aux soins gratuits des hôpitaux. Il convient aux domestiques des gens peu riches. Il faudroit, s'il étoit possible, interdire aux maîtres la ressource de les envoyer à l'hôpital. C'est bien le moins de faire soigner malades ceux qui, en santé, nous ont servis. Ces maisons seroient encore l'occasion d'une bienfaisance facile, & le pauvre accueilli par cette générosité, laisseroit une place à l'Hôtel-Dieu. Nous pensons donc, comme ce zélé Citoyen, que ces maisons seroient utiles, & que le Gouvernement pourroit en protéger, en provoquer même l'établissement. Il y a déjà des maisons de cette espèce, & entr'autres, la Maison de Santé, desservie par les Religieux de la Charité, près la barrière d'Enfer, & celle des Dames Hospitalières, de la rue Mouffetard, & du faubourg Saint-Antoine.

les

les séparer des malades? Où seroient les promenoirs de ces hospices? Chaque quartier auroit donc dans son sein un foyer de maux & un spectacle de misère; il en résulteroit que, par une triste réciprocité, les habitans de la ville incommoderoient par-tout les malades, & les malades incommoderoient par-tout les habitans.

Mais si nous examinons la destination des hôpitaux, qui est de soulager tous les malades, sans en excepter aucun, nous verrons que les hospices n'y suffiroient pas, & que cet objet ne peut être rempli dans son entier, que par un ou plusieurs hôpitaux communs à tous.

Les hospices ne rempliroient pas les destinations de l'Hôtel-Dieu. Il faut un hôpital commun pour la ville de Paris.

I.<sup>re</sup>  
Raison.

Ces hospices n'auroient qu'un nombre borné, un petit nombre de lits. Ils seroient sans ressources dans les mauvaises années, où le nombre des malades est considérablement augmenté. Le calcul des probabilités enseigne que les petites causes inconnues, auxquelles on est convenu de donner le nom de *hasard*, ne se compensent que dans les grandes combinaisons, & ont une influence très-marquée dans les petites. Lorsque ces causes augmentent d'un quart ou d'un cinquième le nombre des malades à l'Hôtel-Dieu, il n'y a point de doute qu'elles ne puissent doubler ou tripler les malades de telle ou telle paroisse. Les lits étant pleins, il faudra refuser les malades; que deviendront-ils? Alors on aura besoin de protection pour être admis, & bientôt les indigens seront préférés à des nécessiteux sans recommandation. Dans une ville immense comme Paris, où tout est confondu, où arrive tous les jours, où vit une multitude d'hommes inconnus, qui n'ont que des besoins & point de ressources, il faut un hôpital où on ne refuse personne. Première raison qui nécessite un hôpital commun.

L'hôtel-Dieu n'est point pour Paris seul; les pauvres des campagnes voisines ont besoin de cet asyle. Dans quels hospices des paroisses seroient-ils reçus? il faut cependant qu'ils le soient. La ville, le chef-lieu des habitations, doit avoir des secours pour toutes ses dépendances. Il faut donc

II.<sup>e</sup>  
Raison.

que Paris ait d'autres secours que ceux des paroisses, & un hôpital ouvert pour les pauvres des campagnes. Seconde raison qui nécessite un hôpital commun.

III.<sup>e</sup>  
Raison.

Suivant le témoignage de M.<sup>rs</sup> les Curés, il est des hommes humiliés de leur pauvreté, des hommes que des revers ont conduits à la misère, qui vont comme inconnus à l'Hôtel-Dieu, & qui rougiroient d'être vus à l'hospice. Une malheureuse fille, honteuse de sa foiblesse, iroit-elle à l'hospice de sa paroisse? Il faut, sur-tout dans ce dernier cas, favoriser le desir de se cacher, qui est un reste de mœurs; il faut tendre une main secourable à la foiblesse, pour empêcher les crimes. Cette considération appartient à la politique comme à la morale. Toutes les naissances à l'Hôtel-Dieu ne sont pas sans doute illégitimes; mais il s'agit, année commune, de 1402 enfans qui naissent pour l'État (g), & de 1433 mères qu'on doit ou cacher ou conserver (h). Il faut donc un hôpital pour les femmes en couche, où les filles devenues mères puissent être corfondues. Troisième raison qui nécessite un hôpital commun.

IV.<sup>e</sup>  
Raison.

Il y a des traitemens à Paris, tels que celui des fous; il y a des opérations chirurgicales, telles que la taille, le trépan, l'opération césarienne, l'extraction de la cataracte, l'amputation des membres, qui demandent ou un local vaste, ou des mains habiles, exercées & surveillées par un Chirurgien consommé. C'est ce qu'on ne peut réunir que dans un grand hôpital; il offre gratuitement aux plus pauvres les mêmes avantages que l'or procure aux plus riches. Il faut donc un hôpital où l'on traite les fous, & où se fassent les grandes opérations chirurgicales. Quatrième raison qui nécessite un hôpital commun.

V.<sup>e</sup>  
Raison.

Enfin la dernière raison qui nécessite un hôpital commun, est celle des maladies contagieuses. Ces maladies seront-elles

---

(g) Depuis 1712 jusqu'en 1785, il a été baptisé à l'Hôtel-Dieu 102355 enfans. Ce relevé a été fait sur les états de baptême de la ville de Paris.

(h) *Suprà*, page 49.

reçues dans les hospices? on y sera forcé lorsqu'il n'y aura pas d'autre hôpital. Mais alors il faudra des salles particulières pour les maladies contagieuses; il en faudra pour séparer les différentes maladies; il en faudra pour les hommes & pour les femmes. Ces dispositions exigeront une certaine étendue; & comme il arrivera souvent que le local dont on pourra disposer, n'aura point assez d'étendue, il faudra accoupler les salles, multiplier les étages, renouveler tous les inconvéniens de l'Hôtel-Dieu; & ces maladies étant mêlées, traitées avec les autres, on produira tous les maux qui résultent à l'Hôtel-Dieu de ce mélange. Si ces maladies ne sont pas reçues dans les hospices, il faut donc encore un hôpital pour les maladies contagieuses.

Ces considérations nous conduisent à préférer le troisième moyen, celui d'un ou de plusieurs hôpitaux ouverts à tous les malades; mais nous ne renonçons pas au bien que peuvent faire les hospices; nous savons que les malades y sont plus suivis, mieux traités, mieux consolés. Un avantage inestimable de ces établissemens, quand ils ne sont pas un moyen unique, quand ils n'existent que pour aider & soulager les hôpitaux, c'est que sans injustice les malades peuvent y être choisis. L'humanité, qui refuse un infortuné, fait qu'il trouvera d'autres secours; elle s'attache d'autant plus à ses adoptions, & le petit hôpital ressemble à une famille, où des enfans seroient traités par leurs parens. Le Gouvernement doit donc encourager, la société doit payer de son estime les personnes vertueuses qui établissent des hospices, comme ceux de Saint-Sulpice, de Saint-Jacques-du-haut-pas, de Saint-Médéric, de Saint-André. Mais ce sont toujours des charités particulières, elles ne doivent rien ôter à la charité publique. Il ne faut rien de borné, il faut un grand hôpital commun dans une ville considérable, où la misère foumet tant d'individus à une destinée commune. Elle a besoin d'un hôpital où on ne refuse personne, où les pauvres de la campagne soient admis; elle

Il faut encourager les établissemens des hospices où les malades sont mieux traités, mais comme secours de l'hôpital commun, & non comme moyen unique.

a besoin d'un hôpital où se fassent les opérations difficiles; dispendieuses; d'un hôpital qui, par son étendue & sa disposition, permette de séparer & d'éloigner les maladies contagieuses des maladies ordinaires.

Les grands  
hôpitaux  
appartiennent  
à l'Etat. Ils sont  
durables.

On peut encore observer qu'en multipliant trop les hôpitaux, on les soustrairait en quelque sorte aux regards de la nation; l'attention publique, à force d'être partagée, deviendrait presque nulle. Dans un grand État, les grands établissemens semblent seuls lui appartenir; seuls ils ont une masse qui résiste au temps, & une importance qui se fait toujours respecter. L'État qui les a élevés doit les soutenir; leur conservation devient un devoir sacré, un devoir d'autant plus indispensable, que tout se passe au grand jour. Si l'hôpital manquoit de fonds pour soulager les malades, l'édifice, en partie désert, recevrait les malédictions du pauvre; & l'homme dur qui l'auroit ainsi fermé à la misère, n'échapperait pas aux reproches de la Nation. Cet avantage des grands hôpitaux est précieux, car si les vertus privées sont d'autant plus estimables qu'elles sont plus libres, il est bon, il est nécessaire que les vertus publiques soient commandées par les circonstances, & que les hommes soient enchaînés par ces circonstances mêmes aux devoirs de première nécessité. C'est encore un avantage de ces hôpitaux, que l'administration en est plus facilement éclairée; cette lumière encourage les hommes qui se dévouent à des fonctions pénibles & gratuites; & *c'est pour leur ménager le tribut d'opinion qui est leur récompense*, que les Lettres patentes du 22 avril 1781, ordonnent que les comptes de recette & de dépense de l'Hôtel-Dieu seront annuellement imprimés.

Les  
Commissaires  
proposent d'en  
construire  
quatre,

S'il ne paroît pas convenable de construire pour 5000 individus un grand hôpital, qui seroit une ville de malades, on voit qu'il y auroit des inconvéniens à trop subdiviser cet hôpital, & à le distribuer dans Paris en petites parties. Il y a donc un milieu à prendre entre un hôpital unique qui seroit trop grand, & vingt ou trente hospices



qui feroient trop petits. Il semble que la nécessité de retirer l'Hôtel-Dieu du centre de Paris, & celle de le placer aux extrémités, jointe à la considération de la distance trop grande, où cet hôpital placé à une extrémité seroit de toutes les autres, doit conduire à établir quatre hôpitaux dans quatre points choisis de la circonférence de Paris. Et ce qu'il y a de singulier, c'est que l'état des choses rameneroit le système des hospices à celui de ces quatre hôpitaux.

Toutes les paroisses de Paris ne fournissent pas des malades à l'Hôtel-Dieu proportionnellement à leur étendue. La médiocrité a ses quartiers comme la richesse, & la grande misère est reléguée aux extrémités & dans les faubourgs. Les classes qui fournissent le plus à cet hôpital, sont celle des maçons & des manœuvres, qui abondent dans une ville où on bâtit sans cesse & de toutes parts; celle des Savoyards, des Auvergnats, qui sont ramoneurs & Porte-faix; enfin celle des artisans & des ouvriers gagnant journées, & qui sont sans ressources, lorsque la maladie interrompt le travail. La plupart de ces individus habitent en bandes dans des chambres communes, & dans des quartiers où ces chambres sont moins chères, c'est-à-dire, dans les faubourgs. Ces classes, qui fournissent tant de pauvres malades, obligeroient donc d'agrandir en conséquence les hospices des faubourgs. On ne peut guère avoir une idée de la population des paroisses, qu'en comparant leur mortalité à la mortalité totale de Paris. Ainsi, par exemple, cette mortalité totale a été en 1785 de 20365 personnes; & en retranchant de cette quantité les Protestans, & tout ce qui est mort en religion & dans les hôpitaux, il en restera 13345 pour la mortalité des paroisses (i). Sur cette quantité, Saint-Eustache a eu

Dans l'exécution,  
le système  
des hospices  
reviendrait à  
peu-près à celui  
de ces  
quatre hôpitaux.

---

(i) Nombre total des morts . . . . . 20365.

Morts en religion & Protestans . . . . . 228.

Morts dans les hôpitaux . . . . . 6792.

---

Morts des Paroisses . . . . . 13345.

1224 morts, & Sainte Marguerite 1097 (*k*); de sorte que la mortalité de ces paroisses est à la mortalité générale, comme un à onze, & comme un à douze. Nous la supposons égale, pour l'une & l'autre de ces paroisses, & comme un à douze. Or nous avons établi que le nombre commun & journalier des malades de l'Hôtel - Dieu est de 2500, & que ce nombre, dans les mauvaises années, peut aller jusqu'à 4800. On pourroit donc croire que les hospices de ces deux paroisses recevroient, dans la raison d'un à douze, 200 malades dans les temps ordinaires, & 400 dans les temps de calamité. Il faudroit donc un local disposé pour 400, puisque, sans égard aux temps, c'est le plus grand nombre des malades qui doit régler la capacité des hôpitaux. Un hospice de 400 malades est déjà un véritable hôpital. Mais si l'on considère que les paroisses de Saint Eustache & de Sainte Marguerite renferment les faubourgs Montmartre & Saint-Antoine, peuplés de pauvres & où habitent en grande partie les classes ouvrières & indigentes, dont nous avons parlé; on verra que ces paroisses doivent envoyer à l'Hôtel-Dieu, relativement aux autres, un nombre bien plus grand de malades, que celui qui résulteroit de leur étendue comparée. Ce n'est pas trop de doubler le nombre 400 que cette étendue nous a indiqué, & de les porter à 800; sur-tout en observant que nous avons supposé les variations du nombre des malades, dans ces hospices, proportionnelles à celles de l'Hôtel-Dieu, tandis que les règles de la probabilité font connoître que ces variations y peuvent être beaucoup plus grandes. Il en résulte que certaines paroisses des faubourgs auront besoin de semblables hospices, placés dans cette circonférence où la misère habite; & ces hospices de 800 malades sont précisément les grands hôpitaux, dont nous croyons avoir montré la nécessité. Nous pensons seulement que quatre hôpitaux suffiront, & qu'il convient de les porter de 8.

---

(*k*) Voyez les états imprimés.

à 1200, pour embrasser le nombre de 4800 malades, que paroît demander, dans les cas extrêmes, la population de Paris.

Nous croyons donc que l'Académie doit proposer au Gouvernement de partager le nouvel hôpital, qui doit suffire à 4800 malades, en quatre hôpitaux de 1200 malades chacun, & qui pourront être placés aux quatre extrémités de la ville de Paris. Nous supposons que les bâtimens de ces hôpitaux seront composés d'un rez-de-chaussée & de deux étages, avec caves voûtées & greniers. Nous désirerions que les malades n'occupassent que le premier étage; mais comme une pareille disposition produiroit un grand développement, & prendroit trop de terrain, nous proposons de placer les Officiers au second étage, les malades au premier & au rez-de-chaussée. Le rez-de-chaussée suffisamment élevé au-dessus du sol, sera particulièrement réservé aux convalescens qui sont à peu-près un tiers des malades. Il n'y aura donc jamais qu'un petit nombre de malades proprement dits, dans le rez-de-chaussée; & cet arrangement facilitera aux convalescens la promenade & l'exercice de leurs premières forces en plein air.

Quant à la disposition générale des bâtimens, nous croyons que la forme circulaire, adoptée par M. Poyet, n'est pas la meilleure. La forme carrée a l'inconvénient que les salles rentrent les unes dans les autres, & que les croisées des angles sont trop voisines; lorsqu'elles sont ouvertes l'air infecté peut passer facilement d'une salle dans l'autre. La direction des salles en rayons est dans le même cas; les croisées sont trop voisines en approchant du centre, & la forme circulaire des galeries où elles aboutissent, n'est pas la plus favorable au renouvellement de l'air vicié. D'ailleurs ces rayons dirigés à tous les points de la boussole ont tous des expositions différentes; or, parmi ces expositions il y en a une meilleure qui, dans un édifice construit pour un hôpital, doit être la seule employée. Les salles assemblées en croix ont les mêmes

Disposition  
intérieure de  
ces hôpitaux.

Disposition:  
extérieure.

inconvéniens que les formes carrées; ces salles s'enfilent & communiquent trop directement. On peut sans doute en renouveler l'air au moyen d'un dôme placé au centre, qui sert de ventilateur, comme l'a proposé M. Petit en 1774, & rendre, comme lui, ce ventilateur plus actif par le feu; mais quelque utilité que puisse avoir le ventilateur, il vaut encore mieux n'en avoir pas besoin. Nous croyons que la disposition la plus salubre pour les hôpitaux seroit celle où chaque salle, si cela étoit possible, formeroit un hôpital particulier & isolé; mais ce qui n'est pas praticable sans une grande dépense quant aux salles, le devient quant aux bâtimens. Au lieu d'enfermer une cour par trois ou quatre corps-de-logis, on peut les développer, les isoler, les espacer. Nous proposons que ces bâtimens soient des parallèles, auxquelles on donnera la longueur qu'on voudra, & que nous supposons ici de 110 à 120 toises: ces parallèles seront séparées par des cours de la même longueur, & larges de 20 à 30 toises, qui formeront de vastes promenoirs. Nous devons dire que l'idée de cette forme d'hôpital appartient à M. Leroy, de cette Académie, qui l'a exposée dans un Manuscrit lû en 1777, non encore imprimé, & dont nous regrettons de n'avoir pas eu connoissance. Nous proposons de diriger ces bâtimens de l'est à l'ouest, afin que les croisées donnant du nord au midi, le vent du nord puisse rafraîchir les salles pendant l'été, & fournir un moyen de sécher les planchers quand on les a lavés; & que l'exposition au midi, en offrant d'autres moyens de sécher, procure aux malades un jour qui leur est toujours agréable, & une chaleur qui leur est souvent nécessaire. L'excès de cette chaleur est rare dans nos climats, & il est par conséquent d'autant plus facile d'y remédier.

Disposition  
intérieure  
des salles.

Nous insistons pour que les malades soient à jamais couchés seuls, conformément aux principes physiques que nous avons exposés, & suivant ce qui a été décidé & arrêté par la bonté du Roi. Nous insistons pour que les lits,  
chacun

chacun de trois pieds, soient séparés par des ruelles de même largeur, & qu'il n'y ait jamais que deux rangs de lits. Ces salles ayant 24 pieds de large, on aura dans le milieu un passage de 12 pieds. Nous conseillons de faire les couchettes en fer, & nous insistons sur la nécessité de garnir ces lits de matelas de laine & non de matelas de plume; de ne jamais vider les paillasses dans les salles, mais de les vider & d'en brûler la paille dans les cours, à une distance suffisante des bâtimens de l'hôpital.

Il sera convenable que les planchers des salles soient dallés en pierres, autant que cela sera possible. Les joints dégradés des carreaux forment nécessairement des creux où se logent toutes sortes de saletés & de matières fétides qui y fermentent; ces planchers ne peuvent jamais être bien lavés: il faut au moins qu'il y ait des dalles sous les lits, dans les ruelles, & que le reste de la salle soit carrelé en carreaux de grand échantillon. Mais nous croyons que, sans trop charger le plancher, on pourra le carreler en entier de dalles, pourvu qu'elles n'aient que deux pouces d'épaisseur. Alors, en inclinant ces dalles vers le milieu de la salle, on y ménagera une rigole pour l'écoulement de l'eau, & pour dissiper plus facilement l'humidité après le lavage du plancher (1). Ces dalles seront simplement sciées; si elles étoient polies, elles seroient glissantes; & comme elles peuvent le devenir par l'usage, on en préviendra le danger en y repandant du sable.

Quant au plancher supérieur, nous n'avons pas proposé des voûtes qui exigeroient des murs trop forts & une dépense trop considérable; mais il faudra plafonner ce plancher, pour que les intervalles des solives n'offrent point à l'air infecté une retraite d'où il est difficile de le chasser. Les croisées monteront à la hauteur du plafond & s'ouvriront jusqu'à cette hauteur, afin que la couche supérieure de l'air, qui est toujours la plus infecte, ait une libre

---

(1) M. Tenon. Mém. Acad. des Sc. 1780, page 440.

issue. Les escaliers doivent être ouverts de manière que l'air du dehors circule librement dans toute leur hauteur. L'intérieur des salles sera échauffé l'hiver par les moyens ordinaires, c'est-à-dire, par des poêles.

La chapelle pourra être construite hors des bâtimens parallèles & à une distance convenable. Il n'est pas possible qu'elle soit à portée de toutes les salles de malades; elle est principalement destinée aux gens de service & aux malades convalescens: mais on pourra, comme à l'Hôtel-Dieu actuel, placer des autels, & avoir ainsi de petites chapelles particulières dans l'intérieur des salles.

On a toujours lieu de craindre le feu dans une maison où il y a beaucoup de monde, & où le service compliqué est très-actif; il convient donc de prendre d'avance des précautions pour en prévenir le danger. C'est une des raisons qui nous ont portés à conseiller de faire les couchettes en fer. Nous conseillons également d'employer le fer pour les chassis des croisées; de l'employer, au lieu de bois, par-tout où cela sera possible; d'imprégner d'une dissolution saline, telle que celle de l'alun, les bois qui entreront dans la construction; & d'avoir des issues par des escaliers suffisamment larges, tant au milieu qu'aux extrémités de chaque bâtiment.

Département  
des maladies  
contagieuses.

Cette disposition en bâtimens parallèles aura cela d'avantageux, qu'on pourra, selon le besoin, destiner un ou plusieurs corps de bâtimens aux maladies contagieuses. On prendra de préférence le bâtiment extérieur du côté du midi, parce qu'il sera sous le vent du nord, & que ce vent est celui qui balaye le mieux le mauvais air. Ce corps de bâtiment étant spécialement destiné aux maladies contagieuses, on pourra y établir des subdivisions & les classer. Le pavillon du milieu fera une séparation entre la salle de la droite & celle de la gauche; & cette séparation existant au rez-de-chaussée, comme au premier, le bâtiment aura quatre quartiers différens dont on pourra faire l'usage

convenable, c'est-à-dire, celui qui sera prescrit par les Médecins.

Les latrines & leur position sont un objet important dans la construction d'un hôpital : il seroit bon qu'elles fussent isolées & éloignées des bâtimens , afin que leurs émanations n'atteignissent pas les salles des malades ; mais la commodité peut engager à les placer aux extrémités des parallèles. Nous n'entreprendrons point cette discussion ; nous croyons que cet objet doit être médité & combiné avec l'Architecte , les plans à la main , pour se décider sur le local & en mettre à profit tous les avantages. Mais il sera essentiel , lorsque le voisinage de la rivière le permettra , de pratiquer un égout souterrain où se rendront les vidanges des fosses , les immondices , & qu'on lavera en y faisant passer l'eau même de la rivière , comme M. Poyet l'a pratiqué dans son projet ; ou du moins on nettoiera cet égout par des eaux retenues dans un bassin , & qu'on y fera tomber & passer en grande masse , plusieurs fois dans l'année.

Latrines  
& égout  
souterrains.

Il n'est pas nécessaire que nous entrions ici dans les détails , soit de construction , de distribution ou de police intérieure , que pourront exiger la salubrité , la propreté de l'hôpital , & la commodité des malades. Ces détails seront consignés dans un ouvrage que l'un de nous , M. Tenon , nous a communiqué , & qu'il a dessein de publier incessamment. Il y a recueilli le fruit de vingt années d'observations sur les hôpitaux. Cet ouvrage sera utile & à l'Architecte chargé de construire un hôpital , & à l'Administrateur qui en réglera le service. Il nous suffit d'avoir mis sous les yeux de l'Académie le plan général de la construction d'un hôpital. Nous croyons que , par la disposition que nous avons indiquée , il aura toute la salubrité qu'un hôpital puisse avoir. Ce ne sera plus un lieu d'effroi & de douleur ; les malades béniront le nom du Roi ; la mortalité y diminuera , & les hommes y seront conservés.

Ces hôpitaux  
seront salubres.

L'Hôtel-Dieu  
est-il en état de  
fournir à la  
dépenſe de  
4800 malades ?

On demandera peut-être ſi l'Hôtel-Dieu eſt aſſez riche pour ſubvenir à la dépenſe de 4800 malades. Il ne paroît pas qu'on en puiſſe douter, puisſque les Lettres patentes du 22 avril 1781, parlent d'une poſſibilité de 4000 malades, & même de la poſſibilité d'un concours plus grand que le bien-être pourroit y amener. Mais il faut toujours conſidérer que 4800 eſt le nombre extrême, le nombre qui n'aura lieu que dans les cas rares & extraordinaires. On ne peut rien établir que ſur le nombre moyen. Or ce nombre eſt de 2500, & il eſt aisé de voir ſi l'Hôtel-Dieu eſt en état de les entretenir. Nous avons dit que, dans l'hospice de Saint-Sulpice, les malades ne coûtent que dix-ſept ſous par jour, compris tous les frais de ſervice. Si dans un grand hôpital de 2500 malades, les abus ſont plus coûteux, il y a auſſi plus de reſſources pour l'économie; & en ſuppoſant que les malades y doivent coûter vingt ſous, nous leur attribuerons une dépenſe plus que ſuffiſante. Cette évaluation eſt conforme à celle des Lettres patentes du 22 avril 1781. Or, ſuivant l'état de recette & de dépenſe préſenté au Roi en 1773, par M.<sup>rs</sup> les Adminiſtrateurs (*m*), l'Hôtel-Dieu paroît avoir de revenu net 1022520<sup>th</sup> (*n*), ce qui fait environ 2801<sup>th</sup> à dépenſer par jour pour le ſoin des malades; & en ſuppoſant qu'ils coûtent vingt ſous, cet hôpital peut en défrayer 2800, c'eſt-à-dire, beaucoup plus que le nombre moyen. Et il faut encore obſerver que ſi l'Hôtel-Dieu étoit rendu plus ſalubre, ſi la durée moyenne des malades n'y étoit que de vingt-trois jours, comme à la Charité ou à l'hospice de Saint-Sulpice, l'affluence pourroit ſans doute être plus grande; mais l'Hôtel-Dieu, gardant une fois moins ſes malades, pourroit en recevoir dans l'année une fois davantage.

---

(*m*) Récit de ce qui s'eſt paſſé, tendant à la conſtruction d'un nouvel Hôtel-Dieu, page 16, & ſuprà.

(*n*) *Suprà*, page 73.



La construction des quatre hôpitaux que nous proposons, ne sera pas d'une dépense considérable, du moins relativement à l'utilité de son objet, si on exclut du projet de ces bâtimens toute magnificence extérieure, toute décoration de luxe, & si la dépense est faite avec intelligence & avec économie. L'hôpital est la maison du pauvre: la bonté du Roi peut y prodiguer les secours, les commodités au-dedans; mais il est décent qu'une simplicité noble annonce au-dehors la demeure de l'indigence. Au reste, la disposition des bâtimens que nous avons indiquée, a cela d'avantageux que, si cependant on vouloit que cet édifice, comme monument public, eût quelque décoration extérieure, il suffiroit d'orner une des faces d'un seul bâtiment, sur la longueur de 110 ou de 120 toises; & ces ornemens distribués avec goût, pour conserver le caractère du monument, ne seroient pas coûteux.

Nous croyons d'ailleurs qu'on pourroit épargner beaucoup sur ces constructions, en retranchant une partie des accessoires, qu'on a regardés jusqu'ici comme nécessaires. L'Hôtel-Dieu a sa boulangerie, sa boucherie, sa buanderie. Ce seroit infiniment multiplier les êtres & sans nécessité, que d'en établir également pour chacun des quatre hôpitaux. Il faudroit, si on vouloit absolument continuer ce service, placer toutes ces dépendances de l'Hôtel-Dieu dans une maison, telle que *Scipion*, où se fait le pain de l'hôpital général. Mais nous croyons que l'administration de l'Hôtel-Dieu auroit beaucoup à gagner sur sa dépense annuelle, en mettant à l'entreprise les fournitures de pain & de viande. L'administration, dans ces marchés, voit & fait ce qu'elle fait; les prix de la ville sont connus; on peut apprécier les rabais que permet une grande fourniture, & les marchés peuvent être faits, renouvelés, avec une économie satisfaisante. En ayant une boucherie & une boulangerie pour son compte, on ne peut épargner que le gain des fournisseurs; & ce profit doit disparaître facilement, au milieu des abus inévitables dans une grande

La construction de ces quatre hôpitaux ne sera pas une dépense considérable, si on supprime la décoration de luxe.

Il y a d'ailleurs plusieurs moyens d'économie. On peut retrancher la Boulangerie & la Boucherie.

administration. Mais cette économie n'est point de notre objet; nous ne proposons de mettre ces fournitures à l'entreprise, que pour épargner & le terrain & les bâtimens que ces accessoires exigent; & nous observons seulement que le bureau de l'Hôtel-Dieu pourroit ajouter une économie annuelle à cette économie de première construction.

On n'a besoin  
que d'une  
médiocre  
Buanderie.

Quant aux buanderies, on ne peut les supprimer & mettre le blanchissage du linge à l'entreprise, qu'avec quelques restrictions. Le linge qui a servi aux malades attaqués de maladies contagieuses, ne doit point sortir, tel qu'il est, de l'hôpital, suivant le principe de police que toute communication, soit du dehors au-dedans, soit du dedans au-dehors, doit être interceptée. Il faut donc qu'il y ait une buanderie attachée à l'hôpital, mais seulement pour les maladies contagieuses; & le reste du linge pouvant être donné à l'entreprise, il s'ensuit que la buanderie de l'hôpital peut être plus petite, occupera moins de terrain, & aura moins de bâtimens; ce qui est une économie de construction. Cette buanderie particulière pourra même être bornée à un lavage préparatoire, à une première opération, qu'on appelle *échangeage*. Le linge ainsi lavé est déjà purifié, & il peut être transporté sans risque chez les entrepreneurs pour la buanderie. Il sera cependant encore de la prudence d'employer deux précautions: l'une de transporter ce linge dans des caissons fermés; l'autre d'exiger des entrepreneurs de faire une lessive à part pour le linge des maladies contagieuses, qui, à cet effet, sera marqué & distingué. Il seroit d'autant plus avantageux de donner le blanchissage du linge à l'entreprise, que les entrepreneurs se placeroient nécessairement au bord de la rivière, & qu'on pourroit les obliger à s'établir au-dessous de Paris, afin que les eaux de la Seine, destinées à abreuver les habitans, ne coulent point chargées des saletés que renferme ce linge.

Mais la plus grande économie qu'on pourroit faire,

seroit sur les hôpitaux mêmes à construire. Nous proposons d'en établir & d'en construire quatre, & ces constructions nouvelles seroient sans doute les plus avantageuses, parce qu'on pourroit choisir le local, l'exposition, les convenances pour les mieux placer ; mais s'il étoit possible de trouver des hôpitaux déjà construits, ce seroit une économie & d'argent & de temps. Or, nous voyons que l'Hôtel-Dieu actuel a deux maisons dans sa dépendance, l'hôpital Saint-Louis & l'hôpital Sainte-Anne ou de la Santé, l'un au nord de Paris, entre les faubourgs du Temple & Saint-Laurent, l'autre au midi près l'Observatoire. Ces maisons ont deux des quatre positions que nous avons demandées. L'hôpital Saint-Louis est un superbe bâtiment que nous devons à Henri IV. M. Duhamel le cite comme digne de servir de modèle en ce genre (o). Les corps-de-logis ne suivent point la disposition que nous avons préférée ; ils forment un carré. Cependant cette maison renferme de vastes bâtimens, qui sont tout disposés pour des malades ; elle est sur un terrain élevé & en bon air ; & ces considérations, jointes à celle de l'économie, semblent permettre de la choisir pour un des quatre hôpitaux proposés. On y compte huit salles, quatre au rez-de-chaussée & quatre au premier étage, chacune de 72 toises de long ; mais les salles du rez-de-chaussée sont basses & humides ; on ne peut employer que celles du premier étage, qui offrent un développement de 288 toises, & où l'on peut placer 1576 lits, en les rangeant sur deux files ; sans compter les logemens particuliers des malades que renferment les pavillons aux quatre angles de la cour. Cette maison peut donc offrir plus de 600 lits. Il y a assez de logement pour les gens de service ; il ne s'agit que d'élever les bâtimens parallèles propres à loger 600 autres malades. Et si on choisit cette maison pour y établir un des quatre hôpitaux

On peut trouver  
des hôpitaux  
déjà construits,  
tels que  
Saint-Louis  
&  
Sainte-Anne.

---

(o) Moyens de conserver la santé aux Équipages des Vaisseaux, page 227.

de 1200 malades, on aura une économie de plus de la moitié de la dépense.

Changement  
facile à faire  
à l'hôpital  
Saint - Louis.

Les salles du premier étage, destinées à des maladies contagieuses, seroient sans doute trop élevées pour les maladies ordinaires; mais si ces salles ont 24 pieds, il fera aisé d'y pratiquer un entresol de 7 à 8 pieds, qui en réduira suffisamment la hauteur. Et si cet hôpital a été bâti pour des maladies contagieuses, rien n'empêche qu'on ne le réserve plus particulièrement à ces maladies; & que, lorsqu'il faudra les séparer entr'elles, on n'emploie dans les pavillons des angles les précautions nécessaires pour fermer toute communication.

L'hôpital  
Sainte - Anne  
n'est pas assez  
grand, mais on  
peut l'augmenter.

L'hôpital Sainte-Anne ne forme pas une maison si considérable. Il contient six salles, trois au rez-de-chaussée & trois au premier étage, donnant ensemble 190 toises de développement. Il sembleroit donc qu'on pourroit y placer 380 lits, si les bâtimens étoient en bon état. On assure qu'ils sont étayés & qu'on ne peut en faire aucun usage; mais le sol subsiste. Ce sol a une étendue de 15 arpens; & c'est toujours une grande économie que celle de l'achat du terrain nécessaire à un hôpital de 1200 malades.

Il y auroit pour  
un troisième  
hôpital un terrain  
& quelques  
bâtimens tout  
prêts au couvent  
des Célestins.

Nous voyons encore la possibilité de placer un troisième hôpital dans un lieu où le Gouvernement aura des moyens d'économie, tout au moins sur l'acquisition du terrain; c'est dans le couvent des Célestins. Leur maison est près de la rivière; une pompe peut y fournir autant d'eau qu'on voudra. Nous savons qu'on y a construit un égout pour conduire les immondices à la rivière. Le couvent & le jardin nous ont paru occuper une superficie de plus de 8000 toises. Il est vraisemblable que quelques-uns des bâtimens existans, dont plusieurs sont presque neufs, & qui composoient le couvent, pourroient servir à établir des salles de malades. Les étages sont peut-être un peu bas, mais sans doute qu'il seroit possible, en conservant les gros murs, de changer la disposition intérieure; il y auroit

auroit donc économie de l'achat du terrain, mais aussi économie de bâtiment.

Nous ne pensons pas qu'on doive placer le quatrième hôpital à l'île des Cygnes, parce qu'on seroit obligé de faire des quais, des revêtemens. Ces frais extraordinaires montent, dans le devis de M. Poyet, à plus de 1400000 livres. Il en résulteroit une augmentation considérable sur la dépense de construction de l'hôpital. Ces frais pouvoient paroître moindres dans le vaste projet de M. Poyet, mais ils paroissent d'autant plus grands qu'on restreint plus l'étendue de ce projet. Nous croyons qu'il vaudroit mieux porter cet hôpital un peu plus loin au-delà de l'École militaire, vis-à-vis les premières maisons de Passy. La distance de Paris n'est pas beaucoup plus grande; le terrain n'y seroit pas cher, & on pourroit s'y passer de ces quais nécessaires à l'embellissement de Paris; mais qui, pour un hôpital, sont un objet de luxe & de dépense.

Le quatrième hôpital pourroit être placé près de l'École militaire.

Si l'on jugeoit qu'il valût mieux laisser l'hôpital Saint-Louis tel qu'il est, & le borner à recevoir 600 malades, ou si les travaux qu'on feroit dans les deux hôpitaux ne suffisoient pas pour y placer 2400 malades, on pourroit, comme supplément, & pour compléter ce qui manqueroit à ce nombre, établir un cinquième hôpital placé au bas de Montmartre, qui répondroit particulièrement aux besoins de la paroisse Saint-Eustache, chargée de pauvres; & qui d'ailleurs étant intermédiaire entre l'hôpital de Saint-Louis & celui qui seroit situé à l'ouest de Paris, partageroit la distance trop grande de ces deux hôpitaux.

On pourra objecter, contre ce plan d'économie, que les deux maisons de Saint-Louis & de Sainte-Anne ne doivent servir que dans les temps d'épidémie contagieuse. On pense qu'il est nécessaire d'avoir des hôpitaux de réserve, & tout prêts à ouvrir dans ces temps de calamité générale. On cite, pour établir cette nécessité, une contagion arrivée en 1348, pendant laquelle il périssoit 500 personnes par

Objections  
contre ce plan.  
Saint - Louis  
&  
Sainte - Anne  
ont été réservés  
pour  
les épidémies.

*Hist. 1785.*

O

jour à l'Hôtel-Dieu; une disette de grains qui, en 1361, obligea les pauvres des villages voisins à refluer à l'Hôtel-Dieu. On cite les fièvres de prison, & la peste dont les prisonniers de la conciergerie furent attaqués en 1548. On cite sept autres contagions depuis 1481 jusqu'en 1580. Des baraques furent élevées au milieu de la plaine de Grenelle; on y construisit depuis un hôpital qui servit, lors de la famine & de la peste de 1587; 2000 malades y furent envoyés. Les hôpitaux de Saint-Louis & de Sainte-Anne furent fondés en 1607, pour ces temps de contagion; on les ouvrit, pour la première fois, au moment des contagions de 1619 & 1631. Il y en eut d'autres en 1638, 1662, 1668; une disette de grains en 1693. Nous ignorons si ces hôpitaux furent alors ouverts; mais ils le furent dans une nouvelle disette de grains qui survint en 1699.

Les épidémies  
sont si rares,  
qu'on peut  
croire que les  
causes ne  
subsistent plus.

Rien n'est plus sage sans doute que d'avoir des secours de réserve pour des calamités extraordinaires & subites, quand on est dans le cas de les craindre. Les exemples cités prouvent que, dans les siècles où ils sont arrivés, la contagion avoit réellement lieu, & avec des retours assez fréquens. Mais on peut remarquer que tous ces exemples finissent à l'année 1699, & la raison en est simple : la lumière des Sciences qui a commencé à briller, particulièrement au milieu du dernier siècle, a donné lieu, sinon de connoître la nature de ces fléaux, du moins d'indiquer les moyens d'en prévenir la contagion. Un Gouvernement plus éclairé, une Police plus vigilante, les a sur-tout écartés de Paris; la peste n'y arrive plus, au moyen des précautions prises aux frontières; dans le temps même où elle infecta Marseille, elle ne s'étendit pas, parce qu'on coupa toutes les communications de cette ville avec les lieux circonvoisins. La cause des épidémies proprement dites semble détruite depuis que Paris est pavé, que les rues sont élargies, & que la propreté y est mieux entretenue. Paris est certainement devenu plus sain; & une preuve sans réplique, c'est qu'il n'y a point eu d'épidémie dans ce siècle déjà si

avancé. Il ne faut donc pas se priver d'un secours tous les jours nécessaire, pour des cas qui deviennent de plus en plus rares, & qui n'arriveront peut-être plus. C'est dans cet esprit que les Lettres patentes données en 1773 par le feu Roi, ordonnent que l'Hôtel-Dieu sera transféré dans les hôpitaux de Saint-Louis & de Sainte-Anne, sans avoir égard à leur ancienne destination pour les temps d'épidémie. Cette disposition du feu Roi, quoiqu'elle n'ait pas eu son effet, a été déterminée par les vues d'économie que nous proposons.

D'ailleurs, pour rassurer pleinement sur les dangers & sur l'embaras de ces épidémies, nous ferons observer que l'Hôtel-Dieu, tout resserré qu'il est aujourd'hui, n'a pas toujours été aussi étendu. Toutes les fois que le nombre des malades étoit sensiblement augmenté, ce surcroît pouvoit paroître une épidémie. Nous avons eu une disette de grains en 1740; alors, comme en 1741, en 1752, le nombre des malades presque doublé a été jusqu'à 4000, & on ne compte point d'épidémie dans ces années, & l'Hôtel-Dieu n'a point demandé de secours extraordinaires; les malades y ont été sans doute entassés, mais ils y ont été tous reçus; mais Saint-Louis & Sainte-Anne n'ont point été ouverts. C'est pour régler l'Hôtel-Dieu sur ces temps extraordinaires, que nous avons pensé qu'il devoit contenir 4000 lits; & c'est en faisant attention que les malades y viendroient peut-être plus volontiers, en plus grand nombre, lorsqu'ils y seroient couchés seuls, lorsqu'ils y seroient mieux, que nous avons cru devoir porter le nombre des lits à 4800. Avec ces secours, on n'a rien à craindre dans des événemens semblables à ceux de ce siècle. Nous observerons que des hôpitaux qui ont de si grands moyens, ont aussi de grandes ressources dans des besoins imprévus; & pour tranquilliser ceux qui se figureroient que les maux arrivés peuvent arriver encore, quoique les causes ne subsistent sans doute plus, nous dirons que l'on peut placer des lits sur leur longueur, dans

C'est pour  
suffire aux  
saisons les plus  
fâcheuses, qu'on  
a demandé  
4800 lits. Les  
hôpitaux en  
recevoient  
encore 2400,  
dans un besoin  
extraordinaire.

le passage du milieu de chaque salle. Ce passage aura 12 pieds, le lit en prendra trois, il restera donc des deux côtés quatre pieds & demi pour passer. C'est bien peu sans doute ; mais c'est assez pour un cas très-rare, pour un temps qui sera court, & où une calamité extraordinaire permet d'employer un remède extraordinaire. Cette addition de lits suffiroit à 2400 malades, & les quatre hôpitaux en recevroient 7200.

Les deux  
hôpitaux placés  
près de l'Arse-  
nal & de  
l'École militaire,  
auroient de l'eau.  
On pourroit en  
fournir aux deux  
autres, au moyen  
des rivières  
qu'on projette  
d'amener  
à Paris.

Les deux hôpitaux placés vers l'Arse-  
nal & vers l'École  
militaire, dans le voisinage de la rivière, auroient de l'eau  
abondamment. Il seroit aisé de les en fournir, au moyen  
d'une pompe construite sur le bord même de la rivière,  
ou placée dans un puits creusé à cet effet ; mais il n'en  
seroit pas de même des hôpitaux de Saint-Louis & de  
Sainte-Anne. Saint-Louis est fourni par les eaux qui des-  
cendent de Belleville ; on dit qu'il est des temps où il  
manque d'eau. L'hôpital Sainte-Anne, quoique fourni par  
les sources d'Arcueil, peut en manquer aussi quelquefois,  
ou du moins n'en avoir pas une quantité suffisante pour  
les besoins d'un hôpital de 1200 malades. Cette considé-  
ration mérite toute l'attention du Gouvernement ; car si  
la salubrité dépend en grande partie de la propreté, c'est  
l'eau qui maintient & conserve la propreté dans un hôpital.  
Il est aisé de fournir celle qui pourroit manquer à l'hôpital  
Saint-Louis ou à l'hôpital Sainte-Anne, soit par des puits  
semblables à celui de Bicêtre, soit par le moyen des  
pompes à feu. On a proposé au Gouvernement différens  
projets qui ont été approuvés par l'Académie, & dont  
l'exécution, si elle a lieu, favoriseroit l'établissement des  
deux hôpitaux dont il est question ici. Dans le cas où la  
rivière d'Yvette seroit amenée à Paris, la première utilité  
seroit de fournir de l'eau à l'hôpital Sainte-Anne ; & si  
la Beuvronne est amenée au nord de Paris, dans un bassin  
creusé exprès au-dessous de Belleville, & précisément vis-  
à-vis Saint-Louis, il sera facile d'en tirer un filet d'eau  
qui sera conduit à cet hôpital. C'est au Gouvernement à



juger jusqu'à quel point doivent concourir ensemble ces différens projets, destinés à immortaliser un règne.

Mais nous croyons qu'en établissant ces hôpitaux, il seroit encore convenable de laisser un dépôt de malades dans le lieu où est l'Hôtel-Dieu ; & lorsque l'on auroit pris sur l'emplacement actuel le terrain nécessaire à la construction des quais qui doivent embellir la ville , découvrir en entier les bords de la rivière , & faciliter la circulation de l'air , l'Hôtel-Dieu réduit aux bâtimens qu'il a dans la Cité , offriroit un asyle au centre de Paris , à des blessés , à des malades qui ont besoin de secours prompts. Ces malades , toujours en petit nombre , pourroient être à l'aise dans un emplacement borné. On en éloigneroit tout ce qui met en danger du feu ; & en y facilitant le renouvellement de l'air , on rendroit ce dépôt utile & salubre pour les pauvres , sans qu'il pût nuire aux habitans de Paris.

Nous finissons en résumant les conclusions portées dans ce Rapport , & nous disons que l'Hôtel-Dieu , placé où il est aujourd'hui , n'est pas suffisant pour le nombre de malades que la population de Paris & les années calamiteuses peuvent obliger d'y placer : que cet hôpital est le plus incommode & le plus insalubre de tous les hôpitaux ; ce qui est prouvé , tant par les raisons physiques que nous avons exposées , que par la quantité de malades qui y périssent annuellement. Nous disons que le nouvel Hôtel-Dieu dont M. Poyet a donné le projet , a une grande supériorité sur l'Hôtel-Dieu actuel ; mais nous croyons que cet hôpital est trop vaste & a l'inconvénient de rassembler trop de malades dans le même lieu. Enfin nous proposons de diviser ce projet trop vaste , & de construire quatre hôpitaux , chacun pour 1200 malades , les bâtimens étant disposés en longues galeries parallèles. Et dans le cas où l'on voudroit réduire la dépense & chercher des moyens d'économie , nous croyons que l'hôpital Saint-Louis & l'hôpital Sainte-Anne pourroient

Il seroit bon de  
conserver un  
dépôt à  
l'Hôtel-Dieu.

Conclusions  
générales de tout  
le Rapport.

être pris pour former deux de ces hôpitaux , & que les deux autres seroient bien placés, l'un sur le terrain des Célestins , & l'autre près de l'École militaire.

Nous devons dire à l'Académie , & nous tenons de M. le Baron de Breteuil lui-même, cette circonstance intéressante , que si le Roi n'a encore rien statué à cet égard , il a pelé dans son cœur les intérêts de l'indigence souffrante. Il a senti qu'un grand hôpital est une grande calamité , & la bonté souveraine a eu la pensée d'y substituer plusieurs hôpitaux. Il faut que le pauvre le sache , le pauvre ne l'oubliera pas. Il faut sur-tout qu'il se souvienne , lorsqu'il sera couché seul dans ces hôpitaux , qu'il le doit autant à la sensibilité de l'homme , qu'à la bienfaisance du Monarque.

FAIT à l'Académie ce deux décembre mil sept cent quatre-vingt-six. *Signé* LASSONE , D'AUBENTON , TENON , BAILLY , LAVOISIER , LA PLACE , COULOMB , D'ARCET.

*Je certifie le présent Extrait conforme à son original & au jugement de l'Académie. Ce neuf décembre mil sept cent quatre-vingt-six.*

*Signé* LE M.<sup>is</sup> DE CONDORCET , Secrétaire perpétuel.



## R A P P O R T

*Fait à l'Académie des Sciences , par M.<sup>rs</sup> l'abbé  
BOSSUT, l'abbé ROCHON, DE FOURCROY,  
& le Marquis DE CONDORCET, sur la  
Navigation intérieure de la Bretagne.*

**J**OINDRE la Vilaine à la Rance, pour établir une communication entre les deux côtes opposées de la Bretagne, par un canal qui la traverseroit dans sa plus grande largeur de Saint-Malo à Rhedon; rendre ensuite navigable la rivière de Château-lin & l'Hières jusqu'au-dessus de Carhaix; joindre l'Hières au Blavet, pour établir une communication entre l'Orient & Brest; joindre encore le Blavet à l'Ouest qui tombe dans la Vilaine au-dessous de Rhedon; former ensuite un canal de la Loire à la Vilaine, & par ce moyen, établir une navigation qui traverse la Bretagne, dans toute sa longueur, & qui ouvre une communication entre les provinces de l'intérieur du royaume & Brest, l'Orient, Saint-Malo.

Tel est le système général de navigation, sur lequel les États de Bretagne ont fait à l'Académie l'honneur de lui demander son avis.

Avant de mettre sous ses yeux les réflexions que les Mémoires qui nous ont été remis, & nos propres observations, nous ont mis à portée de faire, nous croyons devoir lui exposer quelques principes généraux qui nous ont servi de guides.

La possibilité de quelques-unes des communications proposées, est un des points sur lesquels on a demandé

l'avis de l'Académie; mais il est clair qu'on ne peut entendre une possibilité purement physique; il est toujours possible d'établir, à plus ou moins de frais, une communication entre deux points donnés, qui puisse servir pour une navigation plus ou moins active, plus ou moins utile; c'est uniquement de l'impossibilité des moyens particuliers, proposés pour l'établir, qu'il peut être question; & c'est en comparant ensuite les avantages que peut procurer un canal, avec la dépense qu'il doit coûter, que l'on peut prononcer s'il est utile ou non de le construire.

On peut regarder un canal comme utile à une province, toutes les fois que l'augmentation du revenu territorial qu'il produit, excède les intérêts des sommes que sa construction a coûtées, & la dépense de l'entretien: si cet avantage n'a lieu que pour la totalité de l'État, & non pour la Province isolée, alors le canal est utile à l'État, & ne l'est réellement pour la province particulière, qu'autant que les autres provinces contribueroient à une partie de la dépense.

S'il ne passoit par un canal, précisément que la même quantité de denrées qu'on transporte par terre, il seroit facile d'évaluer avec assez de précision la dépense qu'il doit épargner, & qui alors égaleroit les avantages qu'il procure; mais il a un autre effet, celui de donner au Commerce plus d'étendue & d'activité, & cet effet ne peut guère s'évaluer avec précision: cependant, toutes les fois qu'il ne s'agit pas de ces grandes communications, qui peuvent créer de nouvelles branches de Commerce, on peut, d'après l'étendue, la fertilité, la population, la nature des productions du pays que traverse un canal, fixer avec assez de probabilité les limites plus ou moins exactes de l'utilité qu'on en peut attendre.

Nous allons maintenant exposer & discuter les différentes parties du Projet général pour la navigation intérieure de la Bretagne.

## ARTICLE PREMIER.

*Communication entre Saint - Malo & l'embouchure  
de la Vilaine.*

CETTE communication a deux parties; la première, de Rennes à l'embouchure de la Vilaine par Rhedon; la seconde, de Rennes à Saint-Malo par Dinant.

De l'embouchure de la Vilaine à Rhedon, de gros bâtimens marchands, remontent à la marée haute, & la navigation de Rennes à Rhedon, faite sous le règne de François I.<sup>er</sup>, n'a besoin que d'être perfectionnée.

Mais celle de Rennes à Saint-Malo, exige deux choses; l'une, qu'on joigne la Vilaine à la Rance; l'autre, qu'on rende la Rance navigable depuis cette jonction jusqu'à Saint-Malo. On a proposé deux projets pour joindre la Rance à la Vilaine; l'un, en suivant la rivière d'Isle, l'autre, en suivant le Meun. Les plans & les devis des deux projets paroissent avoir été faits avec soin; le premier par M. Liard, le second par M. Bremontier, tous deux Ingénieurs des ponts & chaussées. La communication par la rivière d'Isle nous a paru avoir trois avantages; le premier, de passer par Rennes, capitale de la province; le second, d'être moins cher d'environ un quart de la dépense totale, en nous en rapportant aux devis, qui méritent tous deux une confiance égale; le troisième enfin, d'être disposé d'une manière plus commode pour s'unir à la navigation de la haute Vilaine & à celle du canal qui joindroit la Loire avec la Vilaine en remontant la Mayenne. Ce dernier avantage ne devoit pas être négligé, quand même on renonceroit, pour le moment présent, au projet de jonction entre la Mayenne & la Vilaine.

Il faut observer, relativement au premier avantage, que le canal ne peut jamais servir à un commerce éloigné, assez considérable, pour que la consommation des denrées que la ville de Rennes tirera, soit de Saint-Malo, soit des

campagnes situées sur le bord du canal, puisse cesser d'être regardée comme un des premiers objets d'utilité qu'on doive attendre de ce travail. à la vérité, en suivant le second projet, on a un embranchement qui conduit à Rennes, mais tant que cet embranchement s'y arrêteroit, c'est-à-dire, tant que la jonction de la Mayenne à la Vilaine ne seroit pas achevée, l'avantage ne seroit le même, ni pour cette capitale, ni pour les campagnes situées sur les bords du canal : si donc on n'exécute pas cette jonction, la communication par l'Isle mérite d'être préférée, puisqu'elle est alors la moins chère & la plus avantageuse, & qu'elle passe par la ville de Rennes; si au contraire, on exécute la jonction de la Vilaine à la Mayenne, la disposition de tout le système de navigation devient plus simple en formant la communication par la rivière d'Isle, & ce projet mérite encore la préférence.

En examinant ensuite le projet de M. Liard, dans tous ses détails, nous avons trouvé qu'il avoit adopté en général pour principe, de se servir très-peu de l'ancien cours de la rivière, de soutenir son canal dans la partie supérieure du vallon, de chercher à conserver le plus de moulins qu'il est possible.

Nous croyons au contraire, qu'il vaut mieux préférer l'ancien lit, lorsqu'il n'oblige point à de trop grands détours, qu'il ne forme pas des coudes qui puissent gêner la navigation; nous pensons qu'il est plus avantageux de placer le canal au fond de la vallée, en empêchant, par des contre-fossés, les eaux de pluies d'y tomber & de le dégrader, parce qu'autrement, il est à craindre que les infiltrations ne fassent perdre une partie des eaux du canal, n'inondent & ne gâtent les prairies inférieures, ce qui fait une perte réelle, & nuit à la salubrité de l'air : s'il y a une très-grande quantité d'eau dans le canal, l'inondation qui en résulte, fait un très-grand mal aux prairies & à la santé des habitans; s'il y en a peu au contraire (& c'est ce qui arriveroit dans une grande partie de la communication de l'Isle) la navi-

gation sera souvent interceptée, & l'on ne peut remédier à l'un ou à l'autre de ces inconvéniens, & sur-tout au dernier, que par des travaux très-coûteux.

Nous n'ignorons pas que les principes qui viennent d'être exposés, sont contraires à ce qui a été pratiqué ou conseillé par des hommes très-éclairés, mais nous croyons qu'ils ont cédé trop aisément à des vues de facilité dans l'exécution, peut-être d'économie dans la dépense; économie qui n'auroit lieu cependant qu'en faisant abstraction des pertes réelles causées par les inondations.

Nous croyons enfin, qu'il vaudroit mieux que la province acquît la totalité des moulins auxquels elle pourroit donner alors la disposition la plus utile pour les besoins des campagnes, & la moins gênante pour la navigation; elle éviteroit par-là les discussions qui s'élèveroient entr'elle & les possesseurs des moulins; discussions où il seroit à craindre que l'avantage commun ne fût souvent sacrifié. D'ailleurs, il y auroit beaucoup de circonstances où les propriétaires des moulins se croiroient en droit d'exiger des dédommagemens; & si l'on calcule la valeur de ces dédommagemens, en y ajoutant les dépenses que la province seroit obligée de faire, pour examiner la validité des demandes, & les faux-frais qui en résulteroient pour les particuliers, on ne la trouveroit pas fort au-dessous de la valeur réelle des moulins, qui ne rapportent, dans cette partie de la Bretagne, qu'un très-modique revenu.

Nous observerons enfin, que l'on perdrait une grande partie des avantages de la communication projetée, si l'on n'ajoutoit au projet de M. Liard, la construction d'une écluse placée au-dessous de Dinant, à l'endroit où il est possible de remonter de Saint-Malo, tous les jours, dans le temps de la haute mer; autrement la navigation seroit bornée aux jours des grandes marées, c'est-à-dire, à environ six jours par mois, ce qui la rendroit incommode & dispendieuse, à cause des séjours forcés, & nuirait à l'activité du commerce. On choisiroit, pour placer cette

écluse, le lieu où la rivière a le moins de largeur, & où la construction entraîneroit le moins de dépense: M. Abeille, dans le projet qu'il a présenté le premier pour cette communication, a proposé de placer l'écluse au Châtelier.

La communication entre Rennes & Saint-Malo, nous paroît pouvoir être utile: on pourra se procurer au point de partage une quantité d'eau suffisante, sans recourir à des constructions dispendieuses; toute la partie de la Bretagne, située entre Rennes & Saint-Malo, trouvera dans la consommation de ces deux villes, un débouché pour ses denrées, un encouragement pour la culture. La ville de Rennes trouvera des avantages réels dans une communication facile avec celle de Saint-Malo, qui, par conséquent, en retirera aussi quelque avantage: le pays situé entre Rennes & l'embouchure de la Vilaine, profitera également de ces travaux, dont l'utilité deviendra encore plus sensible en temps de guerre, sur-tout pour la ville de Saint-Malo, qui n'aboutit à aucune rivière navigable, & où, par conséquent, le commerce est alors exposé à de doubles risques.

Mais nous pensons en même temps, qu'il faudroit faire un nouveau plan & un nouveau devis de ce travail, en se conformant aux principes que nous avons exposés, & que nous croyons devoir être adoptés en général dans presque toutes les constructions de canaux, & en comprenant dans le devis, la construction de l'écluse qu'il faut placer sur la Rance, vers l'endroit où elle cesse d'être navigable tous les jours, dans le temps de la haute-mer.

## ARTICLE II.

### *Communication de Brest à l'Orient.*

POUR former cette communication; il faut d'abord rendre la rivière d'Aulne navigable, de Château-lin jusqu'au confluent de cette rivière & de celle d'Hières, remonter l'Hières jusqu'à la hauteur de Carhaix, former entre cette rivière & le Blavet une communication, en plaçant un



point de partage dans des landes très-élevées du côté de Rosternen, & rendre ensuite la rivière de Blavet navigable, depuis Gouarec jusqu'à Hennebont.

D'après les plans & les nivellemens qui nous ont été présentés, il paroît que le seul des points de partage proposés, qui puisse mériter quelque attention, est celui qui traverseroit la lande de Plévan, au-dessus des étangs de Glomel, & duquel on descendroit dans la rivière d'Hières, par le ruisseau de Kergoët; & dans celle de Blavet, par la rivière de Doré.

Mais il seroit difficile de rassembler à ce point une quantité d'eau suffisante, sans baisser de plus de quatre-vingts pieds le seuil actuel de cette lande: c'est le seul moyen de se trouver au niveau du point, où, dans cette partie, les eaux commencent à être un peu abondantes, & c'est pour ce niveau qu'il faudroit faire une jauge nouvelle des eaux que l'on pourroit y conduire & conserver dans des réservoirs, dont les étangs déjà existans pourroient former une partie.

Il y auroit, selon les nivellemens qui nous ont été envoyés, environ trois cents quarante pieds pour descendre de ce point de partage dans l'Hières, & cent cinquante pour descendre dans le Blavet, ce qui obligeroit à construire plus de soixante écluses, chacune de huit pieds de chute.

De plus, la lande dont il faudroit baisser le seuil de quatre-vingts pieds, est parsemée à sa surface d'assez gros rochers de quartz, qui donnent lieu de craindre que cette coupure ne devint très-dispendieuse.

On voit donc, qu'indépendamment de ce qu'il en coûteroit pour rendre le Blavet navigable jusqu'à Gouarec, où cette rivière reçoit celle de Doré, ce projet exigeroit des dépenses énormes, dont l'utilité qu'en retireroit la province de Bretagne, ne pourroit jamais la dédommager.

*De la communication entre le Blavet & la Vilaine,  
par la rivière d'Oust.*

D'APRÈS les plans, les nivellemens & les jauges qui nous ont été envoyés pour cette communication, il paroît que l'on peut réunir environ huit cents pouces d'eau à celui des trois points de partage indiqués, qu'on voudra choisir; ces huit cents pouces d'eau qui, par l'évaporation & les infiltrations, se réduisent à peu-près à seize cents toises cubes par jour, formeroient une navigation suffisante pour la quantité des bateaux qui pourroient vouloir suivre cette route, puisque cette communication n'est réellement qu'un supplément au transport par mer.

Mais nous ne croyons pas que l'on doive compter sur l'exactitude des jauges qui nous ont été présentées. L'inspection du pays montre que la quantité d'eau des ruisseaux & des rivières, y varie beaucoup, n'est pas considérable en été, quoiqu'elle puisse être abondante en hiver.

Nous avons trouvé, par exemple, très-peu d'eau au moulin de Saint-Caradec, qui étoit alors en chômage, quoique les jauges qui nous ont été envoyées, portent à plus de quatre mille pouces, la quantité d'eau que cette rivière fournit à ce même endroit; & que, soit la construction de ce moulin, soit le prix du fermage, annoncent qu'elle doit souvent être assez considérable.

Il auroit donc fallu que ces jauges eussent été faites dans plusieurs saisons de l'année, & à peu-près aux mêmes époques, pour les différens ruisseaux dont les eaux doivent être amenées au point de partage; qu'en même-temps on eût soin, si l'on prend la méthode des sections, de faire les opérations dans le temps où les moulins placés sur les différens ruisseaux, soit au-dessus, soit au-dessous de l'endroit où l'on fait la jauge, sont en activité; d'examiner si la hauteur de l'eau n'a pas changé pendant l'opération;

enfin, soit que l'on prenne cette méthode, soit qu'on préfère celle où l'on évalue la quantité d'eau par la dépense des moulins, de s'assurer du temps qu'ils peuvent tourner, de celui pendant lequel ils sont en chômage.

Il y a tout lieu de croire qu'il résulteroit de ces opérations faites avec exactitude, l'impossibilité d'avoir pendant toute l'année, une quantité d'eau suffisante pour alimenter le point de partage, sans la construction de grands réservoirs destinés à conserver les eaux de l'hiver. Les travaux considérables qui seroient nécessaires pour établir le point de partage, auxquels il faudroit encore ajouter la construction des réservoirs, nous paroissent exiger une trop grande dépense, relativement à l'utilité dont cette navigation peut être susceptible; ainsi nous croyons qu'on ne doit pas conseiller de l'entreprendre.

Il existe un autre intérêt que nous ne devons point passer sous silence. Le plus grand avantage de cette communication, comme de celle qui joindroit le Blavet & la rivière de Château-lin, seroit d'ouvrir, par la Loire, une communication par l'intérieur du royaume, entre Brest, la Méditerranée, la Flandre, & une très-grande partie de nos provinces. Mais si le Gouvernement le regardoit comme vraiment important en temps de guerre, relativement à la Marine, & qu'il voulût l'effectuer, alors la dépense de cette communication ne pourroit regarder une province qui n'en tireroit presque aucun avantage particulier.

#### ARTICLE IV.

##### *Communication de la Loire avec la Vilaine, par Nantes.*

D'APRÈS la délibération des États de Bretagne, envoyée à l'Académie, on a proposé deux moyens pour joindre, dans cette partie, la Loire à la Vilaine, mais nous n'avons reçu aucun plan détaillé, aucune jauge, aucun devis de ces projets.

Dans le premier projet, le point de partage seroit dans

l'étendue des marais de l'Edre; on descendroit vers Nantes par cette rivière, & vers Rhedon, en suivant le cours de l'Ifac.

Si les eaux des marais de l'Edre, ne suffisent pas pour alimenter ces deux branches du canal, il paroît possible d'y suppléer, en faisant tomber dans l'Ifac les eaux du Don, qu'on y conduiroit par une rigole, ce qui auroit de plus l'avantage de servir au dessèchement des marais de Brains, situés au confluent du Don & de la Vilaine. L'Edre aboutit dans la ville même de Nantes, où il se jette dans la Loire, & le canal qui suivroit le cours de l'Ifac, pourroit facilement être conduit à portée du confluent de l'Oust & de la Vilaine, au-dessous de Rhedon; position avantageuse dans le cas où les communications dont nous avons parlé dans les deux articles précédens, seroient exécutées.

Dans le second projet, on part de même des marais de l'Edre, pour descendre vers Nantes par cette rivière; mais on descend dans la Vilaine par le Don, qui fournit plus d'eau que l'Ifac. Il est encore possible de diriger le canal, de manière à le faire servir au dessèchement des marais des Brains, il tomberoit dans la Vilaine au-dessus de Rhedon, & à deux lieues environ de l'embouchure de l'Oust.

Ces deux projets paroissent praticables, mais avant de prononcer en faveur de l'un & de l'autre, il faudroit en avoir un plan & un devis détaillé & comparatif, en ayant soin, 1.<sup>o</sup> pour le projet de l'Ifac, de diriger l'embouchure du canal à une petite distance du confluent de l'Oust; 2.<sup>o</sup> en comparant, d'après des mesures exactes, la quantité d'eau que peut donner le Don, & celle que fournit l'Ifac, réuni avec la portion du Don qu'on pourroit y amener; 3.<sup>o</sup> en faisant enfin entrer dans les dépenses comparatives, des deux projets, les travaux différens qu'il conviendrait de faire en adoptant l'un ou l'autre, pour dessécher les marais de Brains; 4.<sup>o</sup> en ayant égard à ce que l'entrée du canal

canal de l'Ifac dans la Vilaine, exigeroit de travaux particuliers pour le mettre à l'abri des envasemens, ou à ceux qui, seroient nécessaires pour faire tomber l'embouchure de l'Ifac au-dessus de l'écluse de Rhedon, si, après un nouvel examen, on préfère cette dernière disposition.

Il est clair que l'exécution de l'un ou de l'autre projet seroit utile, puisqu'ils ouvrent une communication facile entre Nantes, Rennes & Saint-Malo, entre une partie considérable de la Bretagne, & une ville riche, commerçante & très-peuplée : quant à leur utilité locale, la différence nous a paru trop petite pour influer beaucoup dans la balance. Tous deux, serviroient à l'exploitation d'une forêt considérable, qui fait partie du domaine du Roi, & il en résulteroit une augmentation de revenu qui ne doit pas être négligée.

Il faut donc, sans s'arrêter à aucune autre considération, préférer celui des deux projets qui, à dépense égale, permette de disposer d'une plus grande quantité d'eau, ou plutôt celui qui, pour se procurer la même quantité d'eau, exigera une moindre dépense.

## ARTICLE V.

### *De la communication de la Loire à la Vilaine, par Angers.*

ON propose ici de remonter la Mayenne jusqu'à la rivière d'Ernée, au-dessus de Laval, de suivre ensuite cette rivière jusqu'à un point de partage alimenté par un grand étang, nommé *l'Étang neuf*, que le canal doit traverser, & par les eaux de plusieurs étangs supérieurs, qui y seront amenées par des rigoles; on descendra de ce point dans la Vilaine, au-dessous du pont de Vitré, par le ruisseau de Princé, & on suivra ensuite jusqu'à Rennes, le cours de la Vilaine. Il existe un plan détaillé & un devis de la partie de ce projet, qui s'étend depuis Vitré jusqu'à Laval.

Nous croyons devoir appliquer ici les réflexions que nous nous sommes permis de faire sur les principes suivis

par M. Liard, quoique M. de Brie, auteur du devis de ce dernier projet, nous ait paru s'écarter moins dans le tracé de son canal, de ceux que nous croyons devoir adopter.

On est assuré d'avoir, au point de partage, une quantité d'eau suffisante pour une navigation active. Mais il faut observer : 1.<sup>o</sup> que cette partie seule du projet exige trente-trois écluses pour monter de Laval au point de partage, & vingt-six pour descendre du point de partage au pont de Vitré; 2.<sup>o</sup> que la dépense sur le territoire de Bretagne est estimée à 1,095 000<sup>fr</sup>, & sur le territoire du Maine à 4,83 1000<sup>fr</sup>, en tout 5,926,000<sup>fr</sup>; 3.<sup>o</sup> qu'il faut de plus, faire les travaux nécessaires pour rendre la Vilaine navigable de Vitré au pont de Cesson, & perfectionner la navigation de Cesson à Rennes, de manière à pouvoir répondre au reste de cette communication; 4.<sup>o</sup> que la navigation de la Mayenne est fort imparfaite, elle n'a lieu qu'au moyen de portes marinières à aiguilles, en général très-mal construites & placées au hasard : elle est difficile en montant, & toujours dangereuse, soit en montant, soit en descendant; de plus, les crûes de la rivière l'empêchent une grande partie de l'année. Il est donc nécessaire d'ajouter aux travaux, dont M. de Brie a donné le devis, ceux qu'il faudroit faire pour perfectionner la navigation de la Mayenne.

C'est donc dans cet état qu'il convient de considérer ce nouveau projet, dont la dépense excéderoit alors de beaucoup les six millions portés dans le devis.

Les avantages de ce projet, seroient de vivifier la partie de la province de Bretagne, qui s'étend depuis Vitré jusqu'au pont de Cesson; car depuis ce pont jusqu'à Rennes, la navigation imparfaite qui subsiste actuellement, suffit pour ouvrir un débouché aux denrées.

2.<sup>o</sup> D'établir une communication entre Rennes & Saint-Malo, & les provinces de l'intérieur du royaume.

Il est clair que le second objet seroit également rempli par le canal qui conduiroit de Nantes à Rhedon; quant

au premier, les deux communications le rempliroient aussi également, en vivifiant d'autres cantons de la province de Bretagne.

Le troisième objet de ce canal seroit de suppléer à la navigation, quelquefois difficile, de la Loire, depuis Angers jusqu'à Nantes. Nous observerons d'abord que le commerce est nécessairement assujéti à une destination déterminée; les bâtimens ne s'expédieront pas tantôt pour Saint-Malo, tantôt pour Nantes; les vaisseaux marchands n'arriveront pas tantôt à Nantes, tantôt à Saint-Malo, suivant la saison: ainsi, pour que ce canal fût vraiment utile, il faudroit que la communication de Nantes à Rhedon fût déjà exécutée, c'est alors qu'il pourroit suppléer à la Loire, dans les temps où la navigation éprouve de longs retardemens.

Pour nous mettre à portée d'évaluer cet avantage avec quelque précision, nous avons cru devoir nous adresser à la compagnie des Fermiers généraux, qui, faisant transporter des sels par une grande partie des rivières ou canaux navigables du royaume, a nécessairement une connoissance exacte des différentes navigations: nous voyons par les Mémoires, qu'elle a eu la bonté de nous envoyer, que le prix, pour remonter la Loire de Nantes à Orléans, est évalué de dix à douze livres le millier: supposons cette distance soixante-dix lieues, dont celle de Nantes au Pont-de-Cé, forme environ vingt, il en coûtera pour remonter de Nantes au Pont-de-Cé, à peu-près de deux livres dix-sept sous, à trois livres huit sous; donc, comme dans l'état actuel, pour descendre de Laval au Pont-de-Cé, il en coûte de une livre cinq sous à deux livres, nous n'avons qu'une livre deux sous ou une livre huit sous par millier, pour représenter le prix de ce qu'il en coûteroit pour aller de Nantes à Rhedon, de Rhedon à Rennes, à Vitré, pour remonter les vingt-six écluses, & descendre les trente-trois écluses du nouveau canal: or, cet espace étant d'environ quarante-huit lieues, on peut porter le prix du transport à deux livres par millier, c'est ce qu'il coûte pour un pareil

espace, sur le canal de Languedoc, les droits défalqués. On voit donc que la navigation du nouveau canal n'auroit aucun avantage pour remplacer celle où l'on remonte la Loire, de Nantes au Pont-de-Cé. Si on suppose que les bateaux partent de Saint-Malo, ou plutôt de l'écluse du Châtelier, au lieu de partir de Nantes, le chemin sera moindre d'un tiers, & il en résultera que la navigation sera aussi coûteuse que de Nantes au Pont-de-Cé.

Ce canal ne sera donc utile pour suppléer à la navigation de la Loire, que dans des temps extraordinaires; il ne fera point prendre au commerce qui se fait pour Nantes, la route de Saint-Malo, mais il pourra seulement être utile à cette dernière ville, en ouvrant pour les branches de commerce étranger, qui s'y font déjà, des débouchés plus avantageux, & une communication avec l'intérieur du royaume.

Quant aux denrées qui viennent de l'intérieur, il est facile de voir que la ville de Rennes ne trouveroit aucun avantage à les faire venir par le canal de Laval, plutôt qu'en descendant la Loire, & en suivant le canal formé de Nantes à Rhedon; & que même dans l'état actuel, le prix du millier pour remonter du Pont-de-Cé à Laval, étant depuis cinq jusqu'à sept francs le millier, les marchandises même nécessaires pour la consommation de Saint-Malo, & pour les expéditions de commerce qui s'y font, passeront par Nantes, de préférence; qu'enfin il y auroit même, après avoir perfectionné la navigation de la Mayenne, un très-grand avantage à expédier les denrées de l'intérieur par Nantes, plutôt que par Saint-Malo.

Il est juste d'observer ici que ces calculs sont trop favorables à la navigation par les canaux, parce que nous y avons supposé les droits rigoureusement nuls, & même ceux pour l'ouverture des écluses, dont il est cependant presque nécessaire de charger la navigation, quoiqu'il soit très-utile de les établir sur un pied très-bas.

D'après ces observations, il est facile d'apprécier le



degré d'utilité du canal de Vitré & de Laval; nous sommes cependant bien éloignés de le regarder comme n'en ayant aucune, sur-tout pour les provinces qu'il doit parcourir; nous croyons même qu'il peut dans la suite se lier avec beaucoup d'avantage à de plus vastes projets de navigation relatifs à la Normandie; mais nous pensons en même temps que pour l'utilité de la province de Bretagne, la construction en doit être subordonnée à celle d'une communication entre Nantes & Rhedon.

Plusieurs personnes ont paru regarder la communication par Nantes, comme moins avantageuse, & penser qu'elle tend à favoriser une ville déjà très-riche & très-commerçante: mais nous observerons qu'il faut pour le succès du commerce, des capitaux, & l'intelligence que donne l'habitude; & qu'ainsi il faut bien mieux réunir par des communications, & en leur donnant un intérêt commun, les autres villes de Bretagne, avec la ville de la province la plus riche & la plus commerçante, que de chercher à les en séparer.

Il nous reste à examiner une autre considération: la province de Bretagne ne peut être chargée que de la partie de la dépense qui a pour objet les travaux à construire sur ses terres, cette partie ne doit coûter, au moins d'après les devis, qu'un peu plus de deux millions; & la province a lieu d'espérer que le reste s'exécutera en frais de Gouvernement: mais alors elle feroit dépendre le succès de ses travaux particuliers, & l'utilité d'une dépense déjà très-fortée, de l'exécution de travaux qui ne dépendent point d'elle. D'ailleurs, la dépense de la communication entre Nantes & Rhedon, ne peut excéder de beaucoup, dans sa totalité, celle du canal de la frontière de la Bretagne à Rennes; & comme le domaine du Roi retireroit un avantage direct de cette construction, la province pourroit également espérer d'être soulagée au moins d'une partie de cette dépense, en sorte que, même sous ce point de vue d'économie particulière, la communication de Nantes à

Rhedon, nous paroît encore avoir de l'avantage, comme elle en a du côté de l'utilité pour la province.

D'après ces réflexions, nous pensons que l'intérêt de la Bretagne, est de s'occuper d'abord de rendre navigables les rivières d'Aulne & d'Hières, jusqu'au point où elles commenceroient à exiger des travaux considérables; de rendre le Blavet navigable jusqu'à Pontivi, de faire ensuite la communication de Nantes à Rhedon, soit par la vallée de l'Ifac, soit par celle du Don; de lier ces travaux avec ceux qui se font sur la Vilaine, & pour cela, de faire lever les plans & rédiger les devis nécessaires pour prononcer, en connoissance de cause, entre les deux projets: de former ensuite la communication par l'île entre Rennes & Saint-Malo; & c'est alors seulement, & après que la province jouiroit du fruit de ses premières dépenses, qu'elle pourroit, suivant les circonstances, s'occuper de projets plus dispendieux & plus vastes.

On chercheroit, dans tous ces travaux, à diminuer le plus qu'il est possible, les ouvrages de l'Art; à ne point s'écarter du cours naturel des rivières; lorsqu'on n'a d'autre motif que d'abrèger un peu la longueur du chemin, & sur-tout à ne rien négliger, pour que les canaux, au lieu d'inonder les terres voisines, servent à les dessécher. On y trouvera plusieurs avantages, une économie réelle dans presque toutes les occasions, la conservation d'une plus grande quantité d'eau (& dans aucune de ces communications, on ne peut se flatter d'en avoir plus qu'il n'en faudroit pour une navigation un peu active), enfin le bien qui résulteroit de la salubrité de l'air & de l'amélioration des terrains: non-seulement l'intérêt commun l'exige, mais même la justice rigoureuse; aucun motif d'utilité de commerce ne peut justifier des opérations qui condamneroient à la maladie & à la mort, les malheureux habitans des terrains sur lesquels on les exécute. Nous insistons sur cet objet, parce qu'il a été négligé dans un grand nombre de travaux publics, & que le profit qui peut résulter de

l'amélioration de terrains, dans la plupart des travaux à faire en Bretagne, seroit une des premières utilités de ces travaux; ce seroit donc d'après ces principes, & en évitant, comme nous l'avons observé, de laisser dans les mains des particuliers, les moulins dont les eaux sont les mêmes que celles qui alimentent les canaux; qu'il faudroit faire de nouveau les plans & les devis des travaux proposés.

Enfin, nous croyons qu'il doit nous être permis d'ajouter, que pour assurer le succès de ces différens projets, & l'économie dans les dépenses très-grandes qu'ils entraîneroient, il seroit utile d'en confier la direction générale à un seul homme, à qui la province accorderoit une confiance entière pour tout ce qui regarde la partie de l'art, & qui seroit uniquement attaché à son service; c'est le seul moyen de mettre de l'ensemble & de l'unité dans les différens travaux, d'éviter une foule de faux-frais, de dépenses inutiles qu'entraînent nécessairement les incertitudes, les variations dont il est impossible de se préserver par un autre moyen. On doit en effet regarder le système entier de navigation, proposé pour la Bretagne, comme une opération unique, qu'on peut diviser en plusieurs parties, à la vérité, mais dont chacune est liée avec toutes les autres.

Au Louvre, le deux septembre mil sept cent quatre-vingt-six. *Signé* l'abbé BOSSUT, l'abbé ROCHON, DE FOURCROY, & le Marquis DE CONDORCET.





## O U V R A G E S PRÉSENTÉS À L'ACADÉMIE.

### P R I X.

L'ACADÉMIE a remis une seconde fois le Prix sur la Théorie des *Affurances maritimes*, déjà proposé pour l'année 1783.

L'Académie avoit proposé pour l'année 1783, de donner *les meilleurs moyens de préserver les Doreurs sur métaux, des maladies auxquelles leurs travaux les exposent, & de déterminer la nature & les causes de ces maladies.* Ce Prix, remis à l'année 1785, a été décerné à la pièce n.<sup>o</sup> VII, ayant pour devise *Non ignara mali miseris succurrere disco*, dont l'auteur est M. Henri-Albert Goffe, citoyen de Genève.

LES Mémoires que l'Académie a jugé dignes d'être imprimés dans le volume des Savans Étrangers, sont au nombre de vingt-trois.

Sur l'aberration des Étoiles : par M. l'abbé de Lambre.

Sur la planète d'Herschel : par M. Monge.

Sur une méthode de lever les Plans : par M.<sup>rs</sup> Têtevide & Begidis.

Sur la Plombagène & la Molibdène : par M. Peletier.

Sur une pierre d'Aiman sonore : par M. le baron Dietrick, depuis Membre de l'Académie.

Sur

Sur une espèce de Poisson : par M. Broussonnet, depuis Membre de l'Académie.

Sur l'Acide marin déphlogistiqué : par M. Peletier.

Sur l'Acide vitriolique glacial : par M. de Fourcroy, depuis Membre de l'Académie.

Sur les Différences finies : par M. Tetenat.

Sur les Forges Catalanes : par M. Duhamel, depuis Membre de l'Académie.

Sur le Phosphore : par M. Peletier.

Sur l'Air inflammable & sur l'Air hépatique : par M. Gingembre.

Observations astronomiques : par M. de Lague.

Sur les écailles des Poissons : par M. Broussonnet.

Sur les organes de la respiration des Poissons : par le même.

Sur les dents des Animaux de différentes classes, deux Mémoires : par le même.

Sur l'anatomie comparée des Animaux & des Végétaux : par le même.

Sur le Voilier, espèce de poisson des Indes : par le même.

Sur l'irritabilité des Artères : par M. de Chambon.

Sur la vitesse de l'Eau : par M. l'Allemand.

Sur un Sel particulier analogue aux sels acides des végétaux : par M. Peletier.

Observations météorologiques faites à Turin : par M. Beraud.





## É L O G E

## DE M. LE MARQUIS DE COURTIVRON.

**G**ASPARD le Compasseur de Créqui-Montfort, marquis de Courtivron, Mestre-de-camp de cavalerie, Pensionnaire-vétérain de l'Académie royale des Sciences, naquit, en 1715, de Jean le Compasseur, marquis de Courtivron, & de Charlotte de Clermont-Tonnerre.

Il entra, dès l'âge de quinze ans, dans le régiment du marquis, depuis maréchal de Clermont-Tonnerre, son oncle, alors Commissaire général de la cavalerie; & à seize ans, il y eut une compagnie. La guerre se déclara bientôt après, & M. de Courtivron suivit le marquis de Tonnerre en qualité d'aide-de-camp au siège de Philipsbourg & dans les campagnes qui suivirent ce siège.

Une éducation interrompue à quinze ans, dans un temps où en général elle commençoit plus tard qu'aujourd'hui, & interrompue pour le service & pour la guerre, ne devoit pas faire présumer que la vie de M. de Courtivron seroit presque uniquement consacrée aux Sciences. Mais n'ayant que vingt-un ans à l'époque de la paix, il se trouva encore assez jeune pour faire de nouvelles études. Bientôt il aima pour elles-mêmes les sciences qu'il n'avoit d'abord cultivées que pour remplir dans toute leur étendue les devoirs de son état; vécut avec M. Clairaut beaucoup plus qu'avec ses camarades; & dans un âge, dans une position où il eût été excusable de se laisser éblouir par les brillans phantômes de l'ambition, une place à l'Académie des

Sciences étoit devenue l'objet secret de ses desirs & de ses travaux.

La mort de l'empereur Carles VI ralluma la guerre en Europe : le cardinal de Fleuri avoit soutenu avec trop de foiblesse le parti de la paix ; parce qu'il craignoit de s'exposer à la nécessité de renoncer à une place dont, à l'âge de quatre-vingt-dix ans, il n'avoit pas la force d'envisager la perte sans regrets ; & suivant avec répugnance des vues ambitieuses dont il connoissoit toute l'illusion, il mettoit une lenteur & une économie nuisibles au succès, dans l'exécution des plans vastes, mais mal combinés, qu'il désapprouvoit autant par sagesse que par timidité.

M. de Courtivron servit dans l'armée de Bohême. L'activité & l'intelligence qu'il avoit montrées dans ses premières campagnes, la réputation d'officier appliqué & instruit que son goût pour l'étude lui avoit méritée, le firent choisir pour Aide-maréchal général des logis de la cavalerie dans l'armée aux ordres du feu maréchal de Broglie ; & plus d'une fois il remplit dans des corps séparés les fonctions de Maréchal général. C'est en cette qualité qu'il suivit le marquis de Tonnerre au ravitaillement du château de Fravenberg, expédition dans laquelle il fut blessé. La même année il fut chargé des mêmes fonctions dans la petite armée que le comte de Saxe commandoit en Bavière ; eut le bonheur de le tirer d'un péril éminent où l'impétuosité de son courage & son zèle pour le salut des troupes l'avoient engagé, & de conserver à son pays l'homme dont le génie devoit bientôt faire changer la face de la guerre. Il le suivit dans sa marche des bords du Danube à Prague. Il falloit chasser les ennemis du château d'Ellenbogen, où ils avoient rassemblé tout ce qu'ils pouvoient opposer de troupes à la petite armée Française. Chargé d'examiner cette forteresse, M. de Courtivron manda au comte de Saxe que la garnison de ce château étoit au moins aussi nombreuse que son armée : *Mon cher Courtivron, j'arrive,*

fut toute la réponse du Général, & le fort se rendit le lendemain.

La blessure que M. le marquis de Courtivron avoit reçue l'obligea de renoncer l'année suivante à l'état militaire, après avoir obtenu pour récompense de ses services la croix de S.<sup>t</sup> Louis & le brevet de Colonel. Il prit alors le parti de se livrer tout entier aux Sciences; & l'Académie qui avoit reçu avec un intérêt mêlé de surprise les essais qu'il lui avoit adressés des camps de la Bohême, l'adopta en 1744, comme Adjoint-mécanicien.

Différens Mémoires qui renferment presque tous des applications du calcul à des questions de mécanique, d'astronomie, d'optique, & un traité sur cette dernière science qu'on peut regarder comme un commentaire mathématique de l'optique de Newton, ont été les fruits du loisir de M. de Courtivron. On voit briller dans tous ces ouvrages une modestie vraie, un desir d'être utile qui l'emporte sur celui de la célébrité; un amour de la science qui fait entreprendre des travaux longs & pénibles, pour en faciliter aux autres l'étude ou les applications. Si on y aperçoit souvent combien il avoit approfondi plusieurs parties des mathématiques, c'est uniquement dans les circonstances où il n'auroit pu le cacher sans nuire à la facilité, à la simplicité qu'il vouloit donner à ses solutions. Ainsi, même dans un ouvrage de géométrie, au milieu des calculs & des formules, un Savant laisse échapper des traits qui peignent son ame & son caractère. Dans ces Mémoires, M. de Courtivron fait un usage presque continuel de l'analyse algébrique; & on doit lui savoir gré d'avoir connu toute l'utilité de cette méthode dans un temps où l'on ne pouvoit encore que la deviner.

Les Savans se renferment rarement dans les limites d'une seule science; ils se livrent presque toujours à d'autres études dont la liaison avec leur étude principale, leur inspire le goût & leur fait sentir l'utilité. Quelquefois même ils ne cherchent dans ce nouveau travail qu'un



délaſſement néceſſaire à des hommes pour leſquels l'habitude d'exercer leur raiſon rend inſipide tout ce qui n'eſt que mouvement, mode ou diſſipation. Mais ſouvent celui qui vit dans la Capitale, loin de ſ'enorgueillir de l'étendue ou de la variété de ſes connoiſſances, cherche à la cacher. Comme il ſent, par ſa propre expérience, combien l'homme qui n'a cultivé une ſcience que par intervalles, eſt preſqu'é néceſſairement inférieur à ceux qui en ont fait l'objet de leurs méditations habituelles, il ne veut pas ſe montrer à côté d'eux, parce qu'il y feroit vu avec trop de déſavantage. Le Savant au contraire qui, comme M. le marquis de Courtivron, vit beaucoup à la campagne, entouré d'hommes dont il ne peut ſe diſſimuler l'infériorité, même dans les genres de connoiſſances qu'il n'a qu'eſſeurés, éprouvant à tout moment le beſoin de ces connoiſſances pour lui-même, leur utilité pour les autres, & voyant des obſervations intéreſſantes prêtes à ſe perdre faute d'yeux qui ſachent les ſaiſir, doit néceſſairement laiſſer échapper le ſecret que ſa modéſtie & ſa ſageſſe l'auroient ailleurs engagé à garder.

M. le marquis de Courtivron ſe faiſoit un devoir d'envoyer exactement à l'Académie ſes obſervations d'hiſtoire naturelle, de phyſique, d'art vétérinaire.

Nous citerons ici pluſieurs Mémoires ſur une épizootie qui fit en Bourgogne les plus grands ravages. Des bœufs amenés d'Allemagne à la ſuite de l'armée, avoient répandu cette maladie dans nos provinces; car il eſt rare que la guerre n'amène pas à ſa ſuite quelque fléau de cette eſpèce, qu'elle ne répande pas quelque maladie contagieuſe, quelque vice ignoré, quelque corruption nouvelle, comme ſi la Nature avoit voulu préparer au crime de la guerre, une punition à laquelle les Nations mêmes le plus conſtamment victorieuſes ne pourroient échapper. Ces Mémoires de M. de Courtivron ſont un des premiers ouvrages françois où des queſtions importantes ſur la manière dont les épizooties ſe répandent, les moyens de les arrêter, le peu

de succès des remèdes connus, aient été traités d'après l'observation, & en se préservant avec un soin égal des préjugés populaires & des systèmes. La sagesse de son esprit le mettoit à l'abri de ces deux genres de séduction qui paroissent opposés, & qui cependant naissent d'une même cause, l'empire d'une imagination forte sur une raison foible.

M. le marquis de Courtivron donna aussi plusieurs Mémoires sur les forges, & une description de cet art important qu'il avoit étudié & comme physicien & comme propriétaire. Ses connoissances en physique lui ont été très-avantageuses pour l'amélioration des forges qui lui appartenoient. Cette utilité immédiate des sciences est sans doute un de leurs moindres mérites; mais c'est un des plus propres à frapper la multitude, & il est bon qu'elles puissent s'en parer quelquefois. On prétend que les Abdéritains ne commencèrent à regarder l'étude comme une occupation digne d'un homme raisonnable, qu'après avoir vu un philosophe célèbre, leur compatriote, s'enrichir par une spéculation de commerce; & il y a beaucoup d'Abdéritains même au milieu des Nations les plus éclairées.

M. de Courtivron étoit père de famille, & les obligations attachées à ce titre, parmi lesquelles celle de veiller sur son patrimoine doit sans doute être comptée, l'éloignèrent peu-à-peu de la Capitale & de l'Académie. Il obtint le titre de Pensionnaire-vétéran, & se retira presque absolument dans ses terres.

Il s'étoit marié deux fois: la première, avec mademoiselle de Saint-Cyr-Coeli, qu'il eut le malheur de perdre peu de temps après son mariage; elle lui laissa un fils. M. le comte de Courtivron, aujourd'hui capitaine dans le corps des Carabiniers. En 1759, il épousa mademoiselle de Fussei, qui lui a survécu, & lui a donné trois fils, dont deux sont chevaliers de Malte, & une fille chanoinesse du chapitre d'Alix. Il avoit eu la consolation avant sa

mort, de marier deux de ses fils; l'un avec mademoiselle de Clermont-Tonnerre, petite-fille du maréchal de Tonnerre son oncle; l'autre avec mademoiselle Briffon.

Il fut attaqué d'une maladie vive vers la fin du mois de septembre 1785, & mourut le 4 octobre suivant.

Son absence habituelle ne m'avoit point permis de le connoître assez, pour présenter aux yeux de ses Confrères, plus anciens que moi, le tableau des vertus qui lui ont mérité leur estime & leurs regrets; la main de l'amitié y a suppléé : le portrait que je vais lire a été tracé par elle, & j'ai dû respecter son ouvrage.

M. de Courtivron étoit bon avec discernement & sans faiblesse. Sans qu'il songeât à être imposant par ses manières, il étoit également impossible d'être familier avec lui, & de ne pas lui accorder une entière confiance.

Il connoissoit les devoirs de l'amitié & les remplissoit tous; sensible aux moindres attentions, & ne les négligeant jamais, il n'en exigeoit aucune.

Sa conversation étoit toujours intéressante; très-souvent instructive; il savoit beaucoup, parloit bien & sans prétention de ce qu'il savoit, jamais de lui-même; non qu'il ne fût sincère & vrai; mais il a paru s'oublier toute sa vie pour ne s'occuper que du bien qu'il pouvoit faire & de ses devoirs qu'il remplissoit avec la plus grande exactitude, sans paroître chercher d'autre approbation que celle de sa conscience.

Sa philosophie étoit celle de la nature, celle que donne une raison éclairée; mais elle se montrait dans les actions, plutôt que dans les discours. Il respectoit les préjugés établis, sans être l'esclave d'aucun. Son ame étoit forte; mais il laisse aux ames foibles les ressources qu'il croyoit pouvoir leur être utiles, quoiqu'il n'en eût pas besoin pour lui-même. Toujours juste sans austérité, sensible sans faiblesse, il vouloit sincèrement le bonheur de ses semblables, il y contribuoit autant qu'il étoit en lui; mais il trouvoit bon que chacun jouît en paix de la liberté de

» choisir des moyens d'être heureux, parce qu'il ne pensoit  
 » pas que ces moyens fussent les mêmes par tous les  
 » hommes.

» Il plaçoit ses bienfaits avec sagesse, ne négligeant rien  
 » pour s'assurer qu'ils auroient une utilité réelle & durable;  
 » mérite sans lequel la bienfaisance peut être encore un  
 » sentiment estimable; mais n'est plus une vertu. Jamais il  
 » ne s'est plaint de l'ingratitude, parce que le désir d'ob-  
 » tenir de la reconnoissance n'étoit pas ce qui le portoit à  
 » faire le bien. Il connoissoit trop les hommes pour les  
 » estimer beaucoup; mais il les plaignoît, & c'est assez  
 » pour les servir.

» On pouvoit quelquefois le trouver silencieux, froid &  
 » réservé, peut-être parce qu'il savoit qu'il ne seroit pas  
 » entendu; mais pour attribuer son silence à ce motif, il  
 » falloit le deviner; jamais il ne s'est permis une expression  
 » qui donnât lieu de l'en soupçonner.

» Il a eu ce mérite si rare d'avoir voulu être meilleur  
 » avec les années & d'y avoir réussi. Il savoit qu'on ne  
 » vieillit pas impunément, & il sembloit se croire obligé  
 » de réparer ses pertes par les agrémens de l'esprit, &  
 » sur-tout par la douceur de sa société. Les défauts qu'on  
 » avoit pu observer en lui, avoient cessé de frapper les  
 » yeux de ses amis, & l'âge ne lui en avoit point donné  
 » de nouveaux.

» Comme il avoit apprécié la vie, il l'a quittée sans trouble;  
 » peut-être sans regret; & le seul sentiment qu'il ait été  
 » possible d'apercevoir à travers le calme & le silence de  
 » ses derniers momens, a été la reconnoissance des soins  
 » qu'on lui rendoit, & l'attention soutenue de ménager sa  
 » sensibilité de ses amis & de sa famille.





## ÉLOGE

DE M. LE DUC DE PRASLIN.

CÉSAR-GABRIEL DE CHOISEUL, DUC DE PRASLIN, Pair de France, Lieutenant général des armées du Roi, Chevalier de ses Ordres, Ministre d'État, Président du Conseil des finances, Honoraire de l'Académie des Sciences, naquit à Paris le 15 Août 1712, de Hubert de Choiseul & de Louise-Henriette de Beauvau.

M. de Praslin, très-jeune encore lorsqu'il entra au service, avoit un esprit déjà trop formé pour regarder l'état militaire comme un métier auquel l'usage appelle tout gentihomme François, où l'on peut, au prix de quelques dangers & de fatigues passagères, acquérir le droit de se livrer à la dissipation, au plaisir & même à la mollesse; où enfin l'avantage de porter un grand nom dispense de tout, excepté d'avoir du courage.

Mais il sentit que toute profession impose le devoir d'acquérir des lumières, parce qu'il n'en est aucune où l'espèce d'instruction qui lui est propre, ne serve à développer le talent, à en diriger l'emploi d'une manière plus utile: il vit que depuis le commencement du siècle dernier, l'art de la guerre avoit eu, comme toutes les connoissances humaines, des progrès qui devoient en faire prévoir de nouveaux; & que si la loyauté & la bravoure suffisoient encore pour conduire aux honneurs & mériter l'estime publique, il falloit, pour aspirer à la gloire militaire, & pour s'illustrer par de grands services, éclairer

*Hist. 1785.*

S

une pratique constante de l'art, par une étude assidue & réfléchie de ses principes.

Déjà on comptoit M. le duc de Praslin dans le nombre des jeunes Officiers généraux qui donnoient les espérances les plus brillantes & les plus certaines, lorsque sa santé l'obligea de renoncer au service, & qu'à l'âge de trente-trois ans il eut la douleur de se voir réduit à un état de *nullité absolue*. C'étoit son expression, & elle montre qu'éloigné de toute ambition, il n'avoit pas même l'idée de s'ouvrir une autre carrière.

Alors cette même habitude de l'application, qu'il n'avoit encore regardée que comme un des moyens de se rendre plus capable d'agir, devint sa ressource contre l'ennui d'une oisiveté forcée ; car tel est l'avantage inappréciable de l'étude, que lors même qu'elle devient inutile au but qu'on s'étoit proposé en s'y livrant, elle sert encore à nous consoler de l'avoir manqué. Borné à la société d'un petit nombre d'amis, se répandant peu dans le monde, M. de Praslin employoit à orner & à fortifier sa raison, le temps où ses maux lui permettoient quelque application. Le goût des sciences, beaucoup plus rare parmi les gens de la Cour qu'il ne l'est aujourd'hui, son amour de la retraite, des idées de tolérance & de liberté qui n'étoient pas encore devenues communes & populaires, lui donnèrent la réputation d'un homme d'esprit, d'un homme éclairé, même celle d'être un philosophe ; & cette dernière réputation n'étoit pas alors dangereuse. On disoit que M. le comte de Choiseul (c'étoit le nom qu'il portoit) feroit capable des grandes places ; & on le disoit d'autant plus volontiers, qu'on étoit plus sûr qu'il n'en recherchoit, qu'il n'en desiroit aucune. Les ambitieux eux-mêmes lui rendoient avec plaisir ce témoignage, qui ne les exposoit à aucun risque, & se faisoient honneur d'une équité qui ne pouvoit nuire à leurs projets. Cependant M. le duc de Choiseul, son parent & son ami, fut appelé, en 1758, au ministère des affaires Étrangères, & laissa vacante la

place d'ambassadeur à Vienne. Il étoit important qu'elle ne fût donnée qu'à un homme dont l'esprit, le caractère, la probité, inspirassent une entière confiance au Ministre qui l'employoit; & cette confiance entière ne peut exister qu'entre des amis qu'une liaison intime a montrés l'un à l'autre dans cet état d'abandon & de négligence où les hommes ne paroissent que ce qu'ils sont. M. le duc de Choiseul jeta les yeux sur M. de Praslin. Il n'avoit qu'un seul moyen de refuser, c'étoit de trouver un homme digne de remplir cet emploi, à qui son ami pût se livrer avec une égale sécurité; & M. de Praslin mit, pour le trouver, pour faire agréer cet échange au Ministre, en un mot, pour ne pas avoir une belle place, autant d'activité qu'un ambitieux en auroit pu mettre pour l'obtenir. Obligé d'accepter enfin, il partit pour Vienne.

« Un ambassadeur dans une grande Cour, a deux grandes tâches à remplir: la première est de bien faire les affaires « du Souverain qui l'emploie; de bien connoître les véri- « tables intérêts de sa nation, de ne jamais les perdre de « vue, de les soutenir avec une dignité ferme, mais simple « & modeste; de saisir, de susciter même quelquefois les « affaires qui peuvent être à l'avantage de sa Cour, mais « plus souvent de les prévoir pour les prévenir, pour les « empêcher de naître: adresse d'autant plus méritoire, qu'elle « reste toujours ignorée, & prive de l'honneur de les avoir « terminées. Il faut savoir prendre à propos sur soi, quand « le temps ne permet pas de se faire autoriser, & mettre « enfin assez de précision, de clarté & d'intérêt dans sa « correspondance, pour dire tout sans fatiguer par la lon- « gueur & l'insipidité des détails. «

Le second objet d'un ambassadeur doit être de se rendre agréable à la Cour où il réside, sans cependant s'annoncer pour un homme facile à éblouir ou à tromper; de s'y attirer une considération personnelle & indépendante de son titre; de s'y faire des amis, afin d'être informé de ce qui peut intéresser son Souverain, par un moyen plus sûr & plus «

» noble que la soible & trompeuse ressource d'un espionnage;  
 » toujours avilissant pour celui qui l'emploie; d'obtenir la  
 » confiance du Prince & de ses Ministres, par une juste  
 » réputation de franchise & de probité; d'avoir un maintien  
 » également éloigné de la fierté qui révolte & de la familiarité qui dégrade; enfin de traiter toutes les affaires avec  
 » sang-froid, noblesse & fermeté, en se servant quelquefois  
 » avec adresse de l'art de la persuasion, mais en ne paroissant employer que la force de la raison. »

Tel est le tableau des devoirs d'un ambassadeur; c'est d'après M. de Pratlin lui-même, d'après les instructions données par lui à son fils, que nous l'avons tracé; & ce tableau est celui de sa conduite.

Mais son ambassade à Vienne étoit plutôt une espèce de ministère qu'une ambassade ordinaire. La France, la maison d'Autriche; la Russie, la Suède, étoient alors réunies contre le roi de Prusse; une partie des princes de l'Empire avoient embrassé leur querelle: les armées de toutes ces Puissances devoient agir de concert & tendre au même but; mais chaque État avoit ses intérêts particuliers, ses opinions, son système militaire ou politique, ses vues séparées. C'étoit à Vienne que se préparoient tous les plans, qu'on prenoit toutes les résolutions importantes; que parmi tant d'intérêts différens, on cherchoit à démêler celui qui pourroit être regardé comme l'intérêt commun, ou du moins auquel on consentiroit à en donner le nom. L'ambassadeur de France correspondoit non-seulement avec sa Cour, mais avec les Ministres de sa Cour auprès des Puissances confédérées, avec les Généraux des différentes armées, avec les officiers que le Roi avoit envoyés dans celles de ses Alliés. Il étoit autorisé à ouvrir toutes les dépêches adressées au Ministre de France, & toutes celles que ce Ministre avoit expédiées & qui passaient par Vienne; à joindre aux unes ses réflexions, à faire aux autres les changemens qu'il trouveroit convenables; enfin à donner, au nom du Roi, des ordres provisoires, lorsque le retard



nécessaire pour avoir une réponse de Versailles, lui paroïsoit dangereux.

Pendant les deux années que dura l'ambassade de M. de Praslin, les événemens de la guerre, en augmentant le besoin que la France avoit de la terminer, lui enlevoient même l'espérance de faire une paix avantageuse. La situation de ses Alliés étoit différente, & il falloit les obliger à montrer qu'ils vouloient la paix, à le prouver par des démarches non équivoques; car il est presque convenu en politique, d'en affecter toujours le desir: espèce d'hommage qu'on veut bien rendre à l'humanité. M. de Praslin eut le bonheur de déconcerter tous les obstacles par lesquels, en paroissant vouloir la paix, on cherchoit à retarder l'indication du congrès où elle devoit se conclure. Il fut enfin arrêté qu'il s'assembleroit à Ausbourg. M. de Choiseul proposa son cousin pour Plénipotentiaire unique; & quelques sollicitations qu'ait pu faire M. de Praslin pour obtenir un collègue, elles furent inutiles: M. de Choiseul savoit trop qu'un ouvrage important n'est jamais bien fait que par un seul homme, & que s'il avoit eu déjà le bonheur très-rare d'avoir un Plénipotentiaire auquel il put se livrer sans réserve comme sans défiance, il y auroit de la témérité à compter sur un bonheur égal dans un second choix. À son retour en France, M. de Praslin trouva qu'on lui destinoit, au lieu du titre de Plénipotentiaire au congrès, une place dans le Conseil; il crut devoir insister pour que sa destination ne fût pas changée. Nous ne le louerons pas ici de cette modération; pour un homme tel que lui, une grande affaire étoit plus qu'une grande place; & quelle dignité pouvoit-il préférer à l'honneur de faire une paix désirée par toute l'Europe & nécessaire à la France? Ses équipages étoient déjà sur le chemin d'Ausbourg, lui-même partoît le lendemain, lorsqu'une attaque de goutte le retint à Paris. Bientôt les circonstances changèrent; l'inutilité du congrès projeté ne fut plus douteuse: M. de Praslin entra au Conseil, & peu de temps après, M. le duc de Choiseul

lui remit la place de Ministre des affaires étrangères, qu'il accepta dans l'espérance de concourir avec son ami, à ce grand ouvrage de la paix dont il s'étoit depuis long-temps occupé. Il ne put convenir des préliminaires, & les signer qu'au mois de Novembre 1762. Peu de jours après, le Roi le créa Duc & Pair, & il prit alors le nom de duc de Praslin, nom sous lequel s'étoit illustré, dans le dernier siècle, le second maréchal de Choiseul, qui, après avoir gagné la bataille de Rethel, contre M. de Turenne, avoit vu depuis sa gloire s'augmenter par tous les triomphes du grand homme de guerre qu'il avoit vaincu.

L'époque de cette paix est la plus importante de la vie de M. de Praslin; c'est un de ces événemens d'après lesquels la voix publique prononce pour ou contre un homme, un jugement irrévocable, & qui répandent sur le reste de ses actions, une teinte qui en relève l'éclat ou qui les ternit, mais que rien ne peut effacer : qu'il me soit donc permis d'entrer ici dans quelques détails. Ces objets, je le fais, sont étrangers à ceux dont l'Académie s'occupe ; mais le titre d'homme, de citoyen, en imposant l'obligation commune de se dévouer au bien de la patrie, donne à tous, par une conséquence nécessaire, le droit d'avoir une opinion sur les intérêts publics, & ce droit est inséparable de celui de la dire. D'ailleurs, si en faisant l'éloge des Savans, nous rendons compte de leurs ouvrages, c'est moins encore pour honorer leur mémoire, que pour exposer aux yeux du public les motifs de notre choix, & les soumettre à son jugement. Ainsi, lorsque nous avons appelé un homme d'Etat à remplir une des places destinées parmi nous aux amateurs éclairés des Sciences; puisque ses actions, puisque l'influence qu'il a eue sur la prospérité nationale ont été ses titres, nous en devons compte au public, afin qu'il juge si c'est à un bienfaiteur de la patrie que nous avons rendu un hommage mérité.

La guerre de 1755 avoit été malheureuse : les politiques qui l'avoient préparée, n'avoient calculé ni la puissance du-

génie de Frédéric, ni tout ce qu'un homme éloquent & audacieux oseroit exiger de la nation Angloise & sauroit en obtenir. De toutes les possessions de la France en Amérique, en Asie, en Afrique, il ne lui restoit que Saint-Domingue, les îles de France & de Bourbon, & des établissemens, jusqu'alors inutiles, à Cayenne & sur le Mississipi. La perte de ces possessions paroissoit inévitable, si la guerre étoit prolongée; l'Espagne notre alliée s'étoit déjà vu enlever l'île de Cuba; on craignoit pour celle de Manille: crainte que l'événement a justifiée. Si nous avions pris Minorque au commencement de la guerre, Belle-île étoit tombée depuis aux mains des Anglois, & il ne restoit sur mer que de nouveaux désastres à prévoir pour nos Alliés comme pour nous-mêmes. En Allemagne, nous avions à craindre d'être réduits à soutenir une guerre défensive sur nos frontières. La Russie paroissoit décidée à renoncer à des alliances qu'elle avoit formées sans aucun intérêt réel, & les succès de l'Autriche contre le roi de Prusse, étoient au moins incertains. Cependant dans les dernières années, l'épuisement des finances n'avoit permis à la France que des efforts trop foibles pour reprendre la supériorité; chaque jour voyoit diminuer ses ressources & tomber son crédit bien au-dessous de ses ressources réelles. Toutes les classes de citoyens demandoient la paix; les militaires eux-mêmes ne craignoient plus d'unir hautement leur voix à celle du peuple. À quoi devoient donc alors se borner nos espérances? à celle d'une paix par laquelle la France conserveroit cette partie de l'honneur d'une nation, que les malheurs de la guerre ne peuvent lui ôter, & ne se verroit pas déchuë, dans l'opinion de l'Europe, du rang que sa puissance réelle lui a donné. Or, la paix de 1763 a rempli ces espérances, les seules que les malheurs de la guerre nous eussent laissées. La France se montra, dans le traité, plus fidèle à ses Alliés, que des nations puissantes, qu'elle-même ne l'avoit été quelquefois après des victoires. On n'y sacrifia rien de ce que l'opinion commune pouvoit

regarder comme un moyen de réparer nos pertes ; on exigea la restitution des établissemens, des colonies qui paroissent d'une utilité plus réelle, sur-tout des îles qui nous avoient été enlevées dans les Antilles, & la France obtint l'île, alors neutre, de Sainte-Lucie, dont ses Ministres connoissoient l'importance pour la sûreté de cette partie de son empire. Elle conserva, soit en Asie, soit sur le banc de Terre-neuve, tout ce qui pouvoit être nécessaire pour l'établissement d'un commerce florissant, sans annoncer la prétention alors chimérique d'y élever une Puissance rivale de la puissance Angloise : on abandonnoit seulement celle de nos possessions dont la conquête flattoit le plus l'orgueil de nos ennemis, qui ne nous offroit que des avantages éloignés, qui pouvoit enfin devenir dangereuse pour les nouveaux maîtres. Ainsi le Canada, avec ses dépendances, fut laissé aux Anglois : en le restituant à la France, l'Angleterre se fut assuré un moyen de nourrir, par la rivalité qui s'établit entre deux nations voisines, la haine des Américains, pour le seul Allié qui pût les aider à défendre leur indépendance contre la mère-patrie, & de les attacher à elle par la crainte de la domination d'un peuple, dont les loix ne pourroient convenir à des hommes qui n'avoient quitté l'Europe que pour jouir de l'égalité politique & de la liberté religieuse. D'un autre côté, cette même crainte du voisinage des François pouvoit arrêter les chefs de la nation Angloise, s'ils étoient un jour assez imprudens pour essayer d'imposer un nouveau joug à un peuple qui ne portoit déjà qu'avec une impatience menaçante, celui auquel il étoit soumis. Aussi les ministres Anglois avouèrent-ils que c'étoit à regret, qu'en abandonnant leurs conquêtes dans les Antilles pour garder le Canada, ils cédoient à l'opinion populaire, qu'une constitution orageuse les forçoit de ménager. À la vérité, la France déjà justement affligée de ces sacrifices nécessaires, vit, avec un sentiment d'indignation, détruire encore une fois les travaux de Dunkerque, & un commissaire de la Grande-Bretagne,

Grande-Bretagne, exercer dans une de nos villes, son autorité étrangère. Mais cette condition, exigée par la paix d'Utrecht, & à laquelle on s'étoit soumis à Aix-la-Chapelle après une guerre glorieuse, étoit encore un article nécessaire à la sûreté du ministère Britannique. En amusant l'orgueil de la populace de Londres, elle lui fermoit les yeux sur des objets plus importants. Peut-être même cette condition, qui, répétée à chaque traité, devenoit de plus en plus insupportable à la nation Française, étoit-elle un moyen de lui faire sentir plus vivement la nécessité d'une marine puissante, qui la mît en état de secouer un joug odieux; & l'on pouvoit croire qu'elle seroit plus frappée de cette humiliation, que des intérêts de son commerce. C'est ainsi qu'on a vu quelquefois des mères courageuses placer sous les yeux de leurs enfans, les monumens qui attestoient les désastres de leur famille, pour les forcer à s'en occuper sans cesse, & à nourrir sans relâche le desir ardent de les réparer.

Nous avons tiré ces réflexions d'un mémoire que M. le duc de Praslin avoit rédigé sur le traité de 1763, pour préparer d'avance à ses amis & à sa famille une réponse contre ceux qui, accoutumés à juger sur les apparences, ne verroient, dans cette paix, que les sacrifices qu'elle a consommés, & oublieroient que ces sacrifices n'étoient qu'une partie de ce qu'on avoit perdu par la guerre, sans qu'il restât aucune espérance de rien recouvrer. On voit dans ce mémoire, qu'en signant le traité, M. le duc de Praslin avoit prévu l'événement qui devoit amener une guerre nouvelle, dans laquelle la France auroit une juste espérance de diminuer ou de détruire la supériorité navale de l'Angleterre, & de lui enlever cet empire des mers, sur lequel elle affectoit depuis long-temps un droit chimérique. Ce droit, devenu réel par le fait, ne pouvoit que soulever les autres nations, & les engager à seconder ou du moins à souffrir les efforts que feroit la France pour la liberté commune. Aussi M. de Praslin ne négligea rien

pour inspirer aux diverses Puissances de l'Europe, de la confiance dans les vues équitables & modérées de la France; pour détruire les préventions que nos malheurs & notre zèle trop ardent pour les intérêts de nos alliés, avoient pu donner à quelques-unes. Il y réussit, & un an seulement après la paix, le roi de Prusse rendit un témoignage honorable à sa probité, à sa franchise dans les affaires, à ses intentions droites & pacifiques.

Mais la place de Ministre des affaires étrangères exigeoit un travail réglé, & la santé de M. le duc de Praslin ne lui permettoit pas de s'y livrer. Quoiqu'il fût attaché à ses devoirs, qu'il eût naturellement du courage & de l'empire sur lui-même, il éprouvoit souvent, sans avoir aucune maladie grave, une difficulté de s'occuper ou d'agir, qu'il lui étoit impossible de surmonter; plus d'une fois il avoit demandé au Roi sa retraite, mais toujours inutilement: enfin, on lui proposa le ministère de la Marine, que M. le duc de Choiseul devoit quitter pour reprendre celui des affaires étrangères. M. le duc de Praslin accepta ce nouveau département, parce qu'il sentoit que les affaires y souffriroient moins d'une interruption de travail que la constitution rendoit inévitable, & qu'il pourroit plus facilement réparer par une plus grande activité, dans les intervalles de ses souffrances, le temps qu'elles auroient enlevé à ses devoirs.

Établir dans un corps d'Officiers destinés à exercer un art difficile & compliqué, ce goût de l'instruction & cette étude de la théorie, nécessaires pour empêcher la valeur de rester inutile ou de devenir dangereuse, & la pratique de dégénérer en routine, d'inspirer des préjugés ou de les rendre indestructibles; faire exécuter ces voyages, qui, utiles à la perfection de la géographie, comme au progrès des sciences, servent encore à exercer les marins en temps de paix, & à soutenir leur émulation; réparer les maux que la guerre avoit faits à nos Colonies & au Commerce maritime; se préparer enfin une Marine puissante, qui pût

se soutenir contre celle de l'Angleterre; & cependant ne pas réveiller, par des constructions faites avec trop d'éclat, la jalousie de cette Puissance: tel étoit le plan que se forma M. le duc de Praslin. Les faits seuls doivent prouver s'il l'a rempli.

Les Élèves de la Marine furent soumis à un examen sévère, & on exigea d'eux, pour être admis, toutes les connoissances préliminaires qu'un savant, exercé dans la théorie, jugea pouvoir être utiles. Les Professeurs furent multipliés, & le choix en fut confié à l'Examineur que l'intérêt de la considération personnelle devoit engager à n'en proposer que de bons. M. de Praslin appela dans le corps de la Marine, en le dispensant de passer par les grades inférieurs, un Géomètre célèbre, déjà depuis longtemps Membre de cette Académie; il fut prévoir à la fois combien les lumières & les talens de M. de Borda offriroient de ressources à un Ministre éclairé, qui sauroit les employer, & tout le bien que cet exemple pourroit produire. Il savoit que la supériorité dans l'instruction, dans la théorie, étoit le moyen le plus sûr, le seul moyen même de balancer une supériorité de pratique & d'expérience, suite nécessaire de la position des îles Britanniques.

M.<sup>rs</sup> de Chabert & de la Cardonnie furent chargés, l'un de continuer ses observations sur la Méditerranée, l'autre de lever une carte des approches de l'île de Saint-Domingue. À peine eut-on appris qu'il existoit en Angleterre une Montre qui pouvoit être employée avec sûreté à la détermination des Longitudes, que M. de Praslin s'empressa d'exciter l'émulation des Artistes françois, & bientôt après il ordonna, pour éprouver les montres de M.<sup>rs</sup> Leroy & Berthoud, deux voyages qui, par leur durée, le nombre des relâches, la différence des températures que les Vaisseaux devoient éprouver, la nature des différentes mers qu'ils auroient parcourues, ne laisseroient aucun doute sur le degré de confiance que mériteroient ces nouvelles machines.

Le succès de ces voyages fut tel qu'on pouvoit l'attendre de l'habileté de ces artistes célèbres, du zèle & de l'intelligence des Officiers qui commandoient, de la réputation des savans qui les ont accompagnés; & si les horloges marines ont un jour le degré d'utilité dont elles sont susceptibles, les François devront au ministère de M. le duc de Praslin, l'avantage de partager avec les Anglois, la reconnaissance de toutes les nations navigatrices.

Un Vaisseau françois avoit exécuté un voyage autour du monde, en 1720; mais la nation, alors trop peu occupée de ces objets, avoit laissé dans une égale obscurité l'entreprise & le succès. M. le duc de Praslin chargea M. de Bougainville de la tenter une seconde fois; & ce voyage est le premier où les navigateurs, en menant avec eux des naturalistes & des astronomes, aient essayé de rendre leur expédition utile aux sciences. Jusqu'à cette époque, les voyages entrepris dans des vues de domination ou de commerce, n'avoient encore servi qu'à flatter la vanité des peuples, aux dépens desquels des nations nouvelles apprenoient à redouter & sur-tout à haïr le nom de l'Europe. M. de Commerson étoit un de ces savans, & nous lui devons la connoissance de plusieurs milliers d'espèces nouvelles de plantes. M. l'abbé Pingré, M. l'abbé Chappe trouvèrent dans M. de Praslin les mêmes marques de zèle pour les sciences, & de considération pour ceux qui les cultivent, qu'ils avoient obtenues de M. le duc de Choiseul.

M. de Praslin avoit senti qu'un des plus grands services qu'il pût rendre à nos Colonies, étoit de leur donner une législation nouvelle. Il connoissoit toute la difficulté de cette entreprise; les commerçans de la métropole croyoient avoir droit d'exiger que leur intérêt dictât les loix imposées aux Colons; & cependant une loi ne peut être qu'injuste si elle n'est pas faite pour l'utilité des hommes qui doivent y être soumis. Une longue expérience a prouvé que jamais un pays où l'esclavage est établi, n'a



joui d'une législation paisible & modérée; & la destruction de la servitude des Nègres, quoiqu'elle fût aux yeux de M. de Praslin, un devoir de justice, étoit, à cette époque, au-dessus du pouvoir d'un Ministre, & peut-être des lumières & des vertus de la nation. Enfin tous les préjugés de commerce, de finance, de politique, sembloient s'être réunis pour embarrasser par des sophismes, les principes simples qui devoient servir de base à cette législation. M. le duc de Praslin eut le courage de commencer cet ouvrage difficile en lui-même, & dont un Ministre jaloux de conserver la place, eut craint même de paroître s'occuper. Des Jurisconsultes habiles y ont long-temps travaillé d'après ses vues & sous ses yeux. La durée trop courte de son ministère, & sa sagesse, qui lui faisoit un devoir de n'adopter qu'un système de législation bien combiné, l'ont seules empêché de rendre ce service à la métropole, comme aux Colonies; car, aux yeux de tout homme éclairé, elles n'ont qu'un seul & même intérêt: c'est que la législation soit humaine, soit juste, & qu'elle respecte, dans toutes les classes d'hommes, les droits de la liberté.

Nous avons dit dans l'éloge de M. de Maurepas, que sous son ministère, le café transporté dans les îles de l'Amérique, y ouvrit une nouvelle source de richesses. Ce fut sous celui de M. de Praslin, qu'un homme à qui ses vertus, son patriotisme, ses lumières, ont mérité l'estime publique & la reconnoissance de la Colonie qu'il a long-temps administrée; M. Poivre, Correspondant de l'Académie, enleva des épiceries dans les Moluques, & les transporta aux îles de France & de Bourbon, d'où elles ont passé à Cayenne. Mais la France ne devoit pas jouir seule des avantages de cette opération, qui, un jour, délivrera l'Europe d'un monopole onéreux, en même temps qu'elle a donné aux nations de l'Asie, une espérance certaine de n'avoir plus à gémir sous le poids des vexations & des cruautés que le maintien de ce monopole y a multipliées. Ainsi, ce seroit mal juger de cette introduction

des épiceries dans nos Isles, si on la regardoit seulement comme celle d'une nouvelle branche de commerce, comme un surcroît de production & de richesse: c'est la destruction d'une grande injustice qu'il faut sur-tout y reconnoître; & l'on pourra un jour écrire sur la tombe du Ministre qui a favorisé cet établissement, & sur celle de l'homme respectable qui l'a formé: *Ils ont épargné des crimes à l'humanité; & , grâces à leurs soins, elle a vu tomber une de ses chaînes.*

On peut encore mettre au nombre des services que M. le duc de Praslin a rendus au commerce maritime & à la France, la destruction du privilège de l'ancienne Compagnie des Indes, qui a été faite pendant son ministère, & à laquelle il a eu l'honneur de contribuer.

Il avoit porté le nombre des Vaisseaux de ligne en état de servir à soixante-dix; les bois suffisans pour en construire dix autres, étoient en réserve dans les arsenaux; il y avoit rassemblé les approvisionnement de toute espèce, nécessaires pour les armer; le port de Brest avoit été agrandi; des magasins, de vastes ateliers s'étoient élevés sur ses quais immenses; une artillerie pour la fonte de laquelle on avoit profité des connoissances nouvellement acquises, n'exposoit plus les matelots à craindre leur canon plus que celui de l'ennemi. Tout cela s'étoit exécuté sans exciter, de la part de l'Angleterre, une seule plainte, un seul mouvement d'inquiétude. Il est vrai qu'en France on l'ignoroit également. Si M. de Praslin faisoit construire un nouveau Vaisseau, il lui donnoit le nom d'un vieux navire hors de service. Ainsi, une construction nouvelle passoit pour une simple réparation. Il avoit senti qu'il ne pouvoit faire le bien qu'en secret; & ce sacrifice d'une réputation passagère ne lui avoit rien coûté.

Lorsque vers la fin de 1770, la guerre menaça de s'allumer, la France se trouvoit en état d'avoir au premier ordre, vingt Vaisseaux de ligne prêts à se mettre en mer, vingt autres étoient préparés pour les suivre; le reste devoit se joindre à une escadre espagnole pour forcer l'Angleterre

à tenir dans la Manche une partie de ses forces. Cette Puissance n'auroit eu, dans le premier moment, que quinze vaisseaux à nous opposer; la supériorité de la France étoit assurée durant la première année de la guerre dans les Antilles comme dans l'Inde, événement qui eût été unique dans notre Histoire navale. Déjà les négocians anglois établis dans les Antilles, avoient senti le danger de leur position; ils s'étoient adressés à leurs correspondans à la Martinique, pour y mettre en sûreté leurs effets les plus précieux. L'état florissant de la marine Françoisé contribua sans doute alors au maintien de la paix, dont la rupture trop prompte eût retardé la révolution heureuse à laquelle les mers & le commerce devront leur liberté.

Ces détails suffisoient pour répondre aux seuls reproches qu'on ait faits au ministère de M. le duc de Praslin. Si l'on étoit forcé de respecter son équité & de convenir qu'il étoit éclairé, ami de l'ordre, économe du trésor de la nation, dans ce département comme dans le premier qui lui avoit été confié, ses souffrances habituelles pouvoient faire croire, ou du moins permettoient de dire qu'il manquoit d'activité & d'application.

Mais nous pouvons ajouter que, chargé comme Ministre, de rapporter des affaires au Conseil, jamais il ne se permit d'en rapporter une sans avoir vérifié sur les pièces originales les extraits, les citations des mémoires rédigés dans ses bureaux: « Si je me trompe en jugeant d'après vous, disoit-il à ses commis, je suis responsable de votre erreur; » si c'est en jugeant d'après moi-même, j'ai rempli mon « devoir, & ma conscience ne me reprochera rien ». Enfin, lorsqu'après sa retraite du ministère, des hommes dont il ne devoit pas attendre de l'indulgence, se firent rendre compte de son département, & qu'ils furent initiés dans le secret de ses vues & de ses plans, ils se virent contraints de lui rendre un témoignage dont les circonstances ne permettoient pas de soupçonner la sincérité.

L'union de M. le duc de Praslin avec M. de Choiseul,

fut inaltérable, malgré la différence de leurs caractères, de leurs goûts, de leurs opinions, & peut-être même à cause de cette différence qui les rendoit souvent nécessaires l'un à l'autre. Elle contribua aux succès de leur administration en portant dans trois grands départemens liés entr'eux par la nature des affaires, cette unité de vues & de principes si nécessaires, & cependant si difficiles à établir entre des ministres qui agissent séparément & d'une manière indépendante : car la probité & le zèle pour le bien public, ne pourroient peut-être même établir un tel concert entre deux hommes dont l'amitié & la confiance n'auroient pas précédé leur réunion dans le ministère. En parlant des opérations exécutées sous M. de Praslin, dans deux départemens confiés l'un & l'autre à M. de Choiseul, avant ou après lui, il seroit souvent impossible de distinguer ce qui leur appartient en particulier; mais chacun d'eux eût consenti à en partager l'honneur avec son ami, eût vu avec peine qu'un zèle indiscret tentât de lui assigner une part séparée; & nous croyons devoir respecter, aujourd'hui même qu'ils ont cessé de vivre, le secret de leur amitié & de leur confiance. Ils eurent encore un mérite commun, d'autant plus digne de la reconnoissance secrète des citoyens, qu'il peut difficilement être l'objet d'un Éloge public, & qu'il est trop souvent oublié par l'histoire; c'est celui d'oser prendre la défense des opprimés, d'écouter la voix de sa conscience plutôt que celle de ses intérêts politiques, & de s'exposer par amour pour la justice, à la vengeance de particuliers accrédités ou de corps puissans, dont la haine est encore plus dangereuse, & frappe avec moins de scrupule les défenseurs à côté de la victime.

M. le duc de Praslin avoit été nommé Honoraire de l'Académie en 1770. Cette Compagnie s'est toujours fait un devoir d'appeler dans son sein ceux des Ministres de la Marine, qui, en cherchant à répandre l'instruction, en employant leur pouvoir à favoriser les progrès des lumières, ont acquis des droits à notre reconnoissance. C'est

un moyen de resserrer une liaison déjà formée par le besoin qu'a souvent l'Académie du Ministre de la Marine, pour des recherches importantes, & celui que le Ministre daigne paroître avoir quelquefois des avis & des lumières de l'Académie.

M. de Praslin avoit désiré cette place, & c'est la seule pour laquelle il ait montré quelque ambition. Il aimoit les sciences & en avoit étudié quelques-unes : il ne comptoit pas se borner à paroître quelquefois dans nos séances ; il savoit qu'une assiduité habituelle à nos assemblées, lui offriroit un délassement accompagné d'instruction & d'utilité ; avantage précieux pour un esprit mûri par l'âge, les réflexions & l'habitude des grandes affaires. C'étoit une ressource qu'il s'étoit préparée pour le temps où il devoit les quitter.

Il sentoît bien que sa santé l'en priveroit souvent ; mais il ne s'étoit pas prononcé qu'il ne pourroit jamais en jouir. Le sentiment que ce mot exprime, est un de ceux que l'homme souffrant repousse avec le plus de force ; & les espérances vagues & chimériques d'un état plus heureux, sont la dernière jouissance que laisse la nature à ceux qu'elle accable de privations.

Au mois de Décembre 1770, M. le duc de Praslin reçut l'ordre de se démettre de sa place & de se retirer dans ses terres : il apprit avec tranquillité la nouvelle d'une disgrâce qu'il avoit prévue, & dont les motifs lui étoient absolument étrangers. Il se soumit avec résignation à une rigueur dont il avoit espéré que ses infirmités habituelles le préserveroient, sur la foi de promesses, de l'exécution desquelles la sage modération de sa conduite paroissoit devoir lui répondre. Il dormoit après son dîner, suivant son usage, lorsqu'il apprit son exil ; & quand celui qui étoit chargé de l'annoncer fut sorti, il fit refermer les rideaux & se rendormit. Cet exil ne dura que huit mois, & M. le duc de Praslin ne crut pas avoir payé trop cher la liberté de passer le reste de sa vie, loin des affaires,

dans le sein de sa famille & auprès de ses amis. Ses infirmités augmentèrent avec l'âge : dans l'automne de l'année dernière, il eut une maladie vive qui épuisa ses forces : sa convalescence fut longue & pénible ; & sa mort, causée par le dépérissement & la foiblesse, termina quarante ans de souffrances. Il mourut le 15 Octobre 1785, âgé d'environ soixante-quatorze ans.

M. le duc de Praslin avoit un esprit réfléchi & sérieux ; son extérieur étoit froid, son ame étoit calme ; il savoit cacher les émotions & les peines qu'elle pouvoit éprouver ; mais il étoit capable de sentimens tendres & constans : comme homme public, son accueil étoit réservé, pouvoit même paroître sévère ; il promettoit peu, parce qu'il respectoit ses engagemens ; donnoit rarement des espérances, parce qu'il savoit qu'on peut les prendre pour des promesses ; mais sans dureté comme sans humeur, il montrait de la bonté aux malheureux, de l'estime & de l'intérêt aux gens de mérite, de la politesse à tous les autres. Il avoit, avant d'être en place, des amis qu'il a conservés, auxquels, soit pendant son ministère, soit dans son exil, soit dans sa vie privée, il a témoigné les mêmes sentimens, & qui, dans ces différentes époques, lui ont montré un attachement toujours égal. Il en eut parmi les gens de la Cour, dont plusieurs, employés par lui dans des ambassades importantes, ont fait honneur à son choix ; & ceux qui lui ont survécu, fidèles à sa mémoire, ont bien voulu m'aider à lui rendre un foible hommage. Il en eut parmi les hommes attachés à ses départemens, qui m'ont offert les mêmes secours avec un intérêt vif & tendre, que le seul devoir, uni même à la reconnoissance, ne peut inspirer. Il étoit aimé de ses enfans, des personnes qui, en entrant dans sa famille, en avoient pris le titre & les sentimens. Malgré l'austérité apparente de son extérieur, sa bonté facile avoit gagné ceux même que leur âge sembleroit devoir éloigner de la vieillesse infirme & souffrante ; ils s'empressoient de lui rendre des soins, vouloient être

à ses côtés, aimoient à l'entendre & se plaisoient avec lui. Il a été vivement regretté de ses domestiques, qui, de même que sa famille, & tous ceux qui dépendoient de lui, l'avoient trouvé constamment juste, bon, bienfaisant, quelquefois même généreux dans des occasions importantes, malgré son économie, ou plutôt parce que son économie lui permettoit de l'être. Son fils a écrit des Mémoires pour sa vie, que je ne me permettrai de louer, qu'en regrettant de n'avoir pu conserver ici en entier ce monument de la tendresse du fils & des vertus domestiques du père. Ce zèle pour la mémoire de M. de Praslin, si général dans ceux qui ont été liés avec lui par le sang, par l'amitié, par la reconnoissance, ne doit pas être oublié dans son éloge. On s'intéresse si foiblement à la gloire de ceux qui ne sont plus : les hommes autour desquels une foule empressée prodiguoit les louanges & les hommages, sont-ils descendus dans le tombeau, elle s'en éloigne, & laisse leur nom s'y ensevelir avec eux : on les louoit par intérêt, par esprit de parti ; mais l'intérêt & l'esprit de parti ne louent point les morts : & sans doute celui dont la mémoire, loin d'être entourée d'un si triste silence, a mérité que tant de voix s'empressassent de la bénir ou de la célébrer, n'auroit point obtenu cette exception honorable, s'il ne l'eût méritée par des vertus.



MÉMOIRES





# M É M O I R E S

D E

## MATHÉMATIQUE

E T

DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES

*de l'Académie Royale des Sciences.*

Année M. DCCLXXXV.

---

### M É M O I R E

S U R

LA QUANTITÉ DE L'APLATISSEMENT

D E L A T E R R E.

Par M. DE LA LANDE.

ON a souvent répété depuis Newton, que les observations faites sur la longueur du pendule, donnoient pour la Terre un aplatissement différent de celui que la théorie & les mesures des degrés paroïssent indiquer: il

*Mém. 1785.*

A

m'a semblé reconnoître entre ces trois sortes de moyens un accord assez satisfaisant pour mériter d'être remarqué.

La plus grande longueur du pendule à secondes, qu'on ait jamais observée, est celle qui résulte des observations de M. Lyons, lors du voyage de Phips à la mer glaciale; c'est peut-être la plus forte qu'il soit possible d'avoir, puisqu'elle a été faite à 79<sup>d</sup> 50' de latitude; elle ne diffère même que de  $\frac{7}{100}$  de ligne de la plus grande, c'est-à-dire, de celle qu'on observeroit sous le pôle même de la terre.

C'est aussi l'observation la plus exacte, puisqu'elle a été faite en deux endroits différens, les 16 juillet & 14 août, & avec un instrument très-bien fait, de M. Cumming, habile artiste d'Angleterre; & que cet instrument fut mis en expérience à Londres, avant le voyage & après le retour. Le résultat de ces importantes observations est que le même pendule accéléroit de 72"  $\frac{1}{2}$  par jour, au Spitzberg, de plus qu'à Londres (*Voyage au pôle boréal, fait en 1773, par ordre du roi, d'Angleterre, par Constantin-Jean Phips; Paris, 1775, in-4.º page 182*).

M. Samuel Horsley, secrétaire de la Société royale, publia, en 1774, des remarques sur ces observations, en quinze pages in-4.º (chez Elmsley), dans lesquelles on disoit qu'il y avoit quelques nuages répandus sur l'exactitude de ces observations. J'attendois ces remarques pour tirer mes conséquences; mais après avoir demandé longtemps le Mémoire de M. Horsley, je l'ai reçu enfin; je l'ai lû avec attention, & je n'y ai rien trouvé qui puisse préjudicier à l'authenticité de l'observation du pendule, faite au Spitzberg, par M. Lyons. 1.º L'erreur que M. Horsley a remarquée, & qu'il attribue au dérangement de la lunette, n'empêche pas que la comparaison du pendule avec l'horloge marine ne donne le résultat nécessaire. 2.º Il y a une seconde observation dans laquelle il n'y a point d'incertitude, & qui donne le même résultat que la première. Enfin j'ai eu la satisfaction de voir que ces observations s'éloignoient peu de celles que j'avois toujours regardées

comme les plus exactes; j'ai donc cru qu'on pouvoit en tirer un résultat précieux pour la figure de la Terre.

Pour déduire la longueur du pendule de l'observation de M. Lyons, il faut ajouter aux  $72''\frac{1}{2}$ , ou aux oscillations que le pendule faisoit de plus qu'à Londres,  $10''\cdot 7$  qu'il y a de plus à Londres qu'à Paris. Ce seroit  $7''\cdot 7$ , suivant M. de Maupertuis (*Figure de la Terre, page 173*), &  $9''\cdot 8$ , suivant M. Graham; mais j'aime mieux la déduire de la théorie (a); ainsi l'on trouve  $83''$  à  $79^d\ 50'$  de plus qu'à Paris, ce qui répond à  $\frac{85}{100}$  de ligne pour la longueur du pendule (b).

Je suppose la différence entre le pendule équinoxial & celui de Paris, de  $1^{\text{ligne}}\frac{46}{100}$ , d'après M. Bouguer (*Figure de la Terre, page 342*), parce que cette différence étoit tirée de différentes observations: la somme de ces deux quantités est  $2,31$ , qui, divisée par le carré du cosinus de la latitude, donne  $2,38$  pour l'allongement total du pendule, depuis l'équateur jusqu'au pôle.

Cette quantité est  $\frac{1}{185}$  de la longueur du pendule sous le pôle, que je trouve de  $441,45$ ; ainsi la pesanteur augmente de  $\frac{1}{185}$  depuis l'équateur jusqu'au pôle; l'augmentation est plus forte que  $\frac{1}{230}$ , quantité que l'on devroit trouver dans le sphéroïde homogène, suivant la théorie de Newton. C'est ce que l'on avoit déjà remarqué depuis long-temps: « toutes les expériences, dit M. de Maupertuis, que les Académiciens envoyés par le Roi au Pérou, ont « faites, tant à Saint-Domingue qu'à l'équateur, s'accordent « avec les nôtres à donner l'augmentation de la pesanteur « vers le pôle, plus grande que celle qui se trouve dans la «

(a) Dès que l'augmentation totale de l'équateur au pôle est de  $2^{\text{lignes}}\ 38$ , cette quantité divisée par la différence des carrés des sinus de latitude, donne  $11$  centièmes ou  $11''$  de temps; & cette quantité est assez petite pour qu'il n'y ait pas d'erreur à craindre en l'empruntant du calcul.

(b) Quand on a l'allongement du

pendule, on trouve facilement l'accélération qui en résulte, ou réciproquement, par le rapport de  $50''$  à  $51$  centièmes de ligne; les  $2,38$  qu'il y a de l'équateur jusqu'au pôle, donnent  $3' 54''$  d'accélération. M. Bradley trouvoit  $3' 49''$ , M. de Maupertuis,  $3' 34''$ ; la table de Newton ne donneroit que  $3' 8''$ .

table de Newton, & par conséquent la terre, selon sa théorie, plus aplatie qu'il ne l'a faite ».

C'est encore la conséquence que M. Lyons tiroit des nouvelles observations; mais M. Horsley remarque, avec raison, que la seule conséquence légitime est une plus grande augmentation de pesanteur, & non pas un plus grand aplatissement. Ces deux choses ne doivent point se confondre; elles ne seroient égales que dans le sphéroïde homogène, & on ne peut plus le supposer tel, dès que l'augmentation de pesanteur est incontestablement plus grande que  $\frac{1}{230}$ . D'ailleurs, on ne conçoit point de cause qui puisse rendre l'aplatissement de la terre plus grand que  $\frac{1}{230}$ , tandis qu'il est aisé de comprendre qu'il peut être plus petit par le seul défaut de fluidité parfaite, qui a dû empêcher, dès le principe, que la terre ne prît tout l'aplatissement que sa rotation tend à produire.

M. Clairaut donna, dès 1743, le dénouement de cette difficulté que Newton & tous ceux qui le suivirent n'avoient pas aperçue; il fait voir qu'en supposant la terre composée d'une infinité de couches elliptiques, dont les densités & les ellipticités varient d'une manière quelconque, l'augmentation de pesanteur doit différer de  $\frac{1}{230}$ , autant que l'aplatissement, l'une en plus & l'autre en moins (*Théorie de la figure de la terre, pages 243 & 249*).

Nous venons de trouver l'augmentation de pesanteur,  $\frac{1}{185}$  qui est plus grand que  $\frac{1}{230}$  de 0,001042; cette quantité ôtée de  $\frac{1}{230}$ , donne  $\frac{1}{302}$  pour l'aplatissement de la terre.

Examinons actuellement la quantité d'aplatissement qui résulte de tous les degrés mesurés jusqu'ici. Cet article a été discuté par M. Boscovich, avec autant de sagacité que d'intelligence, soit dans la théorie, soit dans la pratique, par la solution du problème suivant. Étant donné un certain nombre de degrés, trouver la correction qu'il faut faire à chacun des degrés, en observant ces trois conditions; la première, que leurs différences soient pro-

portionnelles aux différences des sinus versés d'une latitude double; la seconde, que la somme des corrections positives soit égale à la somme des négatives; la troisième, que la somme de toutes les corrections, tant positives que négatives, soit la moindre possible, pour le cas où les deux premières conditions sont remplies.

Ayant appliqué la solution de ce problème à onze mesures de degrés, M. Boscovich trouve pour l'aplatissement  $\frac{1}{311}$  (*Voyage astron. &c. 1770, page 512*). En n'employant que les six degrés qui s'accordent le mieux, & où les corrections ne passent pas 41 toises, il trouve  $\frac{1}{297}$ . Cette quantité diffère bien peu de celle que nous a donnée l'expérience du pendule; & le milieu,  $\frac{1}{300}$ , peut être regardé comme le résultat le plus vraisemblable qu'il soit possible d'adopter, quant-à-présent, pour le véritable aplatissement de la terre. Il est vrai que les degrés d'Amérique, du Cap & de Lapponie, s'écartent beaucoup de ce résultat moyen, mais cela tient probablement à l'hétérogénéité de la terre, ou à l'attraction des montagnes.

Nous avons encore deux bonnes déterminations de la longueur du pendule, qu'il est utile de comparer avec celle de M. Lyons. La plus ancienne est l'observation que M. Graham fit à Londres, en 1732, comparée avec celle que M. Campell fit à la Jamaïque, avec le même instrument; M. Bradley l'annonçoit comme étant très-exacte, & il en avoit fait le fondement d'une nouvelle table des longueurs du pendule (*Philos. transf. 1734*) (c); il y donne 228",3 pour l'accélération totale de l'équateur vers les pôles, pendant une révolution des fixes, ce qui fait 229" pour la durée du jour moyen; il y a donc 2<sup>lignes</sup>,34 pour l'allongement du pendule sous le pôle, au lieu de 2,38

---

(c) Cette observation donna lieu à M. de Bremond, de faire une collection complète de toutes les observations du pendule, dans la traduction françoise des Transac-

tions philosophiques. On y trouve aussi la carte que M. Buache publia en 1740, où toutes ces observations sont rapportées.

que nous avons trouvées par l'observation de M. Lyons. Cette observation de M. Graham donne l'augmentation de pesanteur  $\frac{1}{187}$ , d'où résulte un aplatissement de  $\frac{1}{295}$ ; le milieu entre celui-ci & celui de  $\frac{1}{297}$  que donne la mesure des degrés, est  $\frac{1}{296}$ .

L'observation des Académiciens françois en Lapponie, donne 0,60 de différence entre Paris & Pello, qui est à 66<sup>d</sup> 48' de latitude: (M. de Maupertuis *page 180*); ajoutant 1,46 qu'il y a de Paris à l'équateur, on a 2,06, ce qui donne au pôle 2,44 pour l'allongement total du pendule, ou  $\frac{1}{181}$  pour l'augmentation de pesanteur; cela fait  $\frac{1}{315}$  pour l'aplatissement, ou  $\frac{1}{306}$  en prenant le milieu entre le résultat des degrés & celui du pendule.

Ainsi l'observation du Spitzberg tient un milieu entre les deux que je viens d'examiner, & qui sont, selon toutes les apparences, les plus exactes; cela augmente la confiance qu'elle méritoit déjà, & comme elle est la plus concluante de toutes, elle me persuade que pour calculer les diminutions du sphéroïde terrestre, on peut employer l'aplatissement de  $\frac{1}{300}$ ; ce qui fait pour la parallaxe horizontale supposée d'un degré, 12 secondes de différence entre l'équateur & les pôles (d).

Il est vrai que l'observation de M. Mallet, à Ponoï (*Mém. de Pétersbourg, 1769*), donne 2,49 pour l'allongement du pendule, ce qui est encore un peu plus que l'observation de Pello; mais la différence n'est pas plus grande que celle qu'il y a entre les deux observations de Pello & du Spitzberg.

Ces calculs m'ont donné lieu de faire quelques remarques sur la véritable longueur absolue du pendule à Paris. Tout le monde l'a employé, d'après M. de Mairan, de 3<sup>pieds</sup> 0<sup>pouces</sup> 8<sup>lignes</sup>, 57, à la température de 10 degrés. On peut compter sans doute sur l'exactitude de ses opérations;

---

(d) Le dénominateur 300 augmentera environ d'une unité pour chaque centième de ligne qu'on ajoutera au pendule polaire.

mais la toise étoit plus courte de  $\frac{1}{11}$  de ligne que celle du Pérou qu'on a généralement adoptée. Je m'en suis assuré en faisant moi-même la comparaison, après avoir acquis la toise de M. de Mairan; il faut donc diminuer la longueur du pendule de 0<sup>lignes</sup>, 045, & il restera 440,52 pour Paris. M. Graham, qui étoit un observateur fort exact & un artiste très-adroit, déterminâ la longueur du pendule, à Londres, en 1739, de 39,129 pouces anglois (*phil. transf. 1734*): suivant la comparaison faite à Londres, d'une toise que j'envoyai à M. Maskelyne (*philos. transf. 1768*), cela revient à 36<sup>pouces</sup>, 8<sup>lignes</sup>, 58 de France. Il ne dit pas de quel thermomètre il se servoit; mais vers le 25 août, temps où il faisoit ses expériences, la chaleur moyenne, à Paris, a été de 16 degrés (*Connoiss. des temps, 1775*): ainsi il faut ajouter  $\frac{4}{100}$  à cette longueur du pendule. La différence des pendules, entre Paris & Londres, suivant la théorie, doit être de 11 à ôter; il restera 440,51, ce qui s'accorde fort bien avec le résultat de M. de Mairan.

M. Bouguer, qui avoit aussi fait des expériences sur le pendule avec M. de la Condamine, donne, pour Paris, 440,58 (*Fig. de la terre, page 342*); j'en ôte 6 qu'il ajoutoit pour le poids de l'air: cette réduction est à peu-près constante dans tous les pays, & comme nous n'opérons jamais dans le vide, il est inutile de dénaturer ainsi nos résultats.

M. Bouguer ne dit pas à quel degré de chaleur il faisoit ses expériences (*page 339*); mais il paroît qu'il avoit tout réduit à la température de Quito, qui est celle de Paris, au milieu du printemps, & ce sera plutôt 16 degrés que 10. Dans ce cas il faut ajouter 4 centièmes, & l'on aura 440,56 pour la température de 10 degrés. Ce troisième résultat excède un peu les deux autres, & je crois qu'on peut, en s'en rapprochant un peu, prendre 440,53 pour la longueur du pendule à Paris, à la température de 10 degrés, & 45 toises au-dessus du niveau de la mer, qui est la hauteur de la grande salle de l'observatoire: cette hauteur n'excède que de 10 à 12 toises celle où M. de Mairan observoit, &

encore moins celle où habitoit M. Bouguer, dans la rue des Postes.

Le pendule sous l'équateur, à la même température, doit être supposé 439,07, puisque celui de Paris ayant été déterminé, par plusieurs observations, de 440,53. & la différence de Paris à l'équateur, fixée aussi de plusieurs manières à 1,46, la différence donne le pendule sous l'équateur; il diffère de la quantité donnée par M. Bouguer, 439,21, à raison de la température & de la réduction qu'il faisoit pour le vide. En 1740, les observations envoyées du Pérou donnoient 438,83 pour Quito; mais, suivant M. Bouguer, la différence est 33, depuis Quito jusqu'au niveau de la mer, toute réduction faite; ce seroit 439,16, qui approche encore plus de la quantité que j'ai choisie.

Le résultat de ce Mémoire est que les observations du pendule s'accordent avec la mesure des degrés, quand on discute les unes & les autres d'une manière convenable; elles s'accordent également avec la théorie & les loix de l'hydrostatique; mais pour apercevoir cet accord général, il faut renoncer à l'homogénéité de la terre, & admettre l'augmentation de densité des couches terrestres en allant vers le centre; supposition d'ailleurs très-naturelle, & qui est une suite nécessaire de la grande compression que les parties centrales éprouvoient lorsque la rotation de la terre déterminoit l'aplatissement que nous observons aujourd'hui.





*M É M O I R E*

*SUR L'ORIGINE DU ZODIAQUE,*

*L'EXPLICATION DE SES DOUZE SIGNES,*

*Et sur le Système chronologique de Newton.*

Par M. LE GENTIL.

**L**E Zodiaque est un des plus anciens monumens de l'histoire de l'Astronomie, & l'époque de son origine bien déterminée, répandroit un grand jour sur cette histoire; mais comment débrouiller cette origine au milieu d'une confusion de fables parmi lesquelles elle est enveloppée? & où allumer le flambeau pour se conduire dans cette recherche? nous en avons déjà reconnu & avoué l'impossibilité. En effet, un silence profond règne, à cet égard, dans toute l'antiquité; & ce qui devoit sans doute nous faire abandonner toute espèce de recherches sur cette matière, c'est qu'il semble que les premiers instituteurs n'ont cherché, dans leur travail, rien autre chose que leur intérêt personnel, sans se mettre en peine de la postérité, ni de lui transmettre l'époque de leurs connoissances: semblables, en quelque sorte, aux Brame, quels qu'ils soient, on voit qu'il leur importoit beaucoup moins de conserver cette époque, que de la faire oublier, en l'enveloppant de fables & d'allégories pour en dérober le sens & l'origine.

C'est sous cette forme voilée, que se présente à nous le zodiaque, deux à trois mille ans avant Jésus-Christ: on est étonné de le trouver formé à cette époque, sans pouvoir entrevoir ni débrouiller d'où il vient. Voilà son histoire en deux mots, & nous devrions peut-être nous en tenir là; mais notre curiosité qui s'en irrite davantage, ne seroit pas satisfaite: nous allons donc essayer si, à l'aide

*Mém. 1785.*

B

Là  
le 12 Nov.  
1785.

de l'astronomie, nous ne pourrions pas tirer quelques conjectures sur cette origine.

Cette matière sur laquelle je me suis beaucoup exercé depuis quelques années, fait aujourd'hui le sujet d'un travail très-considérable que j'ai présenté à l'Académie, au mois de Juillet dernier; je ne puis en donner ici qu'une très-légère idée.

N'étant pas satisfait des systèmes qu'on a formés jusqu'ici sur l'origine du zodiaque & sur l'explication de ses douze emblèmes, voyant dans tous des difficultés insolubles, j'ai essayé de lui chercher une autre origine: j'ai cru la voir dans les signes même de la vierge & des gémeaux réunis. Pluche a voulu que la vierge fût le symbole & l'affiche, pour ainsi dire, du temps des moissons; mais, outre les difficultés insolubles que je remarque dans cette explication, & que je détaille dans mon ouvrage, je me suis souvent demandé à moi-même, pourquoi les inventeurs du zodiaque auroient placé dans le ciel une moissonneuse & non pas un moissonneur? comme si la moisson étoit l'ouvrage des femmes, de préférence & exclusivement aux hommes.

On convient généralement que le zodiaque est originaire d'Asie, de la Phénicie, ou de la Chaldée, ou de l'Inde: or, en Orient, les hommes font presque seuls les travaux de la campagne, au moins la campagne occupe beaucoup plus les hommes que les femmes; c'est un fait incontestable, les femmes des Orientaux n'ont guère que le détail de l'intérieur des maisons, où elles se tiennent presque toujours renfermées, hors de la vue des hommes & de leur commerce. Pourquoi donc auroit-on choisi une femme pour la placer dans le ciel, contre le costume oriental qui n'a jamais varié? pourquoi n'y avoir pas placé un moissonneur? cette réflexion a été la source de tout le travail que j'annonce aujourd'hui; elle m'a conduit à trouver trois époques dont l'accord singulier m'a frappé au point que je suis parti de ces époques pour bâtir mon système. La première est le siècle d'Atlas; la seconde est la position des étoiles principales de la tête de la vierge, au solstice

d'été pour ce siècle; la troisième est le renouvellement de la période caniculaire de quatorze cents soixante ans, encore pour le même siècle: j'en ai conclu que ces trois époques n'en font qu'une seule; &, avec assez de vraisemblance, je pense que l'époque d'*Atlas* n'est autre chose que celle où les premières étoiles de la vierge étoient au solstice d'été, en même temps que *siurus* renouveloit la période caniculaire.

Selon M. Bailli, *Atlas* auroit vécu quatre mille ans avant Jésus-Christ.

Les premières étoiles de la vierge étoient, à cette époque, au solstice d'été, fait extrêmement remarquable, car  $\beta$  au haut de l'aile australe, avoit, en 1720,  $5^{\circ} 23' 11''$  de longitude: or, les étoiles avançant d'un degré en soixantedouze ans, il s'ensuit que cinq mille neuf cents soixante-seize ans avant cette époque, cette étoile étoit au solstice; c'est justement quatre mille deux cents cinquante-six ans avant Jésus-Christ.

M. Fréret démontre que la période caniculaire avoit recommencé chez les Égyptiens, mille trois cents vingt-deux ou treize cents vingt-trois ans avant Jésus-Christ, & qu'il y avoit déjà eu un premier renouvellement chez eux, confirmé par Manethon, l'an 2782 avant Jésus-Christ; ajoutant à cette époque la durée de la période caniculaire de quatorze cents soixante ans, il nous vient encore quatre mille deux cents quarante-deux ans avant Jésus-Christ.

C'est donc quatre mille deux cents quarante-deux ans avant Jésus-Christ, que je suppose qu'*Atlas* ou d'autres astronomes de ce siècle ont imaginé & établi la période caniculaire, lorsque les premières étoiles de la vierge étoient au solstice d'été. Ce fut-là, selon moi, le premier travail; c'est à cette époque que je place l'origine du zodiaque, lorsque la position des premières étoiles de la vierge au solstice d'été, coïncidoit avec le lever héliaque de la canicule.

La vierge ne fera donc plus désormais une simple mois-

sonneuse, une femme en peinture, qui n'est dans le ciel que comme en sentinelle pour avertir ses compagnes du temps des moissons, pour indiquer le mois ou la saison de les faire, & de ramasser les grains: c'est la déesse qui répand également ses bienfaits sur tous les hommes, qui donne ses loix aux mortels; c'est *Isis* ou *Cérès*, la déesse des Syriens & de tout l'Orient; en un mot, ce sera l'apothéose de la terre, sous la figure ou l'emblème de la femme.

*Terra Ceres*, dit Orphée, *cunctis mater, dans omnia largè* (Diod. liv. I).

Il est certain que la femme, qui est mère & nourrice, a très-bien pu être regardée par les premiers hommes comme une image très-naturelle de la terre & de ses productions.

La terre enfante toutes choses, c'est la mère-nourrice de tout ce qu'elle renferme; ainsi rien ne fut si naturel que de peindre la terre sous la figure de la femme. Nous devons faire remarquer, à cette occasion, que l'ancien nom de la femme est *issa* ou *isis*; cela se trouve prouvé par le second chapitre de la *Genèse*, par l'historien *Josèphe*, & par les notes du savant *Bochart*.

En plaçant ainsi la terre au solstice d'été, sous la figure d'une femme ou d'*Isis*, l'année devoit commencer par la fête de cette divinité, comme en effet cela se pratiquoit chez les anciens; aussi je suppose que ce fut à cette même époque de quatre mille deux cents quarante-deux ans avant Jésus-Christ, que cette célèbre fête fut instituée dans l'Orient: cette institution ne fut autre chose, dans l'intention des fondateurs, qu'un aveu de reconnoissance envers la terre, sous la dénomination d'*Issa* ou d'*Isis*, pour la remercier des fruits qu'elle avoit procurés pendant l'année. On ne pouvoit donc pas mieux la placer qu'à la suite de toutes les récoltes & au renouvellement de l'année au solstice, pour la prier de continuer de répandre ses mêmes bienfaits sur l'année suivante.

La canicule,  *Sirius* enfin, la plus belle étoile du ciel,

qui précédoit de très-peu de temps le lever du soleil & de la vierge, fut choisie pour avertir le peuple, par son lever héliaque, du jour de la célébration de cette solemnité.

Je passe ici sous silence une foule d'autorités que je rapporte dans mon ouvrage, & les conséquences que j'en tire en faveur de mon opinion; mais je dois dire un mot de l'application que j'ai faite de cette hypothèse à un des autres signes du zodiaque : elle m'a paru si frappante & si naturelle, que j'en ai fait, avec le signe de la vierge, la base de mon système. Je veux parler des deux gémeaux, vrai symbole de fécondité; ils sont placés à neuf signes ou neuf mois précisément de la vierge, de la femme ou d'Isis; comme si on eût voulu dire par cet emblème, que cette femme qui désigne la terre, comme nous avons vu, & ses productions, fut la mère de ces deux gémeaux : rien n'est plus frappant, selon moi, que ce symbole de fécondité, marqué dans le ciel par deux enfans gémeaux naissans. Or les deux gémeaux, dans mon hypothèse, répondent au mois qui ouvre les moissons dans la Syrie, la Phénicie, Palestine, Chaldée ou Babylonie, & même dans une très-grande partie de l'Inde, savoir en Avril : ne semblent-ils donc pas avoir été placés - là comme la marque la plus évidente de la fécondité de la terre, ou d'Isis qui la figure? C'est dans le mois des premiers fruits & des moissons, que la terre ouvrant son sein aux hommes, est censée enfanter, & leur présenter ses productions en tout genre : pouvoit-on mieux désigner que par deux gémeaux naissans, cette grande fécondité de la terre dans ces climats fortunés dont je viens de parler, où la nature semble se surpasser elle-même dans ses productions, en donnant aux hommes deux cents & même trois cents pour un des fruits qu'ils lui confient?

Dans la crainte de passer les bornes que j'ai dû me prescrire, je m'arrête ici pour dire un mot de la sphère d'Eudoxe & du système chronologique de Newton; parce que j'ai fait, au sujet du système de ce grand homme & de la sphère d'Eudoxe, quelques remarques qui rentrent naturellement

dans les recherches dont je me suis occupé sur l'origine du zodiaque.

Eudoxe, en décrivant les constellations, dit que le colure d'été passe par le milieu du *cancer* & du *capricorne*, & l'autre colure par le milieu du *bélier* & des *pincés*; or, M. *Newton* supposant que la sphère d'Eudoxe est celle de Chiron, & comparant ensuite la position du milieu du *bélier* dans cette sphère, avec le même point pris du catalogue de Flamsteed, pour 1690, il trouve que ce point a rétrogradé, par rapport aux étoiles, de  $36^d\ 29'$ , qui donnent neuf cents trente-six ans avant Jésus-Christ, pour l'âge de Chiron.

Ce système a été généralement attaqué. M. Fréret a fortement combattu *Newton*, ainsi que l'a fait le père *Souciét*, Jésuite. *Wiston* l'a aussi attaqué, mais avec les armes de l'astronomie. Je ne connois que *Halley* qui ait cherché à défendre *Newton*, en répondant au père *Souciét*, mais avec très-peu de succès.

L'étude particulière que j'ai faite de l'astronomie ancienne, m'a mis, j'ose le dire, en état de me présenter ici en faveur de *Newton*; & puisque *Wiston* l'a attaqué avec les armes de l'astronomie, ce sera aussi avec les mêmes armes que j'en userai avec lui, ses observations sur le système chronologique de *Newton* ne nous ayant paru rien moins que concluantes. Je prouve, dans mon ouvrage, que le système de ce grand homme est vrai dans le fond, & qu'il s'est seulement trompé dans la forme du calcul.

La plus forte objection que *Wiston* a faite à *Newton*, se réduit à celle-ci : les colures doivent se couper à angles droits; or, cela ne se peut dans le système de *Newton*: aussi, dit *Wiston*, *Newton* a-t-il négligé de nous donner aucun calcul sur les étoiles de la balance; cette négligence étoit bien entendue, continue-t-il, pour son système, car cette constellation ne peut s'y ajuster.

Il est vrai que *Newton* n'a point du tout parlé des étoiles de la balance; mais c'est que *Newton*, tout savant qu'il étoit d'ailleurs, n'étoit pas assez versé dans la connoissance de

l'astronomie ancienne; car on peut dire à *Wiston* que c'est sa propre supposition qui porte à faux. En effet, *Wiston* se trompe, lorsqu'il suppose qu'*Eudoxe*, par les *pincés* du *scorpion*, entendoit la *balance*; il confond perpétuellement l'un & l'autre; il suppose que la balance occupe 18 à 20 degrés dans le ciel: cela est vrai dans le dessein que nous en avons & que nous tenons de Ptolémée; mais ce n'est point de la balance, telle que nous l'avons, dont il s'agit dans la sphère d'*Eudoxe* & d'*Aratus*, c'est des pincés du *scorpion*, composées de quatre étoiles seulement, qui n'ont que 7<sup>d</sup> 10' d'étendue en longitude. Les termes d'*Eudoxe*, d'*Aratus* & d'*Hygin*, sont formels; selon les deux premiers, le colure passe par le milieu des *pincés*, *per medium chelarum*, & non pas *per medium libræ*.

Or, le mot latin *chelæ*, ne veut point dire la balance, il signifie proprement les *maines*, pour ainsi dire, des animaux que nous nommons *scorpions* & *crabes*, parce que ces espèces de mains sont faites en forme de *forcettes* ou de *ciselets* dentelés, que les Grecs nommoient *chelas*: *Eudoxe* & *Aratus* entendoient donc que le colure passoit par les quatre étoiles qui étoient dans les *forcettes* ou *ciselets* dentelés du *scorpion*, & non par le milieu de la balance, telle que nous l'avons. *Hipparque* lui-même, qui n'aimoit ni *Eudoxe* ni *Aratus*, emploie par-tout le mot *chelæ*, & entend par-là, comme tous les anciens, les quatre étoiles  $\alpha, \beta, \mu, \epsilon$ , de la balance, qui, dans l'ancienne sphère grecque, nous le répétons, formoient les *pincés* du *scorpion*. Au moyen de cette observation qui me paroît très-vraie, l'objection de *Wiston* tombe, & les colures se coupent à angles droits dans le système de *Newton*. Le calcul que j'en ai fait, d'après cette supposition, m'a appris que depuis cette époque indiquée par la sphère d'*Eudoxe* & d'*Aratus*, les points équinoxiaux paroissent avoir rétrogradé de 43<sup>d</sup> 18 à 20'; en partant de 1720; ce qui remonte à treize cents quatre-vingt-dix-huit ou quatorze cents ans avant Jésus-Christ. Je vais finir en jetant un coup-d'œil seulement sur les tropiques décrits également par *Eudoxe* & *Aratus*. Celui d'été

passoit, selon ces anciens auteurs, par le genou du cocher, & par le milieu des têtes des gémeaux & du cancer; & le tropique d'hiver par l'aiguillon même du scorpion. Or, j'ai trouvé que ces positions n'ont pu avoir lieu que deux mille trois cents ou deux mille quatre cents ans avant Jésus-Christ. Il paroîtra peut-être singulier que les colures donnent ici une époque, & les tropiques une autre beaucoup plus éloignée; mais je n'en ai point été surpris, car nous pensons, & nous l'avons déjà dit, que l'astronomie solaire a commencé par fixer les limites bizarres des excursions du soleil, tantôt vers le nord, tantôt vers le sud; & que par conséquent les tropiques ont dû être fixés les premiers, & les colures après. Mais d'où peuvent venir ces deux époques de quatorze cents & de deux mille cinq cents ans avant Jésus-Christ? les Grecs les tenoient certainement de l'Asie; car comme nous pensons que c'est en Asie que le mouvement des étoiles a été d'abord connu, nous croyons que les astronomes de ces contrées avoient des cartes célestes de différentes époques, & qui marquoient des états du ciel tout différens; les Grecs, peu astronomes, n'y regardoient pas de si près, & leurs poètes encore moins.

*Eudoxe* aura donc composé son ouvrage de morceaux décousus, sans savoir ce qu'il faisoit, c'est-à-dire, sans voir si les cercles qu'il décrivoit avoient ou n'avoient pas dans le ciel la position qu'il leur assignoit: de cette façon, il a composé une sphère monstrueuse, mais cependant bien précieuse pour nous qui connoissons le mouvement des étoiles.

Nous concluons de ceci, que quoique les Grecs nous aient laissé l'explication des douze signes du zodiaque, tirée du fond de leur histoire, ce cercle avoit été imaginé dans le ciel, ainsi que les tropiques, mille ans au moins avant qu'il fût question de ces peuples dans le monde.





## COMPARAISON

*Du Zodiaque Indien , des Transactions philosophiques , année 1772 , avec celui que l'on voit au bas d'une des tours de Notre-Dame de Paris ; avec des réflexions sur ces deux monumens.*

Par M. le GENTIL.

**L**E zodiaque indien que l'on trouve dans les Transactions philosophiques (*année 1772*), nous présente, pour le capricorne, une chèvre unie avec un poisson ; mais nous ne pensons pas que ce zodiaque soit des premiers temps, ni même aussi ancien que le pense M. Dupuis : je ne peux être de son avis quand il prétend que ce monument représente l'état du ciel dans l'âge où la vierge occupoit le solstice (*page 399*), quoique cette opinion dût extrêmement favoriser mon système ; car ce ne sont pas, à mon avis, les angles des quadrilatères qui désignent, dans ce planisphère, les solstices & les équinoxes, attendu qu'il se trouve quatre signes dans chacun des quadrilatères, & qu'il ne devoit y en avoir que trois ; c'est-à-dire, que les douze signes du zodiaque devoient aller ou marcher par divisions en quatre parties, & par conséquent de trois en trois, relativement à la division du zodiaque, en quatre portions égales de trois signes pour une saison ; & c'est en effet ce qu'on observe dans ce zodiaque. On y voit que ce zodiaque est divisé de trois en trois signes, & que les divisions sont bien indiquées & bien marquées au milieu de chaque quadrilatère, de haut en bas qui représente la ligne nord & sud, & de droite à gauche qui représente la ligne de l'est à l'ouest ; qu'une de ces divisions est terminée par le bélier ; que la suivante commence où celle-ci finit, c'est-à-dire, au commencement du taureau ; que celle-ci finit

*Mém. 1785.*

C

avec le cancer, & qu'il en commence une autre au lion, &c. d'où il nous a paru naturel de conclure que ce monument représente, non l'état du ciel dans l'âge où la vierge occupoit le solstice, comme le pense M. Dupuis, mais au contraire celui où le lion occupoit ce solstice; ce seroit donc l'ordre des signes du zodiaque, deux mille cinq cents ans environ avant Jésus-Christ: par conséquent quoique nous soyons bien persuadés de son ancienneté, nous ne pouvons rien remarquer dans ce zodiaque qui puisse nous donner à soupçonner qu'il prouve d'une manière même indirecte, comme l'assure M. Dupuis, que le capricorne a occupé, dans le principe, le solstice d'été, puisqu'à la rigueur c'est le lion qui occupe le solstice dans ce planisphère. De plus, je ne peux dissimuler ici une observation très-importante qui m'est venue dans l'idée au sujet de ce zodiaque, & que j'ai l'honneur de proposer au public.

Qui peut avoir dit à M. Dupuis qu'un zodiaque sculpté sur la voûte d'un temple, & dont les figures vont dans un sens contraire à celui qu'elles doivent tenir, qui lui a répondu, dis-je, que ce zodiaque soit l'ouvrage d'un astronome?

Lorsque des Indiens astronomes me disent qu'ils ont comme nous un zodiaque composé de douze signes; qu'ils me nomment ces signes; que ces signes se trouvent être les nôtres avec quelques différences qui ne font qu'en indiquer l'origine; & qu'ils appellent ces signes, *bélier*, *taureau*, &c. lorsque ces noms qu'ils m'ont donnés se rapportent à ce que je trouve, ensuite, imprimé dans une grammaire faite sur les lieux, par un missionnaire qui n'a nul intérêt de changer ou d'altérer ces noms, je dis qu'un pareil zodiaque est un zodiaque authentique, en usage parmi les Brames ou les astronomes de l'Inde: or, tel est le zodiaque, j'ose l'affurer, que j'ai rapporté de l'Inde.

Mais lorsque je trouve un autre zodiaque qui diffère de celui-là dans quelques points essentiels, sculpté sur un

mur, ou sur la voûte d'un temple Indien, ne me seroit-il pas permis de conjecturer que ce zodiaque est celui d'un maçon; c'est-à-dire, ce maçon, que je suppose, ne peut-il pas avoir sculpté un tel zodiaque d'après une connoissance vague que je lui donne de ces signes, sans qu'un Brame astronome les lui ait donnés par ordre? Je ne prétends point, je le repète ici, chercher à rejeter ce zodiaque, qui n'est nullement contraire à mon hypothèse, & qui, quand il seroit rejetable ici, ne toucheroit aucunement à l'antiquité que je suppose aux Indiens & à leur astronomie. Je ne cherche que la vérité, j'expose des faits au public, & je le laisse le juge; je suppose donc qu'au bout d'une très-longue suite de siècles, nous soyons malheureusement réduits à l'état actuel de l'Inde; & que des curieux voyageurs & instruits, de contrées fort éloignées d'ici, où les sciences auroient passé & fleuriroient, trouvassent parmi les ruines de quelques-unes de nos églises gothiques un zodiaque, dans lequel le lion fût placé entre les gémeaux & l'écrevisse; & à la place de la vierge & de la balance, deux autres figures symbolique assez différentes de celles-là: je demande si ces voyageurs pourroient regarder un tel zodiaque comme l'ouvrage des astronomes françois, & en conclure que nous plaçons le lion entre les gémeaux & l'écrevisse; & que nous n'avions ni la vierge ni la balance dans notre zodiaque: or, nous allons convertir ceci en réalité.

Je savois que le génie qui a guidé les maçons ou architectes Indiens dans la construction de leurs pagodes, est le même qui a présidé chez nous à la construction de nos églises gothiques: d'après cette réflexion, qui étoit bien simple pour quelqu'un qui connoissoit l'Inde, j'ai cherché si je ne trouverois pas parmi quelques-uns de nos temples gothiques quelque zodiaque dans le goût de celui dont nous parlons, des Transactions philosophiques. Cette idée m'étant venue dans un de mes voyages en Normandie, remplie d'églises gothiques très-anciennes, je visitai fort

attentivement tous ces anciens édifices dans les villes par où j'ai coutume de passer, sur-tout à Caen, sans rien trouver qui eût le moindre rapport avec le zodiaque; je ne savois pas qu'il existoit dans la capitale, & qu'il étoit inutile de le chercher ailleurs: en effet, j'ai eu la satisfaction de le découvrir depuis dans l'église de Paris, à la porte collatérale de l'entrée, au bas de la tour septentrionale. Ce zodiaque est un monument qui m'a paru si singulier & si digne de notre attention, que j'ai cru qu'il méritoit bien d'être placé à côté de celui des Transactions philosophiques.

*Description des douze signes du zodiaque que l'on trouve à l'entrée de l'église de Paris, au bas de la tour septentrionale; & de quelques figures symboliques qui les accompagnent.*

À gauche sont placés:

1.° au-dessous du pilastre & du cordon..... *le Verseau,*  
ou plutôt l'on voit le plus singulier symbole aquatique qu'il soit possible de se figurer. Il représente un homme affourché sur un gros poisson, tenant de sa main gauche une bride qui passe dans la gueule de ce poisson; de sa main droite, il soutient un bateau qui est sur l'eau, & à la voile. Le poisson, qui paroît être un très-gros poisson, a le bout de sa queue appuyée à bas. Le verseau est-là, & assis sur le bas du dos du poisson, & sa main gauche élevée; il est entouré d'un courant d'eau, comme seroit celui d'une rivière.

2.° Au-dessous du pilastre & au-dessus du cordon. *les Poissons;*

3.° Sur le pilastre..... *le Bélier;*

4.° ..... *le Taureau;*

5.° ..... *les Gémeaux;*

6.° À la place de l'écrevisse..... *le Lion.*

À droite sont placés:

1.° Vis-à-vis le lion, & à sa place..... *l'Écrevisse;*

2.<sup>o</sup> À la place de... *la Vierge,*  
une jeune fille tenant ses mains devant elle, &  
dedans ses mains, les bras, à ce qu'il sembleroit,  
d'une petite balance, ou peut-être un petit marteau;

3.<sup>o</sup> À la place de... *la Balance,*  
un jeune homme, un bonnet sur sa tête, & qui  
paroît tailler de la pierre;

4.<sup>o</sup>..... *le Scorpion;*

5.<sup>o</sup>..... *le Sagittaire;*

6.<sup>o</sup>..... *le Capricorne;*

il n'a rien de remarquable. La tête est mutilée  
par le temps; mais on voit encore le bout d'une  
de ses cornes.

Douze autres figures symboliques accompagnent ces  
douze signes, nous allons les rapporter dans l'ordre qu'on  
les trouve. Ces figures répondent chacune à un des signes  
du zodiaque, & sont placés sur le côté du pilastre.

1.<sup>o</sup> Une figure à table. Cette figure a le bras droit cassé; à  
sa gauche est une autre figure à genoux, vêtue d'une robe, & qui  
semble représenter une femme. Le temps a détruit la tête & le bras  
gauche. *À côté du  
Verseau.*

2.<sup>o</sup> Un vieillard vêtu d'un manteau; la tête manque; il paroît  
assis devant le feu, tenant son soulier de la main gauche. On voit  
au haut de l'appartement quelque chose d'accroché, comme si  
c'étoient des saucisses & un jambon. *À côté des  
Poissons.*

3.<sup>o</sup> Un vieillard qui abat & coupe des branches d'arbres, avec  
une petite serpette qu'il tient de sa main droite. L'avant-bras de la  
main gauche est détruit. *À côté du  
Bélier.*

4.<sup>o</sup> Une figure de femme, tenant dans chacune de ses mains  
une poignée d'épis de blé. Elle est vêtue de deux robes l'une  
sur l'autre, ce qu'on aperçoit à ce que celle de dessous passe  
l'autre. Cette figure a à ses pieds une poignée également d'épis  
de blé. *À côté du  
Taureau.*

5.<sup>o</sup> Une femme vêtue d'une sorte de jupe. Elle a la main droite  
élevée tenant un bouquet; sur sa main gauche on voit une espèce  
de perroquet. *À côté des  
Gémeaux.*

## 22 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

À côté du  
*Lion.*

6.<sup>o</sup> Un homme portant un paquet sur son dos, & qu'il appuie de sa main gauche ; de l'autre main il tient une faucille dont le bout est cassé.

À côté de  
l'*Écrevisse.*

7.<sup>o</sup> Un moissonneur debout qui aiguise sa faux.

à côté du tailleur  
de pierre qui ré-  
pond à la *Vierge.*

8.<sup>o</sup> Un moissonneur qui abbat & coupe du blé.

à côté de la fem-  
me qui répond à  
la *Balance.*

9.<sup>o</sup> Un jeune homme en chemise qui foule le raisin dans une haute cuve. Il a la main droite appuyée sur son côté, paroissant porter la gauche à son bonnet.

À côté du  
*Scorpion.*

10.<sup>o</sup> Un vieillard qui sème du blé dans un champ.

À côté du  
*Sagittaire.*

11.<sup>o</sup> Une figure que le temps a très-mutilée, sans bras, sans tête, qui paroît avoir dans un grand tablier devant elle, comme des graines. Cette figure est accompagnée de deux pourceaux. Il y a toute apparence que ces graines sont des glands de chêne, pour nourrir ces pourceaux pendant l'hiver.

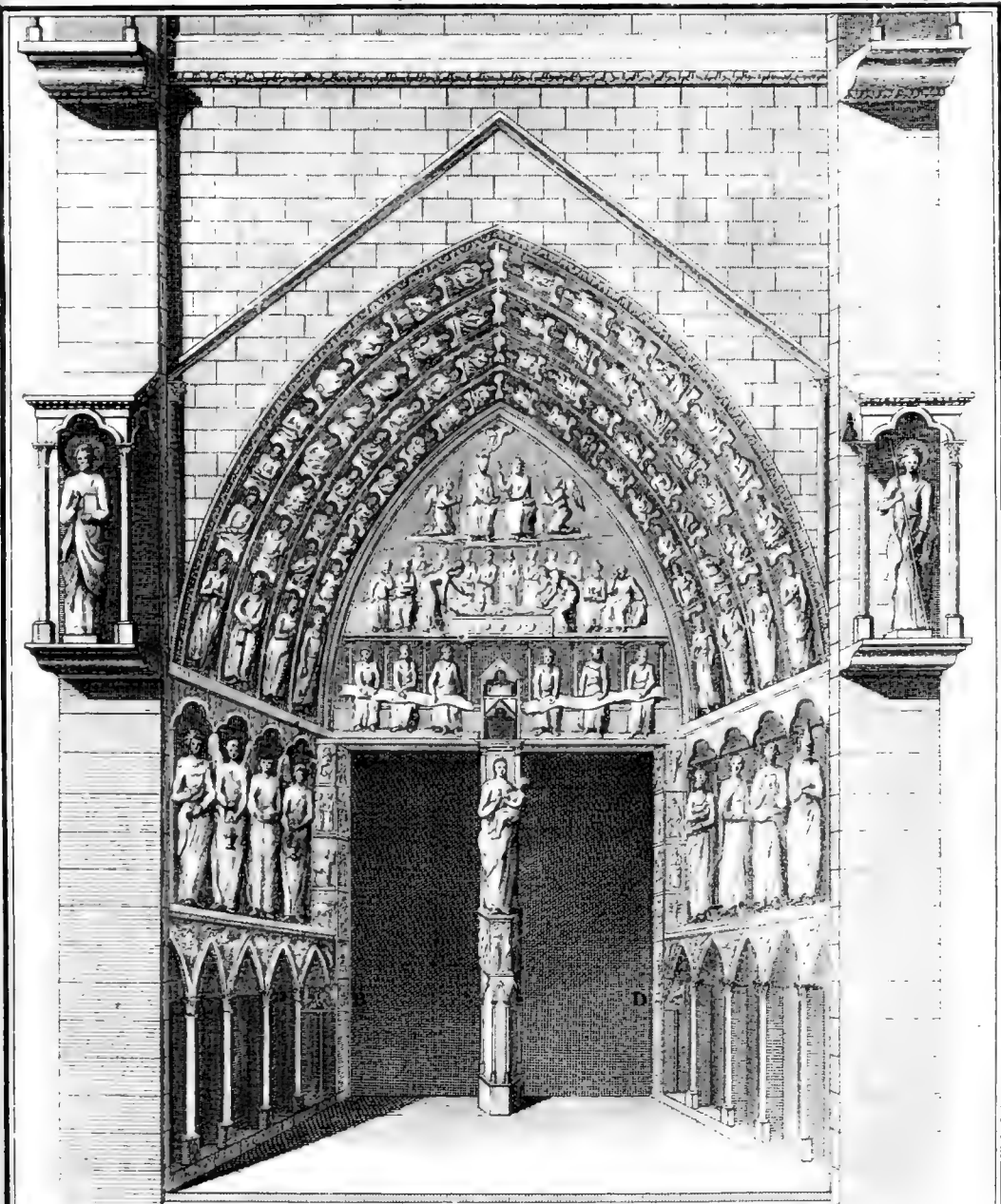
À côté du  
*Capricorne.*

12.<sup>o</sup> Une figure dont le bras droit manque : elle a le bras gauche élevé, & paroît être dans la posture de frapper ou d'assommer un porc qui est couché ou accroupi à ses pieds.

La planche première qui accompagne ce mémoire représente la porte, telle qu'elle est : & la planche seconde représente en grand les parties indiquées dans la planche première, & qui font l'objet de ce mémoire. J'ai aussi fait graver, dans cette seconde planche, le zodiaque indien des Transactions philosophiques.

Ces monumens sont moins rares qu'on ne pense parmi les églises gothiques. À Saint-Denys en France, on en voit un ; il est également au bas de la tour septentrionale de l'abbaye des Bénédictins ; il commence à la gauche comme à Notre-Dame de Paris, & si je me le rappelle bien, par le bélier ; mais le signe correspondant du bélier, qui devrait être une balance, est un crapaud. Le verseur d'eau a cela de remarquable, qu'il est fait à peu-près comme dans le dessin d'Hygin, du temps d'Auguste : un homme debout qui renverse un pot à l'eau.

M. Pigott fils, gentilhomme Anglois, dont le nom est connu des savans, ayant lû dans les Journaux, que je m'occupois à faire des recherches sur les signes du zodiaque,



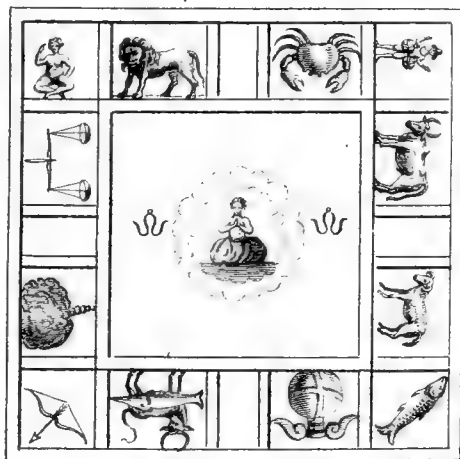
Porte de la Tour Septentrionale de l'Eglise de N.D. de Paris.

Dessinée pour indiquer la place (A.B.C.D) où se trouve le Zodiaque détaillé dans la Pl. suivante.  
 N°. l'objet de cette Pl. étant de montrer le Zodiaque, on n'a point Dessiné les autres figures scrupuleusement.





*Zodiaque tiré de l'Eglise N.D. de  
Paris*



*Zodiaque      tiré d'un  
Temple      Indien.*



& que les figures d'un zodiaque qui se voit à l'église de Notre-Dame, à Paris, avoient attiré ma curiosité, m'écrivit de Louvain, le 10 Décembre 1786, qu'il me fait part, avec bien du plaisir, d'avoir vu, à ce qu'il se rappelle, un pareil zodiaque sur le portail de l'église de Walmgate à York; que cette église est très-ancienne: les signes du zodiaque y sont sculptés en pierre; mais que quelques-uns diffèrent des représentations reçues à présent; qu'entre chaque figure on voit quelque chose de sculpté, mais qu'il en avoit entièrement oublié les sujets; que le premier signe étoit *aquarius*, autant qu'il se le rappeloit, que Drake en parle dans son histoire d'Angleterre, & en donne une figure qui n'est pas cependant, à ce qu'il croit, parfaitement exacte: il m'indique encore. *Camder's Britannia*, qui en fait, dit-il, probablement mention. Enfin, M. Pigott, s'offre, le plus obligeamment du monde, à s'employer pour me procurer, au sujet de ce zodiaque, un détail plus exact & plus correct.

Mais pourquoi trouve-t-on dans nos anciennes églises un zodiaque sculpté, comme on en voit dans les temples Indiens & Égyptiens? Nous croyons en avoir trouvé la raison; nous la donnerons dans l'ouvrage auquel nous travaillons, & que nous venons d'annoncer, sur l'origine du zodiaque.



*M É M O I R E*  
*SUR L'EMPLOI*  
*DE L'ÉCORCE DU PLATANE*  
*Pour tanner les Cuirs.*

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

**L'**ÉCORCE est, comme on sait, la partie extérieure qui couvre toute la plante, depuis les racines jusqu'à l'extrémité de sa tige & de ses branches ou rameaux.

Cette écorce est composée de plusieurs parties. La plus extérieure se nomme l'*épiderme*; on trouve ensuite l'*enveloppe cellulaire*; & la dernière couche la plus intérieure & la plus voisine du corps de l'arbre, est connue sous le nom de *liber*.

Chaque plante offre des variétés dans la structure, & particulièrement dans l'épaisseur des différentes parties que nous venons de nommer, qui constituent l'écorce; & sans entrer dans tous les détails, nous croyons devoir parler encore de l'*épiderme* & de l'*enveloppe cellulaire*. La partie de l'écorce qu'on nomme l'*épiderme*, se distingue de l'*enveloppe cellulaire* & du *liber*, par sa couleur; il varie beaucoup par son épaisseur, même sur les arbres; il s'en détache aisément, & souvent de lui-même, dans le bouleau, le merisier, &c.

Dans plusieurs arbres, cet *épiderme* est réuni tellement avec l'*enveloppe cellulaire*, que ces deux parties de l'écorce se détachent du *liber*, & tombent chaque année, comme dans le platane, le *spiræa opulifolio*, &c.

L'*enveloppe cellulaire* renferme les *vaisseaux propres*, & c'est par conséquent dans cette partie de l'écorce que résident principalement les liqueurs; & dans certaines plantes, comme

comme dans celles du chêne, les vertus astringentes propres à la tannerie des cuirs.

Chaque année, aux changemens de saison, cette écorce se fend; & dans le platane, le *spiræa opuli folio* se détache de la plante & tombe par lambeaux; cette perte se répare l'année d'après, & il seroit hors de mon sujet de parler ici de la manière dont ces deux parties de l'écorce se régénèrent. Puisque le nouvel épiderme paroît formé par les lames supérieures de l'enveloppe cellulaire, on peut conclure qu'il y a peu de différence dans l'une & l'autre de ces parties qui constituent l'écorce. Dans le *spiræa opuli folio*, j'ai remarqué que ces deux parties qui s'exfolient, se divisent souvent en dix, douze lames très-distinctes, ce qui lui a fait donner par les habitans de l'Amérique septentrionale, le nom de *bois à sept écorces*. Dans le platane, ainsi que je l'ai dit, l'épiderme se trouvant lié avec l'enveloppe cellulaire, ces deux parties ne forment qu'une lame épaisse souvent d'une ligne & demie ou de deux lignes; à moins qu'il n'y soit resté adhérens quelques lambeaux de l'écorce de l'année précédente, & pour lors elle est du double d'épaisseur.

Immédiatement sous ces parties de l'écorce, on retrouve le *liber* qui reproduit, dans les principes de la plupart de ceux qui ont traité cette partie de la physique végétale, l'épiderme & l'enveloppe cellulaire.

Il est donc des arbres qui se dépouillent naturellement de ces deux parties qui constituent leurs écorces; d'autres, comme le liége, permettent aussi ce retranchement, pourvu qu'on n'attaque pas celle appelée *liber*: mais il en est, & c'est le plus grand nombre, où le *liber* étant adhérent aux deux parties que nous venons de nommer, périclissent lorsqu'on le leur enlève; c'est par cette raison qu'en ôtant l'écorce des jeunes chênes, pour en tirer le tan propre à passer les cuirs, on occasionne la perte de l'arbre qui, si on le laissoit sur pied, donneroit des feuilles la première année, mais ne tarderoit pas à périr.

C'est sur les baliveaux de chêne du premier & du second âge, destinés à être abattus, qu'on peut lever cette écorce. Plusieurs croient que cette opération nuit à la souche, parce qu'on est obligé, pour la dépouiller, d'attendre le temps où la sève est montée; au moins est-il certain que cela retarde d'une demi-année la pousse des rejets, qui souvent n'ont pas le temps de mûrir leurs bois avant les gelées d'automne ou d'hiver.

On convient aussi que le bois dépouillé de son écorce, perd de son prix, & ne peut plus être livré en bois de chauffage, que comme bois *pelard*, qui est d'une moindre valeur que le bois garni de son écorce, nommé *bois neuf*.

On jugera de la quantité d'écorce de chêne qu'on doit consommer dans les tanneries, lorsqu'on saura qu'on y emploie pour cette opération, en écorce, environ quatre fois la pesanteur du cuir qu'on se propose de tanner.

Ce sont ces motifs & la rareté des écorces de chêne qui m'ont conduit à chercher, s'il étoit possible d'ajouter aux plantes déjà connues comme pouvant suppléer au tan d'écorce de chêne, principalement des écorces d'arbres & d'arbrisseaux, qui réuniroient des qualités propres aux tanneries \*.

On fait que dans les pays méridionaux, on destine à ce même emploi, non-seulement l'écorce, mais la sciure & le bois pilé du chêne blanc & du chêne verd, même du kermès, *ilex cocciglandifera*; & de plusieurs autres plantes, telles que le *cotinus coriaria*, *thymalea*, *arbutus*, *uva ursi*, *tamariscus*, les *rhamnus*, les *rubus*, *sumacs*, même certaines feuilles d'arbres (*voyez l'art du Tanneur déjà cité*); que l'on tire, à Marseille & dans tous les ports d'Italie de gros glands avec leurs cupules, provenus d'un chêne de l'Albanie & de la Dalmatie. Ce chêne est connu par les

---

\* On peut consulter le mémoire de M. Gleditsch, de l'Académie de Berlin, année 1754, où il donne l'énumération des plantes qui peu-

vent s'employer dans les tanneries; & l'art du Tanneur, par M. de la Lande.

Botanistes, sous le nom de *quercus ægilops*; il craint nos hivers, mais il paroîtroit qu'on pourroit, aux environs de Paris & ailleurs, multiplier le *cotinus coriaria* & les sumacs qui sont robustes & peu délicats sur la nature du terrain: on les placeroit avec avantage pour les tanneries, & sans doute pour les teinturiers, dans les garennes, côtes, & dans différens autres terrains de la France, qui se refuseroient à nourrir de plus grands arbres.

L'écorce des racines de chêne, lorsqu'on arrache les fouches, sert encore aux tanneries; enfin, on emploie, en Allemagne, pour tanner les cuirs, jusqu'à l'écorce du tronc du bouleau (*voyez l'art du Tanneur*).

En réfléchissant sur les avantages qu'offrent les plantes propres aux tanneries, j'ai cru trouver dans le platane un nouvel objet d'utilité: la beauté de son feuillage, l'avantage qu'on peut espérer de son bois, devoient déjà nous exciter à multiplier cet arbre précieux que nous devons à l'Amérique septentrionale, car cette espèce réussit mieux dans nos climats que celle orientale. Le bois de platane est lourd, ferré, propre à la charpente, & sur-tout à la menuiserie; & voyant la quantité d'écorce qui se détache de son tronc & de ses branches chaque année, j'ai pensé qu'il convenoit s'assurer si on ne pouvoit pas en tirer un nouvel avantage, en l'employant comme l'écorce du chêne, à la fabrique du tan.

Vers les mois de mars & d'avril, il est aisé de ramasser une grande quantité de ces écorces qui tombent aux pieds de ces platanes. On jugera aisément de la quantité où peut monter cette dépouille, lorsqu'on se représentera la totalité de l'écorce d'un arbre de 30, 40 ou 50 pieds de hauteur, de 5 à 6 pieds & plus de circonférence, qui se détache chaque année du tronc de l'arbre, sans compter celle des grosses branches.

Je fis donc ramasser, le printemps dernier, une cinquantaine de livres de ces écorces; & je dois au desir d'obliger en concourant au bien, l'examen qu'en a bien

voulu faire M. Vassou, directeur de la pharmacie de l'hôtel-dieu de Paris, avec la comparaison des produits de cette écorce & celle du chêne, comme on l'emploie réduite en poudre, pour servir dans les tanneries.

C'est cet examen, tel qu'il m'a été remis par M. Vassou, dont on connoît les talens & l'exactitude, que je joins à ce mémoire, que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie,

Quoique par le résultat de cet examen il semble prouvé que l'écorce de platane a moins de force que celle du chêne, & agiroit avec moins de vertu sur les cuirs, cependant il annonce que l'écorce de platane serviroit avec avantage dans les tanneries, qu'elle peut être utile pour les teintures, & que c'est assez pour mériter un essai en grand, qui exciteroit les cultivateurs à multiplier les plantations de cet arbre infiniment précieux d'ailleurs.

*Analyse de l'écorce de Platane, comparée avec celle du Chêne.*

Première  
expérience.

Nous avons mis dans un matras une livre d'écorce de platane, réduite en poudre grossière, & nous avons versé dessus huit livres d'eau distillée. Après une ébullition d'une heure, au bain de sable, nous avons filtré la liqueur, elle avoit la couleur de la bière la plus foncée : nous avons réitéré les ébullitions, quatre fois, avec huit livres d'eau distillée, & filtré la liqueur chaque fois. Nous en sommes restés à ces cinq ébullitions, la dernière n'ayant donné qu'une légère couleur ambrée.

Deuxième  
expérience.

Toutes ces liqueurs réunies & évaporées dans des capsules de verre, au bain de sable, nous ont donné une once un gros de matière extractive, dont la nature se rapproche des substances résino-extractives.

Troisième  
expérience.

Une once de cette écorce en poudre grossière, mise en digestion dans quatre onces d'esprit-de-vin, sur un bain de sable, à un feu doux, ce qui a été répété quatre autres fois sur la même once d'écorce, avec quatre onces de nouvel esprit-de-vin chaque fois, cette écorce n'a pas été totalement décolorée.



L'alkali fixe en liqueur, versé sur cette écorce en poudre grossière, enlève très-promptement la partie colorante.

Quatrième  
expérience.

Une once de cette écorce en poudre grossière, bouillie cinq fois, avec quatre onces d'eau distillée à chaque fois, filtrée, sur laquelle nous avons versé une dissolution de deux gros de vitriol martial, dissous dans six onces d'eau distillée & filtrée; à l'instant du contact de cette dernière liqueur, il s'est fait un précipité d'un bleu-noir, lequel, lavé avec l'eau distillée & séchée, a pesé seize grains.

Cinquième  
expérience.

La décoction d'écorce de platane alunée, a teint la toile d'une légère couleur de feuille-morte, que le lavage & le débouilli n'ont pu lui faire perdre

Sixième  
expérience.

### *Analyse de l'écorce de Chêne.*

Nous avons fait les mêmes expériences sur l'écorce de chêne, mais il n'a fallu que huit livres d'eau en deux fois; à la seconde, le magma s'est trouvé épuisé.

La liqueur en provenant, traitée comme dans la seconde expérience, nous a donné trois onces cinq gros d'une substance extracto-résineuse.

Une once de cette écorce, traitée comme dans la troisième expérience, a à peine donné une légère teinte à l'esprit-de-vin.

Traitée avec l'alkali fixe, en liqueur, comme à la quatrième expérience, la liqueur ne l'a presque pas attaquée.

Une once de cette écorce, traitée avec huit onces d'eau distillée, & la dissolution du vitriol martial, comme dans l'expérience cinquième, le précipité a pesé un gros dix grains.

Traitée avec la décoction alunée, comme dans l'expérience sixième, elle a donné à la toile une couleur de cuir tanné: le lavage & le débouilli ne l'ont point altéré.



## M É · M O I R E

*Sur l'usage qu'on pourroit faire des peaux  
de Vaches marines.*

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROV.

Lû  
le 18 juin  
1785.

**J**E crois devoir communiquer à l'Académie ce qu'a fait M. Duhamel du Monceau il y a plus de trente ans, pour s'assurer de quelle utilité pourroient être les peaux de vaches marines passées au tan ou à l'huile, puisqu'il seroit moins aisé maintenant de répéter cette expérience, & qu'elle seroit coûteuse.

Il est bon d'ailleurs de ne pas ignorer comment elles pourroient suppléer aux peaux des quadrupèdes qui deviennent rares en France, par la réunion de diverses circonstances.

La vache marine, le grand lamentin des Antilles, la bête à la grande dent, Mors d'Islande & du Groenland, *odobenus vel rosmarus*, est un très-long & gros cétacée amphibie qui ayant besoin de respirer l'air, semble cependant par la structure de son corps (j'entends ses bras & ses pieds qui lui servent de nageoires), plus fait pour vivre dans l'eau que sur la terre où il se traîne, gagne le rivage & s'y repose. Il étoit commun aux Antilles, & sur-tout vers le golfe Saint-Laurent; mais des chasses trop multipliées en ont beaucoup détruit l'espèce, qui y est rare maintenant.

Ces animaux ont souvent jusqu'à 20 & 25 pieds de longueur; leur peau est très-épaisse, ce qui engagea feu M. Duhamel à s'en procurer du Canada, que nous possédions alors, pour les faire passer au tan ou à l'huile, & à en faire préparer ce qu'on nomme des *cuirs forts* ou des *cuirs blancs*.

M. Duhamel est entré dans des détails sur la pêche de cet animal, mais n'a parlé que très-légèrement du résultat de l'expérience qu'il a faite : c'est donc sur ce seul article que j'insisterai ici.

Les peaux destinées à être passées au tan, ont été portées à la manufacture royale de Saint-Germain-en-Laie. Je me rappelle qu'on y a pris toutes les attentions pour les bien préparer, qu'elles ont séjourné plusieurs mois dans les fosses, qu'on les a renouvelées d'écorce de chêne; enfin, qu'on y a donné le temps & les soins nécessaires.

Cependant la peau, eu égard à son épaisseur, n'a pas été bien passée dans sa partie moyenne, elle a conservé des graisses ou son huile naturelle; lorsqu'on a voulu l'employer en semelles pour souliers, le cuir a été perméable à l'eau, il s'y est amolli & s'est détruit promptement.

Maintenant (en 1785), au contraire, ce cuir est trop sec; les pores de la peau se sont rapprochés, il est comme brûlé, il se fend & ne peut être employé à cet usage.

Il n'en a pas été de même des peaux passées à l'huile, ce qu'on appelle en cuirs blancs; ils ont bien réussi en soupentes, traits & guindages pour les voitures. M. Duhamel fit présent à une personne qui se disposoit à faire un long voyage dans sa chaise de poste, d'une paire de ces soupentes, & il en a été très-satisfait. Depuis plus de vingt ans j'ai des traits de voiture formés d'une seule lanière de ces peaux; ils sont comme neufs; & auparavant, les cordes ou peaux ordinaires ne duroient pas plus d'un ou deux ans. Ces peaux peuvent donc être employées avec avantage à cet usage, & la préparation avec l'huile leur est plus convenable que celle dans laquelle entre l'écorce de chêne.

Les traits de chaises ont plusieurs fois attiré l'attention des selliers & bourreliers, qui jamais n'avoient eu occasion d'employer des cuirs d'une pareille épaisseur. Le cuir brun ou cuir fort passé au tan, a 6 lignes d'épaisseur, & le cuir blanc ou passé à l'huile a 8 lignes.

Je cite l'usage qu'on pourroit faire des peaux de vaches

marines lorsqu'on desireroit se procurer des cuirs épais ; mais il seroit à souhaiter qu'on tirât parti de certains poissons de nos mers , dont la peau est suffisamment épaisse , par exemple , de celles du marfouin , du requin & des chiens de mer , qui pourroient servir à couvrir les livres , &c. Ce nouvel emploi donneroit lieu à des pêches plus fréquentes de ces poissons voraces qui se multiplient sur nos côtes , & auxquels on semble attribuer , avec raison , la diminution des autres plus petits poissons infiniment plus utiles , puisqu'ils nous servent d'alimens , qu'ils se transportent & donnent lieu , en France , à un commerce considérable , qui entretient nombre de matelots , & forme la meilleure école pour tous ces gens de mer.



## T H É O R I E

## DE JUPITER ET DE SATURNE

Par M DE LA PLACE.

**L**ES observations ont fait apercevoir dans les mouvemens de Jupiter & de Saturne , des variations considérables dont on ignore les loix & la cause. La comparaison des observations modernes aux anciennes, paroît indiquer une accélération dans le mouvement de Jupiter, & un ralentissement dans celui de Saturne ; mais les observations modernes comparées entr'elles, offrent un résultat contraire, & M. Lambert a remarqué, que depuis Hevelius jusqu'à nous , le mouvement de Jupiter s'est ralenti , & que celui de Saturne s'est accéléré d'une manière sensible. M. de la Lande a de plus observé que le moyen mouvement de Saturne , conclu des oppositions de cette planète, vers l'équinoxe du printemps , est depuis un siècle, plus rapide que celui qui résulte des oppositions observées vers l'équinoxe d'automne ; & pour prouver que cette différence ne dépend point de l'attraction de Jupiter, il l'a établie sur des oppositions dans lesquelles les circonstances des mouvemens de Jupiter & de Saturne étoient à peu-près semblables.

Jusqu'à présent, la théorie de la pesanteur universelle n'a pu rendre raison de ces phénomènes ; on ne voit même rien dans les résultats analytiques auxquels les géomètres sont parvenus sur cet objet , qui puisse conduire à les expliquer. Je me propose ici de faire voir que loin d'être une exception au principe de la pesanteur , ils en sont une suite nécessaire , & qu'ils présentent une nouvelle confirmation de ce principe admirable.

Cet ouvrage est divisé en trois sections ; j'expose dans la première , une théorie analytique des inégalités périodiques.

*Mém. 1785.*

E

& séculaires de Jupiter & de Saturne , qui naissent de leur action mutuelle. Je me suis sur-tout attaché à donner à mes résultats , une forme simple & commode pour le calcul , & comme je les ai vérifiés avec beaucoup de soin & par différentes méthodes , je crois pouvoir répondre de leur exactitude. Ce qui distingue principalement cette théorie , de celles qui l'ont précédée , est la considération des inégalités dépendantes des carrés & des puissances supérieures des excentricités & des inclinaisons des orbites. Les géomètres n'avoient eu égard dans ces recherches , qu'aux premières puissances de ces quantités ; mais j'ai reconnu que cette approximation est insuffisante dans la théorie de Jupiter & de Saturne , & que leurs principales inégalités sont données par les approximations suivantes , qu'il faut étendre jusqu'aux quatrièmes puissances des excentricités. Les moyens mouvemens de ces deux planètes , sont tels , que cinq fois celui de Saturne est à fort peu près égal à deux fois celui de Jupiter ; & ce rapport produit dans les élémens de leurs orbites , des variations considérables dont les périodes embrassent plus de neuf siècles , & qui sont la source des grands dérangemens observés par les astronomes. Les méthodes ordinaires conduiroient pour les déterminer , à des calculs d'une excessive longueur ; heureusement , la même considération qui force de recourir à ces inégalités , simplifie leur détermination : je donne pour y parvenir , une méthode facile & très approchée.

La seconde section a pour objet , la théorie de Saturne. Pour avoir ses inégalités , il suffit de substituer ses élémens & ceux de Jupiter , dans les formules analytiques de la première section ; mais les élémens des tables astronomiques n'ont pas la précision nécessaire dans une recherche aussi délicate , parce que dans la formation de ces tables , on n'a point fait entrer les différentes inégalités de Jupiter & de Saturne. Une première approximation m'a fait connoître à fort peu-près les changemens qu'ils doivent subir , & ces élémens ainsi rectifiés , m'ont donné les valeurs exactes des

inégalités de Saturne. La plus considérable de toutes ces inégalités , dépend de cinq fois le moyen mouvement de Saturne moins deux fois celui de Jupiter ; sa période est d'environ neuf cents dix-neuf ans , & sa valeur qui diminue par des degrés insensibles , étoit au milieu de ce siècle, de  $48' 44''$ . Le mouvement de Jupiter est soumis à une inégalité correspondante , dont la période est exactement la même , mais dont la valeur affectée d'un signe contraire , est plus petite dans la raison de 3 à 7. On doit rapporter à ces deux grandes inégalités jusqu'à présent inconnues , le ralentissement apparent de Saturne , & l'accélération apparente de Jupiter. Ces phénomènes ont atteint leur *maximum* vers 1560 ; depuis cette époque , les moyens mouvemens apparens des deux planètes se sont rapprochés sans cesse de leurs véritables moyens mouvemens. Voilà pourquoi , lorsque l'on a comparé les observations modernes aux anciennes , le moyen mouvement de Saturne a paru plus lent , & celui de Jupiter plus rapide que par la comparaison des observations modernes entr'elles ; tandis que ces dernières ont indiqué une accélération dans le mouvement de Saturne & un ralentissement dans celui de Jupiter : si l'astronomie eût été renouvelée trois siècles plus tard , les observations auroient présenté des phénomènes contraires. Les mouvemens que l'astronomie d'un peuple assigne à Jupiter & à Saturne , peuvent donc nous éclairer sur le temps où elle a été fondée ; je trouve ainsi par mon analyse , que les Indiens ont déterminé les moyens mouvemens de ces deux planètes , dans la partie de la période des deux inégalités précédentes , où le moyen mouvement apparent de Saturne étoit fort lent , & celui de Jupiter , très-rapide. Deux de leurs principales époques astronomiques , dont l'une remonte à l'an 3102 avant notre ère , & dont l'autre se rapporte à l'an 1491 , remplissent à peu-près cette condition.

La théorie de Saturne renferme encore une inégalité remarquable dont la valeur est à peu-près de 10 minutes,

& qui coincideroit avec les inégalités du mouvement elliptique, si le double du moyen mouvement de Jupiter étoit parfaitement égal à cinq fois celui de Saturne. C'est d'elle que vient en grande partie, le dérangement observé par M. de la Lande, dans le mouvement de Saturne, & le peu d'accord des variations de l'aphélie de cette planète, avec la théorie de ses inégalités séculaires.

La réunion des inégalités produites par l'action de Jupiter, avec celles du mouvement elliptique, forme la théorie complète de Saturne ; mais les élémens de son orbite, quoique fort approchés, avoient encore besoin de légères corrections. J'ai choisi pour cet objet, vingt-quatre observations disposées d'une manière avantageuse, & je suis ainsi parvenu aux véritables expressions du rayon vecteur de Saturne, & de son mouvement en longitude & en latitude. On peut sans erreur sensible, étendre ces formules à plus de deux mille ans dans le passé, & à mille ou douze cents ans dans l'avenir. Leur accord avec un grand nombre d'oppositions modernes, & avec les observations anciennes, prouve à la fois la justesse & la nécessité des grandes équations que j'ai introduites dans la théorie de Saturne, & que les siècles suivans rendront de plus en plus sensibles ; il fait voir encore le peu d'influence des comètes sur notre système planétaire, puisque Saturne, à raison de son éloignement du Soleil, en auroit éprouvé des dérangemens remarquables, si leurs masses étoient comparables à celles des planètes.

Un résultat intéressant de ces recherches, est la détermination du moyen mouvement fidéral de Saturne, & son uniformité. Vingt-quatre oppositions modernes comparées deux à deux & respectivement éloignées de deux, de quatre & de six révolutions de Saturne, m'ont donné ce mouvement égal à  $12^d\ 12' 46'',6$ , dans l'intervalle de 365 jours. L'observation la plus ancienne & la meilleure de Saturne, que Ptolémée nous ait transmise, & que les Chaldéens firent le 1<sup>er</sup> Mars de l'an 228 avant notre ère, conduit à  $\frac{1}{20}$  de



seconde près, au même résultat; ainsi les observations se réunissent avec la théorie de la pesanteur, pour bannir l'équation séculaire de Saturne qui de toutes les planètes, avoit paru aux astronomes exiger la plus grande équation séculaire.

La théorie de Jupiter exposée dans la troisième section, & comparée aux observations anciennes & modernes, présente des résultats semblables & le même accord; la pesanteur universelle est donc la véritable cause des variations observées dans les mouvemens de Jupiter & de Saturne. La précision avec laquelle ces deux planètes ont obéi dans tous les temps, aux loix que la géométrie leur assigne en vertu de leur action mutuelle, est un des objets les plus curieux du système du monde. Il auroit fallu plusieurs siècles d'observations suivies, pour déterminer empiriquement ces inégalités, à cause de la longueur de leurs périodes; ainsi sur ce point, la théorie de la pesanteur a devancé l'observation. Cette confirmation nouvelle d'une loi qui s'accorde admirablement avec tous les phénomènes célestes, & à laquelle les seuls dérangemens de Jupiter & de Saturne sembloient faire exception, ne laisse aucun doute sur son existence & sur ses avantages, en sorte que ses résultats doivent obtenir la même confiance que les observations les plus précises.

## SECTION PREMIÈRE.

### *Théorie analytique des perturbations de Jupiter & de Saturne.*

#### I.

#### *Équations générales des mouvemens de Jupiter & de Saturne.*

SOIENT  $x, y, z$  les coordonnées rectangles de Jupiter, rapportées au centre du Soleil; soit  $m$ , la masse de cette

planète, celle du Soleil étant prise pour unité; soient  $x', y', z'$  les coordonnées de Saturne, &  $m'$  sa masse; soit de plus

$$r = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}; r' = \sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)},$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{[(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2]}}.$$

L'action du Soleil sur Jupiter, décomposée parallèlement à l'axe des  $x$ , & dirigée vers leur origine, sera  $\frac{x}{r^3}$ ; l'action de Saturne sur Jupiter, décomposée parallèlement au même axe, & dirigée dans le même sens que la première, sera  $m' \cdot (x - x') \cdot \lambda^3$ , ou  $-m' \cdot (\frac{\partial \lambda}{\partial x})$ . Ces deux actions réunies solliciteront donc Jupiter parallèlement à l'axe des  $x$  & vers l'origine des coordonnées, avec une force égale à  $\frac{x}{r^3} - m' \cdot (\frac{\partial \lambda}{\partial x})$ . Mais comme dans la

théorie des planètes, on suppose le Soleil immobile; il faut transporter en sens contraire, à chacune d'elles, les forces dont il est animé: or, cet astre, en vertu des actions réunies de Jupiter & de Saturne, est sollicité parallèlement à l'axe des  $x$ , & en sens contraire de leur origine, par une force égale à  $\frac{m x}{r^3} + \frac{m' x'}{r'^3}$ ; ainsi Jupiter, dans son

mouvement relatif autour du Soleil, est sollicité vers cet astre, par une force parallèle à l'axe des  $x$ , & égale à

$$\frac{(1 + m) \cdot x}{r^3} + \frac{m' x'}{r'^3} - m' \cdot (\frac{\partial \lambda}{\partial x}).$$

Si l'on change successivement, dans cette expression,  $x$  &  $x'$  dans  $y$  &  $y'$ , & dans  $z$  &  $z'$ , on aura les forces qui sollicitent Jupiter parallèlement aux axes des  $y$  & des  $z$ , & vers l'origine des coordonnées; en nommant donc  $dt$ , l'élément du temps, & en le supposant constant, les principes connus de dynamique donneront les trois équations différentielles suivantes,

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{\partial \partial x}{\partial t^2} + \frac{(1+m) \cdot x}{r^3} + \frac{m^2 \cdot x^2}{r^5} - m^2 \cdot \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right) \\ 0 &= \frac{\partial \partial y}{\partial t^2} + \frac{(1+m) \cdot y}{r^3} + \frac{m^2 \cdot y^2}{r^5} - m^2 \cdot \left( \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right) \\ 0 &= \frac{\partial \partial z}{\partial t^2} + \frac{(1+m) \cdot z}{r^3} + \frac{m^2 \cdot z^2}{r^5} - m^2 \cdot \left( \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\}; (A)$$

La considération du mouvement de Saturne autour du Soleil, donnera pareillement les trois équations suivantes,

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{\partial \partial x'}{\partial t^2} + \frac{(1+m') \cdot x'}{r'^3} + \frac{m \cdot x}{r^3} - m \cdot \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x'} \right) \\ 0 &= \frac{\partial \partial y'}{\partial t^2} + \frac{(1+m') \cdot y'}{r'^3} + \frac{m \cdot y}{r^3} - m \cdot \left( \frac{\partial \lambda}{\partial y'} \right) \\ 0 &= \frac{\partial \partial z'}{\partial t^2} + \frac{(1+m') \cdot z'}{r'^3} + \frac{m \cdot z}{r^3} - m \cdot \left( \frac{\partial \lambda}{\partial z'} \right) \end{aligned} \right\}; (B)$$

C'est de l'intégration de ces six équations différentielles, que dépend toute la théorie des mouvemens de Jupiter & de Saturne.

## I I.

ON peut facilement en obtenir quatre intégrales premières, de la manière suivante.

On multipliera la première de ces équations par

$$2 m \partial x - \frac{2 m \cdot (m \partial x + m^2 \partial x')}{1 + m + m^2};$$

la seconde par

$$2 m \partial y - \frac{2 m \cdot (m \partial y + m^2 \partial y')}{1 + m + m^2};$$

la troisième par

$$2 m \partial z - \frac{2 m \cdot (m \partial z + m^2 \partial z')}{1 + m + m^2};$$

la quatrième par

$$2 m' \partial x' - \frac{2 m' \cdot (m \partial x + m^2 \partial x')}{1 + m + m^2};$$

40 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
la cinquième par

$$2 m' \partial y^2 = \frac{2 m'. (m \partial y + m' \partial y')}{1 + m + m'} ;$$

enfin, la sixième par

$$2 m' \partial z^2 = \frac{2 m'. (m \partial z + m' \partial z')}{1 + m + m'} ;$$

en ajoutant ensuite toutes ces équations, & en observant que l'on a

$$0 = \left( -\frac{\partial \lambda}{\partial x} \right) + \left( -\frac{\partial \lambda}{\partial x'} \right) ;$$

$$0 = \left( -\frac{\partial \lambda}{\partial y} \right) + \left( -\frac{\partial \lambda}{\partial y'} \right) ;$$

$$0 = \left( -\frac{\partial \lambda}{\partial z} \right) + \left( -\frac{\partial \lambda}{\partial z'} \right) ;$$

on formera l'équation suivante :

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{2 m. (\partial x. \partial \partial x + \partial y. \partial \partial y + \partial z. \partial \partial z)}{\partial t^2} \\ & + \frac{2 m'. (\partial x'. \partial \partial x' + \partial y'. \partial \partial y' + \partial z'. \partial \partial z')}{\partial t'^2} \\ & - \frac{2. (m \partial x + m' \partial x')}{1 + m + m'} \cdot \frac{(m \partial \partial x + m' \partial \partial x')}{\partial t^2} \\ & - \frac{2. (m \partial y + m' \partial y')}{1 + m + m'} \cdot \frac{(m \partial \partial y + m' \partial \partial y')}{\partial t^2} \\ & - \frac{2. (m \partial z + m' \partial z')}{1 + m + m'} \cdot \frac{(m \partial \partial z + m' \partial \partial z')}{\partial t^2} \\ & + 2. \left( \frac{m \partial r}{r^2} + \frac{m' \partial r'}{r'^2} \right) - 2 m m'. \partial \lambda. \end{aligned}$$

Cette équation donne, en l'intégrant,

$$\left. \begin{aligned} 0 = f + & \frac{m. (\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2)}{\partial t^2} + \frac{m'. (\partial x'^2 + \partial y'^2 + \partial z'^2)}{\partial t'^2} \\ & - \frac{[(m \partial x + m' \partial x')^2 + (m \partial y + m' \partial y')^2 + (m \partial z + m' \partial z')^2]}{(1 + m + m'). \partial t^2} \\ & - 2. \left( \frac{m}{r} + \frac{m'}{r'} \right) - 2 m m'. \lambda. \end{aligned} \right\} ; (1).$$

$f$  étant une constante arbitraire.

Si

Si l'on multiplie encore la première des équations différentielles de l'article précédent, par

$$- my + \frac{m.(my + m'y^2)}{1 + m + m^2};$$

la seconde par

$$mx - \frac{m.(mx + m^2x^2)}{1 + m + m^2};$$

la quatrième par

$$- m'y^2 + \frac{m'.(my + m'y^2)}{1 + m + m^2};$$

& la cinquième par

$$m^2x^2 - \frac{m'.(mx + m^2x^2)}{1 + m + m^2};$$

si l'on ajoute ensuite ces équations, en observant que l'on a

$$0 = x\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y}\right) - y\left(\frac{\partial \lambda}{\partial x}\right) + x^2\left(\frac{\partial \lambda}{\partial y^2}\right) - y^2\left(\frac{\partial \lambda}{\partial x^2}\right);$$

$$0 = \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial y^2}\right);$$

on aura

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{m.(x\partial\partial y - y\partial\partial x)}{\partial z^2} + \frac{m'.(x^2\partial\partial y^2 - y^2\partial\partial x^2)}{\partial z^2} \\ & - \frac{(mx + m^2x^2)}{1 + m + m^2} \cdot \frac{(m\partial\partial y + m^2\partial\partial y^2)}{\partial z^2} \\ & + \frac{(my + m^2y^2)}{1 + m + m^2} \cdot \frac{(m\partial\partial x + m^2\partial\partial x^2)}{\partial z^2}; \end{aligned}$$

équation dont l'intégrale est

$$c = \left. \begin{aligned} & \frac{m.(x\partial y - y\partial x)}{\partial z} + \frac{m'.(x^2\partial y^2 - y^2\partial x^2)}{\partial z} \\ & - \frac{(mx + m^2x^2)}{1 + m + m^2} \cdot \frac{(m\partial y + m^2\partial y^2)}{\partial z} \\ & + \frac{(my + m^2y^2)}{1 + m + m^2} \cdot \frac{(m\partial x + m^2\partial x^2)}{\partial z} \end{aligned} \right\}; \quad (2).$$

$c$  étant une constante arbitraire.

Si l'on change dans cette intégrale,  $y$  en  $z$ , on aura

$$c^i = \left. \begin{aligned} & \frac{m \cdot (x \partial z - z \partial x)}{\partial t} + \frac{m' \cdot (x' \partial z' - z' \partial x')}{\partial t} \\ & - \frac{(m x + m' x')}{1 + m + m'} \cdot \frac{(m \partial z + m' \partial z')}{\partial t} \\ & + \frac{(m z + m' z')}{1 + m + m'} \cdot \frac{(m \partial x + m' \partial x')}{\partial t} \end{aligned} \right\}; (3)$$

$c^i$  étant une nouvelle arbitraire.

Enfin, si dans cette dernière intégrale, on change  $x$  en  $y$ , on aura

$$c^{ii} = \left. \begin{aligned} & \frac{m \cdot (y \partial z - z \partial y)}{\partial t} + \frac{m' \cdot (y' \partial z' - z' \partial y')}{\partial t} \\ & - \frac{(m y + m' y')}{1 + m + m'} \cdot \frac{(m \partial z + m' \partial z')}{\partial t} \\ & + \frac{(m z + m' z')}{1 + m + m'} \cdot \frac{(m \partial y + m' \partial y')}{\partial t} \end{aligned} \right\}; (4)$$

$c^{ii}$  étant une arbitraire.

### I I I.

LES quatre intégrales précédentes sont les seules que l'on peut obtenir dans l'état actuel de l'analyse; elles sont insuffisantes pour déterminer le mouvement des deux planètes  $m$  &  $m'$ ; mais elles donnent, entre les variations séculaires des élémens de leurs orbites, des rapports intéressans que nous allons déterminer.

Pour cela, nous observerons que les masses  $m$  &  $m'$  étant fort petites, on peut, à chaque révolution, considérer les orbites de Jupiter & de Saturne, comme étant à très-peu près elliptiques; mais l'action mutuelle de ces deux planètes change la nature & la position de leurs ellipses, par des nuances insensibles dans un court intervalle, & que la suite des temps rend très-remarquables. Ces ellipses, dans leurs variations, conservent entr'elles des rapports constans qui résultent des intégrales précédentes. Soit  $a$ , le demi-grand

axe de l'ellipse de  $m$ ;  $ea$ , son excentricité;  $\theta$ , la tangente de l'inclinaison du plan de cette ellipse sur le plan des  $x$  & des  $y$ ;  $I$ , l'angle que fait l'intersection de ces deux plans, avec l'axe des  $x$ ; soit de plus,

$$\theta \cdot \sin. I = p; \quad \theta \cdot \cos. I = q;$$

on aura, par la nature du mouvement elliptique, & en négligeant  $m$ , vis-à-vis de l'unité,

$$\begin{aligned} \frac{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial t^2} &= -\frac{2}{r} = -\frac{1}{a}; \\ \frac{x \partial y - y \partial x}{\partial t} &= \sqrt{\left[ \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + \theta^2} \right]}; \\ \frac{x \partial z - z \partial x}{\partial t} &= q \cdot \sqrt{\left[ \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + \theta^2} \right]}; \\ \frac{y \partial z - z \partial y}{\partial t} &= p \cdot \sqrt{\left[ \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + \theta^2} \right]}; \end{aligned}$$

Si l'on marque d'un trait, les lettres  $a, e, \theta, p, q$ , pour avoir celles qui sont relatives à  $m'$ , ces équations subsisteront encore, en accentuant les lettres qu'elles renferment. Cela posé, si l'on substitue les valeurs de leurs premiers membres, dans les intégrales (1), (2), (3) & (4); si l'on néglige ensuite les quantités constantes ou périodiques de l'ordre  $m^2$ ; on aura entre les élémens des ellipses des deux planètes, les quatre équations suivantes:

$$\begin{aligned} f &= \frac{m}{a} + \frac{m'}{a'}; \\ c &= m \cdot \sqrt{\left[ \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + \theta^2} \right]} + m' \cdot \sqrt{\left[ \frac{a' \cdot (1 - e'^2)}{1 + \theta'^2} \right]}; \\ c' &= m q \cdot \sqrt{\left[ \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + \theta^2} \right]} + m' \cdot q' \cdot \sqrt{\left[ \frac{a' \cdot (1 - e'^2)}{1 + \theta'^2} \right]}; \\ c'' &= m p \cdot \sqrt{\left[ \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + \theta^2} \right]} + m' \cdot p' \cdot \sqrt{\left[ \frac{a' \cdot (1 - e'^2)}{1 + \theta'^2} \right]}; \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} f \\ c \\ c' \\ c'' \end{aligned}} \right\} (C)$$

ainsi, en supposant que par l'action mutuelle des deux planètes, les élémens  $a, a', e, e', \theta, \theta', p, p', q, q'$ , subissent

des variations très-sensibles dans la suite des siècles, ces élémens doivent toujours satisfaire aux quatre équations précédentes dans lesquelles les constantes  $f$ ,  $c$ ,  $c'$ ,  $c''$  sont invariables.

Dans le cas où le système renfermeroit encore les planètes  $m''$ ,  $m'''$ , &c. il est aisé de voir que ces équations subsisteroient toujours, en ajoutant à leurs seconds membres, des termes semblables à ceux qu'ils renferment, & relatifs à chaque nouvelle planète.

## I V.

REPRENONS les équations (A) de l'article premier. Si l'on multiplie la première par  $\partial x$ , la seconde par  $\partial y$ , la troisième par  $\partial z$ , & qu'on les ajoute; si l'on fait ensuite

$$R = \frac{xx' + yy' + zz'}{r^3} - \lambda,$$

on aura

$$0 = \frac{\partial x \cdot \partial \partial x + \partial y \cdot \partial \partial y + \partial z \cdot \partial \partial z}{\partial r^2} + (1 + m) \cdot \frac{\partial r}{r^2} + m' \cdot dR,$$

la caractéristique différentielle  $d$  ne se rapportant qu'aux coordonnées  $x$ ,  $y$ ,  $z$  de la planète  $m$ .; on aura donc, en intégrant,

$$0 = \frac{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial r^2} - \frac{2 \cdot (1 + m)}{r} + \frac{1 + m}{a} + 2 m' \cdot f dR; (a).$$

Si l'on multiplie pareillement la première des équations (A) par  $x$ , la seconde par  $y$ , la troisième par  $z$ , & que l'on ajoute leur somme à l'équation (a), on aura

$$0 = \frac{x \cdot \partial \partial x + y \cdot \partial \partial y + z \cdot \partial \partial z + \partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial r^2} - \frac{(1 + m)}{r} + \frac{1 + m}{a} + 2 m' \cdot f dR + m' \cdot [x \cdot (\frac{\partial R}{\partial x}) + y \cdot (\frac{\partial R}{\partial y}) + z \cdot (\frac{\partial R}{\partial z})];$$



ou, ce qui revient au même,

$$0 = \frac{\partial^2 r^2}{\partial t^2} - \frac{2 \cdot (1 + m)}{r} + \frac{2 \cdot (1 + m)}{a} + 4 m' \cdot f d R \\ + 2 m' \cdot [x \cdot (\frac{\partial R}{\partial x}) + y \cdot (\frac{\partial R}{\partial y}) + z \cdot (\frac{\partial R}{\partial z})].$$

L'intégrale de cette équation donnera la valeur de  $r$ , dans la supposition du mouvement elliptique, en y faisant  $m' = 0$ . Supposons que l'action de  $m'$ , augmente cette valeur de la quantité  $m' \delta r$ ; on changera, dans l'équation précédente,  $r$  dans  $r + m' \cdot \delta r$ ,  $r$  étant ici le rayon vecteur dans l'hypothèse du mouvement elliptique; en développant ensuite les différens termes de cette équation, par rapport aux puissances de  $m'$ , les termes indépendans de  $m'$  se détruiront d'eux-mêmes, par la nature du mouvement elliptique; & si l'on néglige, comme nous le ferons toujours dans la suite, les carrés & les produits des masses perturbatrices, on aura pour déterminer  $\delta r$ , l'équation différentielle

$$0 = \frac{\partial^2 (r \delta r)}{\partial t^2} + \frac{r \delta r}{r^3} + 2 \cdot f d R + x \cdot (\frac{\partial R}{\partial x}) \\ + y \cdot (\frac{\partial R}{\partial y}) + z \cdot (\frac{\partial R}{\partial z}) \Big\}; (b)$$

les valeurs de  $r, x, y, z, r', x', y', z'$ , étant relatives au mouvement elliptique des planètes  $m$  &  $m'$ .

Maintenant, les équations (A) de l'article I donnent, en  $y$  supposant  $m$  &  $m'$  nuls,

$$0 = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{x}{r^3}; \quad 0 = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{y}{r^3};$$

si l'on multiplie la première de ces deux équations, par  $r \delta r$ , & qu'on l'ajoute à l'équation différentielle en  $\delta r$ , multipliée par  $-x$ , on aura

$$0 = \frac{r \delta r \cdot \partial^2 x}{\partial t^2} - \frac{x \cdot \partial^2 (r \delta r)}{\partial t^2} - 2 x \cdot f d R - x \cdot [x \cdot (\frac{\partial R}{\partial x}) \\ + y \cdot (\frac{\partial R}{\partial y}) + z \cdot (\frac{\partial R}{\partial z})];$$

d'où l'on tire en intégrant,

$$0 = \frac{r \delta r \cdot \partial x - x \cdot \partial (r \delta r)}{\partial t} - 2 \cdot f x \partial t \cdot f d R - f x \partial t \cdot [x \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right) + y \left( \frac{\partial R}{\partial y} \right) + z \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right)].$$

En changeant  $x$  en  $y$ , & réciproquement, dans cette intégrale, on aura la suivante :

$$0 = \frac{r \delta r \cdot \partial y - y \cdot \partial (r \delta r)}{\partial t} - 2 \cdot f y \partial t \cdot f d R - f y \partial t \cdot [x \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right) + y \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial y} \right) + z \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right)].$$

En ajoutant la première de ces intégrales, multipliée par  $y$ , à la seconde multipliée par  $-x$ , on aura,

$$r \cdot \delta r \cdot \frac{(x \partial y - y \partial x)}{\partial t} = 2 x \cdot f y \partial t \cdot f d R + x \cdot f y \partial t \times [x \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right) + y \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial y} \right) + z \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right)] - 2 y \cdot f x \partial t \cdot f d R - y \cdot f x \partial t \times [x \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right) + y \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial y} \right) + z \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right)];$$

mais on a dans l'hypothèse elliptique,

$$\frac{x \partial y - y \partial x}{\partial t} = \sqrt{\left[ \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + \theta^2} \right]};$$

& si l'on nomme  $n t$ , le moyen mouvement sydéral de  $m$ , on a

$$n^2 = \frac{1}{a^3};$$

on aura donc

$$\frac{f y}{a} = \frac{\left\{ \begin{array}{l} 2 x \cdot f n \partial t \cdot y \cdot f d R + x \cdot f n \partial t \cdot y \cdot [x \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right) + y \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial y} \right) + z \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right)] \\ - 2 y \cdot f n \partial t \cdot x \cdot f d R - y \cdot f n \partial t \cdot x \cdot [x \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right) + y \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial y} \right) + z \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right)] \end{array} \right\}}{r \cdot \sqrt{\left( \frac{1 - e^2}{1 + \theta^2} \right)}}; (5)$$

Cette expression de  $\frac{\partial r}{a}$  ne dépend que des quadratures des courbes, puisque les quantités  $r, x, y, z, r', x', y', z'$  qu'elle renferme, étant relatives au mouvement elliptique de  $m$ , & de  $m'$ , elles sont données par la nature de ce mouvement, en fonctions du temps  $t$ .

## V.

LES équations (A) de l'article I, multipliées respectivement par  $x, y, z$ , & ajoutées ensemble, donnent

$$0 = \frac{x \cdot \partial \partial x + y \cdot \partial \partial y + z \cdot \partial \partial z}{\partial t^2} + \frac{1+m}{r} \\ + m' \cdot [x \cdot (\frac{\partial R}{\partial x}) + y \cdot (\frac{\partial R}{\partial y}) + z \cdot (\frac{\partial R}{\partial z})];$$

or on a

$$x \cdot \partial \partial x + y \cdot \partial \partial y + z \cdot \partial \partial z \\ = \frac{1}{2} \cdot \partial^2 \cdot (r^2) - (\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2);$$

& si l'on nomme  $\partial \nu$ , l'angle infiniment petit intercepté entre les deux rayons vecteurs  $r$  &  $r + \partial r$ , on aura

$$\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2 = \partial r^2 + r^2 \partial \nu^2;$$

on aura donc

$$x \cdot \partial \partial x + y \cdot \partial \partial y + z \cdot \partial \partial z = r \cdot \partial \partial r - r^2 \partial \nu^2;$$

partant

$$0 = \frac{r \partial \partial r - r^2 \partial \nu^2}{\partial t^2} + \frac{1+m}{r} \\ + m' \cdot [x \cdot (\frac{\partial R}{\partial x}) + y \cdot (\frac{\partial R}{\partial y}) + z \cdot (\frac{\partial R}{\partial z})].$$

Supposons que l'action de  $m'$ , augmente la valeur de  $\nu$ , de la quantité  $m' \cdot \delta \nu$ , en sorte que l'on ait  $\nu = \nu + m' \delta \nu$ , la quantité  $\nu$ , dans le second membre de cette équation, étant relative au mouvement elliptique; si dans l'équation différentielle en  $r$ , on substitue cette valeur de  $\nu$ , & au lieu

de  $r$ ,  $r + m' \delta r$ ; les termes indépendans de  $m'$ , se détruiront d'eux-mêmes par la nature du mouvement elliptique, & la comparaison des termes multipliés par  $m'$ , donnera

$$0 = \frac{r \partial \partial \delta r + \delta r \partial \partial r - 2 r \delta r \partial \nu^2 - 2 r^2 \partial \nu \partial \delta \nu}{\partial t^2} - \frac{\delta r}{r^2} \\ + x \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right) + y \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial y} \right) + z \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right);$$

or on a, par la théorie du mouvement elliptique,

$$r^2 \partial \nu = \partial t \cdot V[a \cdot (1 - e^2)],$$

& l'équation différentielle précédente en  $r$ , donne dans la supposition de  $m$ , & de  $m'$  nuls,

$$\frac{r \partial \nu^2}{\partial t^2} = \frac{\partial \partial r}{\partial t^2} + \frac{1}{r^3};$$

on aura donc,

$$0 = \frac{r \partial \partial \delta r - \delta r \partial \partial r}{\partial t^2} - \frac{3 \delta r}{r^2} - \frac{2 \partial \delta \nu}{\partial t} \cdot V[a(1 - e^2)] \\ + x \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right) + y \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial y} \right) + z \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right).$$

Si l'on substitue dans cette équation, au lieu de  $r \delta r$ , la valeur tirée de l'équation (b) de l'article précédent, on aura

$$\frac{2 \partial \delta \nu}{\partial t} \cdot V[a \cdot (1 - e^2)] = \frac{\partial \cdot (r \partial \delta r - \delta r \partial r)}{\partial t^2} + \frac{3 \partial^2 (r \delta r)}{\partial t^2} \\ + 6 \cdot f dR + 4 \cdot [x \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right) + y \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial y} \right) + z \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right)];$$

d'où l'on tire en intégrant, & en substituant  $\frac{1}{n}$ , au lieu de  $a^{\frac{3}{2}}$ ,

$$\delta V = \frac{\frac{2 r \partial \delta r + \delta r \partial r}{a^2 \cdot n \partial t} + 3 a f n \partial t \cdot f dR + 2 a f n \partial t \cdot [x \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right) + y \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial y} \right) + z \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right)]}{V(1 - e^2)}; \quad (6)$$

## V I.

Si l'on multiplie la première des équations (A) de l'article I, par  $-y$ , & qu'on l'ajoute à la seconde multipliée par  $x$ , on aura

$$0 = \frac{x \cdot \partial \partial y - y \cdot \partial \partial x}{\partial t^2} + m^1 \cdot [x \cdot (\frac{\partial R}{\partial y}) - y \cdot (\frac{\partial R}{\partial x})];$$

ce qui donne, en intégrant,

$$\frac{x \partial y - y \partial x}{\partial t} = c + m^1 \cdot \int \partial t \cdot [y \cdot (\frac{\partial R}{\partial x}) - x \cdot (\frac{\partial R}{\partial y})];$$

$c$  étant une constante arbitraire. On aura pareillement les deux intégrales,

$$\frac{x \partial z - z \partial x}{\partial t} = c^1 + m^1 \cdot \int \partial t \cdot [z \cdot (\frac{\partial R}{\partial x}) - x \cdot (\frac{\partial R}{\partial z})];$$

$$\frac{y \partial z - z \partial y}{\partial t} = c^{11} + m^1 \cdot \int \partial t \cdot [z \cdot (\frac{\partial R}{\partial y}) - y \cdot (\frac{\partial R}{\partial z})];$$

$c^1$  &  $c^{11}$  étant deux arbitraires. En multipliant la première de ces deux intégrales, par  $y$ , & en l'ajoutant à la seconde multipliée par  $-x$ , on aura

$$\begin{aligned} z \cdot (\frac{x \partial y - y \partial x}{\partial t}) &= c^1 y - c^{11} x + m^1 y \cdot \int \partial t \cdot [z \cdot (\frac{\partial R}{\partial x}) - x \cdot (\frac{\partial R}{\partial z})] \\ &\quad - m^1 x \cdot \int \partial t \cdot [z \cdot (\frac{\partial R}{\partial y}) - y \cdot (\frac{\partial R}{\partial z})]; \end{aligned}$$

on aura donc en substituant au lieu de  $\frac{x \partial y - y \partial x}{\partial t}$ , la

valeur, & en négligeant les quantités de l'ordre  $m^2$ ,

$$\begin{aligned} z &= \frac{c^1 y - c^{11} x}{c} - \frac{m^1 \cdot (c^1 y - c^{11} x)}{c^2} \cdot \int \partial t \cdot [y \cdot (\frac{\partial R}{\partial x}) - x \cdot (\frac{\partial R}{\partial y})] \\ &\quad + \frac{m^1 y}{c} \cdot \int \partial t \cdot [z \cdot (\frac{\partial R}{\partial x}) - x \cdot (\frac{\partial R}{\partial z})] \\ &\quad - \frac{m^1 x}{c} \cdot \int \partial t \cdot [z \cdot (\frac{\partial R}{\partial y}) - y \cdot (\frac{\partial R}{\partial z})]. \end{aligned}$$

L'équation  $z = \frac{c^1 y - c^{11} x}{c}$ , est celle d'un plan fixe que

nous pouvons considérer comme le plan de l'orbite primitive de  $m$ ; en supposant donc que la planète ne quitte point ce plan, on aura

$$z = \frac{c'y - c''x}{c};$$

mais comme le plan de l'orbite est variable, nous ferons

$$z = \frac{c'y - c''x}{c} + m' \delta z.$$

La tangente de la latitude de  $m$  sera  $\frac{z + m' \delta z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ , & par conséquent l'accroissement de cette tangente, dû à ce que la planète quitte le plan de l'orbite primitive, sera  $\frac{m' \delta z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ .

Si l'on nomme  $s$ , le sinus de la latitude de  $m$ , dans la supposition où cette planète resteroit sur le plan de l'orbite primitive, &  $m' \delta s$  l'accroissement de  $s$ , dû à ce qu'elle quitte ce plan, on aura

$$\frac{m' \delta z}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{m' \delta s}{(1 - ss)^{\frac{3}{2}}};$$

mais on a

$$\sqrt{x^2 + y^2} = r \sqrt{1 - ss};$$

partant,

$$m' \delta z = \frac{m' r \delta s}{1 - ss}.$$

Cela posé, si dans l'expression précédente de  $z$ , on substitue au lieu de  $z$ ,

$$\frac{c'y - c''x}{c} + m' \delta z, \text{ ou } \frac{c'y - c''x}{c} + \frac{m' r \delta s}{1 - ss};$$

si l'on observe ensuite que l'on a par l'art. III,

$$c = \frac{\sqrt{a(1 - e^2)}}{\sqrt{1 + \theta^2}};$$

on trouvera

$$\delta s = \left. \begin{aligned} & \frac{as.(1 - ss).\sqrt{(1 + \theta^2)}}{\sqrt{(1 - e^2)}} \cdot \sin \partial t. \left[ x. \left( \frac{\partial R}{\partial y} \right) - y. \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right) \right] \\ & + \frac{ay.(1 - ss).\sqrt{(1 + \theta^2)}}{r.\sqrt{(1 - e^2)}} \cdot \sin \partial t. \left[ z. \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right) - x. \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right) \right] \\ & - \frac{ax.(1 - ss).\sqrt{(1 + \theta^2)}}{r.\sqrt{(1 - e^2)}} \cdot \sin \partial t. \left[ z. \left( \frac{\partial R}{\partial y} \right) - y. \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right) \right] \end{aligned} \right\}; (7)$$

les valeurs de  $r$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $x^i$ ,  $y^i$ ,  $z^i$ , étant relatives au mouvement elliptique des planètes  $m$  &  $m^i$ .

## V I I.

*Des perturbations de Jupiter & de Saturne, en portant l'approximation jusqu'aux premières puissances des excentricités & des inclinaisons des orbites.*

LES formules (5), (6), (7), suffisent pour déterminer le mouvement de la planète  $m$ . Elles peuvent être employées avec avantage dans la recherche des perturbations des comètes, par l'action des planètes. Le calcul des altérations qu'éprouvent leurs rayons vecteurs, & leurs mouvemens en longitude & en latitude, se trouve ainsi réduit à des quadratures que l'on peut toujours obtenir par les méthodes connues d'interpolation; mais dans la théorie des planètes, la considération des orbites peu excentriques & peu inclinées les unes aux autres, peut conduire à des expressions analytiques de ces perturbations, & faire connoître la nature des orbites qu'elles décrivent, par des équations fort approchées, qui embrassent les siècles passés & à venir.

Pour avoir ces équations, nous reprendrons les formules (5) & (6) des articles IV & V. Si l'on prend pour le plan fixe des  $x$  & des  $y$ , celui de l'orbite primitive de  $m$ , & que l'on nomme  $\nu$ , l'angle formé par le rayon  $r$ , & par l'axe des  $x$ ; on aura

$$x = r. \cos. v; y = r. \sin. v; z = 0; \theta = 0.$$

Si l'on nomme ensuite  $v'$  l'angle que la projection de  $r'$  sur le plan fixe, fait avec l'axe des  $x$ , &  $s'$  le sinus de la latitude héliocentrique de  $m'$ , au-dessus de ce plan, on aura

$$x' = r'. \sqrt{(1 - s'^2)}. \cos. v';$$

$$y' = r'. \sqrt{(1 - s'^2)}. \sin. v';$$

$$z' = r' s';$$

on aura ainsi

$$R = \frac{r. \sqrt{(1 - s'^2)}}{r'^2} \cdot \cos. (v' - v) - \frac{1}{\sqrt{[r^2 - 2rr'. \sqrt{(1 - s'^2)}. \cos. (v' - v) + r'^2]}};$$

$$x. \left( \frac{\partial R}{\partial x} \right) + y. \left( \frac{\partial R}{\partial y} \right) + z. \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right) = r. \left( \frac{\partial R}{\partial r} \right);$$

& les formules (5) & (6) deviendront,

$$\frac{\partial r}{a} = \frac{\left\{ \begin{array}{l} 2 \cos. v. \sin. \delta t. r. \sin. v. f d R + \cos. v. \sin. \delta t. r^2 \sin. v. \left( \frac{\partial R}{\partial r} \right) \\ - 2 \sin. v. \sin. \delta t. r. \cos. v. f d R - \sin. v. \sin. \delta t. r^2 \cos. v. \left( \frac{\partial R}{\partial r} \right) \end{array} \right\}}{\sqrt{(1 - e^2)}}; \quad (8)$$

$$\delta v = \frac{2 r. \delta \delta t + \delta r. \delta t}{a^2. n \delta t} + \frac{3 a. \sin. \delta t. f d R + 2 a. \sin. \delta t. r \left( \frac{\partial R}{\partial r} \right)}{\sqrt{(1 - e^2)}}; \quad (9)$$

Le calcul de la valeur approchée de  $\delta r$ , sera plus simple, si, au lieu de la formule (8), on emploie l'équation différentielle (b) de l'article IV, qui, à cause de  $n^2 a^2 = 1$ , peut être mise sous cette forme

$$0 = \frac{\partial^2. (r \delta r)}{\partial t^2} + \frac{n^2 a^2}{r^3} r \delta r + 2 f d R + r. \left( \frac{\partial R}{\partial r} \right); \quad (10).$$

Nous considérerons ainsi les équations (9) & (10), & nous négligerons d'abord les carrés & les puissances supérieures des excentricités & des inclinaisons des orbites.



## VIII.

DANS ce cas, la valeur de  $R$  devient

$$R = \frac{r \cdot (\cos. \nu' - \nu)}{r'^2} - \frac{1}{\sqrt{[r^2 - 2rr' \cdot \cos. (\nu' - \nu) + r'^2]}}.$$

Pour développer cette fonction en série, nous observerons que si l'on nomme  $nt + \epsilon$ , la longitude moyenne de  $m$  comptée de l'axe des  $x$ ;  $n't + \epsilon'$ , celle de  $m'$ ;  $\omega$  la longitude de l'aphélie de  $m$ , &  $\omega'$  celle de l'aphélie de  $m'$ ; on a par la nature du mouvement elliptique,

$$\begin{aligned} r &= a \cdot [1 + e \cdot \cos. (nt + \epsilon - \omega)], \\ \nu &= nt + \epsilon - 2e \cdot \sin. (nt + \epsilon - \omega), \\ r' &= a' \cdot [1 + e' \cdot \cos. (n't + \epsilon' - \omega')], \\ \nu' &= n't + \epsilon' - 2e' \cdot \sin. (n't + \epsilon' - \omega'). \end{aligned}$$

Soit

$$\begin{aligned} h &= e \cdot \sin. \omega; l = e \cdot \cos. \omega, \\ h' &= e' \cdot \sin. \omega'; l' = e' \cdot \cos. \omega'. \end{aligned}$$

On aura

$$\begin{aligned} r &= a \cdot [1 + h \cdot \sin. (nt + \epsilon) + l \cdot \cos. (nt + \epsilon)], \\ \nu &= nt + \epsilon + 2h \cdot \cos. (nt + \epsilon) - 2l \cdot \sin. (nt + \epsilon), \\ r' &= a' \cdot [1 + h' \cdot \sin. (n't + \epsilon') + l' \cdot \cos. (n't + \epsilon')], \\ \nu' &= n't + \epsilon' + 2h' \cdot \cos. (n't + \epsilon') - 2l' \cdot \sin. (n't + \epsilon'). \end{aligned}$$

Maintenant, on a par la théorie des suites,

$$\begin{aligned} R &= R + a \cdot [h \cdot \sin. (nt + \epsilon) + l \cdot \cos. (nt + \epsilon)] \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial r} \right), \\ &+ a' \cdot [h' \cdot \sin. (n't + \epsilon') + l' \cdot \cos. (n't + \epsilon')] \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial r'} \right), \\ &+ [2h \cdot \cos. (nt + \epsilon) - 2l \cdot \sin. (nt + \epsilon)] \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial \nu} \right), \\ &+ [2h' \cdot \cos. (n't + \epsilon') - 2l' \cdot \sin. (n't + \epsilon')] \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial \nu'} \right), \end{aligned}$$

en ayant soin de changer, dans le second membre de cette équation,  $r$  en  $a$ ,  $r^i$  en  $a^i$ ,  $\nu$  dans  $nt + \epsilon$ , &  $\nu^i$  dans  $n^i t + \epsilon^i$ . Soit  $S$  ce que devient  $R$  dans ces suppositions, en sorte que l'on ait

$$S = \frac{a}{a^{\frac{1}{2}}} \cdot \cos. (n^i t - nt + \epsilon^i - \epsilon) \\ - \frac{1}{\sqrt{[a^2 - 2aa^i \cos. (n^i t - nt + \epsilon^i - \epsilon) + a^{i2}]}},$$

& supposons qu'en développant cette fonction, dans une suite ordonnée par rapport aux cosinus de l'angle  $n^i t - nt + \epsilon^i - \epsilon$ , & de ses multiples, on ait

$$S = \frac{1}{2} \cdot A^{(0)} \cdot + A^{(1)} \cdot \cos. (n^i t - nt + \epsilon^i - \epsilon) \\ + A^{(2)} \cdot \cos. 2 (n^i t - nt + \epsilon^i - \epsilon) + \&c;$$

on pourra mettre cette expression sous la forme suivante :

$$S = \frac{1}{2} \cdot \Sigma \cdot A^{(i)} \cdot \cos. i (n^i t - nt + \epsilon^i - \epsilon),$$

dans laquelle  $\Sigma$  est le signe intégral des différences finies, qui, dans ce cas, se rapporte à la variable  $i$ , & qui embrasse toutes les valeurs entières, depuis  $i = -\infty$  jusqu'à  $i = \infty$ . On doit observer que  $A^{(-i)}$  est égal à  $A^{(i)}$ , & qu'il suffit par conséquent de connoître les valeurs de  $A^{(i)}$ , relatives à  $i$  positif.

Il est visible, par la nature de  $R$ , que l'on a

$$r \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial r} \right) = a \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial a} \right);$$

de plus, cette quantité étant une fonction homogène en  $r$  &  $r^i$ , de la dimension  $-1$ , on a

$$r \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial r} \right) + r^i \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial r^i} \right) = -R;$$

d'ailleurs  $R$  étant fonction de  $\nu^i - \nu$ , on a

$$\left( \frac{\partial R}{\partial r^i} \right) = - \left( \frac{\partial R}{\partial \nu} \right);$$

& si dans  $(\frac{\partial R}{\partial \nu})$ , on change  $r$  en  $a$ ,  $r^i$  en  $a^i$ ,  $\nu$  dans  $nt + \epsilon$ , &  $\nu^i$  dans  $n^i t + \epsilon^i$ , on aura

$$(\frac{\partial R}{\partial \nu}) = \frac{1}{n - n^i} \cdot (\frac{\partial S}{\partial t});$$

on aura, cela posé,

$$\begin{aligned} R = S + a \cdot (\frac{\partial S}{\partial a}) \cdot [h \cdot \sin.(nt + \epsilon) + l \cdot \cos.(nt + \epsilon)] \\ - [S + a \cdot (\frac{\partial S}{\partial a})] \cdot [h^i \cdot \sin.(n^i t + \epsilon^i) + l^i \cdot \cos.(n^i t + \epsilon^i)] \\ + \frac{1}{n - n^i} \cdot (\frac{\partial S}{\partial t}) \cdot \left\{ h \cdot \cos.(nt + \epsilon) - l \cdot \sin.(nt + \epsilon) \right\} \\ - \left\{ h^i \cdot \cos.(n^i t + \epsilon^i) - l^i \cdot \sin.(n^i t + \epsilon^i) \right\}. \end{aligned}$$

## IX.

SUPPOSONS maintenant dans les équations (9) & (10), de l'*art. VII*,

$$\frac{\partial r}{\partial a} = u + u_i; \quad \partial \nu = V + V_i;$$

$u$  &  $V$ , étant les parties de  $\frac{\partial r}{\partial a}$  & de  $\partial \nu$ , indépendantes des excentricités des orbites, &  $u_i$  &  $V_i$ , étant les parties de ces mêmes quantités, qui en dépendent. Si dans ces équations, on compare les termes indépendans des excentricités, on formera les deux suivantes, en observant que

$$n^2 = \frac{1}{a^3};$$

$$\begin{aligned} 0 = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + n^2 u + 2n^2 g + \frac{1}{2} \cdot n^2 a^2 \cdot (\frac{\partial A^{(e)}}{\partial a}) \\ + \frac{n^2}{2} \cdot \Sigma. [a^3 \cdot (\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}) + \frac{2naA^{(i)}}{n - n^i}] \cdot \cos.i.(n^i t - nt + \epsilon^i - \epsilon); \end{aligned}$$

$$V = 3gnt + a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(0)}}{\partial a} \right) \cdot nt + \frac{2 \cdot \partial n}{n \partial t} - \frac{n}{2(n-n')},$$

$$\times \Sigma \cdot \left\{ \frac{3n}{n-n'} \cdot a A^{(i)} + 2a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} \right) \cdot \right\} \cdot \frac{1}{i} \cdot \sin. i(n't - nt + \epsilon' - \epsilon).$$

Dans ces équations, 1.<sup>o</sup> le signe intégral  $\Sigma$  s'étend à toutes les valeurs entières de  $i$ , la seule valeur  $i = 0$ , étant exceptée, parce que nous avons fait sortir hors de ce signe, les termes dans lesquels  $i = 0$ ; 2.<sup>o</sup> la constante  $g$  est une arbitraire ajoutée à l'intégrale  $a \cdot f dR$ .

Pour déterminer cette constante, nous supposérons que  $nt$  représente le moyen mouvement fidéral de  $m$ . Dans ce cas, le terme proportionnel au temps, de l'expression de  $V$ , doit disparaître. Cette condition donne

$$g = - \frac{1}{3} a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(0)}}{\partial a} \right).$$

Si l'on substitue cette valeur, dans l'équation différentielle en  $u$ ; on aura, après les intégrations,

$$n = \frac{1}{6} \cdot a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(0)}}{\partial a} \right) + \frac{n^2}{2} \cdot \Sigma \cdot \left\{ \frac{a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} \right) + \frac{2na A^{(i)}}{n-n'}}{i^2 \cdot (n-n')^2 - n^2} \right\} \cdot \left\{ \times \cos. i(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) \right\};$$

l'expression de  $V$ , devient ainsi,

$$V = \frac{1}{2} \cdot \Sigma \cdot \left\{ \frac{n^2}{i(n-n')^2} \cdot a A^{(i)} + \frac{2n^3 \cdot \left\{ a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} \right) + \frac{2na A^{(i)}}{n-n'} \right\}}{i(n-n') \cdot [i^2(n-n')^2 - n^2]} \right\} \cdot \left\{ \times \sin. i(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) \right\}.$$

Le signe  $\Sigma$  s'étend dans ces expressions, à toutes les valeurs entières, positives & négatives de  $i$ , la seule valeur  $i = 0$ , étant exceptée; on peut ne l'étendre qu'aux seules valeurs positives de  $i$ , mais alors il faut doubler les coefficients des sinus & des cosinus renfermés sous ce signe. Je  
n'ai

n'ai point ajouté de constantes aux expressions de  $u$  & de  $V$ , parce que toutes les arbitraires du problème peuvent être censées renfermées dans les parties de  $r$  & de  $v$ , qui dépendent du mouvement elliptique.

Ces valeurs fort simples de  $u$  & de  $V$ , renferment la théorie des inégalités du mouvement des planètes, lorsque l'on n'a égard qu'aux termes indépendans des excentricités & des inclinaisons des orbites, ce qui suffit dans plusieurs cas.

Nous observerons ici que, quand même la série représentée par l'intégrale  $\Sigma . A^{(i)} . \cos . i . (n' t - n t + \epsilon' - \epsilon)$ , seroit peu convergente, les expressions de  $u$  & de  $V$  le deviendroient par les diviseurs qu'elles acquièrent au moyen des intégrations successives. Cette remarque due à M. Euler, est d'autant plus importante, que sans cette convergence, il eût été impossible d'exprimer analytiquement les perturbations réciproques des planètes dont les rapports des distances au Soleil ne diffèrent pas beaucoup de l'unité.

## X.

CONSIDÉRONS présentement les valeurs de  $u'$  & de  $V'$ .  
Si l'on fait

$$\begin{aligned} X &= \frac{a}{n-n'} . [h . \sin . (n t + \epsilon) + l . \cos . (n t + \epsilon)] . [a . (\frac{\partial \partial S}{\partial a \partial t}) - 2 . (\frac{\partial S}{\partial t})] \\ &+ [h . \cos . (n t + \epsilon) - l . \sin . (n t + \epsilon)] . [a^2 . (\frac{\partial S}{\partial a}) + \frac{2 a}{(n-n')^2} . (\frac{\partial \partial S}{\partial t^2})] \\ &- \frac{a}{n-n'} . [h' . \sin . (n' t + \epsilon') + l' . \cos . (n' t + \epsilon')] . [(\frac{\partial S}{\partial t}) + a . (\frac{\partial \partial S}{\partial a \partial t})] \\ &- \frac{2 a}{(n-n')^2} . [h' . \cos . (n' t + \epsilon') - l' . \sin . (n' t + \epsilon')] . (\frac{\partial \partial S}{\partial t^2}) ; \\ Y &= [h . \sin . (n t + \epsilon) + l . \cos . (n t + \epsilon)] . [a^2 . (\frac{\partial S}{\partial a}) + a^3 . (\frac{\partial \partial S}{\partial a^2})] \\ &- [h' . \sin . (n' t + \epsilon') + l' . \cos . (n' t + \epsilon')] . [2 a^2 . (\frac{\partial S}{\partial a}) + a^3 . (\frac{\partial \partial S}{\partial a^2})] \\ &+ \frac{2 a^2}{n-n'} . (\frac{\partial \partial S}{\partial a \partial t}) . [h . \cos . (n t + \epsilon) - l . \sin . (n t + \epsilon)] \\ &- h' . \cos . (n' t + \epsilon') + l' . \sin . (n' t + \epsilon') ] ; \\ \text{Mém. 1785.} & \qquad \qquad \qquad \text{H} \end{aligned}$$

la comparaison des termes dépendans des excentricités, dans les équations différentielles (9) & (10) de l'article VII, donnera les deux suivantes :

$$0 = \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + n^2 u_1 + \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 3 n^2 u \right) \cdot [h \cdot \sin.(nt + \epsilon) + l \cdot \cos.(nt + \epsilon)] \\ + 2 n \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \cdot [h \cdot \cos.(nt + \epsilon) - l \cdot \sin.(nt + \epsilon)] \\ + 2 n^2 \cdot \int X n dt + n^2 \cdot Y$$

$$V_1 = \frac{2 \partial u_1}{n \partial t} + 2 \cdot \frac{\partial u}{n \partial t} \cdot [h \cdot \sin.(nt + \epsilon) + l \cdot \cos.(nt + \epsilon)] \\ + u \cdot [h \cdot \cos.(nt + \epsilon) - l \cdot \sin.(nt + \epsilon)] \\ + 3 \cdot \iint X \cdot n^2 \partial t^2 + 2 \cdot \int Y \cdot n \partial t.$$

Si, dans l'équation différentielle en  $u_1$ , on substitue au lieu de  $u$ , sa valeur, & que, pour simplifier, on fasse

$$B = a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(0)}}{\partial a} \right) + \frac{1}{2} \cdot a^3 \cdot \left( \frac{\partial \partial A^{(0)}}{\partial a^2} \right);$$

$$C = a \cdot A^{(1)} - a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(1)}}{\partial a} \right) - \frac{1}{2} \cdot a^3 \cdot \left( \frac{\partial \partial A^{(1)}}{\partial a^2} \right);$$

$$D^{(i)} = - \frac{3 n}{n - n^1} \cdot a A^{(i)} + \frac{\{ i^2 \cdot (n - n^1) \cdot [n^1 + i(n - n^1)] - 3 n^2 \}}{i^2 \cdot (n - n^1)^2 - n^2} \\ \times \left[ \frac{2 n a A^{(i)}}{n - n^1} + a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} \right) \right] + \frac{1}{2} a^3 \cdot \left( \frac{\partial \partial A^{(i)}}{\partial a^2} \right);$$

$$E^{(1)} = \frac{[i - 1] \cdot (2 i - 1) \cdot n}{n - i(n - n^1)} \cdot a A^{(i-1)} + \frac{[i^2 \cdot (n - n^1) - n]}{n - i(n - n^1)} \cdot a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(i-1)}}{\partial a} \right) \\ - \frac{1}{2} a^3 \cdot \left( \frac{\partial \partial A^{(i-1)}}{\partial a^2} \right);$$

cette équation différentielle donnera, après l'avoir intégrée,

$$u_1 = f \cdot \sin.(nt + \epsilon) + f^1 \cdot \cos.(nt + \epsilon) \\ + \frac{1}{2} \cdot (h B + h^1 C) \cdot nt \cdot \cos.(nt + \epsilon) - \frac{1}{2} \cdot (l B + l^1 C) \cdot nt \cdot \sin.(nt + \epsilon), \\ + n^2 \cdot \Sigma \cdot \left\{ \frac{(h D^{(i)} + h^1 E^{(i)})}{[n - i(n - n^1)]^2 - n^2} \cdot \sin.[i \cdot (n^1 t - nt + \epsilon^1 - \epsilon) + nt + \epsilon] \right. \\ \left. + \frac{(l D^{(i)} + l^1 E^{(i)})}{[n - i(n - n^1)]^2 - n^2} \cdot \cos.[i \cdot (n^1 t - nt + \epsilon^1 - \epsilon) + nt + \epsilon] \right\};$$

Le signe intégral  $\Sigma$  s'étend, comme dans les expressions de  $u$  & de  $V$ , à toutes les valeurs entières positives & négatives de  $i$ , la seule valeur  $i = 0$  étant exceptée, parce que nous avons fait sortir hors de ce signe, les sinus & les cosinus de l'angle dans lequel  $i = 0$ ;  $f$  &  $f'$  sont deux constantes arbitraires introduites par les intégrations.

Si l'on substitue dans l'expression de  $V_i$ , au lieu de  $u$  & de  $u_i$ , leurs valeurs, & que l'on fasse

$$f = h \cdot \left[ \frac{2}{3} a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(0)}}{\partial a} \right) + \frac{1}{4} \cdot a^3 \cdot \left( \frac{\partial \partial A^{(0)}}{\partial a^2} \right) \right] \\ + \frac{h'}{4} \cdot \left[ a A^{(1)} - a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(1)}}{\partial a} \right) - a^3 \cdot \left( \frac{\partial \partial A^{(1)}}{\partial a^2} \right) \right];$$

$$f' = l \cdot \left[ \frac{2}{3} a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(0)}}{\partial a} \right) + \frac{1}{4} \cdot a^3 \cdot \left( \frac{\partial \partial A^{(0)}}{\partial a^2} \right) \right] \\ + \frac{l'}{4} \cdot \left[ a A^{(1)} - a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(1)}}{\partial a} \right) - a^3 \cdot \left( \frac{\partial \partial A^{(1)}}{\partial a^2} \right) \right]$$

$$F^{(i)} = - \frac{(i-1) \cdot n a \cdot A^{(i)}}{n - n^i} + \frac{\left\{ 3n^2 - \frac{in}{2} \cdot [n + i(n - n^i)] \right\}}{i^2 \cdot (n - n^i)^2 - n^2} \\ \times \left\{ \frac{2na \cdot A^{(i)}}{n - n^i} + a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} \right) \right\} - \frac{2n^2 \cdot D^{(i)}}{[n - i(n - n^i)]^2 - n^2};$$

$$G^{(i)} = \frac{-(i-1) \cdot (2i-1) \cdot n a \cdot A^{(i-1)} - (i-1) \cdot n a^3 \cdot \left( \frac{\partial A^{(i-1)}}{\partial a} \right)}{2 \cdot [n - i(n - n^i)]} \\ - \frac{2n^2 \cdot E^{(i)}}{[n - i(n - n^i)]^2 - n^2};$$

on aura

$$V_i = - (hB + h' C) \cdot n t \cdot \sin. (n t + \epsilon) \\ - (lB + l' C) \cdot n t \cdot \cos. (n t + \epsilon) \\ + n \cdot \Sigma \cdot \left\{ \frac{(lF^{(i)} + l' G^{(i)})}{n - i \cdot (n - n^i)} \cdot \sin. [i(n^i t - n t + \epsilon' - \epsilon) + n t + \epsilon] \right. \\ \left. - \frac{(hF^{(i)} + h' G^{(i)})}{n - i \cdot (n - n^i)} \cdot \cos. [i(n^i t - n t + \epsilon' - \epsilon) + n t + \epsilon] \right\};$$

H ij

Le signe intégral  $\Sigma$  s'étend encore à toutes les valeurs entières positives & négatives de  $i$ , la seule valeur  $i = 0$ , étant exceptée. En déterminant, comme nous venons de le faire, les arbitraires  $f$ , &  $f'$ , la valeur de  $V$ , ne renferme le sinus & le cosinus de  $nt + \epsilon$ , qu'autant qu'ils sont multipliés par l'arc  $nt$ ; & par ce moyen,  $2e$  &  $\omega$  expriment dans la formule de la longitude de la planète  $m$ , son équation du centre, & la longitude de son aphélie, à l'instant où l'on fixe l'origine du temps  $t$ .

## X I.

REPRENONS maintenant l'équation (7), de l'art. VI, & supposons d'abord, pour plus de simplicité, que le plan fixe des  $x$  & des  $y$ , soit celui de l'orbite primitive de  $m$ ; on aura, dans ce cas,  $s = 0$ , &  $z = 0$ . Si l'on néglige les carrés des excentricités & des inclinaisons des orbites, & leurs produits, on pourra supposer

$$z' = a' \cdot [Q' \cdot \sin.(n't + \epsilon') - P' \cdot \cos.(n't + \epsilon')],$$

$P'$  &  $Q'$  étant deux arbitraires qui dépendent de l'inclinaison & de la position des nœuds de l'orbite de  $m'$ , relativement au plan de l'orbite primitive de  $m$ . Si l'on fait ensuite

$$T' = \frac{1}{[a^2 - 2aa' \cdot \cos.(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + a'^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{a^3};$$

l'équation (7) deviendra celle-ci,

$$\begin{aligned} 0 = & \delta s - a^2 a' \cdot \sin.(nt + \epsilon) \cdot \int n \delta t \cdot T \cdot \cos.(nt + \epsilon) \\ & \times [Q' \cdot \sin.(n't + \epsilon') - P' \cdot \cos.(n't + \epsilon')] \\ & + a^2 \cdot a' \cdot \cos.(nt + \epsilon) \cdot \int n \delta t \cdot T \cdot \sin.(nt + \epsilon) \\ & \times [Q' \cdot \sin.(n't + \epsilon') - P' \cdot \cos.(n't + \epsilon')] \end{aligned}$$

que l'on peut mettre sous cette forme différentielle:



$$0 = \frac{\partial \partial . \delta s}{\partial t^2} + n^2 . \delta s - n^2 a^2 a' . T$$

$$\times [Q' . \sin . (n' t + \epsilon') - P' . \cos . (n' t + \epsilon')].$$

$\delta s$  est à très-peu-près la latitude de  $m$ , au-dessus du plan de l'orbite primitive; mais si, au lieu de ce plan, on prend pour celui des  $x$  & des  $y$ , un autre plan quelconque qui lui soit très-peu incliné, il est visible que  $\delta s$  sera encore ce qu'il faut ajouter à la latitude de  $m$ , calculée dans l'hypothèse où le mouvement de cette planète auroit lieu sur le plan de son orbite primitive. Maintenant,  $s$  &  $s'$  étant à fort peu-près les tangentes des latitudes de  $m$  & de  $m'$  au-dessus du plan fixe, dans le cas des orbites invariables, on peut supposer

$$s = q . \sin . (n t + \epsilon) - p . \cos . (n t + \epsilon)$$

$$s' = q' . \sin . (n' t + \epsilon') - p' . \cos . (n' t + \epsilon');$$

$p, q, p', q'$ , étant des constantes qui dépendent de la position des nœuds & de l'inclinaison des orbites, & qui sont telles qu'en nommant  $\theta$  &  $\theta'$  les tangentes de ces inclinaisons, &  $I, I'$ , les longitudes des nœuds, on a

$$p = \theta . \sin . I; q = \theta . \cos . I;$$

$$p' = \theta' . \sin . I; q' = \theta' . \cos . I'.$$

Il est facile d'ailleurs de s'assurer que l'on a

$$P' = p' - p; Q' = q' - q.$$

Supposons qu'en réduisant  $T$  en série, on ait

$$T = \frac{1}{2} . \Sigma . L^{(i)} . \cos . i (n' t - n t + \epsilon' - \epsilon);$$

le signe intégral  $\Sigma$  se rapportant à toutes les valeurs entières positives & négatives de  $i$ , sans en excepter la valeur  $i = 0$ ; on aura  $L^{(-i)} = L^{(i)}$ ; cela posé, l'équation différentielle précédente deviendra

$$0 = \frac{\partial \partial \delta s}{\partial t^2} + n^2 \cdot \delta s + \frac{1}{2} a^2 a' \cdot n^2 \\ \times \Sigma \left\{ \begin{aligned} & (p^i - p) \cdot L^{(i)} \cdot \cos. [i(n't - nt + \epsilon^i - \epsilon) + nt + \epsilon] \\ & + (q - q') \cdot L^{(i)} \cdot \sin. [i(n't - nt + \epsilon^i - \epsilon) + nt + \epsilon] \end{aligned} \right\};$$

d'où l'on tire, en intégrant,

$$\delta s = \frac{1}{4} \cdot a^2 a' \cdot (p - p') \cdot L^{(1)} \cdot nt \cdot \sin. (nt + \epsilon) \\ + \frac{1}{4} \cdot a^2 a' \cdot (q - q') \cdot L^{(1)} \cdot nt \cdot \cos. (nt + \epsilon), \\ + \frac{1}{2} a^2 a' n^2 \cdot \Sigma \cdot \left\{ \begin{aligned} & \frac{(p^i - p) \cdot L^{(i-1)}}{[n - i(n - n')]^2 - n^2} \cdot \cos. [i(n't - nt + \epsilon^i - \epsilon) + nt + \epsilon] \\ & + \frac{(q - q') \cdot L^{(i-1)}}{[n - i(n - n')]^2 - n^2} \cdot \sin. [i(n't - nt + \epsilon^i - \epsilon) + nt + \epsilon] \end{aligned} \right\}.$$

On doit observer que, dans cette valeur de  $\delta s$ , ainsi que dans les valeurs précédentes de  $n$ ,  $u$ ,  $V$ ,  $V_1$ , le signe intégral  $\Sigma$  s'étend à toutes les valeurs entières positives & négatives de  $i$ , la seule valeur  $i = 0$  étant exceptée.

## X I I.

RASSEMBLONS maintenant les résultats que nous venons de trouver. Nommons  $(r)$  &  $(v)$  les parties du rayon vecteur  $r$ , & de la longitude  $v$  sur l'orbite, qui dépendent du mouvement elliptique; nommons ensuite  $(s)$  la partie de la latitude  $s$  que l'on trouve en supposant que la planète  $m$  se meut sur le plan de son orbite primitive; on aura

$$r = (r) + m^1 a \cdot (u + u_1).$$

$$v = (v) + m^1 \cdot (V + V_1).$$

$$s = (s) + m^1 \cdot \delta s.$$

Ces expressions renferment toute la théorie des planètes, lorsqu'on néglige les carrés & les produits des masses perturbatrices, ainsi que les carrés & les produits des excent-

tricités & des inclinaisons des orbites, ce qui est presque toujours permis; elles ont d'ailleurs l'avantage d'être sous une forme très-simple qui laisse facilement apercevoir la loi de leurs différens termes. Pour les transporter à la planète  $m'$ , il suffit d'y changer  $a, n, h, l, e, p, q,$  &  $m$ , dans  $a', n', h', l', e', p', q',$  &  $m$ ; & réciproquement.

Les approximations dans lesquelles on auroit égard aux carrés & aux puissances supérieures des excentricités & des inclinaisons des orbites, introduiroient de nouveaux termes qui dépendroient de nouveaux argumens; elles reproduiroient encore les argumens que donnent les approximations précédentes, mais avec des coëfficiens de plus en plus petits, suivant cette loi: si l'on nomme *quantités du premier ordre*, les excentricités & les inclinaisons des orbites; *quantités du second ordre*, leurs carrés & leurs produits deux à deux, & ainsi de suite; un argument qui, dans les approximations successives, se trouve, pour la première fois, parmi les quantités de l'ordre  $r$ , ne sera reproduit que par les quantités des ordres  $r + 2$ ,  $r + 4$ , &c.

Il suit de-là que les coëfficiens des termes de la forme  $r$ . sin. cos.  $(nt + e)$  qui entrent dans les expressions de  $r, v$  &  $s$ , sont approchés jusqu'aux quantités du troisième ordre, c'est-à-dire, que l'approximation dans laquelle on auroit égard aux carrés & aux produits des excentricités & des inclinaisons des orbites, ne changeroit point leurs valeurs. On voit ainsi qu'ils ont toute la précision que l'on peut desirer; ce qu'il est d'autant plus essentiel d'observer, que de ces coëfficiens dépendent les variations séculaires des orbites.

Les différens termes des expressions de  $r, v$  &  $s$ , sont compris dans la forme

$K$ . sin. cos.  $[i.(n't - nt + e' - e) + rnt + re]$ ,  
 $i$  étant un nombre entier positif ou négatif, ou zéro; &  
 $r$  étant un nombre entier positif, ou zéro;  $K$  est une fonction

des excentricités & des inclinaisons des orbites, de l'ordre  $r$ . On peut juger par-là de quel ordre est un terme qui dépend d'un angle donné: pour savoir, par exemple, dans la théorie de Jupiter & de Saturne, de quel ordre est le terme qui dépend de l'angle  $5n't - 2nt + 5\epsilon' - 2\epsilon$ , on mettra cet angle sous cette forme:  $5.(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + 3nt + 3\epsilon$ ; & comme alors  $r = 3$ , il en résulte que le terme dont il s'agit dépend des cubes & des produits des trois dimensions, des excentricités & des inclinaisons des orbites.

## X I I I.

POUR réduire en nombres les résultats analytiques que nous venons de présenter, il faut déterminer numériquement les valeurs des quantités  $A^{(0)}$ ,  $A^{(1)}$ ,  $A^{(2)}$ , &c.  $L^{(0)}$ ,  $L^{(1)}$ , &c. & de leurs différences. La principale difficulté que présente leur formation, tient au développement en série, des radicaux

$$[a^2 - 2aa' \cos.(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + a'^2]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\& [a^2 - 2aa' \cos.(n't - nt + \epsilon' - \epsilon) + a'^2]^{-\frac{3}{2}}.$$

Soit  $\frac{a}{a'} = \alpha$ ;  $n't - nt + \epsilon' - \epsilon = \theta$ , & confi-

dérons généralement la fonction  $(1 - 2\alpha \cos.\theta + \alpha^2)^{-s}$ . En la développant dans une suite de cosinus de l'angle  $\theta$  & de ses multiples, on aura une expression de cette forme:

$$(1 - 2\alpha \cos.\theta + \alpha^2)^{-s} = \frac{1}{2} \cdot b_s^{(0)} + b_s^{(1)} \cos.\theta$$

$$+ b_s^{(2)} \cos.2\theta + \&c.$$

$b_s^{(0)}$ ,  $b_s^{(1)}$ , &c. étant des fonctions de  $s$  & de  $\alpha$ . Si l'on prend les différences logarithmiques des deux membres de cette équation, par rapport à la variable  $\theta$ , on aura

$$\frac{-2s\alpha.\sin.\theta}{1-2\alpha.\cos.\theta+\alpha^2} = \frac{-b_s^{(1)}.\sin.\theta - 2b_s^{(2)}.\sin.2\theta - \&c.}{\frac{1}{2}b_s^{(0)} + b_s^{(1)}.\cos.\theta + b_s^{(2)}.\cos.2\theta + \&c.}$$

En multipliant en croix, &c. en comparant les cosinus semblables, on trouve

$$b_s^{(i)} = \frac{(i-1).(1+\alpha^2).b_s^{(i-1)} - (i+s-2).\alpha b_s^{(i-2)}}{(i-s).\alpha}; \quad (a)$$

on aura ainsi  $b_s^{(2)}, b_s^{(1)}, \&c.$  lorsque l'on connoitra  $b_s^{(0)}$  &  $b_s^{(1)}$ .

Si l'on change  $s$  en  $s+1$  dans l'expression précédente de  $(1-2\alpha.\cos.\theta+\alpha^2)^{-s}$ , on aura

$$(1-2\alpha.\cos.\theta+\alpha^2)^{-s-1} = \frac{1}{2}.b_{s+1}^{(0)} + b_{s+1}^{(1)}.\cos.\theta + b_{s+1}^{(2)}.\cos.2\theta + \&c.$$

En multipliant les deux membres de cette équation par  $1-2\alpha.\cos.\theta+\alpha^2$ , &c. en substituant ensuite, au lieu de  $(1-2\alpha.\cos.\theta+\alpha^2)^{-s}$ , sa valeur en série, on aura

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}.b_s^{(0)} + b_s^{(1)}.\cos.\theta + b_s^{(2)}.\cos.2\theta + \&c. \\ &= (1-2\alpha.\cos.\theta+\alpha^2).(\frac{1}{2}.b_{s+1}^{(0)} + b_{s+1}^{(1)}.\cos.\theta + \&c.); \end{aligned}$$

d'où l'on tire, en comparant les cosinus semblables,

$$b_s^{(i)} = (1+\alpha^2).b_{s+1}^{(i)} - \alpha.b_{s+1}^{(i-1)} - \alpha.b_{s+1}^{(i+1)}.$$

La formule (a) donne

$$\alpha.b_{s+1}^{(i+1)} = \frac{i.(1+\alpha^2).b_{s+1}^{(i)} - (i+s).\alpha.b_{s+1}^{(i-1)}}{i-s};$$

l'équation précédente deviendra ainsi,

$$b_s^{(i)} = \frac{2s\alpha \cdot b_{s+1}^{(i-1)} - s \cdot (1 + \alpha^2) \cdot b_{s+1}^{(i)}}{i - s}.$$

En changeant  $i$  dans  $i + 1$ , on aura

$$b_s^{(i+1)} = 2s\alpha \cdot b_{s+1}^{(i)} - s \cdot (1 + \alpha^2) \cdot b_{s+1}^{(i+1)};$$

& si l'on substitue, au lieu de  $b_{s+1}^{(i+1)}$ , sa valeur, on aura

$$b_s^{(i+1)} = \frac{s \cdot (i+s) \cdot \alpha \cdot (1 + \alpha^2) \cdot b_{s+1}^{(i-1)} + s \cdot [2 \cdot (i-s) \cdot \alpha^2 - i \cdot (1 + \alpha^2)^2] \cdot b_{s+1}^{(i)}}{(i-s) \cdot (i-s+1) \cdot \alpha}.$$

Ces deux expressions de  $b_s^{(i)}$  & de  $b_s^{(i+1)}$ , donnent

$$b_{s+1}^{(i)} = \frac{\frac{i+s}{s} \cdot (1 + \alpha^2) \cdot b_s^{(i)} - 2 \cdot \frac{(i-s+1)}{s} \cdot \alpha \cdot b_s^{(i+1)}}{(1 - \alpha^2)^2}; (b)$$

on aura donc, au moyen de cette formule, les valeurs de  $b_{s+1}^{(0)}$ ,  $b_{s+1}^{(1)}$ ,  $b_{s+1}^{(2)}$ , &c. lorsque celles de  $b_s^{(0)}$ ,  $b_s^{(1)}$ ,  $b_s^{(2)}$ , &c. seront connues.

Nommons, pour abréger,  $\lambda$  la fonction  $1 - 2\alpha \cdot \cos. \theta + \alpha^2$ ; si l'on différencie par rapport à  $\alpha$ , l'équation  $\lambda^{-s} = \frac{1}{2} \cdot b_s^{(0)} + b_s^{(1)} \cdot \cos. \theta + b_s^{(2)} \cdot \cos. 2\theta + \&c.$  on aura

$$2s \cdot (\cos. \theta - \alpha) \cdot \lambda^{-s-1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial b_s^{(0)}}{\partial \alpha} + \frac{\partial b_s^{(1)}}{\partial \alpha} \cdot \cos. \theta + \frac{\partial b_s^{(2)}}{\partial \alpha} \cdot \cos. 2\theta + \&c.$$

mais on a

$$- \alpha + \cos. \theta = \frac{1 - \alpha^2 - \lambda}{2\alpha};$$

on aura donc

$$\frac{s.(1-\alpha^2)}{\alpha} \cdot \lambda^{-s-1} - \frac{s.\lambda^{-s}}{\alpha} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial b_s^{(0)}}{\partial \alpha} + \frac{\partial b_s^{(1)}}{\partial \alpha} \cdot \cos \theta + \&c.;$$

d'où l'on tire généralement

$$\frac{\partial b_s^{(i)}}{\partial \alpha} = \frac{s.(1-\alpha^2)}{\alpha} \cdot b_{s+1}^{(i)} - \frac{s.b_s^{(i)}}{\alpha}.$$

En substituant au lieu de  $b_{s+1}^{(i)}$  sa valeur, on aura

$$\frac{\partial b_s^{(i)}}{\partial \alpha} = \left[ \frac{i+(i+2s).\alpha^2}{\alpha.(1-\alpha^2)} \right] \cdot b_s^{(i)} - \frac{2.(i-s+1)}{1-\alpha^2} \cdot b_s^{(i+1)}.$$

Si l'on différencie cette équation, on aura

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 b_s^{(i)}}{\partial \alpha^2} &= \left[ \frac{i+(i+2s).\alpha^2}{\alpha.(1-\alpha^2)} \right] \cdot \frac{\partial b_s^{(i)}}{\partial \alpha} + \left[ \frac{i+2s}{\alpha^2} - \frac{2.(i+s).(1-3\alpha^2)}{\alpha^2.(1-\alpha^2)^2} \right] \cdot b_s^{(i)} \\ &\quad - \frac{2.(i-s+1)}{1-\alpha^2} \cdot \frac{\partial b_s^{(i+1)}}{\partial \alpha} - \frac{4.(i-s+1).\alpha}{(1-\alpha^2)^2} \cdot b_s^{(i+1)}. \end{aligned}$$

en différenciant encore, on aura

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 b_s^{(i)}}{\partial \alpha^3} &= \left[ \frac{i+(i+2s).\alpha^2}{\alpha.(1-\alpha^2)} \right] \cdot \frac{\partial^2 b_s^{(i)}}{\partial \alpha^2} + 2 \cdot \left[ \frac{i+2s}{\alpha^2} - \frac{2.(i+s).(1-3\alpha^2)}{\alpha^2.(1-\alpha^2)^2} \right] \\ &\quad \times \frac{\partial b_s^{(i)}}{\partial \alpha} + \left[ \frac{4.(i+s).(1-3\alpha^2+6\alpha^4)}{\alpha^3.(1-\alpha^2)^3} - \frac{2.(i+2s)}{\alpha^3} \right] \cdot b_s^{(i)} \\ &\quad - \frac{2.(i-s+1)}{1-\alpha^2} \cdot \frac{\partial^2 b_s^{(i+1)}}{\partial \alpha^2} - \frac{8.(i-s+1).\alpha}{(1-\alpha^2)^2} \cdot \frac{\partial b_s^{(i+1)}}{\partial \alpha} \\ &\quad - \frac{4.(i-s+1).(1+3\alpha^2)}{(1-\alpha^2)^3} \cdot b_s^{(i+1)}. \end{aligned}$$

On voit ainsi que, pour connoître les valeurs de  $b_s^{(i)}$  & de ses différences successives, il suffit de connoître les deux quantités  $b_s^{(0)}$  &  $b_s^{(1)}$ . On déterminera facilement ces deux quantités de la manière suivante.

## X I V.

Si l'on nomme  $c$ , le nombre dont le logarithme hyperbolique est l'unité, on pourra mettre l'expression de  $\lambda^{-s}$ , sous cette forme :

$$\lambda^{-s} = [1 - a \cdot c^{\theta \sqrt{-1}}]^{-s} \cdot [1 - a c^{-\theta \sqrt{-1}}]^{-s}.$$

En développant le second membre de cette équation, par rapport aux puissances de  $c^{\theta \sqrt{-1}}$ , & de  $c^{-\theta \sqrt{-1}}$ ; les deux exponentielles  $c^{i \theta \sqrt{-1}}$ , &  $c^{-i \theta \sqrt{-1}}$ , auront le même coefficient que nous désignerons par  $\mu$ . La somme des deux termes  $\mu c^{i \theta \sqrt{-1}}$  &  $\mu c^{-i \theta \sqrt{-1}}$ , est  $2 \mu \cdot \cos. i \theta$ ; ce sera la valeur de  $b_s^{(i)} \cdot \cos. i \theta$ : on aura donc  $b_s^{(i)} = 2 \mu$ .

Maintenant, l'expression précédente de  $\lambda^{-s}$  est égale au produit des deux séries,

$$1 + s a \cdot c^{\theta \sqrt{-1}} + \frac{s \cdot (s+1)}{1,2} \cdot a^2 \cdot c^{2 \theta \sqrt{-1}} + \&c.$$

$$1 + s a \cdot c^{-\theta \sqrt{-1}} + \frac{s \cdot (s+1)}{1,2} \cdot a^2 \cdot c^{-2 \theta \sqrt{-1}} + \&c.$$

En multipliant donc ces deux séries l'une par l'autre, on aura, dans le cas de  $i = 0$ ,

$$\mu = 1 + s^2 \cdot a^2 + \left[ \frac{s \cdot (s+1)}{1,2} \right]^2 \cdot a^4 + \&c;$$

& dans le cas de  $i = 1$ ,

$$\mu = a \cdot \left[ s + \frac{s}{1} \cdot \frac{s \cdot (s+1)}{1,2} \cdot a^2 + \frac{s \cdot (s+1)}{1,2} \cdot \frac{s \cdot (s+1) \cdot (s+2)}{1,2,3} \cdot a^4 + \&c. \right];$$



partant

$$b_s^{(0)} = 2 \cdot \left\{ 1 + s^2 \cdot a^2 + \left[ \frac{s \cdot (s+1)}{1 \cdot 2} \right]^2 \cdot a^4 + \left[ \frac{s \cdot (s+1) \cdot (s+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \right]^2 \cdot a^6 + \&c. \right\}$$

$$\bar{b}_s^{(1)} = 2 \alpha \cdot \left[ s + \frac{s}{1} \cdot \frac{s \cdot (s+1)}{1 \cdot 2} \cdot a^2 + \frac{s \cdot (s+1)}{1 \cdot 2} \cdot \frac{s \cdot (s+1) \cdot (s+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot a^4 + \&c. \right].$$

Dans la théorie des planètes,  $s = \frac{1}{2}$ ; en substituant donc cette valeur dans les expressions précédentes de  $b_s^{(0)}$  & de  $\bar{b}_s^{(1)}$ , on aura les valeurs relatives à cette théorie; mais ces valeurs ne seront pas fort convergentes, si  $\alpha$  n'est pas une petite fraction; elles convergent davantage dans le cas de  $s = -\frac{1}{2}$ , & l'on a

$$b_{-\frac{1}{2}}^{(0)} = 2 \cdot \left[ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot a^2 + \left(\frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4}\right)^2 \cdot a^4 + \left(\frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right) \cdot a^6 + \&c. \right]$$

$$b_{-\frac{1}{2}}^{(1)} = -2 \alpha \cdot \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} \cdot a^2 - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} \cdot \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot a^4 \right. \\ \left. - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} \cdot a^6 - \&c. \right\}.$$

Ces deux suites seront très-convergentes, si  $\alpha^2$  est moindre que  $\frac{1}{2}$ ; or dans la théorie de Jupiter & de Saturne,  $\alpha^2$  est au-dessous de  $\frac{1}{3}$ ; il suffira par conséquent de prendre la somme de leurs dix premiers termes, en négligeant les termes suivans, ou plus exactement, en les sommant comme une progression géométrique dont la raison est  $1 - \alpha^2$ .

Lorsqu'on aura déterminé  $b_{-\frac{1}{2}}^{(0)}$  &  $b_{-\frac{1}{2}}^{(1)}$ , on aura  $b_{\frac{1}{2}}^{(0)}$ , en faisant  $s = -\frac{1}{2}$  &  $i = 0$ , dans la formule (b) de l'article précédent, & l'on trouvera

$$b_{\frac{1}{2}}^{(0)} = \frac{(1 + \alpha^2) \cdot b_{-\frac{1}{2}}^{(0)} + 6 \alpha \cdot b_{-\frac{1}{2}}^{(1)}}{(1 - \alpha^2)^2}.$$

Si dans la même formule, on suppose  $i = 1$ , &  $s = -\frac{1}{2}$ ,

on aura

$$b_{-\frac{1}{2}}^{(1)} = 10.a.b_{-\frac{1}{2}}^{(2)} - (1 + a^2).b_{-\frac{1}{2}}^{(1)};$$

mais la formule (a) de l'article précédent donne, en y faisant  $i = 2$ , &  $s = -\frac{1}{2}$ ,

$$10.a.b_{-\frac{1}{2}}^{(2)} = 2.a.b_{-\frac{1}{2}}^{(0)} + 4.(1 + a^2).b_{-\frac{1}{2}}^{(1)};$$

on aura donc

$$b_{-\frac{1}{2}}^{(1)} = \frac{2.a.b_{-\frac{1}{2}}^{(0)} + 3.(1 + a^2).b_{-\frac{1}{2}}^{(1)}}{(1 - a^2)^2}.$$

X V.

POUR déterminer présentement les quantités  $A^{(0)}$ ,  $A^{(1)}$ ,  $A^{(2)}$ , &c, & leurs différences, on observera que la suite

$$\frac{1}{2} A^{(0)} + A^{(1)}. \text{cof. } \theta + A^{(2)}. \text{cof. } 2 \theta + \&c.$$

résulte par l'article VIII, du développement en série de la fonction

$$\frac{a^2 \text{cof. } \theta}{a^2} = \frac{1}{(a^2 - 2 a a^1. \text{cof. } \theta + a^{12})^{\frac{1}{2}}};$$

en faisant donc  $\frac{a}{a^1} = \alpha$ , on aura,

$$\frac{a. \text{cof. } \theta}{a^{12}} = \frac{1}{a^1.(1 - 2 \alpha. \text{cof. } \theta + \alpha^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} A^{(0)} + A^{(1)}. \text{cof. } \theta + \&c.$$

ce qui donne généralement

$$A^{(i)} = -\frac{1}{a^2}.b_{-\frac{1}{2}}^{(i)}.$$

Cette équation a lieu depuis  $i = 0$ , jusqu'à  $i = \infty$ , excepté dans le cas de  $i = 1$ , où l'on a

$$A^{(1)} = \frac{a}{a^{12}} = \frac{1}{a^2}.b_{-\frac{1}{2}}^{(1)}.$$

On aura ensuite

$$\left( \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} \right) = - \frac{1}{a^i} \cdot \frac{\partial b_{\frac{i}{2}}^{(i)}}{\partial a} \cdot \frac{\partial a}{\partial a};$$

mais on a  $\frac{\partial a}{\partial a} = \frac{1}{a^i}$ ; partant

$$\left( \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} \right) = - \frac{1}{a^{i^2}} \cdot \frac{\partial b_{\frac{i}{2}}^{(i)}}{\partial a};$$

& dans le cas de  $i = 1$ , on aura

$$\left( \frac{\partial A^{(1)}}{\partial a} \right) = \frac{1}{a^1} \cdot \left( 1 - \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{\partial a} \right).$$

Enfin, on aura

$$\left( \frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2} \right) = - \frac{1}{a^{i^3}} \cdot \frac{\partial^2 b_{\frac{i}{2}}^{(i)}}{\partial a^2};$$

$$\left( \frac{\partial^3 A^{(i)}}{\partial a^3} \right) = - \frac{1}{a^{i^4}} \cdot \frac{\partial^3 b_{\frac{i}{2}}^{(i)}}{\partial a^3};$$

&c.

& ces équations auront lieu dans le cas même de  $i = 1$ .

Pour déterminer les quantités  $L^{(0)}$ ,  $L^{(1)}$ ,  $L^{(2)}$ , &c. on observera que par l'art. XI, on a

$$\frac{1}{a^{i^3} \cdot (1 - 2a \cdot \cos \theta + a^2)^{\frac{i}{2}}} = \frac{1}{a^{i^3}} \cdot L^{(0)}$$

$$+ L^{(1)} \cdot \cos \theta + L^{(2)} \cdot \cos 2\theta + \&c;$$

d'où l'on tire

$$L^{(i)} = \frac{1}{a^{i^3}} \cdot b_{\frac{i}{2}}^{(i)}.$$

Cette équation a lieu depuis  $i = 1$ , jusqu'à  $i = \infty$ ; mais dans le cas de  $i = 0$ , on a

$$L^{(0)} = \frac{1}{a^{\frac{1}{3}}} \cdot (b^{\frac{(0)}{\frac{1}{3}}} - 2).$$

Quant à la valeur de  $b^{\frac{(i)}{\frac{1}{3}}}$ , on la déterminera, en faisant, dans la formule  $(b)$  de l'*art. XIII*,  $s = \frac{1}{2}$ .

Le calcul des perturbations de  $m$  par l'action de  $m'$ , facilitera celui des perturbations de  $m'$  par l'action de  $m$ . En effet, il est visible que les valeurs de  $A^{(i)}$  & de  $L^{(i)}$  sont les mêmes dans ces deux calculs, à l'exception des valeurs de  $A^{(1)}$  & de  $L^{(0)}$  qui sont différentes, & qui, dans la théorie des perturbations de  $m'$  par l'action de  $m$ , deviennent

$$A^{(1)} = \frac{a^2}{a^3} - \frac{1}{a^1} \cdot b^{\frac{(1)}{\frac{1}{3}}};$$

$$L^{(0)} = \frac{1}{a^{\frac{1}{3}}} \cdot b^{\frac{(0)}{\frac{1}{3}}} - \frac{2}{a^3}.$$

Dans cette dernière théorie, les différences de  $A^{(i)}$ , au lieu d'être prises relativement à la quantité  $a$ , le sont par rapport à  $a'$ ; mais on peut ramener ces différences les unes aux autres, en observant que  $A^{(i)}$  étant une fonction homogène en  $a$ , &  $a'$  de la dimension — 1, on a par la nature de ce genre de fonctions,

$$a' \cdot \left( \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a'} \right) = - A^{(i)} - a \cdot \left( \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} \right);$$

d'où l'on tire

$$a' \cdot \left( \frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a' \partial a} \right) = - 2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} \right) - a \cdot \left( \frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2} \right),$$

$$a'^2 \cdot \left( \frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a'^2} \right) = 2 A^{(i)} + 4a \cdot \left( \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} \right) + a^2 \cdot \left( \frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2} \right),$$

$$a'^3 \cdot \left( \frac{\partial^3 A^{(i)}}{\partial a'^3} \right) = 6 \cdot \left( \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} \right) + 6a \cdot \left( \frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2} \right) + a^2 \cdot \left( \frac{\partial^3 A^{(i)}}{\partial a^3} \right),$$

$$a'^3 \cdot \left( \frac{\partial^3 A^{(i)}}{\partial a'^3} \right) = - 6A^{(i)} - 18 \cdot a \left( \frac{\partial A^{(i)}}{\partial a} \right) - 9a^2 \cdot \left( \frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2} \right) \\ - a^3 \cdot \left( \frac{\partial^3 A^{(i)}}{\partial a^3} \right),$$

&c.

ainsi

ainsi  $A^{(v)}$  & ses différences relatives à  $a$ , ayant été déterminées dans le calcul des perturbations de  $m$  par l'action de  $m'$ ; on aura facilement les différences relatives, soit à la seule quantité  $a$ , soit aux deux quantités  $a$  &  $a'$ .

## X V I.

*Des inégalités séculaires de Jupiter & de Saturne.*

UN des objets les plus importants de la théorie des planètes, est celui de leurs inégalités séculaires. On a vu dans les *articles précédens*, que les intégrations introduisent dans l'expression des coordonnées des orbites, des arcs-de-cercle qui doivent, à la longue, en altérer d'une manière sensible les élémens; ils rendroient même, après un temps considérable, les orbites fort excentriques, & par conséquent les suppositions dont nous sommes partis, très-défectueuses, s'ils existoient dans les expressions rigoureuses des coordonnées; mais comme ils ne sont donnés que par des approximations, il est naturel de penser que la forme sous laquelle ils se présentent, est dûe à ces approximations successives, & qu'ils ne sont que le développement en séries, de fonctions périodiques qui croissent avec beaucoup de lenteur. La détermination de ces fonctions est le point le plus délicat de cette analyse : j'ai donné autrefois, pour y parvenir, une méthode nouvelle fondée sur la variation des constantes arbitraires; je vais la rappeler ici en peu de mots.

Si, dans l'expression de la longitude  $v$  de la planète  $m$ , on ne conserve que la longitude moyenne, & les termes multipliés par le sinus & le cosinus de  $nt + \epsilon$ , on aura par les *articles VIII, X & XII*,

$$\begin{aligned} v = & nt + \epsilon - 2l.\sin.(nt + \epsilon) + 2h.\cos.(nt + \epsilon) \\ & - m'.(hB + h'C).nt.\sin.(nt + \epsilon) \\ & - m'.(lB + l'C).nt.\cos.(nt + \epsilon). \end{aligned}$$

Mém. 1785.

K

Si l'on considère les arcs-de-cercle de cette expression, comme résultans du développement de  $l$  & de  $h$ , en séries, & que l'on nomme  $\delta l$  &  $\delta h$  les variations de  $l$  & de  $h$ , correspondantes au temps  $t$ , on aura

$$\delta l = \frac{m^2}{2} \cdot (hB + h' C) \cdot nt;$$

$$\delta h = - \frac{m^2}{2} \cdot (lB + l' C) \cdot nt;$$

or, on a par la théorie des fuites,

$$\delta l = t \cdot \frac{\partial l}{\partial t} + \frac{t^2}{1.2} \cdot \frac{\partial^2 l}{\partial t^2} + \&c.$$

$$\delta h = t \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{t^2}{1.2} \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + \&c.$$

en comparant donc les termes affectés de la première puissance du temps, & qui sont les seuls auxquels nous ayons eu égard dans l'expression de  $v$ , on aura

$$\frac{\partial l}{n \partial t} = \frac{m^2}{2} \cdot (hB + h' C),$$

$$\frac{\partial h}{n \partial t} = - \frac{m^2}{2} \cdot (lB + l' C).$$

L'instant de l'époque où l'on fixe l'origine de  $t$ , étant arbitraire, il est clair que ces équations ont lieu pour un instant quelconque; ainsi, en les intégrant, on aura les fonctions transcendentes qui, par leur développement en séries, ont introduit les arcs-de-cercle que renferme l'expression de  $v$ . Mais pour intégrer ces équations, il faut les réunir aux deux équations différentielles entre les mêmes variables, qui résultent des variations de  $h'$  & de  $l'$ , & qu'il est facile de tirer des précédentes, en y changeant les quantités relatives à  $m$ , dans celles qui sont relatives à  $m'$ , & réciproquement.

On peut simplifier les valeurs de  $B$  & de  $C$ , en observant que l'on a, par l'article *X*,

$$B = a^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(0)}}{\partial a} \right) + \frac{a^3}{2} \cdot \left( \frac{\partial^2 A^{(0)}}{\partial a^2} \right);$$

ce qui donne, par l'article précédent,

$$B = - a^2 \cdot \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{\partial a^2} - \frac{1}{2} \cdot a^3 \cdot \frac{\partial^2 b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{\partial a^2}.$$

En substituant, au lieu de  $\frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{\partial a}$  & de  $\frac{\partial^2 b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{\partial a^2}$ , leurs valeurs

en  $b_{\frac{1}{2}}^{(0)}$  &  $b_{\frac{1}{2}}^{(1)}$ , que l'on trouvera par l'article XIII, on aura,

$$B = - \frac{a^2}{(1 - a^2)^2} \cdot \left[ a \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(0)} - \frac{1}{2} \cdot (1 + a^2) \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(1)} \right].$$

Or on a, par le même article,

$$b_{\frac{1}{2}}^{(1)} = \frac{2a \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(0)} - (1 + a^2) \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{(1 - a^2)^2};$$

partant

$$B = - \frac{1}{2} a^2 \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(1)}.$$

Il suit de-là que si l'on suppose

$$\frac{1}{(a^2 - 2aa' \cdot \cos \theta + a'^2)^{\frac{3}{2}}} = (a, a') + (a, a')^1 \cdot \cos \theta + \&c;$$

on aura

$$B = - \frac{1}{2} a^2 a' \cdot (a, a')^1.$$

On trouvera, de la même manière,

$$C = a \cdot (a^2 + a'^2) \cdot (a, a')^1 - 3a^2 a' \cdot (a, a')^1.$$

Si l'on change, dans ces expressions,  $a$  en  $a'$ , & réciproquement, on aura les valeurs de  $B$  & de  $C$ , relatives

K ij

aux perturbations de  $m'$ , par l'action de  $m$ ; & l'on doit observer que les fonctions  $(a, a')$  &  $(a, a')'$ , ne changent point en vertu de ces permutations. Cela posé :

Soit  $i$  le nombre des années juliennes écoulées depuis l'époque où l'on fixe l'origine du temps  $t$ ; soit  $T$  la durée d'une année julienne;  $nT$  fera le moyen mouvement de  $m$  dans cet intervalle; nous le supposons réduit en secondes de degré: soit encore

$$\frac{m'nT}{4} \cdot a^2 a' \cdot (a, a')' = (0, i);$$

$$\frac{m'nT}{4} \cdot a \cdot [(a^2 + a'^2) \cdot (a, a')' - 3aa' \cdot (a, a')] = \boxed{0, i};$$

$$\frac{mn'T}{4} \cdot a'^2 a \cdot (a, a')' = (i, 0);$$

$$\frac{mn'T}{4} \cdot a' \cdot [(a^2 + a'^2) \cdot (a, a')' - 3aa' \cdot (a, a')] = \boxed{i, 0};$$

on aura, par ce qui précède, entre les quatre variables  $l, h, l'$  &  $h'$ , les quatre équations suivantes:

$$0 = \frac{\partial l}{\partial i} + (0, i) \cdot h - \boxed{0, i} \cdot h'$$

$$0 = \frac{\partial h}{\partial i} - (0, i) \cdot l + \boxed{0, i} \cdot l'$$

$$0 = \frac{\partial l'}{\partial i} + (i, 0) \cdot h' - \boxed{i, 0} \cdot h$$

$$0 = \frac{\partial h'}{\partial i} - (i, 0) \cdot l' + \boxed{i, 0} \cdot l$$

## X V I I.

CES quatre équations différentielles renferment toute la théorie des variations séculaires des excentricités & des aphélies des deux orbites. Pour les intégrer, on supposera

$$h = M \cdot \sin.(fi + \mathcal{C}); \quad l = M \cdot \cos.(fi + \mathcal{C})$$

$$h' = M' \cdot \sin.(fi + \mathcal{C}); \quad l' = M' \cdot \cos.(fi + \mathcal{C}).$$



En substituant ces valeurs, dans les équations différentielles précédentes, on aura celles-ci :

$$0 = M.f - (0,1) \cdot M + \boxed{0,1} \cdot M'$$

$$0 = M'.f - (1,0) \cdot M' + \boxed{1,0} \cdot M;$$

D'où l'on tire

$$\frac{M'}{M} = \frac{(0,1) - f}{\boxed{0,1}} = \frac{\boxed{1,0}}{(1,0) - f};$$

& par conséquent

$$f = \frac{(1,0) + (0,1) \pm \sqrt{\{[(1,0) - (0,1)]^2 + 4 \cdot \boxed{1,0} \cdot \boxed{0,1}\}}}{2}.$$

On voit ainsi que les deux valeurs de  $f$  sont réelles, puisque le produit  $\boxed{1,0} \cdot \boxed{0,1}$  est nécessairement positif; les quantités  $h, h', l, l'$ , ne renferment donc ni arcs-de-cercle ni exponentielles, du moins lorsque  $n$  &  $n'$  ont le même signe, c'est-à-dire, lorsque les planètes tournent dans le même sens, ce qui est le cas de notre système planétaire.

Soient  $f$  &  $f'$  les deux valeurs de  $f$ ; on aura, par la nature des équations linéaires,

$$h = M \cdot \sin.(fi + \mathcal{C}) + N \cdot \sin.(f'i + \mathcal{C}'),$$

$$l = M \cdot \cos.(fi + \mathcal{C}) + N \cdot \cos.(f'i + \mathcal{C}'),$$

$$h' = M' \cdot \sin.(fi + \mathcal{C}) + N' \cdot \sin.(f'i + \mathcal{C}'),$$

$$l' = M' \cdot \cos.(fi + \mathcal{C}) + N' \cdot \cos.(f'i + \mathcal{C}').$$

Les quatre arbitraires  $M, N, M', N'$ , auront entr'elles les deux relations suivantes,

$$\frac{M'}{M} = \frac{(0,1) - f}{\boxed{0,1}}; \quad \frac{N'}{N} = \frac{(0,1) - f'}{\boxed{0,1}};$$

elles n'équivaudront par conséquent qu'à deux arbitraires; mais en y joignant les deux constantes  $C$  &  $C'$ , on aura les quatre arbitraires que doivent renfermer les expressions de  $h$ ,  $h'$ ,  $l$ ,  $l'$ . On déterminera facilement ces constantes, au moyen des excentricités  $e$  &  $e'$  des orbites, & des longitudes  $\varpi$  &  $\varpi'$  de leurs aphélies à une époque donnée, en observant que

$$h = e \cdot \sin. \varpi; l = e \cdot \cos. \varpi; h' = e' \cdot \sin. \varpi'; l' = e' \cdot \cos. \varpi'.$$

On aura ensuite les excentricités & la position des aphélies pour un temps quelconque, au moyen des formules

$$e = \sqrt{(h^2 + l^2)}; e' = \sqrt{(h'^2 + l'^2)},$$

$$\text{tang. } \varpi = \frac{h}{l}; \text{ tang. } \varpi' = \frac{h'}{l'}.$$

## X V I I I.

IL est beaucoup plus simple, pour les usages astronomiques, de considérer les variations différentielles des excentricités & de la position des aphélies. Pour cela, nommons  $\delta e$ , &  $\delta \varpi$ , les variations correspondantes à  $\delta l$ , &  $\delta h$ ; les expressions finies de  $h$  & de  $l$ , donneront

$$\delta h = \delta e \cdot \sin. \varpi + e \cdot \delta \varpi \cdot \cos. \varpi;$$

$$\delta l = \delta e \cdot \cos. \varpi - e \cdot \delta \varpi \cdot \sin. \varpi;$$

d'où l'on tire

$$\delta e = \delta h \cdot \sin. \varpi + \delta l \cdot \cos. \varpi;$$

$$e \cdot \delta \varpi = \delta h \cdot \cos. \varpi - \delta l \cdot \sin. \varpi;$$

mais on a, par les articles précédens,

$$\delta h = (0,1) \cdot i l - \boxed{0,1} \cdot i l';$$

$$\delta l = - (0,1) \cdot i h + \boxed{0,1} \cdot i h';$$

on aura donc

$$\delta e = [0, 1] \cdot i e' \cdot \sin. (\varpi' - \varpi),$$

$$\delta \varpi = i \cdot [(0, 1) - [0, 1] \cdot \frac{e'}{e} \cdot \cos. (\varpi' - \varpi)].$$

On trouvera de la même manière,

$$\delta e' = [1, 0] \cdot i e \cdot \sin. (\varpi - \varpi'),$$

$$\delta \varpi' = i \cdot [(1, 0) - [1, 0] \cdot \frac{e}{e'} \cdot \cos. (\varpi - \varpi')].$$

Ces formules peuvent être étendues, sans erreur sensible, à deux ou trois siècles avant & après l'époque où l'on fixe l'origine des  $i$ . Pour les étendre à de plus grands intervalles, on observera que les coefficients de  $i$ , dans les expressions de  $\delta e$ ,  $\delta \varpi$ ,  $\delta e'$ , &  $\delta \varpi'$ , sont les variations annuelles de ces quantités, variations qui par conséquent sont égales à  $\frac{\partial e}{\partial i}$ ,  $\frac{\partial \varpi}{\partial i}$ ,  $\frac{\partial e'}{\partial i}$ ,  $\frac{\partial \varpi'}{\partial i}$ . On déterminera donc,

par les formules précédentes, les valeurs de  $e$ ,  $\varpi$ ,  $e'$ ,  $\varpi'$ , relatives à mille ans avant l'époque que l'on a choisie, & l'on en conclura leurs variations annuelles correspondantes à cette seconde époque. Soient  $\frac{\partial e}{\partial i}$ ,  $\frac{\partial \varpi}{\partial i}$ ,  $\frac{\partial e'}{\partial i}$ ,  $\frac{\partial \varpi'}{\partial i}$ , les variations annuelles de  $e$ ,  $\varpi$ ,  $e'$ ,  $\varpi'$ , à la première époque;  $\frac{\partial e_1}{\partial i}$ ,  $\frac{\partial \varpi_1}{\partial i}$ ,  $\frac{\partial e'_1}{\partial i}$ ,  $\frac{\partial \varpi'_1}{\partial i}$ , les variations annuelles des mêmes quantités à la seconde époque; on aura par la théorie des suites,

$$\frac{\partial e_1}{\partial i} = \frac{\partial e}{\partial i} - \frac{1}{1000} \cdot \frac{\partial \partial e}{\partial i^2} \bar{e},$$

mais on a, par la même théorie,

$$\delta e = i \cdot \frac{\partial e}{\partial i} + \frac{i^2}{2} \cdot \frac{\partial \partial e}{\partial i^2} + \&c.$$

on aura donc, à très-peu-près,

$$\delta e = i \cdot \frac{\partial e}{\partial i} + \frac{i^2}{2000} \cdot \left( \frac{\partial e}{\partial i} - \frac{\partial e_i}{\partial i} \right),$$

On trouvera, de la même manière,

$$\delta \varpi = i \cdot \frac{\partial \varpi}{\partial i} + \frac{i^2}{2000} \cdot \left( \frac{\partial \varpi}{\partial i} - \frac{\partial \varpi_i}{\partial i} \right),$$

$$\delta e' = i \cdot \frac{\partial e'}{\partial i} + \frac{i^2}{2000} \cdot \left( \frac{\partial e'}{\partial i} - \frac{\partial e'_i}{\partial i} \right),$$

$$\delta \varpi' = i \cdot \frac{\partial \varpi'}{\partial i} + \frac{i^2}{2000} \cdot \left( \frac{\partial \varpi'}{\partial i} - \frac{\partial \varpi'_i}{\partial i} \right).$$

Ces formules peuvent s'étendre à plus de deux mille ans avant, & à mille ou douze cents ans après l'époque où l'on fixe l'origine des  $i$ .

## X I X.

CONSIDÉRONS présentement les inégalités séculaires des nœuds & des excentricités des orbites. Pour cela, nous observerons que si, dans l'expression de la latitude  $s$  de  $m$ , on n'a égard qu'aux termes multipliés par le sinus & le cosinus de  $nt + \epsilon$ , on aura, par l'article XI,

$$\begin{aligned} s = & q \cdot \sin. (nt + \epsilon) - p \cdot \cos. (nt + \epsilon), \\ & + \frac{1}{4} a^2 a'^2 \cdot m^2 \cdot L^{(1)} \cdot nt \cdot (p - p') \cdot \sin. (nt + \epsilon), \\ & + \frac{1}{4} a^2 a'^2 \cdot m^2 \cdot L^{(1)} \cdot nt \cdot (q - q') \cdot \cos. (nt + \epsilon). \end{aligned}$$

Il est visible, par le même article, que  $L^{(1)}$  est égal à  $(a, a')^2$ , en sorte que l'on a, par ce qui précède,

$$\frac{1}{4} a^2 a'^2 \cdot m^2 \cdot L^{(1)} \cdot nt = (0, 1) \cdot i;$$

on aura donc

$$\begin{aligned} s = & q \cdot \sin. (nt + \epsilon) - p \cdot \cos. (nt + \epsilon), \\ & + (0, 1) \cdot i \cdot (p - p') \cdot \sin. (nt + \epsilon) \\ & + (0, 1) \cdot i \cdot (q - q') \cdot \cos. (nt + \epsilon). \end{aligned}$$

Soient

Soient  $\Delta p$  &  $\Delta q$ , les variations de  $p$  & de  $q$  correspondantes au nombre  $i$  d'années juliennes; on aura

$$\Delta p = (0,1) \cdot i \cdot (q' - q)$$

$$\Delta q = (0,1) \cdot i \cdot (p' - p);$$

d'où l'on tire, comme dans l'article XVI,

$$0 = \frac{\partial p}{\partial i} - (0,1) \cdot (q' - q),$$

$$0 = \frac{\partial q}{\partial i} + (0,1) \cdot (p' - p).$$

On aura pareillement

$$0 = \frac{\partial p'}{\partial i} + (1,0) \cdot (q' - q),$$

$$0 = \frac{\partial q'}{\partial i} - (1,0) \cdot (p' - p).$$

Si l'on suppose

$$p = P \cdot \sin. (gi + \gamma) + Q,$$

$$q = P \cdot \cos. (gi + \gamma) + Q',$$

$$p' = P' \cdot \sin. (gi + \gamma) + Q,$$

$$q' = P' \cdot \cos. (gi + \gamma) + Q';$$

on trouvera en substituant ces valeurs dans les équations différentielles précédentes,

$$g = (0,1) + (1,0).$$

$$\frac{P'}{P} = \frac{(0,1)}{(1,0)};$$

on aura ainsi, entre les cinq arbitraires  $P, P', Q, Q'$  &  $\gamma$ , une relation qui les réduit aux quatre constantes arbitraires que doivent renfermer les valeurs de  $p, q, p', q'$ . On déterminera ces constantes, au moyen des inclinaisons des orbites

82. MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
& des positions de leurs nœuds à une époque donnée, en observant que

$$p = \theta . \sin . I ; q = \theta . \cos . I ; p' = \theta' . \sin . I' ; q' = \theta' . \cos . I' .$$

On aura ensuite les tangentes des inclinaisons & les positions des nœuds, relatives à un temps quelconque, au moyen des formules

$$\theta = \sqrt{(p^2 + q^2)} ; \theta' = \sqrt{(p'^2 + q'^2)} .$$

$$\text{tang. } I = \frac{p}{q} ; \text{tang. } I' = \frac{p'}{q'} .$$

Soit  $\gamma$  la tangente de l'inclinaison de l'orbite de  $m$ , sur l'orbite de  $m'$ ; il est aisé de voir que l'on a

$$\gamma = \sqrt{(p' - p)^2 + (q' - q)^2} ;$$

ce qui donne, en substituant au lieu de  $p, p', q, q'$ , leurs valeurs précédentes,

$$\gamma = P' - P ;$$

d'où il suit que, dans tous les changemens qu'éprouve la position des orbites, leur inclinaison respective est constante.

Si l'on nomme  $\partial \theta, \partial I, \partial \theta', \partial I'$ , les variations des inclinaisons & de nœuds correspondantes à  $\partial p, \partial q, \partial p', \partial q'$ ; on trouvera, comme dans l'article XVIII,

$$\partial \theta = - (0, 1) . i . \theta . \sin . (I' - I) ,$$

$$\partial I = - (0, 1) . i . \left[ 1 - \frac{\theta'}{\theta} . \cos . (I' - I) \right] ,$$

$$\partial \theta' = - (1, 0) . i . \theta . \sin . (I - I') ,$$

$$\partial I' = - (1, 0) . i . \left[ 1 - \frac{\theta}{\theta'} . \cos . (I - I') \right] ,$$

Soient  $\frac{\partial \theta}{\partial i}, \frac{\partial I}{\partial i}, \frac{\partial \theta'}{\partial i}, \frac{\partial I'}{\partial i}$ , les variations annuelles de  $\theta, I, \theta', I'$ , à l'époque où l'on fixe l'origine des  $i$ ; &  $\frac{\partial \theta}{\partial i}, \frac{\partial I}{\partial i}, \frac{\partial \theta'}{\partial i}, \frac{\partial I'}{\partial i}$ , ces mêmes variations, mille

ans avant cette époque; on aura

$$\partial \theta = i. \frac{\partial \theta}{\partial i} + \frac{i^2}{2000} . \left( \frac{\partial \theta}{\partial i} - \frac{\partial \theta_i}{\partial i} \right),$$

$$\partial I = i. \frac{\partial I}{\partial i} + \frac{i^2}{2000} . \left( \frac{\partial I}{\partial i} - \frac{\partial I_i}{\partial i} \right),$$

$$\partial \theta' = i. \frac{\partial \theta'}{\partial i} + \frac{i^2}{2000} . \left( \frac{\partial \theta'}{\partial i} - \frac{\partial \theta'_i}{\partial i} \right),$$

$$\partial I' = i. \frac{\partial I'}{\partial i} + \frac{i^2}{2000} . \left( \frac{\partial I'}{\partial i} - \frac{\partial I'_i}{\partial i} \right);$$

& ces valeurs pourront s'étendre à plus de deux mille ans auparavant, & à mille ou douze cents ans après l'époque choisie.

## X X.

REPRENONS les équations (C) de l'article III, auxquelles les élémens des orbites doivent satisfaire après un temps quelconque. Les deux premières donnent, en les différenciant, & en négligeant les quatrièmes puissances des excentricités & des inclinaisons des orbites,

$$0 = \frac{m \partial a}{a^2} + \frac{m' \partial a'}{a'^2};$$

$$0 = \frac{m \partial a}{V(a)} . \left( 1 - \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{2} \theta^2 \right) + \frac{m' \partial a'}{V(a')} . \left( 1 - \frac{1}{2} e'^2 - \frac{1}{2} \theta'^2 \right) \\ - 2mV(a) . (e \partial e + \theta \partial \theta) - 2m'V(a') . (e' \partial e' + \theta' \partial \theta');$$

or on a, par les articles précédens,

$$\frac{\partial e}{\partial i} = [0, I] . e' . \text{fin.} (\varpi' - \varpi);$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial i} = - (0, I) . \theta' . \text{fin.} (I' - I);$$

$$\frac{\partial e'}{\partial i} = [I, 0] . e . \text{fin.} (\varpi - \varpi');$$

$$\frac{\partial \theta'}{\partial i} = - (I, 0) . \theta . \text{fin.} (I - I');$$

$$\begin{aligned} m\sqrt{a} \cdot (e\partial e + \theta\partial\theta) + m'\sqrt{a'} \cdot (e'\partial e' + \theta'\partial\theta') \\ = [m\sqrt{a} \cdot \boxed{0,1} - m'\sqrt{a'} \cdot \boxed{1,0}] \cdot e e' \sin(\varpi' - \varpi) \\ - [m\sqrt{a} \cdot (0,1) - m'\sqrt{a'} \cdot (1,0)] \cdot \theta \cdot \theta' \sin(I' - I). \end{aligned}$$

On a, par l'article *XVI*,

$$(0,1) = \frac{m'nT \cdot \sqrt{a}}{4} \cdot a^2 \cdot a' (a,a') = \frac{m'T}{4\sqrt{a}} \cdot a a' \cdot (a,a')',$$

à cause de  $n^2 = \frac{1}{a^3}$ ; on aura pareillement

$$(1,0) = \frac{mT}{4\sqrt{a'}} \cdot a a' \cdot (a,a')';$$

& par conséquent

$$m\sqrt{a} \cdot (0,1) = m'\sqrt{a'} \cdot (1,0).$$

On trouvera de la même manière,

$$m \cdot \sqrt{a} \cdot \boxed{0,1} = m' \sqrt{a'} \cdot \boxed{1,0};$$

on aura ainsi

$$m\sqrt{a} \cdot (e\partial e + \theta\partial\theta) + m'\sqrt{a'} \cdot (e'\partial e' + \theta'\partial\theta') = 0;$$

ce qui réduit les deux premières équations différentielles de cet *article*, aux suivantes :

$$0 = \frac{m\partial a}{a^2} + \frac{m'\partial a'}{a'^2}$$

$$0 = \frac{m\partial a}{\sqrt{a}} \cdot (1 - \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{2}\theta^2) + \frac{m'\partial a'}{\sqrt{a'}} \cdot (1 - \frac{1}{2}e'^2 - \frac{1}{2}\theta'^2).$$

Ces équations donnent  $\partial a = 0$ ,  $\partial a' = 0$ ; d'où il résulte que les grands axes des orbites sont constans, du moins lorsque l'on néglige les quatrièmes puissances, & les produits de quatre dimensions, des excentricités, & des inclinaisons



des orbites ; car les équations différentielles qui déterminent  $e \partial e$ ,  $\theta \partial \theta$ ,  $e' \partial e'$ ,  $\theta' \partial \theta'$ , sont, par l'article *XII*, exactes aux quantités près de cet ordre.

Les carrés des moyens mouvemens des planètes étant réciproques aux cubes des grands axes de leurs orbites, la constance de ces axes entraîne avec elle l'uniformité des moyens mouvemens ; ils ne sont donc, en vertu de l'action mutuelle des planètes, assujettis à aucune équation séculaire sensible depuis l'époque des observations les plus anciennes jusqu'à nos jours. C'est à peu-près de cette manière que j'ai reconnu le premier, l'uniformité des moyens mouvemens célestes. M. de la Grange a fait voir depuis, par une analyse fort ingénieuse, qu'ils sont uniformes, même en ayant égard aux quantités du quatrième ordre & des ordres supérieurs. Il ne doit donc maintenant rester aucun doute sur cet objet, & nous verrons dans la suite, que ce résultat de la théorie est entièrement d'accord avec les observations anciennes & modernes de Saturne, celle de toutes les planètes dont l'équation séculaire a paru la plus considérable aux astronomes.

Les deux dernières des équations (*C*) de l'article *III* donnent encore

$$c' = m q . \sqrt{a} + m' q' . \sqrt{a'} ;$$

$$c'' = m p . \sqrt{a} + m' p' . \sqrt{a'} .$$

Si l'on substitue dans ces équations, les valeurs précédentes de  $p$ ,  $q$ ,  $p'$  &  $q'$ , on verra facilement qu'elles seront satisfaites.

## X X I.

*Des perturbations de Jupiter & de Saturne, qui dépendent  
des carrés & des puissances supérieures des excentricités  
& des inclinaisons des orbites.*

LES rapports des moyens mouvemens de Jupiter & de Saturne rendent les approximations précédentes, insuffi-

fantes, & forcent de les étendre aux carrés & aux puissances supérieures des excentricités & des inclinaisons des orbites. Il se rencontre dans cette théorie, des inégalités dépendantes de ces puissances, & qui par les intégrations acquièrent de grands diviseurs, & deviennent par-là très-sensibles. Mais si l'on vouloit suivre, pour déterminer ces inégalités, l'analyse dont nous avons fait usage pour avoir les inégalités proportionnelles aux puissances simples des excentricités & des inclinaisons des orbites, on tomberoit dans des calculs d'une excessive longueur. Heureusement, la raison qui nous oblige de recourir à ces inégalités, simplifie leur détermination, en permettant de négliger des quantités qui deviennent insensibles. Je vais exposer ici une méthode fort simple pour déterminer les inégalités dont il s'agit.

Reprenons les équations (8) & (9) de l'article VII, & supposons que  $dR$  renferme ou un terme constant, ou le sinus d'un angle proportionnel au temps, & croissant avec une grande lenteur, en sorte qu'en exprimant cet angle par  $\alpha t + C$ ,  $\alpha$  soit un très petit coefficient; la double intégrale  $\int n dt \int dR$  renfermera un terme proportionnel au carré du temps, ou un terme dépendant de l'angle  $\alpha t + C$ , & qui aura  $\alpha^2$  pour diviseur; il est clair qu'en faisant  $\alpha = 0$ , ce second cas rentrera dans le premier: ainsi nous considérerons, pour plus de généralité, le cas dans lequel  $\alpha$  est quelconque, mais très-petit; & nous chercherons les termes de  $\delta r$  & de  $\delta v$ , qui dépendent de l'angle  $\alpha t + C$ , & qui ont  $\alpha^2$  pour diviseur.

Si l'on fixe l'origine de l'angle  $v$ , à l'aphélie de la planète  $m$ ; on a, par la nature du mouvement elliptique,

$$n dt = \frac{r^2 \cdot dv}{a^2 \cdot \sqrt{1 - e^2}};$$

$$r = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 - e \cos v}.$$

Cette dernière équation donne

$$r \cos. v = \frac{r - a.(1 - e^2)}{e};$$

la fonction  $\int n \partial t . r . \cos. v \int d R$ , devient ainsi  $\int n \partial t . \left[ \frac{r - a.(1 - e^2)}{e} \right] . \int d R$ ; or on a, par la théorie du mouvement elliptique,

$$r = a.(1 + \frac{1}{2}e^2 + e\chi),$$

$\chi$  étant une suite infinie de cosinus de l'angle  $nt + e - \omega$ , & de ses multiples; on aura donc

$$\int n \partial t . r . \cos. v . \int d R = a . \int n \partial t . (\frac{1}{2}e + \chi) . \int d R.$$

Si l'on nomme  $\chi'$  l'intégrale  $\int n \chi \partial t$ , on aura

$$\int n \chi \partial t . \int d R = \chi' \int d R - \int \chi' d R;$$

& il est visible qu'aucun de ces deux derniers termes ne peut avoir  $a^2$  pour diviseur. En ne considérant donc que les termes qui ont ce diviseur, on aura

$$\int n \partial t . r . \cos. v . \int d R = \frac{1}{2} a e . \int n \partial t . \int d R.$$

L'expression précédente de  $r$  donne par la différenciation,

$$\partial r = - \frac{a e . (1 - e^2) . \partial v . \sin. v}{(1 - e \cos. v)^2} = - \frac{e r^2 \partial v . \sin. v}{a . (1 - e^2)};$$

en substituant, au lieu de  $r^2 \partial v$ , sa valeur  $a^2 n \partial t . (1 - e^2)$ , on aura

$$\partial r = - \frac{a e . n \partial t . \sin. v}{\sqrt{(1 - e^2)}};$$

ce qui donne

$$n \partial t . r \sin. v = - \frac{r \partial r . \sqrt{(1 - e^2)}}{a e}.$$

La fonction  $\int n \partial t . r . \sin. v . \int d R$ , devient ainsi,

$$- \frac{\sqrt{(1 - e^2)}}{a e} . \int r \partial r . \int d R:$$

or on a

$$\int r \, dr \cdot \int dR = \frac{1}{2} r^2 \cdot \int dR = \frac{1}{2} \cdot \int r^2 \, dR;$$

& il est clair qu'aucun de ces deux derniers termes ne peut avoir  $\alpha^2$  pour diviseur; en n'ayant donc égard qu'aux termes qui ont ce diviseur, la formule (8) de l'article VII deviendra

$$\frac{\partial r}{a} = - \frac{3ae \cdot \sin. \nu}{\sqrt{(1-e^2)}} \cdot \int n \, dt \cdot \int dR.$$

Si l'on substitue, au lieu de  $\frac{ae \cdot \sin. \nu}{\sqrt{(1-e^2)}}$ , la valeur  $-\frac{\partial r}{n \, dt}$ , on aura

$$\frac{\partial r}{a} = \frac{3 \partial r}{n \, dt} \cdot \int n \, dt \cdot \int dR.$$

Il suit de-là que, si l'on n'a égard qu'aux termes qui ont  $\alpha^2$  pour diviseur, le rayon vecteur  $r$  de la planète  $m$  devient

$$(r) + \left( \frac{\partial r}{n \, dt} \right) \cdot 3 a m^i \cdot \int n \, dt \cdot \int dR;$$

$(r)$  &  $\left( \frac{\partial r}{n \, dt} \right)$  étant les expressions de  $r$  & de  $\frac{\partial r}{n \, dt}$  relatives

au mouvement elliptique. Ainsi, pour avoir égard, dans l'expression du rayon vecteur, à la partie des perturbations qui est divisée par  $\alpha^2$ , il suffit d'augmenter de la quantité  $3 a m^i \cdot \int n \, dt \cdot \int dR$ , la longitude moyenne  $n t + e$ , de l'expression du rayon vecteur dans l'hypothèse elliptique. Voyons maintenant comment on doit avoir égard à cette partie des perturbations, dans l'expression de la longitude  $\nu$ .

La formule (9) de l'article VII donnera, en n'ayant égard qu'aux termes divisés par  $\alpha^2$ , & en y substituant au lieu de  $\partial r$ , la valeur précédente,

$$\partial \nu = \left[ \frac{1}{\sqrt{(1-e^2)}} - \frac{2e \cdot \partial \nu \cdot \cos. \nu}{n \, dt \cdot (1-e \cdot \cos. \nu)} + \frac{e^2 \cdot \partial \nu \cdot \sin. \nu^2}{n \, dt \cdot (1-e \cos. \nu)^2} \right] \cdot 3 a \cdot \int n \, dt \cdot \int dR:$$

or on a, par la nature du mouvement elliptique,

$$\frac{1}{\sqrt{(1-e^2)}} = \frac{r^2 \cdot \partial \nu}{a^2 \cdot (1-e^2) \cdot n \, dt} = \frac{\partial \nu \cdot (1-e^2)}{n \, dt \cdot (1-e \cos. \nu)^2};$$

on

on aura donc

$$\delta \nu = \frac{\partial \nu}{\partial t} \cdot 3a \cdot \int n dt \cdot \int dR;$$

d'où il suit qu'en n'ayant égard qu'aux termes divisés par  $a^2$ , la longitude  $\nu$  de la planète  $m$  devient

$$(\nu) + \left( \frac{\partial \nu}{\partial t} \right) \cdot 3a m^2 \cdot \int n dt \cdot \int dR;$$

$(\nu)$  &  $\left( \frac{\partial \nu}{\partial t} \right)$  étant les valeurs de  $\nu$  & de  $\frac{\partial \nu}{\partial t}$ , relatives au mouvement elliptique. On doit donc suivre, pour avoir égard à cette partie des perturbations dans l'expression de la longitude, la même règle que nous venons de donner pour y avoir égard dans l'expression du rayon vecteur, c'est - à - dire qu'il faut augmenter dans l'expression elliptique de  $\nu$ , la longitude  $nt + \epsilon$ , de la quantité  $3am^2 \cdot \int n dt \cdot \int dR$ .

La partie constante de l'expression de  $\left( \frac{\partial \nu}{\partial t} \right)$  développée en série de cosinus de l'angle  $nt + \epsilon - \varpi$ , & de ses multiples, se réduisant, comme l'on sait, à l'unité; il en résulte dans l'expression de la longitude, le terme  $3am^2 \cdot \int n dt \cdot \int dR$ . Ce terme est très-important à considérer, en ce qu'il exprimeroit l'équation séculaire de la planète  $m$ , si  $dR$  renfermoit un terme constant tel que  $k n dt$ , & dans ce cas, l'équation séculaire seroit exactement égale à  $\frac{3}{2} a m^2 k \cdot n^2 t^2$ .

## XXII.

ON peut parvenir très-simplement au même résultat, par la considération de l'équation (a) de l'article IV; en effet, si l'on néglige les quantités périodiques de l'intégrale  $\int dR$ , cette équation deviendra

$$0 = \frac{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial t^2} - \frac{2 \cdot (1 + m)}{r} + \frac{1 + m}{a} + 2m^2 \cdot k n t;$$

mais si l'on considère après le temps  $t$ , l'orbite de  $m$ , comme

Mém. 1785.

M

une ellipse dont le demi-grand axe est  $a + \delta a$ , on aura après ce temps,

$$0 = \frac{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial t^2} - \frac{2 \cdot (1 + m)}{r} + \frac{1 + m}{a + \delta a};$$

en comparant donc cette équation à la précédente, on aura

$$\frac{1 + m}{a + \delta a} = \frac{1 + m}{a} + 2m' \cdot k \cdot nt;$$

d'où l'on tire, en négligeant  $m$  vis-à-vis de l'unité, & le carré de  $\delta a$ ,

$$\frac{-\delta a}{a} = 2m' a \cdot k \cdot nt.$$

Maintenant, si l'on nomme  $\delta n$ , la variation de  $n$ , correspondante à  $\delta a$ ; l'équation  $n^3 = \frac{1}{a^3}$ , donnera  $-\frac{\delta a}{a}$

$$= \frac{2\delta n}{3n}; \text{ partant,}$$

$$\delta n = 3m' a \cdot kn^2 t;$$

or, le moyen mouvement de  $m$ , étant égal à  $\int n \delta t$ ; l'équation séculaire de ce mouvement est  $\int \delta n \cdot \delta t$ ; cette équation fera donc égale à  $\frac{3}{2} m' a kn^2 t^2$ , ce qui est conforme à ce qui précède.

La recherche des équations séculaires se réduit ainsi à voir si  $dR$  renferme un terme constant. Lorsque les orbites sont peu excentriques & peu inclinées les unes aux autres, on a vu ci-dessus que  $R$  peut toujours se réduire dans une suite infinie de sinus & de cosinus d'angles croissant proportionnellement au temps; on peut les représenter généralement par ce terme,  $k \cdot \sin. \cos. (int + i' n' t + A)$ ,  $i$  &  $i'$  étant des nombres entiers positifs ou négatifs, ou zéro. La différentielle de ce terme, prise uniquement par rapport au moyen mouvement  $nt$  de la planète  $m$ , donnera la partie de  $dR$  qui lui est relative, & cette partie fera  $\pm ikn \delta t \cdot \cos. \sin. (int + i' n' t + A)$ ; or elle ne

peut être constante, à moins que l'on ait  $in + i'n' = 0$ , ce qui suppose les moyens mouvemens de  $m$  & de  $m'$  commensurables entr'eux; & comme cela n'a point lieu dans notre système, on doit en conclure qu'il n'existe point d'équation séculaire dans les moyens mouvemens des planètes, en vertu de leur action mutuelle. Le résultat auquel nous sommes parvenus dans l'article XX, est donc non-seulement approché, mais même rigoureux, du moins lorsque l'on néglige les carrés & les produits des masses perturbatrices.

## X X I I I.

Si les moyens mouvemens de deux planètes, sans être exactement commensurables, approchent cependant beaucoup de l'être; il existera dans la théorie de leurs mouvemens, des inégalités d'une longue période, & qui, si elles ne sont pas connues, pourront donner lieu de penser que les mouvemens de ces planètes sont assujettis à des équations séculaires. C'est ce qui a eu lieu relativement à Jupiter & à Saturne; leurs moyens mouvemens sont tels, que cinq fois celui de Saturne est à fort peu-près égal à deux fois celui de Jupiter, ce qui produit deux grandes inégalités dont la période est d'environ neuf cents dix-neuf ans, & qui n'ayant pas été connues jusqu'à ce moment, ont fait croire aux astronomes que le mouvement de Jupiter s'accéléroit, & que celui de Saturne se ralentissoit de siècle en siècle.

Pour déterminer ces inégalités, supposons que la partie de  $R$  dependante de l'angle  $\gamma n't - 2nt + \gamma e' - 2e$ , soit exprimée par

$$k \cdot \sin. (\gamma n't - 2nt + \gamma e' - 2e).$$

$$- k' \cdot \cos. (\gamma n't - 2nt + \gamma e' - 2e),$$

$\gamma n' - 2n$ , sera ce que nous avons nommé  $\alpha$  dans l'article XXI. Ce coëfficient du temps  $t$ , peut être en effet

considéré comme étant très-petit, puisqu'il n'est environ que  $\frac{1}{74}$  de  $n$ , ou  $\frac{1}{30}$  de  $n'$ . Si l'on n'a égard qu'à cette partie de  $R$ , & qu'on la différencie uniquement par rapport à  $n t$ , on aura,

$$dR = - 2 k . n \partial t . \cos . (5 n' t - 2 n t + 5 \epsilon' - 2 \epsilon), \\ - 2 k' . n \partial t . \sin . (5 n' t - 2 n t + 5 \epsilon' - 2 \epsilon);$$

ce qui donne

$$3 a m' . \int n \partial t . \int dR = - 6 a m' . \iint n^2 \partial t^2 \\ \times \left\{ \begin{array}{l} k . \cos . (5 n' t - 2 n t + 5 \epsilon' - 2 \epsilon) \\ + k' . \sin . (5 n' t - 2 n t + 5 \epsilon' - 2 \epsilon) \end{array} \right\}.$$

Les valeurs de  $k$  & de  $k'$  sont, par l'article XII, fonctions des cubes & des produits de trois dimensions des excentricités & des inclinaisons des orbites; elles dépendent encore des positions de leurs nœuds & de leurs aphélies; or toutes ces choses sont variables; & vu la lenteur avec laquelle croît l'angle  $5 n' t - 2 n t$ , il n'est pas permis de les traiter comme constantes, dans la double intégrale précédente. A la vérité, leurs périodes étant beaucoup plus longues que celles de l'angle  $5 n' t - 2 n t$ , on peut n'avoir égard qu'aux différences premières  $(\frac{\partial k}{\partial t})$  &  $(\frac{\partial k'}{\partial t})$ ; & négliger les différences supérieures; on trouvera ainsi,

$$3 a m' . \int n \partial t . \int dR = \frac{6 a m' . n^2}{(5 n' - 2 n)^2} \\ \times \left\{ \begin{array}{l} [k' - 2 . \frac{(\frac{\partial k}{\partial t})}{5 n' - 2 n}] . \sin . (5 n' t - 2 n t + 5 \epsilon' - 2 \epsilon) \\ + [k + 2 . \frac{(\frac{\partial k'}{\partial t})}{5 n' - 2 n}] . \cos . (5 n' t - 2 n t + 5 \epsilon' - 2 \epsilon) \end{array} \right\}.$$



C'est la quantité dont il faut corriger la longitude moyenne  $nt + \epsilon$ , dans l'expression elliptique du rayon vecteur & de la longitude vraie, pour avoir la partie des perturbations qui dépend de l'angle  $\zeta n't - 2nt$ .

Nous verrons dans l'article suivant, que dans la théorie des perturbations de Saturne, par l'action de Jupiter, la partie de  $R$  dépendante de l'angle  $\zeta n't - 2nt + \zeta \epsilon' - 2\epsilon$ , est la même que dans la théorie des perturbations de Jupiter par l'action de Saturne, quoique les valeurs de  $R$  soient un peu différentes dans ces deux théories. En suivant donc l'analyse précédente, on trouvera facilement que, pour avoir égard dans la théorie de Saturne, aux termes qui ont pour diviseur  $(\zeta n' - 2n)^2$ , il faut ajouter à la longitude moyenne  $n't + \epsilon'$ , de cette planète, la quantité

$$-\frac{\frac{1}{2} \zeta . a^2 m . n'^2}{(\zeta n' - 2n)^2} \cdot \left\{ \begin{aligned} &[k' - 2 \cdot \frac{(\frac{\partial k}{\partial t})}{\zeta n' - 2n}] \cdot \sin. (\zeta n't - 2nt + \zeta \epsilon' - 2\epsilon) \\ &+ [k + 2 \cdot \frac{(\frac{\partial k'}{\partial t})}{\zeta n' - 2n}] \cdot \cos. (\zeta n't - 2nt + \zeta \epsilon' - 2\epsilon) \end{aligned} \right\};$$

& calculer son mouvement & son rayon vecteur elliptique, avec cette longitude moyenne ainsi corrigée.

Le diviseur  $(\zeta n' - 2n)^2$ , rend les inégalités précédentes très-sensibles, quoique leurs valeurs dépendent des cubes & des produits de trois dimensions des excentricités & des inclinaisons des orbites. Ces valeurs ne sont pas rigoureuses, parce que nous avons négligé les termes qui ont  $\zeta n' - 2n$  pour diviseur; mais à cause de la petitesse de  $\zeta n' - 2n$ , on peut, sans erreur sensible, négliger

$\frac{1}{\zeta n' - 2n}$ , vis-à-vis de  $\frac{1}{(\zeta n' - 2n)^2}$ . Au reste, nous donnerons dans la suite, un moyen d'apprécier le degré de précision des valeurs précédentes, & nous ferons voir qu'elles sont très-approchées.

On peut observer que ces deux grandes inégalités de Jupiter & de Saturne ont la même période, & qu'elles ont un signe contraire; d'où il suit que si la première fait paroître le mouvement de Saturne, de plus en plus lent, la seconde fera paroître celui de Jupiter, de plus en plus rapide. Ces deux inégalités sont d'ailleurs dans le rapport constant de  $2 n^2 a m$ , à  $5 n'^2 a' m'$ , rapport qui, comme on le verra ci-après, est environ celui de 3 à 7. Ainsi, le ralentissement apparent de Saturne est plus grand que l'accélération apparente de Jupiter, dans la raison de 7 à 3.

## X X I V.

DÉTERMINONS présentement les valeurs de  $k$ ,  $k'$ , & de leurs différences; pour cela, nous reprendrons la valeur de  $R$  de l'article VII.

$$R = \frac{r \cdot \sqrt{(1 - s^2 s')}}{r'^2} \cdot \cos.(\nu^1 - \nu) - \frac{1}{[r^2 - 2 r r' \cdot \sqrt{(1 - s^2 s')} \cdot \cos.(\nu^1 - \nu) + r'^2]^{\frac{1}{2}}}$$

Si l'on nomme  $\Pi$  la distance du nœud de Saturne, à la ligne fixe d'où l'on compte les  $\nu$ ;  $\gamma$  la tangente de l'inclinaison de l'orbite de Saturne sur celle de Jupiter, &  $\nu^1$ , la longitude de Saturne comptée sur son orbite: on aura, aux quantités près de l'ordre  $\gamma^3$ ,

$$s^1 = \gamma \cdot \sin.(\nu^1 - \Pi);$$

& aux quantités près de l'ordre  $\gamma^4$ ,

$$\nu^1 = \nu^1 - \frac{1}{4} \cdot \gamma^2 \cdot \sin.2\Pi - \frac{1}{4} \cdot \gamma^2 \cdot \sin.2(\nu^1 - \Pi);$$

d'où l'on tire, en négligeant les quantités de l'ordre  $\gamma^4$ ,

$$R = \frac{r \cdot \sqrt{(1 - s^2 s')}}{r'^2} \cdot \cos.(\nu^1 - \nu) - \frac{1}{[r^2 - 2 r r' \cdot \cos.(\nu^1 - \nu) + r'^2]^{\frac{1}{2}}} \\ - \frac{\frac{1}{4} \cdot r r' \cdot \gamma^2 \cdot [\cos.(\nu^1 + \nu - 2\Pi) + \sin.2\Pi \cdot \sin.(\nu^1 - \nu) - \cos.(\nu^1 - \nu)]}{[r^2 - 2 r r' \cdot \cos.(\nu^1 - \nu) + r'^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

Il est facile de s'affurer que les parties

$$\frac{r \cdot \sqrt{(1 - s^2 s^2)}}{r^2} \cdot \cos. (\nu^1 - \nu)$$

&

$$- \frac{1}{4} r r^1 \cdot \gamma^2 \cdot [\sin. 2 \Pi \cdot \sin. (\nu^1 - \nu) - \cos. (\nu^1 - \nu)]$$

de cette expression de  $R$ , ne produisent aucun terme de la forme  $\sin. \cos. (5 n^1 t - 2 n t + 5 \epsilon^1 - 2 \epsilon)$ , lorsque l'on n'a égard qu'aux cubes & aux produits de trois dimensions des excentricités & des inclinaisons des orbites; en sorte que la seule partie de  $R$  que nous devons considérer, est

$$\frac{1}{[r^2 - 2 r r^1 \cdot \cos. (\nu^1 - \nu) + r^2]^{\frac{1}{2}}} - \frac{\frac{1}{4} r r^1 \cdot \gamma^2 \cdot \cos. (\nu^1 + \nu + \Pi)}{[r^2 - 2 r r^1 \cdot \cos. (\nu^1 - \nu) + r^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

Cette partie ne change point, en y changeant  $r$  &  $\nu$ , dans  $r^1$  &  $\nu^1$ , & réciproquement; or cette permutation donne la partie de  $R$ , qui, dans la théorie des perturbations de Saturne, par l'action de Jupiter, produit les termes dépendans de l'angle  $5 n^1 t - 2 n t + 5 \epsilon^1 - 2 \epsilon$ ; ces deux parties de  $R$  sont donc exactement les mêmes dans les deux théories de Jupiter & de Saturne, comme nous l'avons annoncé dans l'article précédent.

Maintenant, on a par la théorie du mouvement elliptique,

$$r = a \cdot \left\{ \begin{aligned} &1 + \frac{1}{2} e^2 + (e - \frac{3}{8} e^3) \cdot \cos. (n t + \epsilon - \varpi) \\ &- \frac{1}{2} e^2 \cdot \cos. 2 (n t + \epsilon - \varpi) + \frac{3}{8} e^3 \cdot \cos. 3 (n t + \epsilon - \varpi) \\ &+ \&c. \end{aligned} \right\},$$

$$\nu = n t + \epsilon - (2 e - \frac{1}{4} e^3) \cdot \sin. (n t + \epsilon - \varpi) + \frac{5}{4} e^2 \cdot \sin. 2 (n t + \epsilon - \varpi) \\ - \frac{13}{12} e^3 \cdot \sin. 3 (n t + \epsilon - \varpi) + \&c.$$

On aura les valeurs de  $r$  & de  $\nu^1$ , en marquant d'un trait,

96 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
 dans celles de  $r$  & de  $v$ , les lettres  $a$ ,  $n$ ,  $e$ ,  $\epsilon$  &  $\varpi$ . Cela  
 posé, l'expression de  $R$  sera de cette forme:

$$\begin{aligned}
 R = & M^{(0)} \cdot e^{i^3} \cdot \cos. (5 n^i t - 2 n t + 5 \epsilon^i - 2 \epsilon - 3 \varpi^i) \\
 & + M^{(1)} \cdot e^{i^2} \cdot e \cdot \cos. (5 n^i t - 2 n t + 5 \epsilon^i - 2 \epsilon - 2 \varpi^i - \varpi) \\
 & + M^{(2)} \cdot e^i \cdot e^2 \cdot \cos. (5 n^i t - 2 n t + 5 \epsilon^i - 2 \epsilon - \varpi^i - 2 \varpi) \\
 & + M^{(3)} \cdot e^3 \cdot \cos. (5 n^i t - 2 n t + 5 \epsilon^i - 2 \epsilon - 3 \varpi) \\
 & + M^{(4)} \cdot e^i \cdot \gamma^2 \cdot \cos. (5 n^i t - 2 n t + 5 \epsilon^i - 2 \epsilon - 2 \Pi - \varpi^i) \\
 & + M^{(5)} \cdot e \cdot \gamma^2 \cdot \cos. (5 n^i t - 2 n t + 5 \epsilon^i - 2 \epsilon - 2 \Pi - \varpi);
 \end{aligned}$$

& l'on trouvera,

$$M^{(0)} = \frac{1}{48} \cdot \left\{ \begin{aligned} & - 236 \cdot A^{(2)} + 111 \cdot a^i \left( \frac{\partial A^{(2)}}{\partial a^i} \right) \cdot \\ & - 18 \cdot a^{i^2} \cdot \left( \frac{\partial^2 A^{(2)}}{\partial a^{i^2}} \right) + a^{i^3} \cdot \left( \frac{\partial^3 A^{(2)}}{\partial a^{i^3}} \right) \end{aligned} \right\},$$

$$M^{(1)} = \frac{1}{16} \cdot \left\{ \begin{aligned} & 306 \cdot A^{(3)} + 51 \cdot a \cdot \left( \frac{\partial A^{(3)}}{\partial a} \right) - 84 \cdot a^i \cdot \left( \frac{\partial A^{(3)}}{\partial a^i} \right) \\ & - 14 a a^i \cdot \left( \frac{\partial^2 A^{(3)}}{\partial a \partial a^i} \right) + 6 a^{i^2} \cdot \left( \frac{\partial^2 A^{(3)}}{\partial a^{i^2}} \right) + a a^{i^2} \cdot \left( \frac{\partial^3 A^{(3)}}{\partial a \partial a^{i^2}} \right) \end{aligned} \right\},$$

$$M^{(2)} = \frac{1}{16} \cdot \left\{ \begin{aligned} & - 352 \cdot A^{(4)} - 112 \cdot a \cdot \left( \frac{\partial A^{(4)}}{\partial a} \right) + 44 \cdot a^i \cdot \left( \frac{\partial A^{(4)}}{\partial a^i} \right) \\ & - 8 a^2 \cdot \left( \frac{\partial^2 A^{(4)}}{\partial a^2} \right) + 14 a a^i \cdot \left( \frac{\partial^2 A^{(4)}}{\partial a \partial a^i} \right) + a^2 a^i \cdot \left( \frac{\partial^3 A^{(4)}}{\partial a^2 \partial a^i} \right) \end{aligned} \right\},$$

$$M^{(3)} = \frac{1}{48} \cdot \left\{ \begin{aligned} & 380 \cdot A^{(5)} + 174 \cdot a \left( \frac{\partial A^{(5)}}{\partial a} \right) \\ & + 24 a^2 \cdot \left( \frac{\partial^2 A^{(5)}}{\partial a^2} \right) + a^3 \cdot \left( \frac{\partial^3 A^{(5)}}{\partial a^3} \right) \end{aligned} \right\},$$

$$M^{(4)} = \frac{aa^2}{16} \cdot \left\{ 7 \cdot L^{(3)} - a^2 \left( \frac{\partial L^{(3)}}{\partial a^2} \right) \right\},$$

$$M^{(5)} = - \frac{aa^2}{16} \cdot \left\{ 7 \cdot L^{(4)} + a \left( \frac{\partial L^{(4)}}{\partial a} \right) \right\}.$$

De-là on tire par l'article XV,

$$a^2 M^{(0)} = \frac{1}{48} \cdot \left\{ \begin{aligned} & 389 \cdot b^{\frac{(2)}{2}} + 201 \cdot a \cdot \frac{\partial b^{\frac{(2)}{2}}}{\partial a} \\ & + 27 \cdot a^2 \cdot \frac{\partial^2 b^{\frac{(2)}{2}}}{\partial a^2} + a^3 \cdot \frac{\partial^3 b^{\frac{(2)}{2}}}{\partial a^3} \end{aligned} \right\},$$

$$a^2 M^{(1)} = - \frac{1}{16} \cdot \left\{ \begin{aligned} & 402 \cdot b^{\frac{(3)}{2}} + 193 \cdot a \cdot \frac{\partial b^{\frac{(3)}{2}}}{\partial a} \\ & + 26 \cdot a^2 \cdot \frac{\partial^2 b^{\frac{(3)}{2}}}{\partial a^2} + a^3 \cdot \frac{\partial^3 b^{\frac{(3)}{2}}}{\partial a^3} \end{aligned} \right\},$$

$$a^2 M^{(2)} = \frac{1}{16} \cdot \left\{ \begin{aligned} & 396 \cdot b^{\frac{(4)}{2}} + 184 \cdot a \cdot \frac{\partial b^{\frac{(4)}{2}}}{\partial a} \\ & + 25 \cdot a^2 \cdot \frac{\partial^2 b^{\frac{(4)}{2}}}{\partial a^2} + a^3 \cdot \frac{\partial^3 b^{\frac{(4)}{2}}}{\partial a^3} \end{aligned} \right\},$$

$$a^2 M^{(3)} = - \frac{1}{48} \cdot \left\{ \begin{aligned} & 380 \cdot b^{\frac{(5)}{2}} + 174 \cdot a \cdot \frac{\partial b^{\frac{(5)}{2}}}{\partial a} \\ & + 24 \cdot a^2 \cdot \frac{\partial^2 b^{\frac{(5)}{2}}}{\partial a^2} + a^3 \cdot \frac{\partial^3 b^{\frac{(5)}{2}}}{\partial a^3} \end{aligned} \right\},$$

$$a^i M^{(4)} = \frac{a}{16} \cdot \left\{ 10 \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(3)} + a \cdot \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial a} \right\},$$

$$a^i M^{(5)} = -\frac{a}{16} \cdot \left\{ 7 \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(4)} + a \cdot \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{\partial a} \right\}.$$

On aura ensuite,

$$k = M^{(0)} \cdot e^{i^3} \cdot \sin. 3 \varpi^i + M^{(1)} \cdot e^{i^2} e \cdot \sin. (2 \varpi^i + \varpi) \\ + M^{(2)} \cdot e^i e^2 \cdot \sin. (\varpi^i + 2 \varpi) + M^{(3)} \cdot e^3 \cdot \sin. 3 \varpi \\ + M^{(4)} \cdot e^i \gamma^2 \cdot \sin. (2\Pi + \varpi^i) + M^{(5)} \cdot e \gamma^2 \cdot \sin. (2\Pi + \varpi).$$

$$k^i = -M^{(0)} \cdot e^{i^3} \cdot \cos. 3 \varpi^i - M^{(1)} \cdot e^{i^2} e \cdot \cos. (2 \varpi^i + \varpi) \\ - M^{(2)} \cdot e^i e^2 \cdot \cos. (\varpi^i + 2 \varpi) - M^{(3)} \cdot e^3 \cdot \cos. 3 \varpi \\ - M^{(4)} \cdot e^i \gamma^2 \cdot \cos. (2\Pi + \varpi^i) - M^{(5)} \cdot e \gamma^2 \cdot \cos. (2\Pi + \varpi).$$

En différenciant ces valeurs de  $k$  & de  $k^i$ , par rapport à  $e$ ,  $e^i$ ,  $\varpi$ ,  $\varpi^i$ , &  $\Pi$ ; & en substituant, au lieu des différences de ces dernières quantités, les valeurs qui résultent des *articles XVI & suivans*, on aura les expressions de  $(\frac{\partial k}{\partial e})$  & de  $(\frac{\partial k^i}{\partial e})$ .

## X X V.

IL existe encore dans la théorie des perturbations de Jupiter & de Saturne, des inégalités sensibles, dépendantes du rapport approché de commensurabilité qui a lieu entre les mouvemens de ces deux planètes. Supposons en effet que dans l'équation différentielle (10) de l'*article VII*, l'approximation étendue jusqu'aux carrés & aux produits

deux à deux, des excentricités & des inclinaisons des orbites, introduise un terme de la forme  $A. \sin. \cos. (3nt - 5n't + 3e - 5e')$ ; il est visible qu'il en résultera dans la valeur de  $r \delta r$ , le terme

$$\frac{-A}{n^2 - (3n - 5n')^2} \cdot \sin. \cos. (3nt - 5n't + 3e - 5e');$$

or on a,  $n^2 - (3n - 5n')^2 = (5n' - 2n) \cdot (4n - 5n')$ ;

ainsi l'intégration donne au terme dont il s'agit, le très-petit diviseur  $5n' - 2n$ ; & comme ce terme n'est que de l'ordre des carrés des excentricités, on voit qu'il peut en résulter des inégalités sensibles dans les valeurs de  $\frac{\delta r}{a}$

& de  $\delta v$ . Ces inégalités sont liées à celle qui dépend de l'angle  $5n't - 2nt + 5e' - 2e$ , par un rapport assez remarquable qui les donne fort simplement, au moyen des valeurs de  $k$  & de  $k'$  de l'article précédent.

Pour cela, soit  $p$  la partie de  $r \delta r$  qui, dépendante de l'angle  $5n't - 2nt + 5e' - 2e$ , a pour diviseur  $5n' - 2n$ ; représentons ensuite par

$$P. \sin. (3nt - 5n't + 3e - 5e') \\ + Q. \cos. (3nt - 5n't + 3e - 5e'),$$

la partie de  $\frac{\delta r}{a}$  qui dépend de l'angle  $3nt - 5n't + 3e - 5e'$ ;  $P$  &  $Q$  ayant, comme on vient de le voir,  $5n' - 2n$  pour diviseur. Si dans l'équation (10) de l'article VII, on n'a égard qu'aux termes dépendans de l'angle  $5n't - 2nt + 5e' - 2e$ , & qui ont en même temps  $5n' - 2n$  pour diviseur; on aura

$$0 = \frac{p}{a^2} + eP. \sin. (5n't - 2nt + 5e' - 2e - \omega) \\ - eQ. \cos. (5n't - 2nt + 5e' - 2e - \omega) + 2a \int dR;$$

N ij

pourvu que dans l'intégrale  $\int dR$ , on ne conserve que les termes qui dépendent de l'angle  $\zeta n't - 2nt + \zeta e' - 2e$ . Cette équation ne suffit pas pour déterminer les quantités  $p$ ,  $P$  &  $Q$ ; mais on peut en avoir une seconde entre les mêmes quantités, de cette manière.

Si l'on multiplie la première des équations (A) de l'article I, par  $y$ , la seconde par  $-x$ , & qu'ensuite on les ajoute; l'intégrale de leur somme sera

$$\frac{x \partial y - y \partial x}{\partial t} = c + m^2 \cdot \int dt \cdot \left[ \frac{x^2 y - y^2 x}{r^3} - y \cdot \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right) + x \cdot \left( \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right) \right];$$

or, on a

$$\frac{x \partial y - y \partial x}{\partial t} = r^2 \cdot \frac{\partial v}{\partial t};$$

& si, comme nous l'avons fait précédemment, on prend pour le plan fixe des  $x$  & des  $y$ , celui de l'orbite primitive de  $m$ , on aura

$$\begin{aligned} \frac{x^2 y - y^2 x}{r^3} - y \cdot \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right) + x \cdot \left( \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right) &= - \frac{r \cdot \sqrt{(1 - s^2 s'^2)}}{r^2} \cdot \sin.(\nu' - \nu) \\ &+ \frac{r r^2 \cdot \sqrt{(1 - s^2 s'^2)} \cdot \sin.(\nu' - \nu)}{[r^2 - 2 r r' \cdot \sqrt{(1 - s^2 s'^2)} \cdot \cos.(\nu' - \nu) + r'^2]^{\frac{3}{2}}} \\ &= - \left( \frac{\partial R}{\partial \nu} \right); \end{aligned}$$

la différence partielle  $\left( \frac{\partial R}{\partial \nu} \right)$  étant prise en ne faisant varier que  $\nu$ , dans l'expression de  $R$  de l'article VII, & en regardant  $r$ ,  $r'$ ,  $\nu'$  &  $s'$  comme constants. On aura donc

$$\frac{\partial \nu}{\partial t} = \frac{c - m^2 \cdot \int dt \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial \nu} \right)}{r^2};$$

d'où l'on tire

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = - \frac{2 c \cdot \partial r}{r^3} - \frac{\int dt \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial \nu} \right)}{r^2};$$



or on a,  $c = \sqrt{a \cdot (1 - e^2)}$ ; & si l'on ne considère que les termes dépendans de l'angle  $\zeta n't - 2nt + \zeta e' - 2e$ , qui ont pour diviseur  $\zeta n' - 2n$ , on a par l'article XXI,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 3an \cdot f dR;$$

on aura donc à très-peu-près, en ne considérant que les termes qui dépendent du même angle, & qui ont le même diviseur

$$\begin{aligned} 3a \cdot f dR = & - \frac{2p}{a^2} - 3eP \cdot \sin.(\zeta n't - 2nt + \zeta e' - 2e - \omega) \\ & + 3eQ \cdot \cos.(\zeta n't - 2nt + \zeta e' - 2e - \omega) \\ & - a \cdot f n \partial t \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial \nu} \right). \end{aligned}$$

Cette équation comparée à celle que nous avons trouvée ci-dessus entre les mêmes quantités  $p$ ,  $P$  &  $Q$ , donne

$$\begin{aligned} & eP \cdot \sin.(\zeta n't - 2nt + \zeta e' - 2e - \omega) \\ & - eQ \cdot \cos.(\zeta n't - 2nt + \zeta e' - 2e - \omega) \\ & = a \cdot f \left[ dR - n \partial t \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial \nu} \right) \right]. \end{aligned}$$

Pour avoir  $\left( \frac{\partial R}{\partial \nu} \right)$ , nous observerons que  $R$  est fonction de  $\nu' - \nu$ ,  $r$ ,  $r'$  &  $s'$ ; & comme dans la supposition de l'orbite circulaire de Jupiter,  $r$  est constant, &  $\nu = nt + e$ , on aura, dans cette supposition,

$$\left( \frac{\partial R}{\partial \nu} \right) = \left( \frac{\partial R}{\partial e} \right).$$

Cette équation n'a plus lieu lorsque l'orbite de Jupiter est elliptique, parce que l'ellipticité introduit l'angle  $e$  dans  $r$  & dans  $\nu$ ; mais on voit par les expressions elliptiques de  $r$  & de  $\nu$ , données dans l'article précédent, que  $e$  est

toujours accompagné de  $-\varpi$ , dans ce qui a rapport à l'ellipticité; d'où il suit que pourvu que l'on suppose  $\varepsilon = \varpi$  constant, on aura encore, dans le cas où l'orbite de Jupiter est elliptique,  $(\frac{\partial R}{\partial \nu}) = (\frac{\partial R}{\partial \varepsilon})$ . En substituant donc, au lieu de  $R$ , la partie de sa valeur qui dépend de l'angle  $\zeta n' t - 2nt + \zeta \varepsilon' - 2\varepsilon$ , &c dont nous avons donné l'expression dans l'article précédent, on aura

$$\begin{aligned} (\frac{\partial R}{\partial \nu}) = & 2M^{(0)}.e'^3.\sin.(\zeta n' t - 2nt + \zeta \varepsilon' - 2\varepsilon - 3\varpi') \\ & + 3M^{(1)}.e'^2.e.\sin.(\zeta n' t - 2nt + \zeta \varepsilon' - 2\varepsilon - 2\varpi' - \varpi) \\ & + 4M^{(2)}.e'.e^2.\sin.(\zeta n' t - 2nt + \zeta \varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi' - 2\varpi) \\ & + 5M^{(3)}.e^3.\sin.(\zeta n' t - 2nt + \zeta \varepsilon' - 2\varepsilon - 3\varpi) \\ & + 2M^{(4)}.e'.\gamma^2.\sin.(\zeta n' t - 2nt + \zeta \varepsilon' - 2\varepsilon - 2\Pi - \varpi') \\ & + 3M^{(5)}.e.\gamma^2.\sin.(\zeta n' t - 2nt + \zeta \varepsilon' - 2\varepsilon - 2\Pi - \varpi), \end{aligned}$$

& par conséquent,

$$\begin{aligned} \int [dR - n \partial t.(\frac{\partial R}{\partial \nu})] &= \frac{n e a}{\zeta n' - 2n} . (\frac{\partial R}{\partial \varepsilon}) \\ &= \frac{n e a}{\zeta n' - 2n} . \left\{ (\frac{\partial k}{\partial \varepsilon}).\sin.(\zeta n' t - 2nt + \zeta \varepsilon' - 2\varepsilon) \right. \\ &\quad \left. - (\frac{\partial k'}{\partial \varepsilon}).\cos.(\zeta n' t - 2nt + \zeta \varepsilon' - 2\varepsilon) \right\}. \end{aligned}$$

De-là il est aisé de conclure

$$P = \frac{n a}{\zeta n' - 2n} . [(\frac{\partial k}{\partial \varepsilon}).\cos.\varpi + (\frac{\partial k'}{\partial \varepsilon}).\sin.\varpi],$$

$$Q = \frac{n a'}{\zeta n' - 2n} . [(\frac{\partial k'}{\partial \varepsilon}).\cos.\varpi - (\frac{\partial k}{\partial \varepsilon}).\sin.\varpi].$$

On aura la partie de  $\Delta \nu$ , qui dépend de l'angle  $3nt - \zeta n' t + 3\varepsilon - \zeta \varepsilon'$ , au moyen de la formule (9) de l'article VII;

en observant que si l'on n'a égard qu'aux termes du second ordre, dépendans de cet angle, & qui ont en même temps  $5n' - 2n$  pour diviseur; cette formule donne à très-peu-près,

$$\delta v = \frac{2r \cdot \delta \delta r}{a^2 \cdot n \delta t};$$

d'où l'on tire, en négligeant  $5n' - 2n$ , vis-à-vis de  $n$ ,

$$\begin{aligned} \delta v &= 2P \cdot \cos. (3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon') \\ &\quad - 2Q \cdot \sin. (3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon'). \end{aligned}$$

### XXVI.

LA même raison qui nous oblige d'avoir égard, dans les expressions de  $\frac{\delta r}{a}$  & de  $\delta v$ , aux termes dépendans de l'angle  $3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon'$ , rend également nécessaire la considération des termes dépendans de l'angle  $2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon'$ , dans les expressions de  $\frac{\delta r^2}{a^2}$  & de  $\delta v^2$ ,  $v'$  étant la longitude de Saturne, comptée sur son orbite. Il est aisé de voir en effet, qu'en intégrant l'équation différentielle du second ordre, qui donne  $r' \delta r'$ ; les termes dépendans de l'angle dont il s'agit, acquièrent le diviseur

$$n'^2 - (2n - 4n')^2, \text{ ou } (2n - 3n') \cdot (5n' - 2n),$$

& deviennent très-sensibles par la petitesse de  $5n' - 2n$ . Soit donc

$$\begin{aligned} &P' \cdot \sin. (2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon') \\ &+ Q' \cdot \cos. (2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon'), \end{aligned}$$

la partie de  $\frac{\delta r^2}{a^2}$  qui dépend de l'angle  $2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon'$ ; on trouvera par une analyse entièrement

semblable à celle de l'article précédent,

$$P' = \frac{n' a'}{5n' - 2n} \cdot \left[ \left( \frac{\partial k}{\partial e'} \right) \cdot \cos. \varpi' + \left( \frac{\partial k'}{\partial e'} \right) \cdot \sin. \varpi' \right],$$

$$Q' = \frac{n' a'}{5n' - 2n} \cdot \left[ \left( \frac{\partial k'}{\partial e'} \right) \cdot \cos. \varpi' - \left( \frac{\partial k}{\partial e'} \right) \cdot \sin. \varpi' \right].$$

On aura ensuite, en n'ayant égard qu'aux termes dépendans du même angle,

$$\begin{aligned} \delta \nu' &= 2 P' \cdot \cos. (2nt - 4n't + 2e - 4e') \\ &\quad - 2 Q' \cdot \sin. (2nt - 4n't + 2e - 4e'). \end{aligned}$$

### XXVI.

IL nous reste présentement à considérer les parties de  $\delta s$  & de  $\delta s'$ , qui dépendent des carrés & des produits de deux dimensions des excentricités & des inclinaisons des orbites. Pour cela nous reprendrons la formule (7) de l'art. VI, & nous supposerons d'abord, comme dans l'art. XI, que le plan des  $x$  & des  $y$ , est celui de l'orbite primitive de  $m$ ; ce qui donne  $z = 0$  &  $s = 0$ . Cette formule devient alors, en négligeant les quantités du troisième ordre,

$$\delta s = \frac{ax}{r} \cdot \sin \partial t \cdot y \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right) - \frac{ay}{r} \cdot \sin \partial t \cdot x \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right).$$

Considérons les termes de cette valeur de  $\delta s$ , qui n'étant que du second ordre, ont pour diviseur  $5n' - 2n$ . Il est visible que ces termes ne peuvent être produits que par l'intégration des fonctions différentielles,

$$n \partial t \cdot y \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right), \text{ \& } n \partial t \cdot x \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right);$$

or l'intégration de ces formules ne peut introduire  $5n' - 2n$  en diviseur, qu'au moyen des termes de la forme  $\sin. \cos. (5n't - 2nt + 5e' - 2e)$ , qu'elles renferment;  
voyons

voyons donc les termes de cette forme, qui peuvent exister parmi les quantités du second ordre, renfermées dans les fonctions différentielles précédentes.

Si l'on substitue au lieu de  $R$ , la valeur donnée dans l'art.  $V$ ; on aura,

$$y \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right) = \frac{y z^2}{r^3} - \frac{y z^2}{[(x^2 - x)^2 + (y^2 - y)^2 + (z^2 - z)^2]^{\frac{1}{2}}}$$

En négligeant les quantités du troisième ordre, & en substituant au lieu de  $x, y, z, x^2, y^2, z^2$  leur valeurs, on trouvera

$$y \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right) = \frac{r y}{2 r^3} \cdot [\cos. (v_i^2 - v - \Pi) - \cos. (v_i^2 + v - \Pi)] \\ + \frac{\frac{1}{2} r r^2 \gamma \cdot [\cos. (v_i^2 + v - \Pi) - \cos. (v_i^2 - v - \Pi)]}{[r^2 - 2 r r^2 \cos. (v_i^2 - v) + r^2]^{\frac{1}{2}}}$$

Il est facile de s'assurer que les quantités

$$\frac{r y}{2 r^3} \cdot [\cos. (v_i^2 - v - \Pi) - \cos. (v_i^2 + v - \Pi)]$$

&

$$\frac{\frac{1}{2} r r^2 \gamma \cdot \cos. (v_i^2 - v - \Pi)}{[r^2 - 2 r r^2 \cos. (v_i^2 - v) + r^2]^{\frac{1}{2}}}$$

ne produisent aucun terme du second ordre, dépendant de l'angle  $\gamma n^2 t - 2 n t + \gamma \epsilon^2 - 2 \epsilon$ . La quantité

$$\frac{\frac{1}{2} r r^2 \gamma \cos. (v_i^2 + v - \Pi)}{[r^2 - 2 r r^2 \cos. (v_i^2 - v) + r^2]^{\frac{1}{2}}}$$

en produit de semblables, & il est aisé de voir par l'art.  $XXIV$ , que pour les obtenir, il suffit, 1.<sup>o</sup> de changer  $2 \Pi$  en  $\Pi$ , dans les termes de l'expression de  $R$ , multipliés par  $\gamma^2$ ; 2.<sup>o</sup> de multiplier ensuite ces termes par

—  $\frac{\pi}{\gamma}$ . La partie de la quantité précédente, qui dépend de l'angle  $\zeta n^i t - 2nt + \zeta \epsilon^i - 2\epsilon$ , sera conséquemment,

$$- 2 M^{(4)} . e^i \gamma . \cos. (\zeta n^i t - 2nt + \zeta \epsilon^i - 2\epsilon - \Pi - \varpi^i) ,$$

$$- 2 M^{(5)} . e \gamma . \cos. (\zeta n^i t - 2nt + \zeta \epsilon^i - 2\epsilon - \Pi - \varpi) ;$$

ce qui donne

$$\begin{aligned} f n \partial t . y . \left( - \frac{\partial R}{\partial \zeta} \right) = & - \frac{2 \gamma n}{\zeta n^i - 2n} \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & e^i M^{(4)} . \sin. (\zeta n^i t - 2nt + \zeta \epsilon^i - 2\epsilon - \Pi - \varpi^i) \\ & + e M^{(5)} . \sin. (\zeta n^i t - 2nt + \zeta \epsilon^i - 2\epsilon - \Pi - \varpi) \end{aligned} \right\} . \end{aligned}$$

On trouvera par une analyse semblable ,

$$\begin{aligned} f u \partial t . x . \left( - \frac{\partial R}{\partial \zeta} \right) = & - \frac{2 \gamma n}{\zeta n^i - 2n} \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & e^i M^{(4)} . \cos. (\zeta n^i t - 2nt + \zeta \epsilon^i - 2\epsilon - \Pi - \varpi^i) \\ & + e M^{(5)} . \cos. (\zeta n^i t - 2nt + \zeta \epsilon^i - 2\epsilon - \Pi - \varpi) \end{aligned} \right\} . \end{aligned}$$

La valeur précédente de  $\delta s$ , deviendra donc, en n'ayant égard qu'aux termes du second ordre, qui ont pour diviseur  $\zeta n^i - 2n$ ,

$$\delta s = \frac{2 a \gamma n}{\zeta n^i - 2n} . \left\{ \begin{aligned} & e^i M^{(4)} . \sin. (3nt - \zeta n^i t + 3\epsilon - \zeta \epsilon^i + \Pi + \varpi^i) \\ & + e M^{(5)} . \sin. (3nt - \zeta n^i t + 3\epsilon - \zeta \epsilon^i + \Pi + \varpi) \end{aligned} \right\} .$$

Supposons maintenant que le plan fixe des  $x$  & des  $y$ , au lieu d'être celui de l'orbite primitive de  $m$ , soit un plan fixe quelconque, qui lui soit très-peu incliné; l'expression que nous venons de trouver pour  $m^i \delta s$ , sera encore la partie des perturbations de  $m$  en latitude, qui a pour diviseur  $\zeta n^i - 2n$ , & qu'il faut ajouter à la latitude de  $m$ , calculée dans l'hypothèse où son mouvement a lieu sur le plan de l'orbite primitive.

Une analyse semblable donnera

$$\mathcal{J}_s' = -\frac{2a' \gamma n'}{5n' - 2n} \cdot \left\{ \begin{array}{l} e' M^{(4)} \cdot \sin.(2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + \Pi + \varpi') \\ + e M^{(5)} \cdot \sin.(2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + \Pi + \varpi') \end{array} \right\}.$$

### XXVIII.

IL suit de ce qui précède, que les inégalités un peu considérables, dépendantes des carrés & des puissances supérieures des excentricités & des inclinaisons des orbites, sont liées entr'elles par des rapports qui les déterminent au moyen des valeurs de  $k$  & de  $k'$ . Ces inégalités ont pour argumens les angles  $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$ ,  $3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon'$ ,  $2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon'$ ,  $5n't - nt + 5\varepsilon' - \varepsilon$ ,  $6n't - 2nt + 6\varepsilon' - 2\varepsilon$ . les inégalités relatives à ces deux derniers argumens, résultent de la substitution de la longitude moyenne corrigée par l'article *XXIII*, dans les expressions du mouvement elliptique de Jupiter & de Saturne; elles dépendent des quatrièmes puissances & des produits de quatre dimensions, des excentricités & des inclinaisons des orbites; & comme elles sont fort sensibles, on voit la nécessité de porter dans la théorie de Jupiter & de Saturne, l'approximation jusqu'aux quantités du quatrième ordre.

Toutes ces inégalités peuvent être considérées comme le résultat de variations dans les élémens des orbites elliptiques, dépendantes de l'angle  $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$ . On a déjà vu dans l'article *XXIII*, qu'il faut corriger les longitudes moyennes de Jupiter & de Saturne, par des inégalités dépendantes de cet angle; il est facile d'ailleurs de s'assurer que les inégalités déterminées dans les articles *XXV* & *XXVI*, représentent des variations dans les équations du centre de Jupiter & de Saturne, & dans la position de leurs aphélies, dépendantes du même angle; & que les inégalités déterminées dans l'article précédent, représentent

des variations dans les nœuds & les inclinaisons des orbites, qui dépendent encore de cet angle.

Les coëfficiens de ces inégalités étant fonctions des élémens des orbites, ils varient avec ces élémens; il faut donc, à la rigueur, substituer dans les expressions analytiques de ces coëfficiens, leurs valeurs déterminées par les *articles XVI & suivans*; mais il est beaucoup plus commode pour les usages astronomiques, de déterminer les valeurs de ces coëfficiens à différentes époques, & d'avoir ainsi la loi de leurs variations, comme nous l'avons proposé, relativement aux inégalités séculaires des élémens des orbites.

## SECTION SECONDE.

### *Théorie de Saturne.*

#### XXIX.

#### *Détermination numérique des inégalités de Saturne.*

POUR réduire en nombres les inégalités auxquelles nous sommes parvenus dans la section précédente, il faut connoître les constantes arbitraires qui entrent dans leurs expressions analytiques. Ces constantes relatives au mouvement elliptique de Jupiter & de Saturne, sont leurs moyennes distances au Soleil, leurs longitudes moyennes à une époque donnée, leurs excentricités & les positions de leurs aphélie, les inclinaisons de leurs orbites & les positions de leurs nœuds. Les observations ne donnent que les mouvemens vrais des planètes: pour en conclure les élémens précédens, il faudroit connoître d'avance l'effet des perturbations, & le retrancher du résultat des observations, pour avoir la partie dûe au mouvement elliptique; ainsi la détermination des inégalités de Jupiter & de Saturne, & celle des élémens de leurs orbites, dépendent



réciiproquement l'une de l'autre, & l'on ne peut parvenir à les bien connoître, que par des approximations successives. C'est dans cette vue, que j'ai commencé par tirer de l'analyse précédente, une formule de correction des tables de Saturne, de Halley. En comparant ensuite cette formule à un grand nombre d'oppositions, je suis parvenu à les représenter avec exactitude, & j'ai reconnu en même temps, que les élémens des tables de Halley avoient besoin de corrections considérables. J'ai suivi une autre méthode relativement à Jupiter; les tables de cette planète, publiées par M. Vargentin, représentoient assez bien, à l'époque où elles ont paru, les observations faites depuis un siècle; ce savant astronome a eu égard, dans ces tables, aux inégalités de Jupiter, indépendantes des excentricités des orbites, & à celles qui ne dépendent que de leurs premières puissances; mais les grandes inégalités qui altèrent le moyen mouvement de cette planète, son excentricité & la position de son aphélie, lui étant inconnues; il a dû les comprendre dans les élémens elliptiques de ses tables. Ainsi, pour corriger ces élémens, il suffit d'en retrancher l'effet de ces inégalités.

Les élémens suivans de Jupiter & de Saturne sont le résultat de ces calculs. Ils auront encore besoin d'être corrigés, sur-tout quand on comparera la théorie aux oppositions de Jupiter & de Saturne, discutées avec plus de soin & de précision qu'elles ne l'ont été jusqu'ici; mais ces corrections doivent être peu considérables, & ne peuvent avoir qu'une très-petite influence sur les inégalités de ces deux planètes.

L'époque à laquelle je rapporterai mes calculs, est le milieu de ce siècle, ou le commencement de 1750, à Paris, temps moyen. Je l'ai choisie, parce qu'elle est à peu-près moyenne entre les intervalles des bonnes observations modernes, & que d'ailleurs les principaux élémens de l'astronomie ont été déterminés vers cette époque, par les travaux de plusieurs observateurs célèbres.

*Éléments de Jupiter & de Saturne , au commencement de 1750.*

La longitude moyenne  $\epsilon^i$  de Saturne  $= 7^{\text{h}} 21^{\text{d}} 17' 20''$ .

La longitude moyenne  $\varpi^i$  de son aphélie  $= 8^{\text{h}} 28^{\text{d}} 7' 24''$ .

Son excentricité  $e^i = 0,056263$ .

La longitude moyenne  $I^i$  de son nœud ascendant  $= 3^{\text{h}} 21^{\text{d}} 31' 17''$ .

L'inclinaison de son orbite à l'écliptique, ou, Ang. tang.  $\theta^i = 2^{\text{d}} 30' 20''$ .

Son moyen mouvement sidéral pendant une année commune de 365 jours  $= 12^{\text{d}} 12' 46'',5 = 43966'',5$ .

Sa moyenne distance au Soleil  $= 9,54007$ ; celle de la Terre au Soleil étant prise pour unité.

Quant à la masse  $m^i$  de Saturne, j'adopterai celle que M. de la Grange a donnée dans les Mémoires de Berlin, de 1782, page 186: en discutant avec soin les observations des satellites de cette planète, cet illustre géomètre a trouvé qu'il falloit un peu diminuer la masse de Saturne, déterminée par Newton, & ce qui ajoute à la probabilité de son résultat, c'est qu'il rapproche de l'observation, d'environ dix jours, le calcul des perturbations de la comète de 1759; il réduit à 13 jours, la différence de 23 jours, que M. Clairaut a trouvée entre l'instant calculé & l'instant observé du passage de cette comète par son périhélie en 1759. En prenant donc pour unité la masse du Soleil, je supposerai,

$$m^i = \frac{1}{3358,40}.$$

Relativement à Jupiter,

$$\epsilon = 3^{\text{h}} 44' 30'',$$

$$\varpi = 6^{\text{h}} 10. 2. 49.$$

$$e = 0,048151.$$

$$I = 3^{\text{r}} 8^{\text{d}} 16' 0''.$$

$$\text{Ang. tang. } \theta = 1. 19. 10.$$

Le moyen mouvement fidéral de Jupiter, dans l'intervalle de 365 jours  $= 30^{\text{d}} 19' 42'' = 109182''.$

$$a = 5,20098.$$

$$m = \frac{1}{1067,195}.$$

X X X.

LES valeurs précédentes de  $a$  & de  $a^{\text{r}}$ , donnent

$$\frac{a}{a^{\text{r}}} = \alpha = 0,545172;$$

d'où j'ai conclu par les formules de l'article XIV,

$$b_{-\frac{1}{2}}^{(0)} = 2,151600; b_{-\frac{1}{2}}^{(1)} = -0,524084.$$

Ces valeurs m'ont donné les suivantes :

$$b_{\frac{1}{2}}^{(0)} = 2,180130; b_{\frac{1}{2}}^{(1)} = 0,620436;$$

$$b_{\frac{1}{2}}^{(2)} = 0,257489; b_{\frac{1}{2}}^{(3)} = 0,117886;$$

$$b_{\frac{1}{2}}^{(4)} = 0,0565116; b_{\frac{1}{2}}^{(5)} = 0,0278371;$$

$$b_{\frac{1}{2}}^{(6)} = 0,0139787; b_{\frac{1}{2}}^{(7)} = 0,00714873;$$

$$b_{\frac{1}{2}}^{(8)} = 0,00376118.$$

---


$$\frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{\partial \alpha} = 0,808367; \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{\partial \alpha} = 1,482776;$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{\partial \alpha} &= 1,104622; & \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial \alpha} &= 0,725968; \\ \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{\partial \alpha} &= 0,452687; & \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{\partial \alpha} &= 0,274045; \\ \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(6)}}{\partial \alpha} &= 0,162578; & \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(7)}}{\partial \alpha} &= 0,0946947.\end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned}\frac{\partial \partial b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{\partial \alpha^2} &= 2,873503; & \frac{\partial \partial b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{\partial \alpha^2} &= 2,550988; \\ \frac{\partial \partial b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{\partial \alpha^2} &= 3,519366; & \frac{\partial \partial b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial \alpha^2} &= 3,532195; \\ \frac{\partial \partial b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{\partial \alpha^2} &= 2,994607; & \frac{\partial \partial b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{\partial \alpha^2} &= 2,303625; \\ \frac{\partial \partial b_{\frac{1}{2}}^{(6)}}{\partial \alpha^2} &= 1,667085.\end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned}\frac{\partial^3 b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{\partial \alpha^3} &= 12,817153; & \frac{\partial^3 b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial \alpha^3} &= 15,437940; \\ \frac{\partial^3 b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{\partial \alpha^3} &= 17,032088; & \frac{\partial^3 b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{\partial \alpha^3} &= 16,622999.\end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned}b_{\frac{1}{2}}^{(0)} &= 4,281341; & b_{\frac{1}{2}}^{(1)} &= 3,183288; \\ b_{\frac{1}{2}}^{(2)} &= 2,080158; & b_{\frac{1}{2}}^{(3)} &= 1,294049;\end{aligned}$$

$$b_{\frac{1}{2}}^{(4)} = 0,782736; \quad b_{\frac{1}{2}}^{(5)} = 0,464779.$$

---


$$\frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial \alpha} = 6,351452; \quad \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{\partial \alpha} = 5,255727.$$

## X X X I.

NOUS allons, d'après ces résultats, déterminer numériquement les inégalités séculaires des orbites de Jupiter & de Saturne. Nous commençons par ces inégalités, parce qu'elles influent sur les autres, & principalement sur celles qui dépendent de l'angle  $\zeta n^2 t - 2 n t + \zeta \epsilon^2 - 2 \epsilon$ , comme on l'a vu dans l'art. XXXIII.

Reprenons les formules de l'art. XVIII:

$$\delta e = \overline{[1,0]} . i e . \sin. (\varpi - \varpi'),$$

$$\delta \varpi = (1,0) . i - \overline{[1,0]} . \frac{i e}{e^2} . \cos. (\varpi - \varpi'),$$

$$\delta e = \overline{[0,1]} . i e' . \sin. (\varpi' - \varpi),$$

$$\delta \varpi = (0,1) . i - \overline{[0,1]} . \frac{i e'}{e} . \cos. (\varpi' - \varpi).$$

On a, par l'article XVI,

$$(1,0) = \frac{m n^2 T}{4} . a'^2 a . (a, a')^2;$$

mais

$$(a, a')^2 = \frac{b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{a^3};$$

partant

$$(1,0) = \frac{m n^2 T}{4} . b_{\frac{1}{2}}^{(1)}.$$

Mém. 1785.

P.

On aura de la même manière,

$$\boxed{1,0} = \frac{m n' T}{2 a^2} \cdot [ (1 + a^2) \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(1)} - 3 \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(0)} ].$$

Le moyen mouvement fidéral de Saturne, dans l'intervalle de 365 jours, est, par l'article *XXIX*, égal à 43966",5; en y ajoutant le mouvement de Saturne dans l'intervalle de six heures, on aura 43996",5 pour le mouvement de cette planète, pendant une année julienne; ce fera la valeur de  $n' T$ , & l'on trouvera

$$(1,0) = 17'',88644,$$

$$\boxed{1,0} = 11'',68819.$$

On trouvera pareillement,

$$(0,1) = 7'',69481,$$

$$\boxed{0,1} = 5'',02829.$$

On aura ainsi, en désignant par  $i$ , le nombre des années juliennes écoulées depuis 1750,

$$\delta e' = - i \cdot 0'',55065;$$

$$\delta \varpi' = i \cdot 15'',81975,$$

$$\delta e = i \cdot 0'',27681,$$

$$\delta \varpi = i \cdot 6'',48092.$$

Mais comme il est nécessaire d'avoir ces valeurs avec beaucoup de précision, pour le calcul des observations anciennes; nous allons en donner de plus approchées. Pour cela, nous observerons que les valeurs précédentes donnent en 750,

$$e' = 0,056264 + 550'',65;$$

& en réduisant les secondes en parties du rayon,

$$e' = 0,058934.$$

On avoit, à la même époque,

$$\varpi^1 = 8^{\text{h}} 23^{\text{d}} 43' 45'';$$

& relativement à Jupiter,

$$e = 0,046810,$$

$$\varpi = 6^{\text{h}} 8^{\text{d}} 14' 48''.$$

De-là, il est aisé de conclure par l'article XVIII,

$$\frac{\partial e^1}{\partial i} = - 0'',52964,$$

$$\frac{\partial \varpi^1}{\partial i} = 15'',55926,$$

$$\frac{\partial e^2}{\partial i} = 0'',28687,$$

$$\frac{\partial \varpi^2}{\partial i} = 6'',10787;$$

ce qui donne par l'article cité, ces valeurs plus approchées que les précédentes,

$$\Delta e^1 = - i. 0'',55065 - i^2. 0'',0000105,$$

$$\Delta \varpi^1 = i. 15'',81975 + i^2. 0'',00013024,$$

$$\Delta e^2 = i. 0'',27681 - i^2. 0'',00000503,$$

$$\Delta \varpi^2 = i. 6'',48092 + i^2. 0'',00018652.$$

On déterminera les inégalités séculaires des nœuds & des inclinaisons des orbites, au moyen des valeurs de  $\Delta \theta^1$ ,  $\Delta I^1$ ,  $\Delta \theta$  &  $\Delta I$ , de l'article XIX; & l'on trouvera en les réduisant en nombres,

$$\Delta \theta^1 = i. 0'',094726'';$$

$$\Delta I^1 = - i. 8'',72696;$$

$$\Delta \theta = - i. 0'',77443;$$

$$\Delta I = i. 6'',53570.$$

On pourra, sans erreur sensible, étendre ces valeurs aux observations les plus anciennes; leur peu d'influence sur les inégalités de Saturne, rendroit une plus grande précision tout-à-fait inutile.

XXXII.

CONSIDÉRONS présentement les inégalités périodiques du mouvement de Saturne, & d'abord celles qui sont indépendantes des excentricités & des inclinaisons des orbites. Pour cela, nous reprendrons les valeurs de  $u$  & de  $V$  de l'article IX, en y changeant  $a$  &  $n$  dans  $a'$  &  $n'$ , & réciproquement; nous y supposerons ensuite  $i$  positif; ce qui revient à doubler les termes compris sous le signe  $\Sigma$ . Cela posé:

On aura, en n'ayant égard qu'au terme constant de l'expression de  $u$ ,

$$\frac{\partial r^2}{\partial a^2} = \frac{1}{6} \cdot a'^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(0)}}{\partial a^2} \right);$$

mais on a par l'article XV,

$$a' \cdot \left( \frac{\partial A^{(0)}}{\partial a^2} \right) = -A^{(0)} - a \cdot \left( \frac{\partial A^{(0)}}{\partial a} \right) = \frac{1}{a^2} \cdot \left\{ b^{\frac{(0)}{2}} + a \cdot \frac{\partial b^{\frac{(0)}{2}}}{\partial a} \right\};$$

partant

$$\frac{\partial r^2}{\partial a^2} = \frac{1}{6} \cdot \left\{ b^{\frac{(0)}{2}} + a \cdot \frac{\partial b^{\frac{(0)}{2}}}{\partial a} \right\}.$$

En substituant, au lieu de  $a$ ,  $b^{\frac{(0)}{2}}$  &  $\frac{\partial b^{\frac{(0)}{2}}}{\partial a}$ , leurs valeurs

données dans l'article XXX; on aura

$$\frac{\partial r^2}{\partial a^2} = 0,436805.$$



Si l'on n'a égard qu'à l'angle  $nt - n^1 t + \epsilon - \epsilon^1$ , l'expression de  $u$  donnera

$$\frac{\partial r^1}{\partial a^1} = \frac{n^1{}^2}{(n - n^1)^2 - n^2} \cdot \left\{ a^1{}^2 \cdot \left( \frac{\partial A^{(1)}}{\partial a^1} \right) + \frac{2n^1 a^1 \cdot A^{(1)}}{n - n^1} \right\} \\ \times \cos. (nt - n^1 t + \epsilon - \epsilon^1);$$

or on a par l'article XV,

$$A^{(1)} = \frac{a^1}{a^2} - \frac{1}{a^2} \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(1)};$$

$$\left( \frac{\partial A^{(1)}}{\partial a^1} \right) = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} \cdot \left( b_{\frac{1}{2}}^{(1)} + \alpha \cdot \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{\partial a} \right);$$

on aura donc

$$\frac{\partial r^1}{\partial a^1} = \frac{n^1{}^2}{n \cdot (n - 2n^1)} \cdot \left[ \frac{n - 3n^1}{(n - n^1) \cdot a^2} + \frac{n + n^1}{n - n^1} \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(1)} + \alpha \cdot \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{\partial a} \right] \\ \times \cos. (nt - n^1 t + \epsilon - \epsilon^1).$$

L'article XXIX donne

$$\frac{n^1}{n} = \frac{12^d 12' 46''{,}5}{30^d 19' 42''} = 0,402690;$$

on aura ainsi,

$$\frac{\partial r^1}{\partial a^1} = 0,910968 \cdot \cos. (nt - n^1 t + \epsilon - \epsilon^1).$$

Si, dans l'expression de  $V$ , on change  $a$  &  $n$  dans  $a^1$  &  $n^1$ , & réciproquement; le coefficient de  $\sin. (nt - n^1 t + \epsilon - \epsilon^1)$ ,

sera égal à  $\frac{n^1{}^2 a^1 A^{(1)}}{(n - n^1)^2}$ , moins le produit de  $\frac{2n}{n - n^1}$  par le coefficient de  $\cos. (nt - n^1 t + \epsilon - \epsilon^1)$ , dans l'expression de  $\frac{\partial r^1}{\partial a^1}$ ; ce qui donne, en n'ayant égard qu'à ce sinus,

$$\delta v_i = 0,018942. \sin. (nt - n't + e - e').$$

On trouvera de cette manière, en ne considérant que les inégalités indépendantes des excentricités & des inclinaisons des orbites,

$$\begin{aligned} \frac{\delta v_i}{a^i} &= 0,436805, \\ &+ 0,910968. \cos. (nt - n't + e - e'); \\ &+ 0,154714. \cos. 2 (nt - n't + e - e'), \\ &+ 0,035774. \cos. 3 (nt - n't + e - e'), \\ &+ \&c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta v_i &= 0,018942. \sin. (nt - n't + e - e'), \\ &- 0,162820. \sin. 2 (nt - n't + e - e'), \\ &- 0,033939. \sin. 3 (nt - n't + e - e'), \\ &- \&c. \end{aligned}$$

## X X X I I I.

POUR avoir les inégalités dépendantes des excentricités des orbites, nous reprendrons les valeurs de  $u_i$  & de  $V_i$  de l'article X, en y changeant  $a$  &  $n$  dans  $a^i$  &  $n^i$ , & réciproquement, & en y supposant successivement  $i = -1$ ,  $i = -2$ ,  $i = -3$ , &c.  $i = 1$ ,  $i = 2$ , &c. On trouvera d'abord, par l'article cité,

$$\begin{aligned} D^{(-1)} &= \frac{3n^i}{n-n^i} \cdot a^i A^{(1)} - \left[ 3 + \frac{(n-n^i).n}{n^i{}^2} \right] \cdot Q + \frac{1}{2} a^i{}^3 \cdot \left( \frac{\partial \partial A^{(1)}}{\partial a^i{}^2} \right) \\ &= \frac{3n^i}{(n-n^i).a^i} - \frac{3n^i}{n-n^i} \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(1)} - \left[ 3 + \frac{(n-n^i).n}{n^i{}^2} \right] \cdot Q \\ &- b_{\frac{1}{2}}^{(1)} - 2a. \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{\partial a} - \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{\partial \partial b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{\partial a^2} \end{aligned}$$

$Q$  étant le coefficient de  $\cos. (nt - n't + e - e')$  dans la partie de l'expression de  $\frac{\delta r'}{a'}$ , qui est indépendante des excentricités. En réduisant en nombres cette valeur de  $D^{(-1)}$ , on aura

$$D^{(-1)} = - 3,154598.$$

On trouvera ensuite,

$$E^{(-1)} = - \frac{2n'}{(n-n'), a^2} + \frac{2n'}{n-n'} \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(1)} + (3 + \frac{n}{2n'}) \cdot Q \\ + \frac{2n'^2 \cdot D^{(-1)}}{(n-n') \cdot (3n' - n)} = - 8,068078.$$

En ne considérant donc, dans les expressions de  $u_i$  & de  $V_i$ , que les termes dépendans de l'angle  $nt - 2n't + e - 2e'$ , & multipliés par  $h'$  &  $l'$ ; & en substituant au lieu de  $h'$  & de  $l'$ , leurs valeurs  $e' \cdot \sin. \varpi'$ , &  $e' \cdot \cos. \varpi'$ , on aura

$$\frac{\delta r'}{a'} = 4,116009 \cdot e' \cdot \cos. (nt - 2n't + e - 2e' + \varpi'), \\ \delta v' = - 16,69373 \cdot e' \cdot \sin. (nt - 2n't + e - 2e' + \varpi').$$

La supposition de  $i = - 1$ , donne encore

$$\frac{\delta r'}{a'} = - 12,524257 \cdot e \cdot \cos. (nt - 2n't + e - 2e' + \varpi), \\ \delta v' = 44,84166 \cdot e \cdot \sin. (nt - 2n't + e - 2e' + \varpi).$$

En réunissant ces termes, on aura pour les parties de  $\frac{\delta r'}{a'}$  & de  $\delta v'$ , relatives à la supposition de  $i = - 1$ , & dépendantes des excentricités des orbites,

$$\frac{\delta r'}{a'} = 4,116009 \cdot e' \cdot \cos. (nt - 2n't + e - 2e' + \varpi') \\ - 12,524257 \cdot e \cdot \cos. (nt - 2n't + e - 2e' + \varpi);$$

$$\delta v'_i = -16,69373 . e^i . \sin. (nt - 2n^i t + \epsilon - 2\epsilon^i + \varpi^i) \\ + 44,84166 . e . \sin. (nt - 2n^i t + \epsilon - 2\epsilon^i + \varpi),$$

La supposition de  $i = -2$  donne,

$$\frac{\delta r^i}{a^i} = -2,305467 . e^i . \cos. (2nt - 3n^i t + 2\epsilon - 3\epsilon^i + \varpi^i) \\ + 1,445302 . e . \cos. (2nt - 3n^i t + 2\epsilon - 3\epsilon^i + \varpi), \\ \delta v'_i = 3,157500 . e^i . \sin. (2nt - 3n^i t + 2\epsilon - 3\epsilon^i + \varpi^i) \\ - 1,89768 . e . \sin. (2nt - 3n^i t + 2\epsilon - 3\epsilon^i + \varpi).$$

La supposition de  $i = -3$  donne,

$$\frac{\delta r^i}{a^i} = -0,402029 . e^i . \cos. (3nt - 4n^i t + 3\epsilon - 4\epsilon^i + \varpi^i) \\ + 0,249073 . e . \cos. (3nt - 4n^i t + 3\epsilon - 4\epsilon^i + \varpi), \\ \delta v'_i = 0,441095 . e^i . \sin. (3nt - 4n^i t + 3\epsilon - 4\epsilon^i + \varpi^i) \\ - 0,261836 . e . \sin. (3nt - 4n^i t + 3\epsilon - 4\epsilon^i + \varpi).$$

La diminution de ces valeurs successives de  $\frac{\delta r^i}{a^i}$  & de  $\delta v'_i$ , fait voir qu'il est inutile de pousser plus loin les approximations relatives aux valeurs négatives de  $i$ . Les valeurs positives de  $i$  m'ont donné les résultats suivans:

Dans la supposition de  $i = 1$ ,

$$\frac{\delta r^i}{a^i} = 0,165284 . e^i . \cos. (nt + \epsilon - \varpi^i) \\ + 0,167942 . e . \cos. (nt + \epsilon - \varpi), \\ \delta v'_i = 1,056044 . e^i . \sin. (nt + \epsilon - \varpi^i) \\ - 0,135257 . e . \sin. (nt + \epsilon - \varpi).$$

Dans la supposition de  $i = 2$ ,

$$\frac{\delta r^i}{a^i} = -0,079041 . e^i . \cos. (2nt - n^i t + 2\epsilon - \epsilon^i - \varpi^i) \\ - 0,250215 . e . \cos. (2nt - n^i t + 2\epsilon - \epsilon^i - \varpi),$$

$$\begin{aligned} \delta v^i &= 0,092949 . e^i . \sin . (2nt - n^i t + 2\varepsilon - \varepsilon^i - \varpi^i) \\ &- 0,287781 . e . \sin . (2nt - n^i t + 2\varepsilon - \varepsilon^i - \varpi) . \end{aligned}$$

Je n'ai pas poussé plus loin l'approximation, à cause de la petitesse des termes que fournit déjà la supposition de  $i = 2$ , & qui donne lieu de croire que les termes suivans sont insensibles.

## X X X I V.

ON peut réduire dans un seul, les deux termes que chaque supposition sur  $i$  fournit dans les valeurs de  $\frac{\delta r^i}{a^i}$  & de  $\delta v^i$ .

Si l'on réunit ensuite ces différens termes, & qu'on leur ajoute ceux de l'article XXXII, on aura les valeurs de

$\frac{\delta r^i}{a^i}$  & de  $\delta v^i$ , approchées jusqu'aux premières puissances

des excentricités des orbites, en faisant abstraction des termes qui renferment des arcs-de-cercle. Quant à ces termes, comme ils sont dûs aux variations de l'excentricité & de l'aphélie de Saturne, on y aura égard en faisant varier ces quantités, conformément à l'article XXXI, dans le calcul du mouvement elliptique de Saturne.

Si l'on multiplie les termes de  $\frac{\delta r^i}{a^i}$  par  $ma^i$ , & ceux de  $\delta v^i$  par  $m$ , on aura les perturbations du rayon vecteur  $r^i$  & de la longitude  $v^i$ , comptée sur l'orbite; mais on peut négliger dans ces perturbations, celles dont l'effet est insensible: or la moyenne distance de Saturne au Soleil, étant près de dix fois plus grande que celle du Soleil à la Terre, sa parallaxe annuelle n'est que d'un petit nombre de degrés: il n'y a donc que les inégalités un peu considérables du rayon vecteur de cette planète, qui puissent produire un effet sensible sur son lieu géocentrique. Nous négligerons celles dont l'effet est au-dessous de huit secondes; nous négligerons pareillement les inégalités de  $m \delta v^i$ , qui

font au-dessous de ce même nombre de secondes; nous aurons ainsi, après avoir réduit en secondes de degré les termes de  $m\delta v'$ ,

$$m\delta r' = 0,0039047$$

$$+ 0,0081435 \cdot \text{cof.}(nt - n't + \epsilon - \epsilon')$$

$$+ 0,0053605 \cdot \text{fin.}(nt - 2n't + \epsilon - 2\epsilon' + 77^d 50' 46'').$$

$$m\delta v' = - 31'' \cdot \text{fin.}(2nt - 2n't + 2\epsilon - 2\epsilon')$$

$$+ 6' 59'', 3 \cdot \text{fin.}(2u't - nt + 2\epsilon' - \epsilon + 15^d 0' 57'')$$

$$- 35'' \cdot \text{cof.}(2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon' + 27^d 30')$$

$$+ 11'' \cdot \text{cof.}(nt + \epsilon).$$

Les termes de  $m\delta v'$ , sont peu considérables, à l'exception de celui qui dépend de l'angle  $2n't - nt + 2\epsilon' - \epsilon$ , & qui est à très-peu-près de sept minutes dans ce siècle; mais les changemens que la suite des siècles amène dans les excentricités & dans la position des aphélies, altèrent sensiblement sa valeur après un long intervalle. Pour avoir une expression de cette valeur, qui puisse s'étendre à un grand nombre de siècles; j'ai déterminé ce terme pour l'an 750, en substituant dans son expression analytique, les valeurs des excentricités & des longitudes des aphélies, qui avoient lieu à cette époque, & que l'on a par l'article XXXI. J'ai trouvé ainsi que ce terme étoit alors égal à

$$6' 42'', 5 \cdot \text{fin.}(2n't - nt + 2\epsilon' - \epsilon + 18^d 57' 52'');$$

en sorte que dans l'espace de mille ans, son coefficient a augmenté de  $16'', 8$ , & l'angle indépendant de  $t$ , sous le signe fin. a diminué de  $14215''$ : on peut donc représenter le terme dont il s'agit par

$$(6' 59'', 3 + i. 0'', 0168) \cdot \text{fin.} \left\{ \begin{array}{l} 2n't - nt + 2\epsilon' - \epsilon \\ + 15^d 0' 57'' \\ - i. 14'', 215 \end{array} \right\};$$

& sous cette forme, il peut s'étendre à deux mille ans avant, & à mille ou douze cents ans après l'époque de 1750, d'où les  $i$  sont comptés.

## X X X V.

DÉTERMINONS maintenant les inégalités qui dépendent des carrés & des puissances supérieures des excentricités & des inclinaisons des orbites. Pour cela, nous reprendrons les formules des *articles XXIII & suivans*. En réduisant en nombres les valeurs de  $a^i M^{(0)}$ ,  $a^i M^{(1)}$ , &c. de l'expression de  $a^i R$ , de l'article XXIV, j'ai trouvé,

$$a^i M^{(0)} = 5,240129; a^i M^{(1)} = - 9,598241;$$

$$a^i M^{(2)} = 5,799939; a^i M^{(3)} = - 1,160405;$$

$$a^i M^{(4)} = 0,558908; a^i M^{(5)} = - 0,284322.$$

De-là j'ai conclu pour 1750,

$$a^i k = 0,0001136160,$$

$$a^i k' = 0,0010292990.$$

En substituant ensuite dans les expressions de  $a^i k$ , & de  $a^i k'$  au lieu de  $e$ ,  $\varpi$ ,  $e^i$ ,  $\varpi^i$ ,  $\gamma$  &  $\Pi$ , leurs valeurs relatives au commencement de 1950; j'ai trouvé à cette seconde époque,

$$a^i k = 0,0000492466,$$

$$a^i k' = 0,0010261342.$$

Si l'on nomme  $T$  l'intervalle de 200 ans, compris entre ces deux époques; la différence des deux valeurs de  $a^i k$ , relatives à ces époques, sera

$$(5n^i - 2n) T \cdot \frac{a^i \left( \frac{\partial k}{\partial t} \right)}{5n^i - 2n};$$

Q ij

124 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
on aura donc ,

$$(5n' - 2n) \cdot \frac{T \cdot a' \left( \frac{\partial k}{\partial t} \right)}{5n' - 2n} = - 0,0000643694.$$

$(5n' - 2n) \cdot T$  est égal à cinq fois le moyen mouvement de Saturne , moins deux fois celui de Jupiter , dans l'intervalle de 200 ans ; d'où l'on tire

$$(5n' - 2n) \cdot T = 81^d 38' 20'' ;$$

en réduisant ces degrés , en parties de rayon , on trouvera

$$\frac{2 a' \cdot \left( \frac{\partial k}{\partial t} \right)}{5n' - 2n} = - 0,000090351.$$

On trouvera de la même manière

$$\frac{2 a'' \cdot \left( \frac{\partial k'}{\partial t} \right)}{5n' - 2n} = - 0,0000044422 ;$$

on aura donc ainsi à l'époque de 1750 , les valeurs de  $\left( -\frac{\partial k}{\partial t} \right)$  , & de  $\left( -\frac{\partial k'}{\partial t} \right)$  , qui pourront servir encore pour l'époque de 1950. Cette manière de les déterminer , est beaucoup plus simple que la différenciation des valeurs de  $k$  & de  $k'$ . Cela posé , j'ai trouvé que la grande inégalité de l'art. XXIII , avec laquelle il faut corriger la longitude moyenne de Saturne , étoit à l'époque de 1750 ,

$$- \frac{15 n'^2 \cdot m}{(5n' - 2n)^2} \cdot \left\{ 0,00111965 \cdot \sin. (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \right. \\ \left. + 0,00010917 \cdot \cos. (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \right\} ;$$

& par conséquent égale à

$$- 48' 44'' \cdot \sin. (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + 5^d 34' 8'').$$

J'ai calculé de la même manière cette grande inégalité ,



pour trois autres époques dont les deux premières se rapportent aux observations anciennes de Saturne, que Ptolémée nous a transmises. Ces époques sont l'an 228 avant notre ère, l'an 132 de notre ère, & l'année 1950; j'ai trouvé les valeurs suivantes de cette grande inégalité,

*Pour l'année 228 avant notre ère,*

$$- 52' 20'' . \sin. (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + 40^d 29' 37'');$$


---

*Pour l'année 132 de notre ère,*

$$- 51' 47'' . \sin. (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + 34^d 39' 2'');$$


---

*Pour l'année 1950,*

$$- 48' 24'' . \sin. (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + 2^d 17' 52'').$$


---

En considérant la loi des coefficients des sinus de ces valeurs, & celle des angles constans qui s'ajoutent à l'angle  $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$ ; on voit que les uns & les autres vont en décroissant, & que l'on peut représenter à peu-près toutes ces valeurs par la suivante:

$$- (48' 44'' - i.0'', 10836) . \sin \left\{ \begin{array}{l} 5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + 5^d 40' \\ - i.63'', 134 \end{array} \right\}.$$

Cette valeur peut être étendue, sans erreur sensible, à deux mille ans avant & à mille ou douze cents ans après 1750; mais dans le calcul des observations modernes, nous préférons d'employer la valeur suivante. que donne la comparaison des deux valeurs relatives aux années 1750 & 1950:

$$- (48' 44'' - i.0'', 1) . \sin \left\{ \begin{array}{l} 5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + 5^d 34' 8'' \\ - i.58'', 88. \end{array} \right\}.$$

## X X X V I.

ON a vu dans l'article *XXIII*, qu'il faut corriger la longitude moyenne de Jupiter, avec une inégalité semblable à la précédente, mais affectée d'un signe contraire, & plus petite dans la raison de  $2n^2am'$  à  $5n^2a'm$ ; en sorte que pour avoir l'inégalité relative à Jupiter, il faut multiplier la quantité  $48' 44'' - i.0'',1$ , par  $\frac{2n^2am'}{5n^2a'm}$ . On aura ainsi pour cette inégalité,

$$(20' 49'',5 - i.0'',042733) \cdot \sin. \left\{ \begin{array}{l} 5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + 5^d 34' 8'' \\ - i.58'',88 \end{array} \right\}.$$

Ces deux inégalités de Jupiter & de Saturne sont entre elles, à très-peu-près, dans le rapport de 3 à 7; le temps de leur période est déterminé par l'équation

$$5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - i.58'',88 = 360^d.$$

Pendant une année julienne, l'accroissement de l'angle  $5n't - 2nt - i.58'',88$  est de  $1410'',6$ ; ce qui donne  $918$  ans  $\frac{3}{4}$  pour la durée de cette période.

Les inégalités précédentes font paroître les moyens mouvemens de Jupiter & de Saturne, différens des véritables moyens mouvemens. On aura le moyen mouvement apparent de Saturne, durant une année commune de 365 jours, en ajoutant à son moyen mouvement annuel, la quantité dont la grande inégalité de Saturne varie dans cet intervalle, & cette quantité est à fort peu-près égale à

$$\begin{aligned} & - (48' 44'' - i.0'',1) \\ & \times \sin. 23' 31''. \cos. \left\{ \begin{array}{l} 5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon \\ + 5^d 34' 8'' - i.58'',88 \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

On aura le moyen mouvement annuel apparent de Jupiter,

en ajoutant à son moyen mouvement annuel, la quantité précédente affectée d'un signe contraire, & diminuée dans le rapport de 3 à 7.

Cette quantité étoit à son *maximum* en 1560, où l'on a eu

$$59^{\text{h}} 1' - 2m + 5^{\text{e}} - 2^{\text{e}} + 5^{\text{d}} 34' 8'' - i. 58'',88 = 0;$$

à cette époque, le moyen mouvement annuel apparent de Saturne étoit plus petit que le véritable, de  $20'',1$ ; & le moyen mouvement annuel apparent de Jupiter surpasseoit le véritable de  $8'',6$ . Depuis ce temps, les moyens mouvemens apparens des deux planètes se sont rapprochés sans cesse des véritables moyens mouvemens, & en 1789 ils leur seront égaux.

Ces résultats expliquent pourquoi la comparaison des observations modernes aux anciennes, semble indiquer un ralentissement dans le moyen mouvement de Saturne, & une accélération dans celui de Jupiter : tandis que la comparaison des observations modernes indique au contraire une accélération dans le mouvement moyen de Saturne, & un ralentissement dans celui de Jupiter : ces deux phénomènes opposés en apparence, dérivent également des inégalités précédentes, dont les observations futures feront de plus en plus reconnoître l'existence.

Il est fort remarquable que ce soit vers l'époque du renouvellement de l'astronomie, que les moyens mouvemens apparens des deux planètes ont le plus différé des véritables; ce qui a donné lieu aux astronomes de croire que le mouvement de Saturne se ralentissoit, & que celui de Jupiter s'accéléroit sans cesse : trois siècles plus tard, les observations auroient fait naître une opinion contraire. Les mouvemens que l'astronomie d'un peuple assigne à Jupiter & à Saturne, peuvent donc nous éclairer sur le temps où elle a été fondée. Suivant les tables Indiennes de Chirsnaburam, le moyen mouvement fidéral de Saturne, dans l'intervalle de 365 jours, est de  $12^{\text{d}} 12' 23''$ , & celui

de Jupiter est de  $30^d 19' 52''$ . Le premier de ces mouvemens est en défaut de  $23'' \frac{1}{2}$ , & le second est en excès de  $10''$ ; ces deux nombres sont à fort peu-près dans le rapport de 7 à 3, comme cela doit être, si l'erreur vient de ce que les moyens mouvemens apparens de ces deux planètes ont été pris pour leurs véritables moyens mouvemens. Les Indiens paroissent donc avoir bien déterminé ces moyens mouvemens apparens; mais on voit en même temps qu'ils les ont déterminés dans une partie de la période des inégalités précédentes, dans laquelle le mouvement moyen apparent de Saturne étoit fort lent & celui de Jupiter, très-rapide. Ces peuples ont deux principales époques astronomiques qui paroissent liées entr'elles par les moyens mouvemens des corps célestes, de manière que l'une des deux est nécessairement dérivée de l'autre. La première de ces époques remonte à l'an 3102 avant notre ère; & je trouve qu'alors le moyen mouvement annuel apparent de Saturne étoit de  $12^d 12' 25''$ , & celui de Jupiter de  $30^d 19' 51''$ , ce qui s'éloigne très-peu des déterminations Indiennes. Leur seconde époque est dans l'année 1491 de notre ère; & le moyen mouvement annuel apparent de Saturne étoit alors de  $12^d 12' 28'' \frac{1}{2}$ , celui de Jupiter étoit de  $30^d 19' 50''$ . Ces mouvemens s'accordent moins exactement que les précédens, avec les déterminations Indiennes; mais les quantités dont ils s'en éloignent, sont dans les limites des erreurs dont ces déterminations sont susceptibles, en sorte qu'il est impossible, par cela seul, de reconnoître laquelle des deux époques est réelle ou fictive.

## X X X V I I.

POUR réduire en nombres l'inégalité de Saturne, qui dépend de l'angle  $2nt - 4n't + 2\epsilon - 4\epsilon'$ , & que nous avons considérée dans l'article XXVI; il faut déterminer les valeurs de  $a' \cdot \left( \frac{\partial h}{\partial \epsilon'} \right)$  & de  $a' \cdot \left( \frac{\partial h}{\partial \epsilon} \right)$ : or,

j'ai

j'ai trouvé pour le commencement de 1750,

$$e^2 a^2 \cdot \left( \frac{\partial k}{\partial e^2} \right) = 0,0017522818,$$

$$e^2 a^2 \cdot \left( \frac{\partial k^2}{\partial e^2} \right) = 0,0024113809;$$

d'où j'ai conclu

$$P^2 = \frac{-n^2}{(5n^2 - 2n) \cdot e^2} \cdot 0,00246747.$$

$$Q^2 = \frac{n^2}{(5n^2 - 2n) \cdot e^2} \cdot 0,00167237;$$

ce qui donne, par l'article cité, en n'ayant égard qu'à la partie de  $m \delta v^2$ , qui dépend de l'angle  $2nt - 4n^2t + 2e - 4e^2$ ,

$$m \delta v^2 = -10'13'' \cdot \sin.(2nt - 4n^2t + 2e - 4e^2 + 55^d 52'19'').$$

J'ai trouvé de la même manière, aux époques suivantes,

*228 ans avant notre ère,*

$$m \delta v^2 = -10'45'' \cdot \sin.(2nt - 4n^2t + 2e - 4e^2 + 32^d 19'29'').$$

---

*En 132.*

$$m \delta v^2 = -10'39'' \cdot \sin.(2nt - 4n^2t + 2e - 4e^2 + 36^d 35'9'').$$

---

*En 1950.*

$$m \delta v^2 = -10'10'' \cdot \sin.(2nt - 4n^2t + 2e - 4e^2 + 58^d 16'9'').$$

Ces quatre valeurs de  $m \delta v^2$ , sont à-très-peu-près représentées par la suivante,

$$m \delta v^2 = -(10'13'' - i,0'',0160698) \cdot \sin. \left\{ \begin{array}{l} 2nt - 4n^2t + 2e - 4e^2 \\ + 55^d 52'19'' \\ + i,42'',8834 \end{array} \right\};$$

R

*Mém. 1785.*

& cette formule peut s'étendre à plus de deux mille ans auparavant, & à mille ou douze cents ans après 1750.

## X X X V I I I.

Si l'on prend la moitié du coefficient de la valeur précédente de  $m \delta v'$ , avec un signe contraire, & que l'on change le sinus en cosinus; on aura, par l'article *XXVI*, la partie de  $\frac{m \delta r'}{a}$  qui dépend de l'angle  $2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon'$ . En réduisant ensuite les minutes & les secondes, en parties du rayon, on trouvera à très-peu-près,

$$m \delta r' = 0,0141527 \cdot \cos. \left\{ \begin{array}{l} 2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + 55^d 52' 19'' \\ + i.42'',8834 \end{array} \right\}.$$

Il existe encore dans l'expression du rayon vecteur  $r'$ , un terme dépendant de l'angle  $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$ , & qui résulte de l'analyse de l'article *XXV*. En désignant ce terme par  $\frac{m \rho'}{a}$ , on aura par l'article cité,

$$\begin{aligned} \frac{m \rho'}{a} = & - e' a' m P' \cdot \sin. (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi') \\ & + e' a' m Q' \cdot \cos. (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi') \\ & - \frac{10.m n' a^2}{5n' - 2u} \cdot \left\{ \begin{array}{l} k \cdot \sin. (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \\ - k' \cdot \cos. (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

En substituant au lieu de  $P'$ ,  $Q'$ ,  $k$  &  $k'$ , leurs valeurs; on verra que cette inégalité du rayon vecteur est trop peu considérable pour y avoir égard.

## X X X I X.

Nous sommes présentement, en état d'apprécier le degré d'approximation qui nous a donné la grande inégalité de Saturne dépendante de l'angle  $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$ . Pour cela, reprenons la formule (9) de l'article *VII*; en

y changeant les coordonnées de Jupiter dans celles de Saturne, & réciproquement, nous aurons

$$m \delta v' = \frac{m \cdot \partial(r' \delta r') + m r' \partial \delta r'}{a'^2 \cdot n' \partial t} + 3 a' m \cdot f n' \partial t \cdot f d' R + 2 a' m f n' \partial t \cdot r' \cdot \left( \frac{\partial R}{\partial r'} \right) ;$$

$$\sqrt{(1 - e'^2)}$$

la différentielle  $d' R$  se rapportant uniquement au mouvement de Saturne. L'approximation dont nous avons fait usage, pour déterminer l'inégalité dont il s'agit, consiste à n'employer dans  $m \delta r'$  & dans  $m \delta v'$ , que les termes qui ont pour diviseur  $(5 n' - 2 n)^2$ ; mais vu la grandeur de ces termes, il pourroit arriver que ceux qui n'ont que  $5 n' - 2 n$ , pour diviseur, fussent encore sensibles; il importe donc d'apprécier ces derniers termes. Si l'on néglige le carré de  $e'$ ; on voit que la question se réduit à examiner dans la formule précédente, les termes de

$$\frac{m \cdot \partial(r' \delta r')}{a'^2 n' \partial t}, \quad \frac{m r' \cdot \partial \delta r'}{a'^2 \cdot n' \partial t}, \quad \& \quad 2 a' m \cdot f n' \partial t \cdot r' \left( \frac{\partial R}{\partial r'} \right),$$

qui dépendans de l'angle  $5 n' t - 2 n t + 5 \epsilon' - 2 \epsilon$ , ont pour diviseur  $5 n' - 2 n$ . Il est visible d'abord par l'article précédent, que le terme de l'expression de  $m \cdot r' \cdot \delta r'$ , qui dépend de cet angle, est peu considérable, & qu'ainsi la différentielle est insensible, puisqu'elle est multipliée par le très-petit coefficient  $5 n' - 2 n$ ; on voit donc que la quantité  $\frac{m \cdot \partial(r' \delta r')}{a'^2 \cdot n' \partial t}$  ne peut avoir aucune influence sen-

sible sur l'inégalité de Saturne dépendante de l'angle  $5 n' t - 2 n t + 5 \epsilon' - 2 \epsilon$ .

Si dans le terme  $\frac{m r' \partial \delta r'}{a'^2 n' \partial t}$ , on substitue au lieu de  $\frac{m \delta r'}{a'}$ ,

la partie de cette expression, qui dépend de l'angle  $2 n t - 4 n' t + 2 \epsilon - 4 \epsilon'$ , & qui par l'article précédent, est à fort peu-près égale à

$$5' 6'' \cdot \cos. (2 v t - 4 n' t + 2 \epsilon - 4 \epsilon' + 55^d 52' 19'') ;$$

R ij

si l'on substitue encore au lieu de  $\frac{r^1}{a^1}$ , sa valeur approchée

$$1 + e^1 \cos. (n^1 t + \varepsilon^1 - \varpi^1);$$

il en résultera le terme

$$2'33''.e^1 \cos. (5n^1 t - 2nt + 5\varepsilon^1 - 2\varepsilon - \varpi^1 - 55^d 52' 19'');$$

mais on a  $e^1 = 0,056263$ , ce qui donne  $2'33''.e^1 = 8'',608$ ; cette dernière quantité est presque insensible; ainsi le

terme  $\frac{mr^1 \cdot \partial^d r^1}{a^1 \cdot n^1 \partial t}$ , n'influe qu'insensiblement sur la grande

inégalité du mouvement de Saturne.

Examinons le terme  $2 a^1 m \cdot f n^1 \partial t \cdot r^1 \cdot (\frac{\partial R}{\partial r^1})$ . Si l'on ne considère dans  $R$ , que la partie qui dépend de l'angle  $5n^1 t - 2nt + 5\varepsilon^1 - 2\varepsilon$ , & qu'on la représente par  $\mathcal{C} \cos. (5n^1 t - 2nt + A)$ , on aura

$$3 f d^1 R + 2 r^1 \cdot (\frac{\partial R}{\partial r^1}) = \frac{15 n^1}{5 n^1 - 2 n} \\ \times [\mathcal{C} + \frac{2 a^1 \cdot (5 n^1 - 2 n)}{15 n^1} \cdot (\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial a^1})] \cos. (5 n^1 t - 2 n t + A);$$

or on a  $\frac{2 \cdot (5 n^1 - 2 n)}{15 n^1} = \frac{1}{225}$ ; on aura donc à très-

peu-près,  $\mathcal{C} + \frac{2 a^1 \cdot (5 n^1 - 2 n)}{15 n^1} \cdot (\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial a^1})$ , en augmentant

'dans  $\mathcal{C}$ , la constante  $a^1$ , de sa  $225^{\text{e}}$  partie; ainsi pour avoir égard dans l'expression de la grande inégalité de

Saturne, au terme  $2 m a^1 \cdot f n^1 \partial t \cdot r^1 \cdot (\frac{\partial R}{\partial r^1})$ , il suffit dans

le calcul de  $3 m a^1 f n^1 \partial t f d^1 R$ , d'augmenter  $a^1$  de sa  $225^{\text{e}}$  partie; ce qui fait voir que ce terme ne peut avoir qu'une influence très-petite, & du même ordre que les carrés des excentricités.



Il suit de-là que l'approximation dont nous avons fait usage, donne avec beaucoup de précision, la grande inégalité de Saturne dépendante de l'angle  $5n't - 2nt + 5\epsilon' - 2\epsilon$ , & nous verrons dans la suite, que cette inégalité ainsi déterminée répond parfaitement aux observations.

## X L.

Si l'on rassemble les résultats précédens, & que l'on se rappelle les formules connues pour avoir l'anomalie vraie dans l'ellipse, au moyen de l'anomalie excentrique, & celle-ci, par l'anomalie moyenne; on en tirera les formules suivantes pour déterminer la longitude héliocentrique de Saturne, rapportée à son orbite, & son rayon vecteur, à un instant quelconque.

On calculera d'abord les longitudes moyennes  $nt + \epsilon$  &  $n't + \epsilon'$  de Jupiter & de Saturne pour cet instant, ces longitudes étant comptées de l'équinoxe fixe de 1750; en ajoutant ensuite à  $n't + \epsilon'$ , le terme

$$= (48'44'' - 1.0'', 10836) \cdot \sin. \left\{ \begin{array}{l} 5n't - 2nt + 5\epsilon' - 2\epsilon \\ + 5^d 40' - 1.63'', 134 \end{array} \right\},$$

on formera un angle que je désignerai par  $\phi'$ .

On calculera  $\omega'$ , en ajoutant à la longitude moyenne de l'aphélie de Saturne pour 1750, la quantité  $1.15'', 81975$ ; on calculera pareillement l'excentricité  $e'$ , en ajoutant à la valeur relative à 1750, & réduite en secondes de degré, la quantité  $-1.0'', 55065$ . Cela posé:

On déterminera l'angle  $X'$ , au moyen de l'équation,

$$\phi' - \omega' = X' + e' \cdot \sin. X';$$

& l'angle  $Y'$  au moyen de l'équation,

$$\text{tang. } \frac{1}{2} Y' = \sqrt{\frac{1-e'}{1+e'}} \cdot \text{tang. } \frac{1}{2} X';$$

$e'$  étant ici réduit en parties du rayon. La longitude héliocentrique  $\nu'$ , de Saturne, rapportée à son orbite, & comptée de l'équinoxe fixe de 1750, fera

$$\begin{aligned} \nu' = & Y' + \varpi' - 31'' . \text{fin. } 2(nt - n't + \epsilon' - \epsilon) \\ & + (6' 59'', 3 + i.0'', 0168) . \text{fin. } \left\{ \begin{array}{l} 2n't - nt + 2\epsilon' - \epsilon \\ + 15^d 0' 57'' - i.14'', 215 \end{array} \right\} \\ & - 35'' . \text{cof. } (2nt - 3n't + 2\epsilon - \epsilon' + 27^d 30') + 11'' . \text{cof. } (nt + \epsilon) \\ & - (10' 13'' - i.0'', 0160698) . \text{fin. } \left\{ \begin{array}{l} 2nt - 4n't + 2\epsilon - 4\epsilon' \\ + 55^d 52' 19'' \\ + i.42'', 8834 \end{array} \right\} \end{aligned}$$

le rayon vecteur  $r'$  fera ,

$$\begin{aligned} r' = & a' . (1 + e' . \text{cof. } X') + 0,0039047 . \\ & + 0,0081435 . \text{cof. } (nt - n't + \epsilon - \epsilon') \\ & + 0,0053605 . \text{fin. } (nt - 2n't + \epsilon - 2\epsilon' + 77^d 50' 46'') \\ & + 0,0141527 . \text{cof. } \left\{ \begin{array}{l} 2nt - 4n't + 2\epsilon - 4\epsilon' \\ + 55^d 52' 19'' + i.42'', 8834 \end{array} \right\} . \end{aligned}$$

$a'$  est une constante que l'on peut déterminer par des observations de Saturne faites dans ses quadratures, & dont nous avons donné une valeur fort approchée dans l'article XXIX; mais la théorie ne doit point emprunter cet élément de l'observation directe; il doit résulter de la durée de la révolution de Saturne, comparée à celle de la Terre.

On a, par ce qui précède,

$$n'^2 = \frac{1 + m^2}{a'^3} .$$

Si l'on nomme  $R$ ,  $N$  &  $M$  pour la Terre, ce que nous

avons nommé  $a'$ ,  $n'$  &  $m'$  pour Saturne, on aura

$$N^2 = \frac{1 + M}{R^3}.$$

Si l'on désigne ensuite par  $B$ , ce que devient  $A^{(o)}$ , lorsque l'on considère l'action réciproque de Jupiter & de la Terre, & par  $C$  ce que devient cette même quantité, lorsque l'on considère l'action réciproque de Vénus & de la Terre; on aura, par l'article IX, pour la partie constante du rayon vecteur terrestre, qui est indépendante de l'excentricité de son orbite,

$$R + \frac{m}{6} \cdot R^3 \cdot \left( \frac{\partial B}{\partial R} \right) + \frac{m''}{6} \cdot R^3 \cdot \left( \frac{\partial C}{\partial R} \right);$$

$m''$  étant la masse de Vénus : c'est cette quantité que l'on prend pour unité de distance dans la théorie des planètes. En la supposant donc égale à l'unité, on aura

$$\frac{a'}{R} = a' \cdot \left[ 1 + \frac{m}{6} \cdot \left( \frac{\partial B}{\partial R} \right) + \frac{m''}{6} \cdot \left( \frac{\partial C}{\partial R} \right) \right].$$

Il est aisé de voir qu'à cause de la distance de Jupiter au Soleil,  $\frac{a'm}{6} \cdot \left( \frac{\partial B}{\partial R} \right)$  est une quantité très-petite & inférieure à celles que nous nous sommes permis de négliger dans l'expression de  $r'$ ; la petitesse de  $m''$  permet encore de négliger  $\frac{a'm''}{6} \cdot \left( \frac{\partial C}{\partial R} \right)$ ; on aura ainsi, à fort peu-près,

$$\frac{a'}{R} = a';$$

mais on a par ce qui précède,

$$\frac{a'}{R} = \frac{N^{\frac{1}{3}}}{a'^{\frac{1}{3}}} \cdot \left( 1 + \frac{1}{3} m' - \frac{1}{3} M \right);$$

en négligeant donc la masse  $M$  de la Terre, vis-à-vis de

136 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
la masse  $m^1$  de Saturne, on aura

$$a^1 = \left( \frac{N}{n^1} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot [1 + \frac{1}{3} m^1].$$

Les observations donnent le moyen mouvement fidéral de la Terre, dans l'intervalle de trois cents soixante-cinq jours, égal à  $1295090'',25$ ; partant

$$\frac{N}{n} = \frac{1295090,25}{43966,5};$$

d'où l'on tire

$$a^1 = 9,540725;$$

& comme le moyen mouvement fidéral de Saturne, dont nous venons de faire usage, diffère très-peu de la vérité, cette valeur de  $a^1$  a toute la précision que l'on peut désirer.

## X L I.

IL nous reste présentement à considérer le mouvement de Saturne en latitude. Pour cela, il faut reprendre la valeur de  $\delta s$  de l'article *XI*, en y changeant  $\delta s$  en  $\delta s^1$ , &  $a$ ,  $n$ ,  $\epsilon$ ,  $p$ ,  $q$ , dans  $a^1$ ,  $n^1$ ,  $\epsilon^1$ ,  $p^1$ ,  $q^1$ , & réciproquement. Les arcs-de-cercle que renferme l'expression de  $m \delta s^1$ , étant dûs aux variations séculaires du plan de l'orbite; il est clair que pour y avoir égard, il suffit de faire varier la position des nœuds & l'inclinaison de l'orbite de Saturne, suivant les formules de l'article *XXXI*. Quant aux autres termes de l'expression de  $m \delta s^1$ , il est aisé de voir que le plus considérable est celui qui dépend de l'angle  $nt - 2n^1t + \epsilon - 2\epsilon^1$ , à cause de la petitesse de son diviseur; or, en calculant ce terme, on trouve qu'il n'excède pas quatre secondes; on peut donc le négliger. On trouve pareillement que la partie de  $m \delta s^1$ , qui dépend de l'angle  $2nt - 4n^1t + 2\epsilon - 4\epsilon^1$ , & dont nous avons donné l'expression analytique dans l'article *XXVII*, n'est que d'un petit nombre de secondes; ainsi, dans le calcul de la latitude de Saturne, il

il suffit d'avoir égard aux inégalités séculaires de la position de son orbite.

On calculera donc la longitude  $l'$  du nœud ascendant de Saturne, en ajoutant à sa valeur relative au commencement de 1750, la quantité  $-1.8'',72696$ ; & l'on aura l'inclinaison  $\theta'$  de son orbite, en ajoutant à sa valeur pour 1750, la quantité  $1.0'',094726$ . On aura ainsi la position de l'orbite de Saturne, relativement à l'équinoxe de 1750, & au plan de l'écliptique à cette époque.

Si l'on vouloit rapporter le mouvement de Saturne à l'écliptique vraie, il faudroit ajouter à la longitude de son nœud, la quantité  $-1.18'',7$ ; & à l'inclinaison de son orbite, la quantité  $-1.0'',16$ . Cela suppose que la diminution séculaire de l'obliquité de l'écliptique est d'environ 50 secondes; mais il ne peut résulter de cette supposition, aucune erreur sensible sur les mouvemens de Saturne, & principalement sur son mouvement en longitude, le plus important à considérer, à cause des irrégularités qu'il présente.

Lorsque l'on aura déterminé par ce qui précède, le lieu héliocentrique de Saturne, & son rayon vecteur; il sera facile d'en conclure son lieu géocentrique. Pour rapporter à l'équinoxe mobile, les longitudes héliocentriques & géocentriques de Saturne, il suffit de leur ajouter la quantité  $1.50'',25$ ; le mouvement annuel des équinoxes dans ce siècle, ayant été trouvé à très-peu-près égal à  $50''\frac{1}{4}$ . Mais dans le calcul des observations anciennes, il faut avoir égard à l'inégalité de la précession des équinoxes dans les différens siècles.

Les formules précédentes supposent que l'on connoît exactement les élémens de l'orbite de Saturne pour le commencement de 1750; nous en avons déjà donné des valeurs fort approchées, dans l'article *XXIX*; nous allons les rectifier encore par la comparaison de la théorie précédente, avec les observations modernes.

*Comparaison de la théorie de Saturne avec les observations modernes.*

LES oppositions de Saturne ayant l'avantage de donner immédiatement sa longitude héliocentrique, & les astronomes les ayant observées par cette raison avec un soin particulier, nous comparerons avec elles, la théorie précédente; nous ne considérerons que les observations en longitude, parce que le mouvement de Saturne en latitude est assez bien déterminé par les tables, & que le principal objet de nos recherches est de voir si la théorie de la pesanteur universelle représente les inégalités du mouvement de cette planète, en longitude.

Dans le calcul des observations modernes, on peut simplifier la règle générale que nous avons donnée dans l'article *XL*, pour déterminer le lieu héliocentrique de Saturne; & l'on peut y substituer la règle suivante qui s'étend à toutes les oppositions de cette planète, observées depuis Tycho jusqu'à nous.

On calculera d'abord le moyen mouvement sidéral  $n't$  de Saturne, depuis le commencement de 1750, en supposant ce mouvement égal à  $43966''{,}5$ , dans l'intervalle de 365 jours; en ajoutant ensuite à ce mouvement,  $7' 21'' 17' 20''$ , on aura la valeur de  $n't + \epsilon'$ , relative à l'instant pour lequel on calcule.

On déterminera ensuite le moyen mouvement sidéral  $nt$  de Jupiter, depuis 1750, en supposant ce mouvement égal à  $109182''$ , dans l'intervalle de 365 jours; en lui ajoutant ensuite  $3^d 44' 30''$ , on aura la valeur de  $nt + \epsilon$ , relative à l'instant pour lequel on calcule.

On peut, dans la détermination des angles  $nt + \epsilon$  &  $n't + \epsilon'$ , faire usage des tables de Halley, calculées pour le méridien de Paris. Suivant ces tables, le moyen mouvement de Saturne en longitude, par rapport à l'équinoxe mobile, est de  $44001''{,}46$ , dans l'intervalle de 365 jours;

ainsi l'excès de ce mouvement sur le précédent, est de  $34^{\circ},96$ ; il est par conséquent de  $34^{\circ},98$  durant une année julienne. D'ailleurs, en 1750, la longitude de Saturne étoit par ces tables, plus petite de  $50' 56''$ , que  $7^{\circ} 21^d 17' 20''$ ; on aura donc la longitude moyenne  $n't + \epsilon'$ , en ajoutant à la longitude déterminée par ces tables, la quantité  $50' 56'' - i.34^{\circ},98$ .

On aura pareillement la valeur de  $nt + \epsilon$ , en ajoutant à la longitude de Jupiter, déterminée par les mêmes tables, la quantité  $- 20' 47'' - i.56^{\circ},13$ .

On retranchera de  $n't + \epsilon'$ , le terme

$$(48' 44'' - i.0^{\circ},1) \cdot \sin. \left\{ \begin{array}{l} 5n't - 2nt + 5\epsilon' - 2\epsilon + 5^d 34' 8'' \\ - i.58^{\circ},88 \end{array} \right\};$$

soit  $\phi'$  la différence.

On calculera l'angle  $\varpi'$ , d'après la formule

$$\varpi' = 8^{\circ} 28^d 7' 24'' + i.15^{\circ},81975.$$

Cela posé, la longitude vraie  $\nu'$ , de Saturne, comptée sur son orbite, & rapportée à l'équinoxe fixe de 1750, sera donnée par la formule,

$$\begin{aligned} \nu' = \phi' &- [23201'' - i.1^{\circ},1] \cdot \sin. (\phi' - \varpi') \\ &+ 815'' \cdot \sin. 2 \cdot (\phi' - \varpi') \\ &- 40'' \cdot \sin. 3 \cdot (\phi' - \varpi') \\ &- 613'' \cdot \sin. \left\{ \begin{array}{l} 2n't - 4n't + 2\epsilon - 4\epsilon' + 55^d 52' 19'' \\ + i.42^{\circ},8834 \end{array} \right\} \\ &+ 419'' \cdot \sin. \left\{ \begin{array}{l} 2n't - nt + 2\epsilon' - \epsilon + 15^d 0' 57'' \\ - i.14^{\circ},215 \end{array} \right\} \\ &- 35'' \cdot \cos. (2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon' + 27^d 30') \\ &- 31'' \cdot \sin. (2nt - 2n't + 2\epsilon - 2\epsilon') \\ &+ 11'' \cdot \cos. (nt + \epsilon) \\ &+ \delta\epsilon' + i.\delta n' - 2\delta\epsilon' \cdot \sin. (\phi' - \varpi') \\ &+ 2\epsilon' \cdot (\delta\varpi' - \delta\epsilon') \cdot \cos. (\phi' - \varpi'); \end{aligned}$$

$\delta e'$ ,  $\delta n'$ ,  $\delta e'$ , &  $\delta \varpi'$ , étant les corrections que doivent subir, la longitude moyenne de Saturne au commencement de 1750, son moyen mouvement annuel, son excentricité & la position de son aphélie.

La réduction à l'écliptique sera à fort peu-près,

$$- 99''. \cos. (2 \nu', + 46^d 58');$$

$\nu'$ , étant ici la valeur précédente de  $\nu'$ , lorsqu'on néglige les corrections des élémens. On rapportera ensuite la longitude précédente de Saturne, à l'équinoxe mobile, en lui ajoutant  $i. 50'', 25$ ,  $i$  exprimant dans tout ce qui précède, le nombre des années juliennes écoulées depuis 1750.

## X L I I I.

POUR déterminer les corrections  $\delta e'$ ,  $\delta n'$ ,  $\delta e'$ , &  $\delta \varpi'$ , j'ai choisi vingt-quatre oppositions de Saturne, disposées d'une manière avantageuse pour cet objet, & que la loi des erreurs des tables de Halley, auxquelles on a comparé toutes les oppositions de cette planète, m'a fait reconnoître comme étant assez précises. Je supposerai que les longitudes données par ces oppositions, sont des longitudes vraies, ce qui n'est pas parfaitement exact, puisque les oppositions calculées par Halley, sur les observations de Flamsteed, sont affectées de l'aberration & de la nutation qui n'étoient pas encore découvertes. Il seroit très-utile de reprendre les observations originales qui ont servi à déterminer les oppositions de Jupiter & de Saturne, & d'y appliquer l'aberration, la nutation & les positions mieux connues des étoiles; mais en attendant que ce travail important soit exécuté, j'emploierai les oppositions telles que les astronomes les ont données, & je suppléerai par leur nombre, à la précision qu'elles laissent encore à désirer.

La comparaison des oppositions calculées, avec les oppositions observées, donne des équations de condition qui servent à déterminer les corrections des élémens de Saturne.



Prenons pour exemple l'opposition de cette planète en 1700. Cette opposition a eu lieu le 3 septembre, à 3<sup>h</sup> 2', temps moyen, à Paris. On tire de-là, pour cet instant,

$$i = - 49,33;$$

$$n^{\circ}t + \epsilon^{\circ} = 11^{\circ} 18^{\text{d}} 28' 36'',8;$$

$$nt + \epsilon = 10^{\circ} 6^{\text{d}} 46' 44''.$$

Le terme

$$(48' 44'' - i.0'',1). \sin. \left\{ \begin{array}{l} 5n^{\circ}t - 2nt + 5\epsilon^{\circ} - 2\epsilon \\ + 5^{\text{d}} 34' 8'' - i.58'',88 \end{array} \right\}$$

devient 40' 5'', 1; en le retranchant de  $n^{\circ}t + \epsilon^{\circ}$ , on a

$$\phi^{\circ} = 11^{\circ} 17^{\text{d}} 48' 31'',7.$$

On trouve ensuite

$$\omega^{\circ} = 8^{\circ} 27^{\text{d}} 54' 24'';$$

on aura ainsi,

$$\phi^{\circ} - \omega^{\circ} = 79^{\text{d}} 54' 8'';$$

d'où l'on tire

$$-(23201'' - i.1'',1). \sin. (\phi^{\circ} - \omega^{\circ}) = -22894'',8;$$

$$+ 815''. \sin. 2(\phi^{\circ} - \omega^{\circ}) = +281'',3;$$

$$-40''. \sin. 3(\phi^{\circ} - \omega^{\circ}) = +34'',5.$$

On a de plus

$$-613''. \sin. \left\{ \begin{array}{l} 2nt - 4n^{\circ}t + 2\epsilon - 4\epsilon^{\circ} \\ + 55^{\text{d}} 52' 19'' + i.42'',8834 \end{array} \right\} = +54'',1;$$

$$+419''. \sin. \left\{ \begin{array}{l} 2n^{\circ}t - nt + 2\epsilon^{\circ} - \epsilon \\ + 15^{\text{d}} 0' 57'' - i.14'',215 \end{array} \right\} = +298'',3;$$

$$-35''. \cos. (2nt - 3n^{\circ}t + 2\epsilon - 3\epsilon^{\circ} + 27^{\text{d}} 30') = -24'',5;$$

$$-31''. \sin. (2nt - 2n^{\circ}t + 2\epsilon - 2\epsilon^{\circ}) = +30'',8;$$

$$+11''. \cos. (2nt + \epsilon) = +6'',6.$$

En réunissant tous ces termes, on aura —  $6^d 12' 2'', 3$ ; cette somme ajoutée à  $\varphi'$  donnera  $11^f 11^d 38' 18'', 0$ ; ce fera la valeur de  $\nu'$ , ou la longitude de Saturne comptée sur son orbite, de l'équinoxe fixe de 1750, lorsqu'on fait abstraction des corrections des élémens. Cette valeur de  $\nu'$  donne —  $97'', 4$  pour la réduction à l'écliptique; d'ailleurs,  $i. 50'', 25$  est, dans ce cas, égal à —  $41' 18'', 8$ ; en ajoutant ces deux quantités à la valeur de  $\nu'$ , on aura, abstraction faite des corrections des élémens,  $11^f 10^d 55' 21'', 8$  pour la longitude de Saturne sur l'écliptique, & rapportée à l'équinoxe mobile.

Maintenant on a

$\sin.(\varphi' - \varpi') = 0,98451$ ;  $\cos.(\varphi' - \varpi') = 0,17532$ ;  
la vraie longitude de Saturne sera donc

$$11^f 10^d 55' 21'', 8 + \delta \varepsilon' = 49,33 . \delta n' \\ - 2 \delta \varepsilon' . 0,98451 + 2 \varepsilon' . (\delta \varpi' - \delta \varepsilon') . 0,17532.$$

La longitude calculée par Halley, sur les observations de Flamsteed, étoit au même instant égale à  $11^f 10^d 58' 0''$ ; en retranchant cette longitude de la précédente, on aura l'équation de condition

$$0 = - 2' 38'', 2 + \delta \varepsilon' = 49,33 . \delta n' \\ - 2 \delta \varepsilon' . 0,98451 + 2 \varepsilon' . (\delta \varpi' - \delta \varepsilon') . 0,17532.$$

C'est ainsi que j'ai formé les vingt-quatre équations de condition suivantes; le temps des oppositions est compté en temps moyen à Paris, suivant le nouveau style.

1591. 30 Décembre, 22<sup>h</sup> 14'.

Longitude héliocentrique observée =  $3^f 9^d 23' 14''$ .

$$(1); 0 = - 1' 11'', 9 + \delta \varepsilon' = 158 . \delta n' \\ + 2 \delta \varepsilon' . 0,22041 - 2 \varepsilon' . (\delta \varpi' - \delta \varepsilon') . 0,97541.$$


---

1598. 20 Mars, 23<sup>h</sup> 0'.

Long. obs. = 6<sup>f</sup> 0<sup>d</sup> 33' 35".

$$(2); 0 = -3' 32'', 7 + \delta \epsilon' - 151,78. \delta n' \\ + 2 \delta \epsilon'. 0,99974 - 2 \epsilon'. (\delta \varpi' - \delta \epsilon'). 0,02278.$$


---

1660. 27 Avril, 22<sup>h</sup> 0'.

Long. obs. = 7<sup>f</sup> 8<sup>d</sup> 40' 56".

$$(3); 0 = -5' 12'', 0 + \delta \epsilon' - 89,67. \delta n' \\ + 2 \delta \epsilon'. 0,79735 + 2 \epsilon'. (\delta \varpi' - \delta \epsilon'). 0,60352.$$


---

1664. 14 Juin, 15<sup>h</sup> 26'.

Long. obs. = 8<sup>f</sup> 24<sup>d</sup> 31' 10".

$$(4); 0 = -3' 56'', 7 + \delta \epsilon' - 85,54. \delta n' \\ + 2 \delta \epsilon'. 0,04241 + 2 \epsilon'. (\delta \varpi' - \delta \epsilon'). 0,99910.$$


---

1667. 21 Juillet, 0<sup>h</sup> 34'.

Long. obs. = 3<sup>f</sup> 28<sup>d</sup> 31' 10".

$$(5); 0 = -3' 31'', 7 + \delta \epsilon' - 82,45. \delta n' \\ - 2 \delta \epsilon'. 0,57924 + 2 \epsilon'. (\delta \varpi' - \delta \epsilon'). 0,81516.$$


---

1672. 20 Septembre, 12<sup>h</sup> 16'.

Long. obs. = 11<sup>f</sup> 28<sup>d</sup> 41' 47".

$$(6); 0 = -3' 32'', 8 + \delta \epsilon' - 77,28. \delta n' \\ - 2 \delta \epsilon'. 0,98890 - 2 \epsilon'. (\delta \varpi' - \delta \epsilon'). 0,14858.$$


---

1679. 25 Décembre, 22<sup>h</sup> 39'.Long. obs. = 3<sup>f</sup> 4<sup>d</sup> 54 0".

$$(7); 0 = - 3' 9'', 9 + \delta \epsilon' - 70,01. \delta n' \\ + 2 \delta \epsilon'. 0,12591 - 2 \epsilon'. (\delta \varpi' - \delta \epsilon'). 0,99204.$$


---

1687. 29 Mars, 11<sup>h</sup> 22'.Long. obs. = 6<sup>f</sup> 9<sup>d</sup> 24' 20".

$$(8); 0 = - 4' 49'', 2 + \delta \epsilon' - 62,79. \delta n' \\ + 2 \delta \epsilon'. 0,99476 + 2 \epsilon'. (\delta \varpi' - \delta \epsilon'). 0,10222.$$


---

1690. 5 Mai, 6<sup>h</sup> 46'.Long. obs. = 7<sup>f</sup> 15<sup>d</sup> 33' 15".

$$(9); 0 = - 3' 26'', 8 + \delta \epsilon' - 59,66. \delta n' \\ + 2 \delta \epsilon'. 0,72246 + 2 \epsilon'. (\delta \varpi' - \delta \epsilon'). 0,69141.$$


---

1694. 21 Juin, 21<sup>h</sup> 18'.Long. obs. = 9<sup>f</sup> 1<sup>d</sup> 11' 10".

$$(10); 0 = - 2' 4'', 9 + \delta \epsilon' - 55,52. \delta n' \\ - 2 \delta \epsilon'. 0,07303 + 2 \epsilon'. (\delta \varpi' - \delta \epsilon'). 0,99733.$$


---

1697. 27 Juillet, 9<sup>h</sup> 31'.Long. obs. = 10<sup>f</sup> 5<sup>d</sup> 19' 30".

$$(11); 0 = - 2' 37'', 4 + \delta \epsilon' - 52,43. \delta n' \\ - 2 \delta \epsilon'. 0,66945 + 2 \epsilon'. (\delta \varpi' - \delta \epsilon'). 0,74285.$$


---

1701. 16 Septembre, 2<sup>h</sup> 51'.Long. obs. = 11<sup>f</sup> 23<sup>d</sup> 23' 30".

$$(12); 0 = -2' 41'', 2 + \delta \epsilon^i - 48,29. \delta n^i \\ - 2 \delta \epsilon^i. 0,99902 - 2 \epsilon^i. (\delta \varpi^i - \delta \epsilon^i). 0,04435.$$


---

1731. 23 Septembre, 15<sup>h</sup> 44'.Long. obs. = 0<sup>f</sup> 0<sup>d</sup> 30' 50".

$$(13); 0 = -3' 31'', 4 + \delta \epsilon^i - 18,27. \delta n^i \\ - 2 \delta \epsilon^i. 0,98712 - 2 \epsilon^i. (\delta \varpi^i - \delta \epsilon^i). 0,15998.$$


---

1738. 28 Décembre, 1<sup>h</sup> 7'.Long. obs. = 3<sup>f</sup> 6<sup>d</sup> 42' 55".

$$(14); 0 = -4' 9'', 5 + \delta \epsilon^i - 11,01. \delta n^i \\ + 2 \delta \epsilon^i. 0,13759 - 2 \epsilon^i. (\delta \varpi^i - \delta \epsilon^i). 0,99049.$$


---

1746. 31 Mars, 10<sup>h</sup> 51'.Long. obs. = 6<sup>f</sup> 11<sup>d</sup> 3' 44".

$$(15); 0 = -4' 58'', 3 + \delta \epsilon^i - 3,75. \delta n^i \\ + 2 \delta \epsilon^i. 0,99348 + 2 \epsilon^i. (\delta \varpi^i - \delta \epsilon^i). 0,11401.$$


---

1749. 7 Mai, 6<sup>h</sup> 10'.Long. obs. = 7<sup>f</sup> 17<sup>d</sup> 12' 31".

$$(16); 0 = -4' 3'', 8 + \delta \epsilon^i - 0,65. \delta n^i \\ + 2 \delta \epsilon^i. 0,71410 + 2 \epsilon^i. (\delta \varpi^i - \delta \epsilon^i). 0,70004.$$


---

Mém. 1785.

T

1753. 23 Juin, 22<sup>h</sup> 6'.Long. obs. = 3<sup>f</sup> 2<sup>d</sup> 53' 49".

$$(17); 0 = -1' 58'',2 + \delta e^i + 3,48 . \delta n^i$$

$$- 2\delta e^i . 0,08518 + 2e^i . (\delta \varpi^i - \delta e^i) . 0,99637.$$


---

1756. 29 Juillet, 12<sup>h</sup> 10'.Long. obs. = 10<sup>f</sup> 7<sup>d</sup> 5' 59".

$$(18); 0 = -1' 35'',2 + \delta e^i + 6,58 . \delta n^i$$

$$- 2\delta e^i . 0,67859 + 2e^i . (\delta \varpi^i - \delta e^i) . 0,73452.$$


---

1760. 17 Septembre, 8<sup>h</sup> 11'.Long. obs. = 11<sup>f</sup> 25<sup>d</sup> 18" 24'.

$$(19); 0 = -3' 14'',0 + \delta e^i + 10,72 . \delta n^i$$

$$- 2\delta e^i . 0,99838 - 2e^i . (\delta \varpi^i - \delta e^i) . 0,05691.$$


---

1767. 22 Décembre, 0<sup>h</sup> 52'.Long. obs. = 3<sup>f</sup> 0<sup>d</sup> 32' 45".

$$(20); 0 = -1' 40'',2 + \delta e^i + 17,98 . \delta n^i$$

$$+ 2\delta e^i . 0,03403 - 2e^i . (\delta \varpi^i - \delta e^i) . 0,99942.$$


---

1775. 25 Mars, 20<sup>h</sup> 41'.Long. obs. = 6<sup>f</sup> 5<sup>d</sup> 31' 3".

$$(21); 0 = -3' 46'',0 + \delta e^i + 25,23 . \delta n^i$$

$$+ 2\delta e^i . 0,99994 + 2e^i . (\delta \varpi^i - \delta e^i) . 0,01065.$$


---

1778. 1.<sup>re</sup> Mai, 21<sup>h</sup> 27'.

Long. obs. = 7<sup>f</sup> 12<sup>d</sup> 0' 7",5.

$$(22); 0 = -4' 32'',9 + \delta e^i + 28,33 \cdot \delta n^i.$$

$$+ 2\delta e^i \cdot 0,78255 + 2e^i \cdot (\delta \varpi^i - \delta e^i) \cdot 0,62559.$$


---

1782. 18 Juin, 17<sup>h</sup> 33'.

Long. obs. = 8<sup>f</sup> 27<sup>d</sup> 55' 45<sup>d</sup>.

$$(23); 0 = -4' 4'',4 + \delta e^i + 32,46 \cdot \delta n^i$$

$$+ 2\delta e^i \cdot 0,01794 + 2e^i \cdot (\delta \varpi^i - \delta e^i) \cdot 0,99984.$$


---

1785. 24 Juillet, 6<sup>h</sup> 2'.

Long. obs. = 10<sup>f</sup> 2<sup>d</sup> 3' 57".

$$(24); 0 = -4' 17'',6 + \delta e^i + 35,56 \cdot \delta n^i$$

$$- 2\delta e^i \cdot 0,59930 + 2e^i \cdot (\delta \varpi^i - \delta e^i) \cdot 0,80053.$$


---

#### X L I V.

Si l'on ajoute ensemble les vingt-quatre équations précédentes, on aura

$$(a); 0 = -4898'',7 + 24 \cdot \delta e^i - 866,76 \cdot \delta n^i$$

$$+ 2\delta e^i \cdot 0,92446 + 2e^i \cdot (\delta \varpi^i - \delta e^i) \cdot 5,54318.$$

En retranchant la somme des douze premières, de la somme des douze dernières, on aura

$$(b); 0 = -124'',3 + 1120,08 \cdot \delta n^i$$

$$- 2\delta e^i \cdot 0,26234 + 2e^i \cdot (\delta \varpi^i - \delta e^i) \cdot 0,00632.$$

T ij

Le système des équations — (1) + (3) + (4) — (7)  
+ (10) + (11) — (14) + (17) + (18) — (20)  
+ (23) + (24), donne

$$(c); 0 = - 15' 34'',9 + 4\delta\epsilon^{\circ} + 15,96.\delta n^{\circ} \\ - 2\delta e^{\circ}.1,76579 + 2e^{\circ}.(\delta\varpi^{\circ} - \delta\epsilon^{\circ}).10,83142.$$

Enfin le système des équations + (2) — (5) — (6)  
+ (8) + (9) — (12) — (13) + (15) + (16)  
— (19) + (21) + (22), donne

$$(d); 0 = - 12' 38'',6 + 2\delta\epsilon^{\circ} - 9,50.\delta n^{\circ} \\ + 2\delta e^{\circ}.10,75969 + 2e^{\circ}.(\delta\varpi^{\circ} - \delta\epsilon^{\circ}).1,81580.$$

De ces quatre équations (a), (b), (c), (d), on tire

$$\delta\epsilon^{\circ} = 3' 23'',544,$$

$$\delta n^{\circ} = 0'',11793,$$

$$2\delta e^{\circ} = 30'',094,$$

$$\delta\varpi^{\circ} = 5' 45''.$$

Si l'on rectifie, d'après ces résultats, les élémens de Saturne donnés dans l'article *XXIX*; on aura au commencement de 1750,

$$\epsilon^{\circ} = 7^{\circ} 21^{\circ} 20' 44''.$$

$$\varpi^{\circ} = 8^{\circ} 28^{\circ} 13' 9''.$$

$$e^{\circ} = 0,056336.$$

La valeur de  $\delta n^{\circ}$  indique qu'il faut augmenter d'un neuvième de seconde environ, le moyen mouvement fidéral de Saturne; ainsi, au lieu de le supposer, comme nous l'avons fait, de  $43966'',5$ , nous le supposerons égal à  $43966,6$ . La correction  $\delta n^{\circ}$  est donnée par l'équation (b) qui résulte de la comparaison de vingt-quatre observations



prises deux à deux, & respectivement éloignées de deux, de quatre & de six révolutions de Saturne. J'ai choisi ces distances respectives ; parce que les petites inégalités que j'ai négligées, & qui peuvent avoir quelque influence sur le mouvement de Saturne, se rétablissent à fort peu près dans l'intervalle de deux révolutions de cette planète, en sorte qu'elles ne produisent aucun effet sensible sur la détermination précédente de son mouvement sidéral.

## X L V.

LES élémens que nous venons de trouver, substitués dans les formules de l'article XL, donneront à fort peu près, le lieu de Saturne, pour un instant quelconque ; mais dans le calcul des observations modernes, il sera plus simple de faire usage des formules suivantes.

On déterminera le moyen mouvement sidéral  $n't$  de Saturne, depuis 1750, en supposant ce mouvement de  $43966''{,}6$ , dans l'intervalle de trois cents soixante-cinq jours ; en ajoutant ensuite à ce mouvement,  $7^{\text{f}} 21^{\text{d}} 20' 44''$ , on aura la valeur de  $n't + \epsilon'$ , relative à l'instant pour lequel on calcule.

On déterminera pareillement le moyen mouvement sidéral  $nt$  de Jupiter, depuis 1750, en supposant ce mouvement de  $109182''$  dans l'intervalle de trois cents soixante-cinq jours ; en ajoutant ensuite à ce mouvement,  $3^{\text{d}} 44' 30''$ , on aura la valeur de  $nt + \epsilon$ , relative à l'instant proposé.

On pourra, dans la détermination de ces angles, faire usage des tables de Halley, de cette manière. Soit  $i$  le nombre des années juliennes écoulées depuis 1750 jusqu'à l'instant pour lequel on calcule ; on déterminera par ces tables, la longitude de Saturne, relative à cet instant ; & en lui ajoutant  $54' 20'' - i.34,88$ , on aura la valeur de  $n't + \epsilon'$ . On déterminera pareillement par ces tables, la longitude de Jupiter relative au même instant ; & en lui ajoutant  $- 20' 47'' - i.56'',13$ , on aura  $nt + \epsilon$ .

On retranchera de  $n't + \epsilon'$ , la quantité

$$(48' 44'' - i.0'',1). \text{fin.} \left\{ \begin{array}{l} 5n't - 2nt + 5\epsilon' - 2\epsilon + 5^d 34' 8'' \\ - i.58'',88 \end{array} \right\};$$

soit  $\varphi'$  la différence.

On calculera l'angle  $\varpi'$ , d'après la formule

$$\varpi' = 8^f 28^d 13' 9'' + i.15'',81975.$$

Cela posé, la longitude vraie  $\nu'$ , de Saturne, comptée sur son orbite, de l'équinoxe fixe de 1750, sera

$$\begin{aligned} \nu' &= \varphi' - (23231 - i.1'',1). \text{fin.} (\varphi' - \varpi') \\ &\quad + 817'' . \text{fin.} 2. (\varphi' - \varpi') \\ &\quad - 40'' . \text{fin.} 3. (\varphi' - \varpi') \\ &\quad - 613'' . \text{fin.} \left\{ \begin{array}{l} 2nt - 4n't + 2\epsilon - 4\epsilon' + 55^d 52' 19'' \\ + i.42'',8834 \end{array} \right\} \\ &\quad + 419'' . \text{fin.} \left\{ \begin{array}{l} 2n't - nt + 2\epsilon' - \epsilon + 15^d 0' 57'' \\ - i.14'',215 \end{array} \right\} \\ &\quad - 35'' . \text{cos.} (2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon' + 27^d 30'') \\ &\quad - 31'' . \text{fin.} (2nt - 2n't + 2\epsilon - 2\epsilon') \\ &\quad + 11'' . \text{cos.} (nt + \epsilon). \end{aligned}$$

La longitude  $I'$  du nœud ascendant de Saturne, relativement à l'équinoxe fixe de 1750, sera

$$3^f 21^d 31' 17'' - i.18'',7;$$

l'inclinaison de son orbite, sur le plan de l'écliptique vraie, sera

$$2^d 30' 20'' - i.0'',16.$$

On aura à très-peu-près la longitude héliocentrique de Saturne rapportée à l'écliptique vraie, & comptée de l'équinoxe mobile, en ajoutant à  $\nu'$ , la quantité

$$i.50'',25 - 99''.\cos.(2\nu' + 46^d 58');$$

& l'on aura la tangente de sa latitude héliocentrique rapportée au même plan, en multipliant la tangente de l'inclinaison de son orbite sur ce plan, par  $\sin.(\nu' - I)$ .

Enfin, le rayon vecteur  $r'$  de Saturne sera donné par la formule

$$\begin{aligned} r' = & 9,559770 + \left\{ \begin{array}{l} 0,536846 \\ -10,00002547 \end{array} \right\} .\cos.(\varphi' - \omega') \\ & - 0,015108.\cos.2.(\varphi' - \omega') \\ & + 0,000640.\cos.3.(\varphi' - \omega') \\ & + 0,0081435.\cos.(nt - n't + \epsilon - \epsilon') \\ & + 0,0053605.\sin.(nt - 2n't + \epsilon - 2\epsilon' + 77^d 50' 46'') \\ & + 0,0141527.\cos.\left\{ \begin{array}{l} 2nt - 4n't + 2\epsilon - 4\epsilon' + 55^d 52' 19'' \\ + i.42'',8834 \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

Il sera facile, au moyen de ces expressions, d'avoir la longitude & la latitude géocentrique de Saturne, pour un instant quelconque.

## X L V I.

IL faut maintenant examiner jusqu'à quel point les formules précédentes satisfont aux observations de Saturne. La table suivante présente le résultat de la comparaison de quarante-trois oppositions de cette planète, avec ces formules & avec les tables de Halley.

TEMPS MOYEN, à Paris, NOUVEAU STYLE.	LONGITUDE HÉLIOCENTRIQUE DE SATURNE, observée.	EXCÈS de la LONGITUDE HÉLIOCENTRIQUE calculée par les formules précédentes, sur la longitude observée.		EXCÈS de la LONGITUDE calculée par les Tables DE HALLEY, sur la longitude observée.	
ANNÉES.					
1582. 30 Août. 23 <sup>h</sup> 12'	11 <sup>f</sup> 7 <sup>d</sup> 27' 47"	+ 1' 36".....	...	+	1' 56"
1591. 30 Déc. 22. 14.	3. 9. 23. 14.	+ 1. 33.....	...	-	0. 54.
1598. 20 Mars. 23. 0.	6. 0. 33. 35.	- 0. 7.....	...	+	0. 37.
1660. 27 Avril. 22. 0.	7. 8. 40. 56.	- 1. 36.....	...	+	2. 58.
1664. 14 Juin. 15. 26.	8. 24. 31. 10.	- 0. 35.....	...	+	3. 20.
1667. 21 Juillet. 0. 34.	3. 28. 31. 10.	- 0. 21.....	...	+	3. 50.
1672. 20 Sept. 12. 16.	11. 28. 41. 47.	- 0. 58.....	...	+	3. 25.
1676. 13 Nov. 7. 56.	1. 22. 20. 20.	- 0. 8.....	...	+	1. 31.
1679. 25 Déc. 22. 39.	3. 4. 54. 0.	- 0. 14.....	...	-	1. 57.
1684. 18 Fév. 18. 8.	5. 0. 34. 35.	- 1. 40.....	...	-	3. 21.
1686. 16 Mars. 10. 52.	5. 26. 46. 20.	- 0. 51.....	...	-	3. 28.
1687. 29 Mars. 11. 22.	6. 9. 24. 20.	- 1. 9.....	...	-	4. 54.
1690. 5 Mai 6. 46.	7. 15. 33. 15.	+ 0. 25.....	...	-	7. 59.
1694. 21 Juin. 21. 18.	9. 1. 11. 10.	+ 1. 29.....	...	-	9. 0.
1697. 27 Juillet. 9. 31.	10. 5. 19. 30.	+ 0. 25.....	...	-	9. 35.
1700. 3 Sept. 3. 2.	11. 10. 58. 0.	+ 0. 8.....	...	-	8. 44.
1701. 16 Sept. 2. 51.	11. 23. 23. 30.	+ 0. 1.....	...	-	8. 0.
1705. 8 Nov. 9. 19.	1. 16. 18. 30.	+ 1. 38.....	...	-	2. 42.
1712. 31 Janv. 0. 28.	4. 10. 50. 25.	+ 1. 17.....	...	+	4. 11.
1719. 30 Avril. 20. 30.	7. 10. 17. 20.	- 0. 53.....	...	+	5. 16.
1722. 5 Juin. 13. 9.	8. 14. 52. 3.	- 0. 30.....	...	+	2. 25.
1727. 4 Août. 9. 54.	10. 11. 48. 7.	- 0. 1.....	...	-	1. 13.
1731. 23 Sept. 15. 44.	0. 0. 30. 50.	- 0. 47.....	...	-	4. 50.

TEMPS

TEMPS MOYEN, à Paris, NOUVEAU STYLE.	LONGITUDE HÉLIOCENTRIQUE DE SATURNE, observée.	EXCÈS de la LONGITUDE HÉLIOCENTRIQUE calculée par les formules précédentes, sur la longitude observée.	EXCÈS de la LONGITUDE calculée par les tables DE HALLEY, sur la longitude observée.
ANNÉES.			
1735. 16 Nov. 12 <sup>h</sup> 6'	1 <sup>r</sup> 24 <sup>d</sup> 10' 53"	— 0' 7".....	... — 6' 10"
1738. 28 Déc. 1. 7.	3. 6. 42. 55.	— 1. 2.....	... — 7. 49.
1742. 7 Fév. 3. 3.	4. 18. 44. 22.	— 1. 0.....	... — 5. 10.
1746. 31 Mars. 10. 51.	6. 11. 3. 44.	— 1. 7.....	... — 4. 21.
1749. 7 Mai. 6. 10.	7. 17. 12. 31.	— 0. 12.....	... — 8. 38.
1753. 23 Juin. 22. 6.	3. 2. 53. 49.	+ 1. 54.....	... — 13. 39.
1756. 29 Juillet. 12. 10.	10. 7. 5. 59.	+ 1. 37.....	... — 17. 27.
1758. 23 Aout. 12. 25.	11. 0. 40. 44.	+ 1. 9.....	... — 20. 10.
1760. 17 Sept. 8. 11.	11. 25. 18. 24.	— 0. 23.....	... — 22. 17.
1763. 27 Oct. 18. 14.	1. 4. 34. 53.	+ 0. 44.....	... — 19. 54.
1765. 23 Nov. 17. 6.	2. 2. 14. 17.	+ 0. 44.....	... — 17. 14.
1767. 22 Déc. 0. 52.	3. 0. 32. 45.	+ 1. 29.....	... — 13. 12.
1769. 4 Janv. 4. 34.	3. 14. 43. 39.	+ 1. 47.....	... — 10. 39.
1772. 14 Fév. 22. 8.	4. 26. 21. 12.	+ 1. 52.....	... — 2. 16.
1775. 25 Mars. 20. 41.	6. 5. 31. 3.	+ 0. 19.....	... + 2. 12.
1778. 1. <sup>re</sup> Mai. 21. 27.	7. 12. 0. 7.	— 0. 34.....	... + 1. 21.
1780. 25 Mai. 11. 24.	8. 5. 11. 33.	+ 0. 12.....	... — 0. 59.
1782. 18 Juin. 17. 33.	8. 27. 55. 45.	— 0. 23.....	... — 5. 18.
1785. 24 Juillet. 6. 2.	10. 2. 3. 57.	— 0. 56.....	... — 12. 7.
1786. 5 Août. 14. 39.	10. 13. 40. 19.	— 1. 9.....	... — 14. 35.

Les trois premières oppositions observées par Tycho, ont été données par M. de Cassini, dans ses *Éléments d'astro-Mém. 1785.*

nomie. Les oppositions suivantes jusqu'en 1772, sont tirées du second volume du recueil des tables astronomiques publiées par l'Académie de Berlin ; mais comme les oppositions rapportées dans ce recueil, & sur-tout celles du dernier siècle & du commencement de celui-ci, ne sont pas très-exactes, & qu'il y a quelquefois des différences de plus de deux minutes de degré, entre les oppositions observées à Paris & à Londres ; j'ai choisi les oppositions qui, par leur accord avec celles qui ont été observées dans d'autres lieux, m'ont paru mériter le plus de confiance. Les oppositions de 1775 & de 1778, ont été calculées par M. Mechain, & je suis redevable des quatre dernières, à M. de Cassini.

On voit que nos formules sont presque entièrement disparaître les grandes erreurs des tables, & les réduisent à moins de deux minutes. Une partie des erreurs qu'elles laissent encore subsister, doit être attribuée aux observations elles-mêmes, & au peu de précision que l'on a mis dans leur calcul. J'ai lieu de croire cependant qu'il existe dans la théorie de Saturne, de petites équations négligées dont la somme peut surpasser une minute, & que parmi les inégalités du second & du troisième ordre, celles qui dépendent des angles  $nt - n't + \epsilon - \epsilon'$ ,  $3n't - nt + 3\epsilon' - \epsilon$ , &  $2nt - 3n't + 2\epsilon - 3\epsilon'$ , sont assez sensibles pour y avoir égard. Il sera facile de les déterminer par l'analyse de la première section, lorsque de nouvelles observations très-précises, ou un calcul plus exact des oppositions déjà observées, permettront de comparer sur ce point, la théorie avec la nature. Il ne s'agit plus maintenant que de légères différences qui, pour être constatées, exigent des observations délicates ; le travail intéressant que M. de Cassini publie chaque année, nous mettra bientôt en état de faire cette comparaison.

Les oppositions précédentes embrassent un intervalle de plus de deux siècles ; elles sont toutes comprises dans le premier quart de la période actuelle de la grande inégalité de Saturne, qui, comme on l'a vu dans l'article *XX XVI*, étoit nulle en 1560, & sera à son *maximum* en 1789. Il

seroit à désirer que nous eussions de bonnes observations relatives aux différentes parties de la période antérieure, pour y comparer notre théorie. Les observations de Saturne faites dans les premiers temps du renouvellement de l'Astronomie, sont trop imparfaites, & ne sont pas assez éloignées pour cet objet; celles des Arabes nous sont inconnues; elles sont peut-être consignées dans les manuscrits qui nous restent sur l'astronomie arabe. Ces observations d'autant plus intéressantes, qu'elles rempliroient le grand intervalle qui sépare les observations modernes, des anciennes, méritent l'attention des Savans dans les langues orientales. Dans l'état actuel de nos connoissances, il ne nous reste plus qu'à comparer nos formules, aux anciennes observations.

## X L V I I.

*Comparaison de la théorie de Saturne avec les observations anciennes.*

LA plus ancienne & la meilleure observation de Saturne, que Ptolomée nous ait transmise, a été faite par les Chaldéens. Le 1.<sup>er</sup> mars de l'an 228 avant notre ère, à 4<sup>h</sup> 23', temps moyen à Paris, Saturne fut aperçu deux doigts au-dessous de  $\gamma$  de la Vierge. Il peut y avoir une ou deux heures d'incertitude sur l'instant de l'observation; mais vu la lenteur du mouvement de Saturne, cette erreur est insensible. La longitude de  $\gamma$  de la Vierge, au commencement de 1750, étoit, suivant le catalogue de M. de la Caille, égale à 6<sup>h</sup> 6<sup>d</sup> 41' 10". On n'a point reconnu de mouvement dans cette étoile; & si l'on fait au catalogue d'Hipparque, les réductions convenables, on trouve qu'elle a maintenant la même position qu'au temps de cet astronome. Nous pouvons donc supposer sans erreur sensible, que le 1.<sup>er</sup> mars de l'an 228 avant notre ère, à 4<sup>h</sup> 23', la longitude géocentrique de Saturne rapportée à l'équinoxe de 1750, étoit 6<sup>h</sup> 6<sup>d</sup> 41' 10".

Voyons ce qu'elle devoit être suivant notre théorie.

Pour cela, il faut reprendre les formules de l'article XL. J'ai trouvé d'abord pour le 1.<sup>er</sup> de Mars de l'an 228 avant notre ère, à 4<sup>h</sup> 23',

$$n^1 t + \epsilon^1 = 5^f 29^d 59' 27'', 4,$$

$$n t + \epsilon = 3^f 9^d 10' 6'';$$

ce qui donne — 19' 41'', 8 pour la grande inégalité de Saturne, & par conséquent

$$\phi^1 = 5^f 29^d 39' 45'', 6.$$

On avoit, à la même époque,

$$\varpi^1 = 8^f 19^d 40' 17'',$$

$$\epsilon^1 = 0, 061415;$$

d'où l'on tire

$$Y^1 + \varpi^1 = 6^f 6^d 29' 9''.$$

On trouve ensuite + 1' 47'', 5 pour la somme de tous les autres termes de  $v_i$ ; partant

$$v_i = 6^f 6^d 30' 56'', 5.$$

La longitude du nœud de Saturne par rapport au plan de l'écliptique de 1750, étoit alors 3<sup>f</sup> 26<sup>d</sup> 18' 57'', & l'inclinaison de l'orbite étoit 2<sup>d</sup> 27' 13''; ainsi la réduction à ce plan étoit — 1' 2''. La longitude héliocentrique de Saturne, rapportée au même plan, & à l'équinoxe fixe de 1750, étoit donc égale à 6<sup>f</sup> 6<sup>d</sup> 29' 54'', 5.

Le rayon vecteur  $r^1$  de Saturne étoit égal à 9,67315; la longitude de la Terre au même instant, & rapportée à l'équinoxe fixe de 1750, étoit 6<sup>f</sup> 5<sup>d</sup> 3' 35''; & son rayon vecteur étoit 1,00113; d'où il est facile de conclure que la longitude géocentrique de Saturne étoit égale à 6<sup>f</sup> 6<sup>d</sup> 40' 14'', 5. La longitude observée étoit 6<sup>f</sup> 6<sup>d</sup> 41' 10''; ainsi l'excès de nos formules sur l'observation, est — 55'', 5.



La précision avec laquelle l'observation chaldéenne est représentée par la théorie, donne lieu à plusieurs conséquences intéressantes.

La première est qu'il faut bannir les équations séculaires, de la théorie des planètes. La comparaison de vingt-quatre observations modernes combinées deux à deux, & respectivement éloignées de deux, de quatre & de six révolutions de Saturne, nous a donné dans l'article *XLIV*, le moyen mouvement fidéral de Saturne égal à 43996,6179, dans l'intervalle de trois cents soixante-cinq jours; l'observation chaldéenne donne ce mouvement égal à 43996", 5719. Ces deux résultats ne diffèrent pas de  $\frac{1}{20}$  de seconde. En fixant donc par un milieu, ce mouvement à 43996", 6, on ne doit pas craindre une erreur d'un quart de seconde; d'où il suit que ce mouvement est un des mieux connus de notre système planétaire; & comme il représente sans le secours d'une équation séculaire, les observations anciennes & modernes de Saturne, on voit que cette équation dont j'ai fait voir autrefois l'impossibilité par la théorie, est pareillement exclue par les observations.

La seconde conséquence est que les comètes n'ont point d'influence sensible sur notre système planétaire. Saturne, à raison de son éloignement du Soleil, en auroit éprouvé des dérangemens très-sensibles, si leurs masses étoient comparables à celles des planètes; & puisque la seule action de Jupiter suffit pour rendre raison de toutes ses inégalités, l'action des comètes est nécessairement très-petite. Elle pourroit cependant avoir altéré de plusieurs minutes, les mouvemens de Jupiter & de Saturne, depuis Hipparque jusqu'à nous, sans que nous puissions nous en apercevoir, à cause du peu d'exactitude des observations anciennes, & des mouvemens particuliers des étoiles auxquelles elles se rapportent, & qui ne sont pas encore connus. Ainsi l'influence des comètes sur notre système planétaire, est un de ces phénomènes astronomiques, dont la détermination est

réfervée aux générations futures; les observations anciennes nous prouvent seulement qu'elle est très-petite.

Enfin la troisième conféquence eft que la grande équation que nous avons introduite dans la théorie de Saturne, eft fort exacte; car pour peu que nous nous fuſſions trompés fur la valeur, cette erreur auroit ſenſiblement influé fur le moyen mouvement de cette planète, conclu des observations modernes, & nous n'aurions pas trouvé un auffi parfait accord entre ce mouvement & celui qui réfulte de l'observation chaldéenne.

## X L V I I I.

CONSIDÉRONs préſentement les observations de Saturne faites par Ptolémée. M. de Caſſini a rapporté dans ſes Éléments d'aftronomie, trois oppoſitions de cette planète, obſervées par cet aftronome; mais il ſ'eſt trompé d'un jour fur la date de ces obſervations. M. de la Lande qui les a réduites avec ſoin au méridien de Paris, en a conclu que les longitudes géocentriques de Saturne étoient, ſuivant Ptolomée,

l'an 127, 26 Mars,	4 <sup>h</sup> 14',	temps moyen à Paris,	6 <sup>c</sup> 1 <sup>d</sup> 13'.
133, 3 Juin,	2. 8	.....	8. 9. 40.
136, 7 Juillet, 22.	9	.....	9. 14. 14.

Dans ces observations, Saturne a été comparé aux étoiles; mais les poſitions que Ptolémée attribuoit aux étoiles, ſont défectueuſes; le catalogue des fixes de cet aftronome n'eſt que celui d'Hipparque réduit au temps de Ptolémée, au moyen d'une préceſſion des équinoxes de 36" par année; or on ſuppoſe que le catalogue d'Hipparque ſe rapporte au 26 Septembre de l'année 128 avant notre ère. Ainſi, pour rapporter les longitudes précédentes, à l'équinoxe d'Hipparque, il faut en retrancher le produit de 36", par le nombre des années juliennes écoulées depuis le 26

septembre de l'an 228 avant notre ère, jusqu'à l'instant de chaque observation. Ces longitudes deviendront ainsi,

$$5^{\text{f}} 28^{\text{d}} 40' 17''.$$

$$8. 7. 3. 34.$$

$$9. 11. 35. 42.$$

Pour les rapporter à l'équinoxe de 1750, il faut connoître la quantité de la précession depuis Hipparque jusqu'à nous : or, en prenant un milieu entre les positions des étoiles, observées par Hipparque, & comparées à celles du catalogue de M. de la Caille, M. de la Lande trouve que la précession moyenne depuis cet ancien astronome jusqu'à nous, est de  $1^{\text{d}} 23' 36''$  par siècle ; d'où il suit que pour rapporter les longitudes précédentes, à l'équinoxe de 1750, il faut leur ajouter  $26^{\text{d}} 9' 25''$ , ce qui donne pour ces longitudes ainsi réduites à l'équinoxe de 1750,

$$6^{\text{f}} 24^{\text{d}} 49' 42''.$$

$$9. 3. 12. 59.$$

$$10. 7. 45. 7.$$

En calculant d'après les formules de l'article XL, les longitudes géocentriques de Saturne, pour les instans des trois observations précédentes ; j'ai trouvé les trois longitudes suivantes :

$$6^{\text{f}} 24^{\text{d}} 35' 12''.$$

$$9. 3. 14. 22.$$

$$10. 7. 34. 2.$$

Les erreurs de nos formules, si les observations étoient exactes, seroient donc  $- 14' 30''$ ,  $+ 1' 23''$ ,  $- 11' 5''$ . Si l'on considère l'incertitude des déterminations des étoiles par Hipparque, & celles des observations de Ptolémée ; on voit que celles-ci sont représentées par la loi de la

pesanteur, avec toute la précision que l'on peut desirer. Cette précision avec laquelle les deux plus grosses planètes de notre système, ont obéi depuis les temps les plus reculés jusqu'à nos jours, aux loix de leur action mutuelle; les grandes inégalités qui naissent de cette action, la longueur de leurs périodes, & la manière simple dont elles expliquent les dérangemens singuliers observés dans les mouvemens de Saturne, & dont on n'avoit pu découvrir ni les loix ni la cause, sont un des objets les plus intéressans du système du monde. Ainsi ces dérangemens qui sembloient faire une exception à la loi de la pesanteur, en deviennent une confirmation frappante, & ne doivent plus laisser aucun doute sur son existence.

*La longueur de ces recherches m'oblige de remettre au volume suivant, la théorie de Jupiter.*



# OBSERVATIONS SUR LE LOUP MARIN.

Par M. BROUSSONET.

LE Loup marin ne doit pas être confondu avec un autre poisson qu'on pêche sur les côtes de l'Océan & de la Méditerranée, & qui est connu dans presque tout le royaume, sous le nom de *loup*. Ce dernier, dont les nageoires ventrales se trouvent à l'aplomb des pectorales, a été placé dans la classe des torachiques, & devoit être appelé *perche-loup* \* : celui qui fait le sujet de ce Mémoire, est privé de ces nageoires, & appartient à la classe des *apodes*. Pour éviter toute équivoque, je le nommerai *loup marin*.

Il n'étoit pas connu des anciens: Gesner est le premier qui en ait parlé, & qui en ait donné une figure d'ailleurs assez mauvaise. Il l'appelle *anarichas*, mot composé du grec, & qui signifie grimper ou monter en s'aidant des mains: l'habitude qu'a cet animal de vivre sur les rochers, lui a mérité cette épithète. Les naturalistes qui en ont parlé après Gesner, lui ont conservé la même dénomination, en y ajoutant celle de *lupus marinus*, qui est une traduction du nom par lequel il est ordinairement désigné sur les côtes d'Angleterre & dans la mer baltique.

M. Pennant & le professeur *Ascanius* en ont donné les meilleures figures; comme elles ne sont cependant pas tout-à-fait exactes, j'ai cru devoir joindre ici une figure faite sous mes yeux avec la plus grande attention, sur plusieurs individus frais, ce qui me dispensera d'ajouter une description détaillée, en observant toutefois de marquer certaines particularités qui ont échappé aux naturalistes.

---

\* *Anarichas Lupus*. Linn.

Mém. 1785.

Cette espèce de poisson ne se trouve que dans les mers du Nord; elle s'approche peu du Midi; nous ne croyons pas qu'on l'ait pêchée dans la Méditerranée. On prend assez fréquemment ce poisson dans la Baltique, sur les côtes d'Écosse & de la partie la plus au nord de l'Angleterre; il abonde sur-tout en Norvège & en Hollande. Comme il ne s'approche des côtes que dans l'hiver, on ne le pêche point dans les autres saisons; les individus que j'ai observés, avoient été apportés, au mois de février, dans les marchés de Londres.

La peau étoit épaisse, grasseuse, forte, mais assez souple; elle étoit de couleur de plomb, marquée de dix taches irrégulières, nébuleuses transversales, & un peu plus foncées que le reste du corps, quelques-unes se divisoient en deux branches. Cette peau, au rapport de Fabricius, sert, dans le Groënland, à faire des sacs où les habitans serrent les baies de l'*empetrum nigrum* qui constitue une partie de leur nourriture.

Les écailles étoient nombreuses, assez rapprochées, enfoncées dans la peau, & recouvertes par un épiderme coloré & épais; la plupart étoient rondes; un petit nombre, particulièrement vers les parties inférieures du corps, étoit oblong, le diamètre en étoit à peu-près d'une ligne; ces écailles étoient composées d'un grand nombre de petits corps arrondis, disposés en tuiles, & formant des cercles concentriques; on les distinguoit à l'œil nu; elles étoient fixées au corps, au moyen de plusieurs vaisseaux très-déliés qui s'inséroient vers le milieu de leur partie inférieure qui étoit concave.

La peau qui recouvroit le corps, recouvroit aussi la tête; elle devenoit transparente au-dessus des yeux, & formoit un repli dans les orbites. Les parties antérieures & latérales de la tête étoient parsemées de petits trous disposés par séries sur les bords de chaque mâchoire; ils communiquoient entr'eux, comme je m'en suis assuré en y introduisant un crin: ils laissoient échapper une humeur géla-

tineuse destinée à lubrifier ces parties, & fournie par plusieurs glandes considérables situées au-dessous de la peau dans la région occipitale. Cette structure est particulière à plusieurs espèces de poissons; elle est très-apparente sur la tête de l'anguille électrique & de quelques chiens de mer. *Stenon* & *M. Lamorier* l'ont décrite sur ces derniers, & ont cru que cette humeur servoit à lubrifier la partie antérieure de la tête de ces poissons qui nagent très-rapidement, comme on enduit de graisse la carène des vaisseaux pour accélérer leur marche.

Les opercules des ouïes étoient formés chacun de deux pièces, une antérieure, l'autre postérieure. La première étoit la plus grande, le bord en étoit arrondi; elle avoit à sa base une autre petite pièce. La seconde, moins grande que la première, étoit cartilagineuse, flexible & angulaire. La membrane des ouïes étoit épaisse & à découvert, ses deux portions se réunissoient sur le *sternum*; sept rayons arqués & larges lui servoient de soutien. Nous remarquerons en passant, que presque tous les ichthyologistes n'en ont compté que six, sans doute parce que le septième étant fort petit & recouvert d'une peau très-épaisse, a échappé à leur examen.

La tête étoit grosse, l'ouverture de la gueule large, la mâchoire inférieure dépassoit un peu la supérieure; les lèvres étoient épaisses, charnues, légèrement frangées dans leur partie interne; l'inférieure étoit raffermie antérieurement par un petit cartilage oblong & flexible, logé dans sa propre substance.

Avant d'aller plus loin, je crois devoir décrire avec quelques détails les os de la tête que j'ai vue dans le cabinet du Roi, & dont *M. Daubenton* a bien voulu me laisser prendre la description.

Le cerveau étoit logé dans une cavité oblongue presque triangulaire, élargie supérieurement, & très-petite proportionnellement à la tête; le trou occipital étoit ovale & grand;

il y avoit dans le milieu de la tête un os très-mince; quoique solide, échancré à la partie supérieure, tranchant & arrondi inférieurement; il étoit fixé, en arrière & en en-bas, à la première vertèbre, & formoit supérieurement une espèce de crête composée de deux feuillets entre lesquels on voyoit une ouverture particulière qui communiquoit dans la cavité du crâne. Cet os étoit dilaté antérieurement, & se logeoit entre les os de la mâchoire supérieure; il soutenoit toute la charpente osseuse de la tête, & on pourroit le comparer en quelque sorte au sphénoïde dans l'homme. Il y avoit cinq os à la mâchoire supérieure; les deux latéraux postérieurs étoient légèrement recourbés en dedans, & se joignoient postérieurement à chaque côté de la mâchoire inférieure; ils étoient antérieurement plus épais, armés de dents rangées sur deux files, elles étoient coniques, pointues, d'inégale grandeur; on en comptoit neuf ou dix de chaque côté. Entre ces deux os se trouvoit un troisième os maxillaire, formant le milieu du palais; il étoit alongé, posé sur l'os principal du milieu de la tête: les dents y étoient rangées alternativement sur deux files; elles étoient inégales, obtuses, presque carrées, & plus grosses que les autres. La portion la plus saillante du museau étoit formée par les os maxillaires antérieurs; ils étoient retenus sur les côtés par des ligamens susceptibles d'un très-petit mouvement: ces os étoient armés de dents pointues, un peu alongées, isolées & placées sans ordre; ils formoient l'un & l'autre postérieurement un prolongement armé aussi de dents plus petites que les antérieures.

La mâchoire inférieure consistoit en deux os très-forts, réunis antérieurement par des ligamens; leur face extérieure étoit convexe, la face interne & postérieure présentait une cavité presque triangulaire. Ces deux os étoient élargis, relevés antérieurement, & joints par des ligamens; on y voyoit plusieurs dents un peu alongées, divergentes, placées sans ordre & répondant à celles des os maxillaires



supérieurs & antérieurs. Les dents latérales étoient rangées sur deux files; les plus extérieures étoient élevées & coniques; les intérieures étoient arrondies, presque orbiculaires & polies. Ces dents devenues fossiles forment les crapaudines, comme *Meret* l'a démontré le premier; il ne paroît cependant pas que toutes les crapaudines appartiennent exclusivement à ce poisson. On en trouve d'une structure différente de celle de ces dents; quelques-unes, entr'autres, sont très alongées: il en est d'ailleurs dont la grosseur proportionnelle supposeroit dans l'animal à qui elles auroient appartenu, une grandeur trop au-dessus de celle des loups marins que nous connoissons, pour qu'on ne doive croire qu'elles appartiennent à un autre animal.

Les mâchoires étoient susceptibles d'une très-grande dilatation; mais elles étoient retenues de chaque côté par un os placé obliquement, cylindrique dans son milieu, élargi vers les extrémités, fixé inférieurement sur l'apophyse coronaire de la mâchoire inférieure, & supérieurement au-dessous des orbites.

La nageoire du dos commençoit un peu avant la région de la commissure supérieure de l'ouverture des ouïes, & se terminoit près de la base de la nageoire caudale. On y comptoit soixante-quatorze rayons; les quatre premiers devenoient graduellement plus longs, les autres étoient à peu-près égaux en longueur. Ils étoient presque cartilagineux & flexibles, légèrement recourbés en arrière; les derniers étoient plus courts & un peu piquans. Les nageoires pectorales étoient arrondies, dentelées sur leurs bords, & soutenues par vingt osselets. Celle de la queue ressembloit aux pectorales; elle étoit composée de douze rayons: la nageoire de derrière l'anüs étoit pareille à celle du dos, & formée de quarante-huit osselets un peu plus courts.

J'ai ajouté ici les longueurs proportionnelles des différentes parties du corps d'un des individus que j'ai examinés, les désignant suivant la méthode abrégée dont j'ai donné

l'explication dans un *Mémoire sur la donzelle, ophidium barbatum*, inféré dans les Transactions philosophiques, 1781.

*L.C* : *A* :: 360 : 180.

*L.C* : *D.I* :: 360 : 70.

*L.C* : *D.F* :: 360 : 354.

*L.C* : *P.B* :: 360 : 80.

*L.C* : *P.A* :: 360 : 134.

*L.C* : *A.I* :: 360 : 194.

*L.C* : *A.F* :: 360 : 358.

*L.C* : *C.M* :: 360 : 390.

Il y avoit quatre ouïes de chaque côté; elles étoient recouvertes dans leur concavité, de tubercules osseux, alongés & rudes au toucher.

La langue étoit large, épaisse, charnue, aplatie, blanchâtre, détachée vers son bout, presque ovale & soutenue par un cartilage intérieur & oblong.

L'œsophage étoit très-large, membraneux; on y remarquoit intérieurement plusieurs plis longitudinaux. Le ventricule n'en étoit distinct que par sa capacité, qui étoit un peu plus considérable. Les animaux dont les dents ne servent point à la mastication, mais seulement à saisir ou à retenir leur proie, tels que les poissons, ont un très-grand œsophage, dont l'estomac ne paroît être qu'une continuation. Dans quelques-uns même l'œsophage pourroit être pris pour la portion supérieure du ventricule; la structure de l'un & de l'autre de ces organes est la même; ils concourent tous les deux à la digestion: on trouve quelquefois dans la gueule de certains poissons des animaux dont la moitié du corps est déjà digérée, tandis que celle qui est en-deçà de l'œsophage est encore intacte. Stenon a même dit que dans la raie on ne trouvoit point d'œsophage, mais que le ventricule se prolongeoit jusqu'à la gueule. Cette partie est d'ailleurs susceptible d'une très-grande dilatation, n'étant point gênée par la trachée-artère comme dans les quadrupèdes.

Le ventricule étoit oblong; il s'étendoit jusqu'au milieu de la cavité abdominale, où il formoit une espèce de sac.

Il étoit composé de plusieurs couches de fibres ; sa face interne étoit parsemée d'un grand nombre de rugosités : j'y ai trouvé des débris de crustacées dont ce poisson fait sa nourriture ordinaire. Je n'ai point observé d'appendice autour du pylore , dont l'ouverture étoit rétrécie & pleine de rugosités longitudinales. Le conduit intestinal commençoit à la partie inférieure du ventricule ; il se replioit trois fois & longitudinalement sur lui-même avant de former l'anus. La portion correspondante au duodenum étoit la plus rétrécie ; elle étoit aussi marquée intérieurement de plusieurs plis longitudinaux. La tunique interne du reste du conduit intestinal étoit villeuse & frangée ; le rectum se trouvoit plus dilaté : on y observoit intérieurement & dans toute sa longueur quelques plis ; sa partie extérieure étoit renforcée par l'épanouissement de plusieurs fibres musculaires fournies par le péritoine.

L'anus, l'ouverture des parties de la génération & le méat urinaire , étoient placés dans une dépression orbiculaire dont les bords étoient relevés, arrondis & sillonnés transversalement. L'anus étoit large, plissé, & plus rapproché de la tête que les parties de la génération, qui s'en éloignoient moins que le méat urinaire ; celui-ci formoit une petite éminence conique percée d'un petit trou dans son milieu. Cette structure n'est pas commune à toutes les espèces de poissons, & je n'ai vu dans aucune ces trois ouvertures aussi distinctes que dans celle-ci.

Le péritoine adhéroit fortement aux muscles abdominaux dont il recevoit quelques fibres. Il étoit blanchâtre, d'un tissu serré, composé de fibres larges & entrelacées d'une manière irrégulière. Il formoit, au moyen d'une duplication sur la colonne vertébrale, une cavité particulière & allongée où étoient logés les reins.

On voyoit au milieu de la cavité abdominale, & entre les intestins, un tissu cellulaire lâche, chargé de graisse, mais peu étendu, qui paroissoit tenir lieu d'épiploon. Les anciens avoient remarqué que les animaux ovipares étoient privés de

cet organe : on trouve même cette remarque dans Pline.

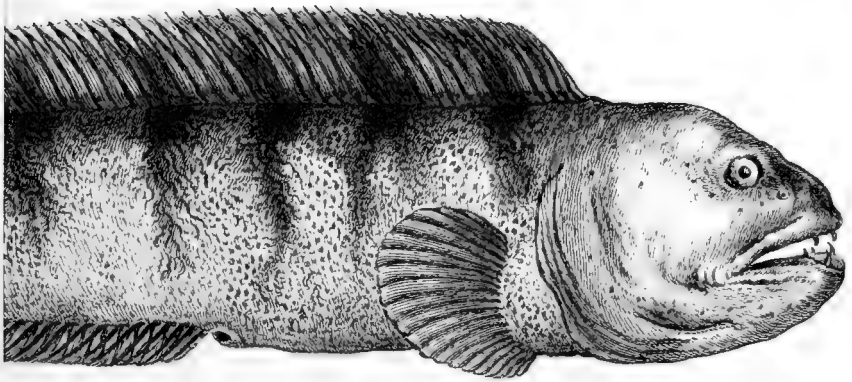
Le foie étoit gros, de couleur de brique, & divisé en deux lobes, dont le droit étoit le plus long. Au milieu, se trouvoit la vésicule du fiel, grosse comme un œuf de poule, & de même forme. Elle adhéroit au foie, au moyen de plusieurs vaisseaux courts; elle contenoit de la bile d'un vert foncé : le canal holédoque étoit court, large, & s'inséroit par le côté dans le duodenum.

La rate étoit de la grosseur d'un œuf de pigeon, presque ovale, un peu comprimée & de couleur de brique.

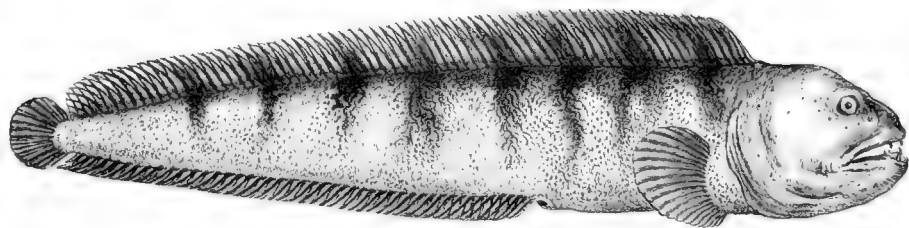
Les reins étoient couchés sur la colonne vertébrale, & si rapprochés, qu'ils paroissent n'en faire qu'un seul; ils étoient très-alongés. Cette structure est la même dans presque tous les poissons : le gras-mollet (*cyclopterus*) (*lumpus*), est, de toutes les espèces que j'ai disséquées, la seule dont les reins se joignent étroitement par leur partie postérieure, & qui, se séparant antérieurement, forment une espèce de croissant. Il est essentiel de remarquer que, dans les poissons, les reins ont un très-grand rapport avec la vésicule aérienne qui manque dans les poissons plats; mais alors les reins sont proportionnellement plus gros que dans les autres espèces. Cette particularité, qui n'a point échappé à *Néedham*, ajoute aux raisons que nous avions déjà de croire que la vésicule aérienne a d'autres fonctions que celle de soutenir le poisson à différentes hauteurs dans l'eau, & qu'elle joue un rôle plus important dans l'économie animale. Il est bon d'observer que les reins des poissons avoient été décrits sur plusieurs espèces, par *Collins*, *Néedham* & d'autres anatomistes, long-temps avant *M. Gouan*.

Les uretères étoient très-courts, la vessie urinaire assez grosse & ovale; l'urine s'échappoit par un canal très-court; elle étoit limpide, sans couleur; elle sortoit par un orifice très-étroit, & probablement fermé par une valvule particulière, car en pressant fortement la vessie, elle s'est crevée avant que j'aie pu faire passer l'urine par cette ouverture.

Les organes de la génération du mâle étoient formés  
par



*Y. le G. sculp.*

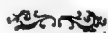


par une poche aplatie & crénelée sur ses bords; elle s'étendoit jusqu'au milieu de l'abdomen, se rétrécissant vers l'anus; elle étoit, ainsi que les intestins, renfermée dans le péritoine & contiguë à la vessie urinaire; elle se divisoit en deux lobes, dont le droit étoit le plus long.

L'ovaire, dans la femelle, étoit double; celui du côté gauche étoit le plus court; ils se réunissoient pour former l'*Ovi-ductus*, dont le diamètre étoit d'environ un demi-pouce; les parois internes formoient des rides circulaires; les œufs étoient fixés sur les parois internes des deux ovaires; ils étoient disposés en grappe, laissant au milieu de l'ovaire un espace vide; ils étoient gros comme un grain de chenevis; la membrane qui formoit les ovaires étoit épaisse & fibreuse. Ce poisson jette ses œufs au printemps; il les fixe sur les racines des grosses laitues de mer, & très-près du rivage,

Le cœur étoit gros, pyramidal & à trois facettes. L'artère branchiale étoit dilatée à sa base, ovale & blanchâtre; elle recevoit plusieurs petites fibres du péricarde, & ses parois internes étoient renforcées de plusieurs fibres longitudinales; le sinus veineux étoit trois fois plus grand que le cœur. Le diaphragme étoit musculeux, assez épais & situé obliquement; il y avoit une ouverture assez large, qui donnoit passage à l'œsophage.

Ce poisson se remue avec lenteur; il avance comme l'anguille, par des mouvemens d'ondulation. On le distingue très-bien au fond de l'eau quand le temps est calme; il est couché dans les fentes des rochers. Sa chair, quoiqu'un peu ferme, n'est pas désagréable; je ne saurois mieux la comparer qu'à celle des anguilles de mer. En général, les poissons privés des nageoires ventrales, & qui sont obligés, pour avancer ou se soutenir, d'exécuter des mouvemens compliqués, ont les muscles très-exercés, & leur chair est conséquemment plus dure que celle des autres poissons.



*O B S E R V A T I O N S*  
*S U R L E S*  
*V A I S S E A U X S P E R M A T I Q U E S*  
*D E S P O I S S O N S É P I N E U X.*

Par M. BROUSSONET.

**L**ES viscères de l'homme & ceux des animaux ont d'abord fixé l'attention des Anatomistes; la connoissance de l'organisation de ces parties conduisoit trop directement à l'explication des fonctions animales les plus essentielles, pour qu'on ne s'y attachât pas préférablement à celle des autres organes. Les muscles, les nerfs, les vaisseaux sanguins ou lymphatiques, ne furent sans doute d'abord considérés que comme des objets de pure curiosité, & dont une connoissance plus parfaite ne paroïssoit pas devoir contribuer beaucoup aux progrès de l'art de guérir qui a donné naissance à l'anatomie.

Les vaisseaux sanguins, dans les animaux, ont longtemps échappé aux recherches des anatomistes; le défaut de sang après la mort, qui empêchoit de les distinguer d'avec les membranes, leur petitesse qui rend souvent les injections très-difficiles, ont été autant d'obstacles à la connoissance de ces parties. Cette connoissance tient à celle de la circulation du sang; & le cours de ce fluide ayant lieu d'une manière différente dans les animaux des diverses classes, l'analogie ne peut être à cet égard d'aucune utilité. Dans les poissons, la circulation ne s'opère pas de la même manière que dans les animaux qui respirent de l'air; ils ont moins de sang que ceux-ci, les vaisseaux qui charient ce fluide sont plus petits, & le nombre paroît en être moins considérable. Les vaisseaux sanguins des poissons ont été aussi très-peu connus; les troncs principaux,



Il est vrai, ont été observés, mais on s'est trompé quelquefois sur leur usage & sur leur dénomination, comme j'ai tâché de le faire voir en décrivant ceux qui partent du cœur, dans un mémoire sur la respiration de ces animaux. Ces vaisseaux cependant ont attiré les premiers l'attention des anatomistes; ils étoient les plus gros de tous, & ceux qu'il importoit le plus de connoître. La distribution des principaux vaisseaux sanguins des poissons a été sur-tout indiquée par Duverney & M. Gouan, mais ces auteurs n'ont parlé de plusieurs qu'en général, sans entrer dans presque aucun détail sur leurs ramifications. La connoissance du cours du sang dans les viscères de ces animaux pourroit cependant jeter un très-grand jour sur la physiologie, en nous indiquant la manière dont s'opèrent certaines fonctions, dans des êtres d'une nature si différente de celle des animaux à sang chaud & qui vivent dans l'air.

Haller a très-bien remarqué que les artères spermaticques dans l'homme, auroient été, à cause de leur petitesse, long-temps inconnues aux anatomistes, si elles n'avoient servi à porter le sang à des parties qu'il étoit très-important de connoître. Ces mêmes artères, dans les poissons, auroient sans doute, à cause de leur importance, fixé aussi l'attention des anatomistes, s'ils avoient plus dirigé qu'ils ne l'ont fait, leurs recherches vers ces animaux. Ces parties sont d'ailleurs, dans les poissons, proportionnellement plus grosses que dans les autres animaux; ce dont il est aisé de rendre raison si on fait attention au volume des organes où elles vont porter le sang, & qui même dans les mâles des animaux de cette classe, surpasse celui de tout autre viscère, Quoi qu'il en soit, je ne connois aucun auteur qui ait fait mention de ces vaisseaux, que le défaut de sang, après la mort de l'animal, peut aisément faire méconnoître. J'ai eu occasion de les voir dans un grand nombre de poissons; ils ont la même origine dans tous les individus, je n'ai du moins observé à cet égard que de légères différences que j'indiquerai plus bas.

L'espèce de poisson dont j'ai eu occasion de disséquer le plus grand nombre d'individus, est l'aiguille de mer (*esox belone*), qui offre une particularité très-remarquable, c'est que son squelette est vert.

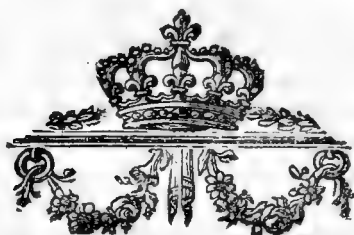
L'artère spermatique du côté droit prend naissance de l'artère qui part de l'aorte pour se rendre au foie; je l'ai vue quelquefois sortir immédiatement du tronc de l'aorte, un peu au-dessous de l'artère hépatique. Celle du côté gauche est fournie par l'artère splénique, elle est plus courte que la spermatique droite, parce que l'aorte donne naissance à l'artère hépatique avant de fournir la splénique. Dans l'homme au contraire ces artères partent, comme on sait, du tronc de l'aorte, leur insertion a lieu à la même hauteur; & lorsqu'il se trouve quelque variété à cet égard, c'est ordinairement l'artère spermatique gauche qui sort de l'aorte, un peu au-dessus de la spermatique droite, ce qui a lieu en sens inverse dans les poissons. Dans ces derniers, chaque artère spermatique joint bientôt la veine spermatique qui lui correspond, & elle l'accompagne jusque sur les parties de la génération: on pourroit donner en quelque sorte à ces vaisseaux le nom de *cordons spermatiques*; ils sont enveloppés, dans tout leur trajet, d'un tissu assez lâche. L'artère est plus près de la colonne vertébrale que la veine; dès que ces deux vaisseaux sont parvenus à la portion antérieure des parties de la génération, ils se divisent & se sous-divisent en un très-grand nombre de petits rameaux qui pénètrent dans l'intérieur des organes de la génération, dans l'un & l'autre sexe.

Le trajet des vaisseaux spermatiques, dans les poissons, est très-court; aussi ne fournissent-ils presque point, comme dans les animaux à sang chaud, de rameaux aux parties qui les avoisinent.

Les veines spermatiques sont beaucoup plus grosses que les artères, elles contiennent ordinairement un sang noir; elles ont été connues par les anatomistes, entr'autres, par M. Gouan. Elles sont formées par la réunion d'une grande

quantité de petites branches disposées transversalement sur chacun des côtés des parties de la génération; la veine rampe sur le milieu de ces organes; parvenue à l'extrémité supérieure, elle se trouve unie à l'artère par un tissu lâche; elle continue son trajet qui est très-court, & elle reçoit quelques rameaux du péritoine. La veine spermatique du côté droit pénètre dans le foie, elle se rend ensuite dans le sinus veineux de l'oreillette du cœur. Celle du côté gauche entre dans la rate pour aboutir ensuite au même sinus.

Dans presque tous les poissons, soit mâles, soit femelles, on trouve deux organes qui se ressemblent beaucoup, & qui ont chacun leurs vaisseaux particuliers. Dans la perche il n'y a qu'un seul ovaire, l'artère spermatique est unique, elle part immédiatement de l'aorte; elle se bifurque à la partie supérieure de l'ovaire, une des deux branches rampe sur le milieu de la face supérieure, & l'autre parcourt la portion inférieure. Elles donnent naissance, de chaque côté, à un très-grand nombre de rameaux. Dans les perches mâles, les parties de la génération sont divisées supérieurement en deux lobes, & chaque branche de l'artère spermatique en parcourt un. Je n'ai trouvé qu'une seule veine spermatique dans le même poisson.



## M É M O I R E

POUR SERVIR À L'HISTOIRE  
DE LA RESPIRATION DES POISSONS.

Par M. BROUSSONET.

Lû  
en Juillet  
1785.

**L**A respiration est une de ces fonctions essentielles, un moyen d'existence dont la Nature a doué tous les êtres vivans; on en retrouve des traces jusque dans les plantes; mais quoique son but dans cette fonction importante soit par-tout le même, les moyens qu'elle a mis en œuvre pour le remplir sont variés à l'infini.

Parmi les différens ordres d'animaux, il en est qui ne reçoivent que de l'air dans les organes de la respiration, d'autres qui n'y font passer que de l'eau; & cette considération offre les caractères d'une division très-sensible dans le règne animal.

La différence des organes de la circulation est toujours en raison de celle qu'on observe dans ceux de la respiration; l'une & l'autre de ces fonctions subissent en quelque sorte, dans les différentes classes d'animaux, une dégénération graduelle: ainsi dans les oiseaux les poumons sont très-étendus, ils communiquent à plusieurs cavités particulières, & l'air pénètre dans l'intérieur des os. Le cœur est divisé en deux ventricules, munis chacun d'une oreillette, & leur sang est plus chaud que celui des quadrupèdes & des cétacées. Ceux-ci ont les poumons moins étendus, ces parties ne se portent pas au-delà du thorax; leur cœur, comme dans les premiers, est divisé en deux ventricules & deux oreillettes, mais leur sang est moins chaud; il l'est cependant beaucoup plus que celui des reptiles & des quadrupèdes ovipares, dont les poumons sont membraneux, formés par des espèces de vessies & garnis de fibres musculaires; il n'y circule qu'une

petite portion du sang, le reste passe immédiatement d'un ventricule à l'autre. Les insectes présentent ensuite des différences plus sensibles ; leur cœur est membraneux , à peine susceptible de mouvement ; ils ont, au lieu de poumons, des vaisseaux particuliers répandus dans différentes parties du corps ; leur sang, si on peut donner ce nom à la liqueur qui paroît en tenir lieu, n'a point acquis ce degré de couleur & de chaleur qui caractérise ce fluide dans les autres animaux. Ici le rapprochement devient sensible avec les molasses, les coquillages aquatiques & les crabes, qui respirent de l'eau comme les poissons.

Les physiciens modernes ont donné l'explication des phénomènes de la respiration ; ils ont fait voir d'une manière très-lumineuse, comment l'air vital répandu dans l'atmosphère se change en air fixe, en se combinant avec le principe charbonneux, ou charbon pur fourni par le sang. Il paroît que la respiration s'exécute d'une manière analogue dans tous les animaux qui respirent de l'eau, & particulièrement dans les poissons ; mais avant d'entrer dans aucun détail, j'établirai les degrés de ressemblance qu'ont entr'eux les organes qui, dans les animaux de ces deux ordres, concourent également au même but.

Les organes de la respiration dans tous les animaux qui ne respirent que de l'air, sont placés à l'intérieur ; on ne sauroit les apercevoir sans déchirer les parties qui les environnent : les organes analogues à ceux-ci dans les animaux qui ne respirent que de l'eau, sont au contraire presque à découvert ; on peut les voir sans détruire aucune partie. Cette différence est sur-tout remarquable dans quelques quadrupèdes ovipares, dont les organes de la respiration sont placés extérieurement, dans le premier période de leur vie, où ils demeurent sous l'eau, & qui destinés ensuite à vivre dans l'air, acquièrent des poumons situés à l'intérieur.

Une autre différence qui dépend de la précédente, est que plus la respiration est parfaite dans les différentes classes

d'animaux, plus les organes en sont cachés. Dans les oiseaux; en qui la respiration s'exécute de la manière la plus parfaite; l'air est porté dans les cavités de la plupart des os, & bien plus à l'intérieur par conséquent que dans les quadrupèdes dont les poumons sont plus cachés que ceux des reptiles & des quadrupèdes ovipares qui n'ont point de diaphragme, ou qui n'en ont qu'un très-mince. Les insectes enfin, dans lesquels cette fonction dégénère encore, respirent par un grand nombre d'ouvertures.

Plusieurs caractères nous montrent que, parmi les animaux qui vivent dans l'eau, les poissons respirent d'une manière plus parfaite que les mollusques & les coquillages aquatiques; aussi les organes des premiers sont-ils plus cachés que ceux de ces derniers qui les ont le plus souvent à l'extérieur & entièrement à découvert: c'est dans ces animaux que paroît s'évanouir totalement cette fonction, & pour l'y reconnoître il faut être guidé par l'analogie.

Les poissons présentent, relativement à la conformation des organes de la respiration, deux grandes divisions, dont l'une comprend les cartilagineux, & l'autre les épineux. Les ouïes des premiers sont soutenues sur un arc cartilagineux, elles sont plus multipliées que dans les épineux, où ces parties sont supportées par des osselets recourbés, dont le nombre est rarement au-dessous de quatre, & n'excède jamais ce nombre.

Le cœur, dans les poissons épineux, est renfermé dans un péricarde qui forme une poche membraneuse attachée postérieurement au diaphragme. Dans quelques espèces, & particulièrement dans le loup marin, j'ai observé de petites fibres très-déliées, qui unissoient le cœur au péricarde. Les poissons cartilagineux n'ont point, à proprement parler, de péricarde; du moins la membrane qui paroît en tenir lieu n'est point libre, elle revêt l'intérieur de la poitrine, & elle est adhérente aux muscles qui l'entourent. L'usage du péricarde dans l'homme & dans les quadrupèdes, est,

suivant

suivant les anatomistes, d'empêcher que le cœur ne s'attache aux poumons, & qu'il ne soit comprimé quand ceux-ci sont remplis d'air, ou qu'il ne souffre lorsque les poumons sont affectés; il étoit nécessaire que cet organe fût membraneux, d'un tissu ferré & capable de soutenir le viscère qu'il renferme. Dans les poissons au contraire, qui n'ont point ces accidens à craindre, le cœur, dans ceux dont la poitrine est étroite & formée de parties assez dures, est renfermé dans un péricarde simple, mince & presque transparent: dans ceux au contraire dont la cavité thorachique est plus considérable, où ce viscère ne sauroit être gêné par aucune partie; la nature qui a toujours travaillé sur le plan le plus économique, n'a point distingué le péricarde de la plèvre; une seule membrane qui tapisse l'intérieur de la poitrine, remplit les fonctions de l'un & de l'autre.

La forme du cœur offre de plus grandes variétés dans les différentes espèces de poissons, que dans celles des animaux à sang chaud. M. *Vicq-d'Ayr* a fait voir les plus remarquables de ces variétés, dans les mémoires où il a tracé le plan d'une anatomie complète des poissons. En général, le cœur, dans les espèces de cette classe, est, proportionnellement à leur corps, plus petit que celui des autres animaux. Dans les oiseaux, par exemple, cet organe est huit ou neuf fois plus gros qu'il ne l'est dans les poissons d'un égal volume. On sait que le cœur d'un homme pèse ordinairement dix onces, si le poids total de son corps est de cent cinquante livres. Haller a trouvé que dans une carpe du poids de 4920 grains, le cœur ne pesoit que 9 grains. Le poids du cœur de l'homme est donc deux cents quarante-sept fois plus petit que le poids du corps, tandis que celui de la carpe l'est cinq cents quarante-six fois. Ce calcul qui vient à l'appui de notre assertion, lui auroit été encore plus favorable si l'expérience avoit eu lieu sur une carpe moins petite; le cœur, dans tous les animaux, étant toujours plus gros proportionnellement au corps, lorsqu'ils sont eunes. Dans une carpe du poids de 10572 grains, j'ai

trouvé que le cœur pesoit 13 grains; elle étoit, comme on le voit, deux fois aussi grosse que celle que *Haller* avoit pesée, aussi le poids du cœur étoit-il contenu huit cents soixante-douze fois dans celui de son corps. Dans plusieurs petits poissons de la Seine, dont l'un pesoit 66 grains, l'autre 154, & le troisième 203, j'ai vu que le poids du cœur étoit renfermé cent trente-deux fois dans le premier, cent cinquante-quatre dans le second, & cent quatre-vingt-quatre dans le troisième: le cœur, dans le premier, pesoit un grain, dans le second un demi-grain, & un grain  $\frac{1}{10}$  dans le troisième; ce qui prouve évidemment que plus les poissons sont petits, plus leur cœur est gros proportionnellement à leur volume.

La férocité des animaux terrestres suit la même gradation que le volume de leur cœur. Cette loi se retrouve dans les poissons. Les cartilagineux, parmi lesquels on compte les chiens de mer, les requins, les raies, &c. qui surpassent, par leur voracité, les autres poissons, ont aussi le cœur bien plus volumineux; ce qui est très-remarquable dans la baudroie, où cette voracité est si manifestée par la grandeur de la gueule & le nombre de ses dents, & dont le cœur est très-gros en proportion du corps. Plusieurs observations m'ont confirmé dans cette opinion. J'ai pris un brochet que tout le monde fait être le mieux armé & le plus vorace des poissons de rivière, comme aussi un des plus agiles; je me suis procuré une tanche dont la gueule est toujours très-petite, privée de dents, & qui se tient presque toujours dans la vase. Le poids de ces deux individus s'est trouvé par hasard le même, il se portoit pour chacun à 5232 grains; mais le cœur du brochet pesoit 6 grains, tandis que celui de la tanche n'en pesoit que 4: ainsi dans le plus vorace de ces deux poissons, le poids du cœur étoit contenu 872 fois dans le poids total de son corps, & il s'y trouvoit 1308 fois dans celui de la tanche.

J'ai observé que dans les poissons dont les ouïes étoient les plus grandes, le cœur étoit aussi le plus gros, toujours



proportionnellement à la grosseur du corps ; je m'en suis assuré plus particulièrement sur le hareng ; j'en ai pesé un qui m'a donné 1992 grains pour poids total : son cœur étoit de 3 grains qui équivaloient à la 664.<sup>me</sup> partie de son corps. Un merlan, dont les ouïes sont beaucoup moins étendues, & présentent une ouverture assez petite, m'a fourni un résultat bien différent ; son corps pesoit 2004 grains, & son cœur seulement 1 grain  $\frac{2}{3}$  ; ce viscère n'étoit donc que la 1202.<sup>me</sup> partie de son corps, & étoit conséquemment presque moitié plus petit que celui du hareng.

Les poissons qui se tiennent dans la vase, qui font peu de mouvemens, dont la chair est plus molle, plus remplie de gluten, ont le cœur très-petit. Celui d'une limande, dont le corps entier pesoit 2844 grains, n'en pesoit que deux ; ce qui fait voir que le poids de ce viscère étoit contenu quatorze cents vingt-deux fois dans celui de son corps. Non-seulement cet organe est plus petit dans les poissons de cette classe que dans les autres, mais il est encore moins irritable ; la quantité du sang est aussi moindre dans ceux-ci. J'ai séparé en même temps, du corps d'une anguille & de celui d'un brochet, le cœur qui, dans le premier, a donné peu de signes d'irritabilité lorsque je l'ai piqué ; celui du brochet au contraire en a donné beaucoup & long-temps après que son corps ne manifestoit plus aucun signe de vie : ce qui a eu lieu en sens contraire dans l'anguille qui remuoit encore avec assez de force, quoique son cœur, que j'irritois avec la pointe du scalpel, ne donnât plus la moindre marque d'irritabilité.

La situation du cœur dans les poissons n'est pas la même que dans l'homme, ce viscère occupe dans les premiers le milieu de leur poitrine. Comme son usage se borne ici à transmettre le sang aux ouïes, & que ce fluide y est porté par une seule artère, une position au moyen de laquelle il est également éloigné des ouïes de chaque côté, est sans doute la plus avantageuse.

Les oreillettes dans l'homme sont situées à la partie

supérieure du cœur; dans les poissons l'oreillette est placée en sens contraire, la base du cœur touche le diaphragme & la pointe est tournée vers la tête. Cette différence dépend sans doute de celle qu'on observe dans le trajet que suit le sang, dont la plus grande partie, dans les poissons, est rapportée au cœur des parties postérieures du corps, tandis que dans l'homme une portion considérable est renvoyée au cœur des parties supérieures. L'oreillette est située un peu sur la gauche; le sang lui est fourni par un sinus particulier formé par la réunion de plusieurs veines. Ce sinus est beaucoup plus volumineux que l'oreillette : la communication entre ces deux cavités est fermée en partie par des valvules. Quelques auteurs ont regardé ce sinus comme une seconde oreillette (*a*); il en a du moins l'apparence. *Duverney* qui le premier a disséqué ces parties avec soin, a détaillé l'usage de ce sinus veineux qu'on retrouve dans les reptiles & les quadrupèdes ovipares. Le sang est poussé de cette cavité dans l'oreillette, par la contraction du diaphragme que j'ai toujours vu garni de fibres musculaires dans un très-grand nombre d'espèces. Il adhère comme dans l'homme au péricarde; son usage est cependant ici bien différent. Les anatomistes ont cru dans le premier cas, devoir attribuer cette adhésion à la pression continuelle du cœur sur le diaphragme, & que la situation droite de l'homme rend nécessaire. Leur sentiment étoit confirmé par l'observation contraire qui avoit été faite sur les quadrupèdes, où cette adhérence n'a presque pas lieu, parce que, disent ces auteurs, le corps des quadrupèdes est dans une situation horizontale; mais l'adhérence du péricarde au diaphragme a lieu sur les poissons, ce qui démontre l'insuffisance de cette explication.

Les anatomistes ont comparé avec raison la seule oreillette & le seul ventricule qui constituent le cœur des poissons, à l'oreillette droite & au ventricule droit dans l'homme; comme ceux-ci ils sont destinés à recevoir le sang des veines-caves: ils ont cependant tous donné le nom d'*aorte* ou d'*aorte ascendante*,

à la seule artère destinée à porter le sang du cœur aux ouïes, qui font l'office de poumons dans ces animaux. Le nom d'*artère pulmonaire* étoit le seul qui dût être donné à ce vaisseau. La structure de ces organes est entièrement analogue à celle des mêmes parties considérées dans l'homme. Le ventricule du cœur des poissons est comme le *ventricule droit dans l'homme*, formé par des parois épaisses relativement à son volume ; & sa cavité ne s'étend pas tout-à-fait jusqu'à la pointe du cœur. L'oreillette droite dans l'homme est, comme celle du cœur des poissons, volumineuse relativement à la grosseur de ce viscère, & le sang qu'elle contient est également noirâtre. L'artère au sortir du ventricule ne se recourbe pas comme l'aorte dans l'homme ; sa direction est droite & c'est une ressemblance qu'elle a avec l'artère pulmonaire de plus qu'avec l'aorte. Je crois donc, d'après sa structure & son usage, pouvoir donner à ce vaisseau le nom d'*artère branchiale*, du mot latin *branchiæ* (ouïes), bien persuadé que celui d'aorte ne sauroit lui convenir.

On voit à la base de l'artère branchiale, un renflement conique avec un étranglement à la partie inférieure. Ce renflement est fortifié intérieurement par des fibres longitudinales qui, en rapprochant par leur contraction l'artère, de la base du cœur, doivent accélérer le mouvement du sang. Quelques auteurs ont comparé cette cavité à l'oreillette gauche dans l'homme (*b*) ; d'autres se sont contentés de lui donner le nom d'*oreillette artérielle* (*c*) ; *Cæsalpin* l'a même prise pour un troisième ventricule.

Je me dispenserai de décrire le trajet de l'artère branchiale sur les ouïes ; *Needham* & *Duverney* n'ont rien laissé à désirer sur cet objet. Je me bornerai à rappeler que cette artère est la seule, dans les poissons, dont le battement soit sensible ; ce qui prouve bien que le cœur est la principale cause de la pulsation des artères, & qu'elle ne sauroit avoir lieu que dans les vaisseaux où le cours du sang est dirigé d'un petit, vers un plus grand diamètre.

La structure des ouïes est telle que les vaisseaux sanguins qui les parcourent, font, comme dans les poumons des quadrupèdes, un très-long trajet dans un très-petit espace; mais elles offrent des différences très-remarquables dans diverses espèces de poissons. Le genre de vie auquel la nature a destiné ces animaux, est la principale cause de ces variétés qui ont plus rarement lieu dans les organes des divers quadrupèdes ou des oiseaux. Ne seroit-on pas en droit d'en conclure que plus une fonction est parfaite dans une classe quelconque, moins les organes qui l'exécutent présentent de différences dans les diverses espèces qui la constituent?

Les poissons qui se tiennent ordinairement dans la vase & dans les endroits où l'eau est rarement renouvelée, tels que les anguilles, ont les ouïes soutenues sur des arcs osseux courts; la cavité de leurs ouïes est fort grande, & elles peuvent conserver plus long-temps que les autres espèces, l'eau dans leurs organes. On pourroit en quelque sorte les comparer aux reptiles & aux quadrupèdes ovipares qui ont des poumons cellulieux, garnis de fibres, & tels que ces animaux paroissent y tenir en réserve une certaine quantité d'air pour s'en servir au besoin. Dans les espèces au contraire qui fréquentent la haute mer, qui nagent toujours dans de grands fonds, & qui sont destinées à exécuter pendant de longues émigrations des mouvemens très-rapides, les ouïes sont posées sur des osselets très-grands, & leurs feuillettes sont très-alongés. Plusieurs sont pourvus d'un organe particulier, destiné, comme les ouïes, à la respiration. Cette partie, qui n'a été décrite par aucun auteur, peut être regardée comme une petite ouïe, & elle a rapport en quelque sorte à un lobule des poumons; elle est distincte des ouïes & située dans leur cavité de chaque côté, vers la base des opercules, & immédiatement après l'élévation que forment les orbites. Le plus souvent elle décrit un arc; sa longueur varie suivant les différentes espèces: j'en ai vu de plus d'un ponce de long dans plusieurs espèces de sparus & de perches de grandeur

médiocre ; elle est , ainsi que les ouïes , composée de lames rangées en file , mais qui vont en décroissant vers les deux extrémités. Ces lames ne sont point , comme dans les ouïes , placées deux à deux , mais simples ; leur nombre varie suivant les différentes espèces de poissons. Dans la limande , par exemple , j'en ai compté jusqu'à vingt & une ; elles ne sont jamais fixées sur un arc osseux ; elles forment à leur base une espèce de bourlet , & la membrane qui tapisse l'intérieur de la cavité les recouvre en partie. Les trois branches internes de chaque côté de l'artère branchiale , se distribuent aux trois ouïes internes sans fournir aucun rameau considérable ; la quatrième , qui est la plus externe , donne naissance vers son extrémité à un rameau qui , rétrogradant d'abord un peu , va joindre sur le côté opposé aux ouïes , la petite ouïe que je viens de décrire ; elle est sur-tout très-apparente dans les poissons dont *Artedi* a formé une classe particulière sous la dénomination d'*acanthopterygiens* , & qu'il a caractérisée par la présence de quelques rayons épineux aux nageoires. J'en ai fait mention sous le nom de *pseudobranchia* , dans les descriptions d'une espèce de sole , de choetodon & de clupea , que j'ai données dans la première décade de mon histoire générale des poissons.

Le canal par lequel les quadrupèdes & tous les animaux à sang chaud transmettent l'air dans les poumons , est le même dans tous ; ce qui ne s'observe pas dans les poissons qui reçoivent l'eau dans les organes analogues par différentes ouvertures. Quelques-uns , tels que les lamproies , ont sur le haut de la tête une seule ouverture par laquelle l'eau est conduite aux ouïes. Cette structure étoit nécessaire à ces poissons qui , se fixant au moyen de la succion , aux pierres ou contre les gros poissons , ne pourroient point en même-temps recevoir l'eau par la gueule. D'autres , comme les raies , ont à chaque côté de la tête une ouverture qui sert de passage à l'eau. Le plus grand nombre des poissons reçoit cependant l'eau par la gueule , & elle sort par les ouïes ; pour s'en convaincre , il suffit d'examiner avec

quelqu'attention l'eau qu'ils respirent ; elle entraîne avec elle, dans la gueule, les petits corps qui surnagent dans ce fluide, tandis qu'ils sont repoussés aux ouvertures des ouïes.

Dans les cartilagineux, les organes de la respiration, comme nous l'avons déjà dit, sont beaucoup plus étendus que dans les autres poissons ; la plupart rejettent aussi l'eau par plusieurs ouvertures, qui sont au nombre de sept dans toutes les espèces de lamproies, & dans un chien de mer que j'ai décrit sous le nom de *bluet* dans les Mémoires de l'Académie, 1780. Un autre poisson de même genre, dont j'ai parlé sous la dénomination de *griset*, dans le même mémoire, en a six. Toutes les raies, & la plupart des chiens-de-mer en ont cinq ; quelques-uns n'en ont que quatre, le quatrième étant alors divisé intérieurement en deux parties. Les *chimera*, les *esturgeons* & la *feuille*, n'en ont qu'une seule formant quelquefois plusieurs divisions. Tous les autres poissons ne sont pourvus que d'une seule ouverture ; mais sa forme varie suivant l'économie animale de chaque espèce. Ceux qui sont destinés à vivre dans des eaux peu profondes, qui ne s'éloignent jamais du rivage & qui sont quelquefois ensevelis dans le sable, tels que l'*ammodytes*, plusieurs espèces de *Silurus*, & la plupart des *Anguilliformes*, ont cette ouverture petite, formant une espèce de canal environné de membranes épaisses. Les *poissons-coffres* vivent très-près du bord de la mer qui, en se retirant, les laisse souvent dans des lieux où il y a une très-petite quantité d'eau que le soleil fait bientôt évaporer ; ils ont aussi les ouvertures de la gueule & des ouïes très-petites, leur corps est de plus recouvert d'une écaille dure & d'une seule pièce. Les *poissons-bourfes*, les *vieilles* de mer qui, en s'enflant restent presque toujours à la surface de l'eau, ont ces mêmes ouvertures très-étroites. Les poissons qui sont forcés d'exécuter de grands mouvemens, ont les ouïes les plus étendues. Leur gueule & l'ouverture des ouïes sont très-larges ; ils reçoivent une grande quantité d'eau & la renouvellent plus souvent que les autres ; ils meurent presque aussitôt qu'ils sont hors de

de l'eau, tandis que les carpes, les anguilles, &c. qui ont ces ouvertures plus petites, vivent assez long-temps dans l'air. On pourroit en quelque sorte comparer les premiers aux oiseaux de haut vol, dont la plupart des os sont pénétrés par l'air : le *hareng*, les *aloses*, le *brochet*, &c. doivent être compris dans la première division.

Dans les animaux qui respirent de l'air, il n'y a qu'une seule ouverture par où cet élément est reçu & est rejeté. Dans les poissons, comme nous venons de l'observer, l'eau entre par une ouverture & sort par une issue différente. Le mécanisme au moyen duquel cette opération s'exécute, est aussi bien différent de celui qui sert à la fonction analogue à celle-ci dans les quadrupèdes; les opercules servent de parois à la cavité qui renferme les ouïes, & font l'office des côtes; leur mouvement est semblable à celui de ces parties dans l'homme & les quadrupèdes. Quand le poisson veut prendre de l'eau, la mâchoire inférieure s'abaisse, & les deux os qui la composent étant joints antérieurement par des ligamens, elle est en même-temps dilatée. Les os de la mâchoire supérieure sont portés par leur extrémité postérieure en en-bas; & comme ils se trouvent articulés avec les os latéraux de la tête qui forment la base des opercules, ils font exécuter à ceux-ci un mouvement de bascule qui porte leur angle antérieur un peu en-dedans & en en-bas, tandis que la mâchoire inférieure les porte en-dehors & en en-haut. Par ces mouvemens combinés, chaque fois que le poisson ouvre la gueule, les opercules s'écartent par leur bord, du corps de l'animal, & laissent échapper l'eau qui étoit contenue dans la cavité des ouïes; leur mouvement est exactement le même que celui des côtes dans la respiration. Dans le même instant où l'animal ferme la gueule, le bord des opercules est ramené sur le corps; la membrane des ouïes qui le borde en ferme exactement l'ouverture, & l'eau qui étoit entrée dans les cavités lors de la dilatation de toutes les parties, est pour ainsi dire, pressée contre les feuillets des ouïes qui se sont rapprochées au même moment; & c'est alors que la fonction de la

respiration est entièrement remplie. Les poissons ne la parachèvent donc que dans l'expiration. N'est-on pas en droit de conclure avec *Duverney*, guidé par l'analogie, que les animaux qui respirent de l'air ne donnent point le principe phlogistique de leur sang à cet élément dans le moment de l'inspiration, mais seulement lorsque le thorax s'affaïsse, que les poumons tendent à chasser l'élément qu'ils contiennent, & que toutes les parties, en se rapprochant, forcent l'air à s'unir plus intimément avec les fluides qu'elles charient.

Les poissons ont des inspirations plus fréquentes que les animaux qui vivent dans l'air, parce que le principe qui doit être extrait de l'eau par leurs organes, est répandu bien moins abondamment dans ce dernier fluide que dans l'air, & qu'il est plus difficile de le séparer de l'un que de l'autre.

L'usage de la *membrane des ouïes* paroît se borner à fermer exactement l'ouverture des ouïes, & à augmenter dans certaines espèces leur cavité; cette membrane manque dans un grand nombre de poissons, comme je l'ai déjà observé : les *ouvertures des ouïes* sont alors très-étroites. Dans quelques-uns où cette ouverture se trouve très-petite, la membrane des ouïes n'est soutenue que par un seul rayon, qu'on pourroit même regarder comme une lame des opercules. Les espèces du genre des *Mormyrus* en fournissent un exemple; quelques-autres ont l'ouverture des ouïes très-étroite, mais formant une espèce de canal, comme on le voit dans les poissons du genre des *murænes* & des *callyonimus*; dans ces espèces, la membrane ne paroît pas distincte des opercules, & les osselets qui la soutiennent peuvent être aisément comparés aux côtes dans l'homme & les quadrupèdes. Dans les poissons enfin dont l'ouverture des ouïes est très-considérable, il étoit nécessaire que la membrane fût raffermie par un grand nombre d'osselets; & c'est aussi ce qu'on observe dans toutes les espèces de *brochets*, de *saumons*, & sur l'*élops* qui a trente-quatre osselets de chaque côté.

Lorsque le sang a passé au travers des ouïes, il entre dans des vaisseaux dont le diamètre va en augmentant,



dont les parois sont moins épaisses que celles de l'artère branchiale, qui ont, en un mot, tous les caractères des veines, & qui doivent en tout être comparés aux veines pulmonaires dans l'homme & les quadrupèdes; elles ne portent cependant pas le sang à un ventricule, mais elles forment par leur réunion un gros vaisseau qui a toutes les qualités des artères. Ce vaisseau a été connu des anatomistes, sous le nom d'*aorte descendante*; je crois devoir seulement lui donner celui d'*aorte*, ayant déjà fait voir que les poissons n'avoient point d'*aorte ascendante*. Le sang est distribué dans tout le corps par l'*aorte*; le cours de ce fluide n'est point retardé comme dans l'homme, par un grand nombre de plis ou d'angles formés par les vaisseaux sanguins, & qui sont déterminés par la conformation des viscères & des extrémités: il n'a donc pas besoin d'être poussé dans les artères des poissons, avec autant de force que dans celles de l'homme. Il est aisé, d'après cette considération, de rendre raison de la direction que suivent les veines pulmonaires; quant aux artères, elles décrivent une ligne droite, & le sang y circule avec moins de rapidité que dans les vaisseaux des animaux à sang chaud. *Leuwenhoëck* a observé que le sang d'une anguille ne parcourait à peu près que l'espace de cinq pouces dans une minute; & je me suis assuré par un grand nombre d'expériences faites sur des poissons du genre des *carpes*, que leur cœur battoit dans le même espace de temps, trente-cinq fois, quelquefois trente-six, & même trente-huit, rarement quarante.

Il est très-probable que le sang, en passant à travers les ouïes, s'y dépouille, comme dans les quadrupèdes à travers les poumons, du principe charbonneux dont il est surchargé; mais je laisse aux chimistes à nous éclairer sur la manière dont l'air déphlogistiqué uni à l'eau, & qui en est peut-être une partie constituante, absorbe ce principe: je me bornerai à rapprocher quelques observations qui peuvent éclaircir la théorie des phénomènes de la respiration.

Les poissons ont, proportionnellement à leur volume,

moins de sang que les quadrupèdes; ce qui s'accorde parfaitement avec la manière imparfaite dont le mécanisme de la respiration s'exécute dans les premiers; plusieurs anguilles ont à peine fourni quelques onces de sang, suivant *Menghinus*; & l'on trouve dans les *commentarii Bononienses*, qu'on n'en a retiré qu'une seule once de cent de ces poissons.

La quantité du sang dans les animaux, est toujours en raison de la perfection de leur respiration; cette observation peut être faite non-seulement sur les grandes classes, mais encore sur les espèces des poissons qui offrent, relativement aux organes de la respiration, bien plus de variétés que les animaux qui vivent dans l'air. Ainsi les cartilagineux qui ont ces organes les plus étendus, ont aussi plus de sang qu'aucun autre poisson; de même le brochet, dont les organes de la respiration sont plus complets, pour ainsi dire, que ceux de la carpe, a plus de sang que celle-ci qui, respirant d'une manière plus parfaite que l'anguille, a aussi plus de sang que cette dernière.

Les poissons ne peuvent supporter dans l'eau un degré de chaleur égal à celui que les quadrupèdes supportent dans l'air; la différence est même à cet égard très-considérable, puisque ceux-ci ne paroissent souffrir en aucune manière dans une atmosphère dont la chaleur transmise à l'eau, feroit infailliblement périr les poissons qu'on y plongeroit.

L'homme est susceptible aussi de supporter sans inconvénient une chaleur très - considérable. Plusieurs Savans Anglois placés pendant quelque temps dans une atmosphère où le thermomètre se soutenoit au 109.<sup>me</sup> degré, ne pouvoient pas dans le même moment tenir leurs mains dans de l'eau dont la chaleur n'étoit que de 57 degrés, & qui auroit suffi sans doute pour détruire l'organisation des poissons. Il existe cependant quelques observations sur des poissons trouvés vivans dans des eaux assez chaudes. Les anciens avoient remarqué cette singularité; *Ælien* parle d'un lac de *Lybie*, dont l'eau est très-chaude, & où l'on trouve des poissons qui meurent si on

les transporte dans une eau moins chaude. On trouve des observations semblables dans *Saint-Augustin* & *Cardanus*. *Shaw*, dans son voyage en Barbarie, parle de quelques sources thermales dans lesquelles il avoit trouvé plusieurs poissons du genre des *perches*. Tout récemment, M. des Fontaines, de l'Académie des Sciences, a fait la même observation aux environs de Cafza. Le thermomètre de Réaumur, qu'il y a plongé, est monté au 30.<sup>me</sup> degré: je ne doute point que l'observation d'*Élien* n'ait eu lieu dans ces mêmes sources. On trouve dans l'histoire des eaux minérales de *Lucas*, des observations sur des carpes vivantes trouvées dans une eau thermale dont la chaleur égaloit celle du sang de l'homme. *Valisnieri* dit aussi avoir vu des poissons vivans dans des eaux thermales; *Conringius* fait mention du même phénomène. *Anderson* rapporte un fait semblable dont il a été témoin en Islande. Je ne citerai pas sur cet objet un plus grand nombre d'autorités, parce que presque aucun de ces auteurs n'a déterminé exactement le degré de chaleur des eaux dont ils font mention. Parmi toutes les observations rapportées sur ce phénomène, celle qu'a faite M. *Sonnerat* est assurément la plus surprenante, puisqu'il dit avoir trouvé à Manille, des poissons dans une eau qui faisoit monter le thermomètre de Réaumur jusqu'au 69.<sup>me</sup> degré. Mes expériences m'ont fourni de bien moindres résultats. *Mussembroëck* avoit déjà écrit que les poissons périssoient au 111.<sup>me</sup> degré du thermomètre de Farenheit; il a vu même une *perche* très-vigoureuse mourir en trois minutes, dans une eau au 96.<sup>me</sup> degré; il ajoute que ces animaux vivoient très-bien au 72.<sup>me</sup>. Il est très-difficile de déterminer positivement les divers degrés de chaleur que chaque espèce peut supporter; ils diffèrent non-seulement suivant la saison, mais encore suivant la forme des organes de la respiration.

Le 20 juin 1784; j'ai mis deux épinoches dans un grand vase plein d'eau dont la température étoit de 14 degrés; je l'ai fait chauffer graduellement, & au bout de

deux heures & demie, le thermomètre est monté au 28.<sup>me</sup> degré: ces poissons se sont alors beaucoup agités; ils étoient sur le point de mourir, lorsque je les ai retirés pour les jeter dans de l'eau fraîche, où ils sont revenus à la vie au bout de quelques minutes.

Le 10 novembre 1784, j'ai mis dans un vaisseau contenant une voie d'eau, une carpe, des ablettes, des goujons, & quelques poissons de la famille des perches: l'eau avoit été prise dans la Seine; le thermomètre y marquoit 5 degrés; le fond du vaisseau étoit recouvert de sable. à midi 25 minutes, le thermomètre étoit à 6 degrés  $\frac{1}{2}$ ; à 30 minutes, à 8 degrés, &c. Cette expérience a duré jusqu'à 4 heures 45 minutes; j'ai eu soin de marquer le degré de chaleur de 5 en 5 minutes; j'ai versé de temps en temps de l'eau fraîche en petite quantité. Au 12.<sup>me</sup> degré, les plus petits poissons ont commencé à monter à la surface de l'eau, ils s'agitoient déjà beaucoup & donnoient des signes de mal-aise: l'eau de la Seine est cependant bien plus chaude dans l'été. Au 21.<sup>me</sup> degré, les plus petits (les ablettes) ont perdu leur équilibre & étoient déjà presque morts; au 22.<sup>me</sup> les perches surnageoient sans mouvement & le corps renversé; les goujons qui étoient un peu plus gros, n'ont paru manifestement souffrir qu'au 23.<sup>me</sup> degré; cependant la carpe ne s'agitoit encore presque point, sa respiration étoit seulement plus fréquente. Au 28.<sup>me</sup> degré où j'ai tenu l'eau pendant 15 minutes, la carpe a commencé à donner des signes de mal-aise & a perdu l'équilibre; elle a ensuite paru morte ou du moins asphyxiée; l'ayant retirée pour la mettre dans de l'eau fraîche, elle n'est revenue qu'au bout d'un assez long espace de temps: j'ai employé quatre heures & demie à amener l'eau au 28.<sup>me</sup> degré. Je suis bien persuadé qu'avec certaines précautions on parviendroit à faire vivre des poissons dans une eau échauffée au-delà de 28 degrés; mais je doute qu'ils vécuissent si elle l'étoit seulement jusqu'au 40.<sup>me</sup>. Je me propose de suivre ces expériences & de les varier de différentes manières.

En supposant que les poissons , ainsi que j'ai lieu de le présumer d'après les expériences dont je viens de rendre compte , ne puissent pas supporter une eau échauffée au-delà de 30 degrés ; en se rappelant en même temps qu'il leur est impossible de vivre dans une eau dont la température seroit quelques degrés au-dessous de zéro , il s'ensuivroit que ces animaux ne pourroient se soutenir que dans une échelle tout au plus de 30 degrés ; échelle qui , comparée avec celles que peuvent parcourir les animaux à sang chaud , paroîtra sans doute très-courte ; elle sera cependant toujours en raison de la chaleur vitale , qui dans les poissons est même au-dessous de celle des reptiles & des quadrupèdes ovipares. Martine a observé sur plusieurs poissons d'eau salée , que la chaleur du sang n'excédoit pas de plus d'un degré celle de l'eau où ils étoient plongés. La même expérience répétée sur une truite & sur d'autres poissons de rivière , lui a donné le même résultat. M. Jean Hunter a vu le thermomètre de Fahz , introduit dans l'estomac d'une carpe , monter du 65.<sup>e</sup> degré  $\frac{1}{2}$  , terme de la température de l'eau , au 69.<sup>e</sup> degré , c'est-à-dire , 3 degrés  $\frac{1}{2}$  de plus ; mais il faut observer que le poisson étoit alors hors de l'eau , circonstance bien essentielle , & qui doit influencer beaucoup sur le résultat de l'expérience.

J'ai plongé dans le corps de plusieurs petits poissons de la Seine , que je tenois dans l'eau pendant l'expérience , un thermomètre qui n'est jamais monté plus de  $\frac{3}{4}$  de degré au-dessus de la température de l'eau ; l'augmentation n'étoit même quelquefois que d'un demi-degré , particulièrement dans ceux qui étoient malades. Une anguille assez grosse , mais foible , n'a fait monter la liqueur que de  $\frac{3}{4}$  de degré. Les carpes ont donné constamment un degré d'excédant de chaleur , quelques-unes un degré  $\frac{1}{2}$  : en général la chaleur des poissons est très-peu considérable , & je crois qu'on peut révoquer en doute l'observation d'*Olafsen* , qui prétend avoir remarqué une chaleur sensible dans le sang d'une espèce de chien de mer ( le glauque ).

Les poissons font une grande déperdition de chaleur animale, l'eau leur en soutire continuellement une grande quantité; la portion de ce fluide qui les environne immédiatement, est aussi plus chaude que par-tout ailleurs. On a observé qu'une carpe plongée dans un mélange qui se geloit très-promptement, conservoit autour d'elle une certaine quantité d'eau fluide, quoique le reste du liquide fût totalement gelé.

On ne sauroit rapporter qu'à la respiration le développement de la chaleur des poissons. Les phénomènes d'après lesquels M.<sup>rs</sup> Lavoisier & de la Place ont expliqué la production de la chaleur dans les animaux qui vivent dans l'air, s'observent aussi dans les poissons, mais ils sont bien moins sensibles: les différences de la chaleur entre les animaux qui respirent de l'air & ceux qui respirent de l'eau, sont surtout remarquables, en comparant les poissons avec les cétacées, qui ont d'ailleurs tant de rapport avec ces animaux, que tous les naturalistes avant M. Brisson, les avoient rangés dans la même classe. Les uns & les autres habitent le même élément; cependant ceux qui ont des ouïes & respirent de l'eau, n'ont qu'un degré ou un degré & demi de chaleur de plus que l'eau; les cétacées au contraire qui respirent de l'air, ont le sang aussi chaud que celui de l'homme. J'ai plongé le thermomètre dans le corps d'un marsouin, à travers une blessure qu'il venoit de recevoir à côté du cou, & qui rendoit beaucoup de sang; il étoit déjà mort, cependant le thermomètre monta jusqu'au 28.<sup>o</sup> degré  $\frac{1}{2}$ , & se soutint au 28.<sup>o</sup> degré, lorsque je le plaçai dans les parties de la génération. La température de l'atmosphère étoit ce jour-là de 14 degrés, & celle de l'eau de la mer près du bord, de 13  $\frac{1}{2}$ .

Les poissons n'éprouvent point dans l'eau d'aussi grandes variations de froid ou de chaleur que les quadrupèdes dans l'air. La température de l'eau, à une certaine profondeur, paroît être presque toujours la même, ce qui est prouvé, quant à celle de la mer, par les expériences du comte de

Marfili,

Marfil, & plus récemment de M. de Saussure. Celle des rivières, quand la surface est gelée, est dans le milieu, quelques degrés au-dessus de zéro. Dans les grandes chaleurs, la température de l'eau est toujours au-dessous de celle de l'air. Cependant il paroît que ces animaux sont plus sensibles à un grand degré de chaleur que de froid.

Les poissons sont cependant affectés par les variations de l'atmosphère : on fait que dès que le temps est à la pluie, ils remontent à la surface. Ce fait n'avoit point échappé à Bacon, il le citoit comme une preuve de la grande influence de l'air sur les animaux qui vivent dans l'eau. Ne seroit-il pas plus simple d'attribuer ce phénomène au temps qui détermine alors la chute des insectes que les poissons viennent prendre à la surface de l'eau ? ce qui est d'autant plus vraisemblable, que c'est presque la nourriture de tous les poissons de rivière.

C'est aux grandes variations de l'atmosphère qu'on doit attribuer l'émigration de cette quantité prodigieuse de harengs que le froid force chaque année à chercher des mers plus tempérées que celles du pôle ; mais nous n'avons malheureusement encore presque aucune observation sur ces voyages périodiques. Les poissons destinés à ne jamais s'éloigner des bords, sentent aussi le refroidissement de l'air, & pour s'en garantir ils s'enfouissent dans la vase, où la plupart d'entr'eux restent dans un état d'engourdissement, semblable à celui qu'éprouvent pendant l'hiver les ours, les loirs, les marmottes, &c. Les anciens ont parlé de ce sommeil périodique ; les modernes n'ont point fait d'observations relatives à ce phénomène, qui mérite cependant une attention particulière. Il est aisé de reconnaître les poissons de cet ordre, à leur corps qui est alongé, à l'absence des nageoires ventrales, & aux mouvemens d'ondulation qu'ils sont obligés d'exécuter pour se soutenir dans l'eau.

Je ne regarde pas comme un engourdissement, proprement dit, celui que plusieurs auteurs ont prétendu avoir

observé sur des poissons entièrement gelés & rappelés ensuite à la vie. Peut-être se sont-ils fondés sur ce qui arrive quelquefois à plusieurs parties des animaux à sang chaud, lesquelles reprennent vie après avoir été gelées; mais il faut observer que leur sang est bien plus chaud, & qu'il est poussé avec plus de force dans ceux-ci que dans les poissons. Quoi qu'il en soit, M. J. Hunter qui a tenté la même expérience sur ces derniers, ne l'a jamais vu réussir; les poissons, dont il a fait geler la queue, n'ont jamais pu recouvrer l'usage de cette partie.

L'eau affecte d'un plus grand nombre de manières les organes de la respiration des poissons, que l'air n'agit sur ceux des animaux à sang chaud. Plusieurs individus, après avoir respiré pendant quelque temps dans une certaine quantité d'eau, la dénaturent au point qu'elle n'est plus propre à la respiration, comme les animaux à sang chaud dénaturent l'air, lorsqu'ils sont rassemblés dans le même endroit. L'eau tient en dissolution un plus grand nombre de substances que l'air, & parmi ces substances, il s'en trouve beaucoup qui deviennent nuisibles aux poissons; leur vertu délétère agit le plus souvent dans ces animaux, sur les organes de la respiration; ce qui a plus rarement lieu dans les animaux qui vivent dans l'air. La nature a cependant doué les poissons d'une force assez grande pour résister à quelques-uns des changemens que l'eau peut éprouver; ils passent, par exemple, librement des eaux salées dans les eaux douces, ou de celles-ci dans les eaux salées. On sait combien est grand le nombre des saumons, des aloses, des lamproies, &c. qui abandonnent chaque année la mer pour remonter les rivières; les carpes au contraire quittent souvent les rivières pour gagner les eaux de la mer. Si l'on fait attention à la différence qu'il doit y avoir pour un poisson, de respirer de l'eau douce ou de l'eau salée, on aura une idée de la force dont nous avons dit qu'ils étoient doués pour résister aux changemens que l'eau peut éprouver, force qui, dans cette circonstance, est au-dessus de celle qu'on observe dans les autres



animaux qui ne supporteroient pas un changement aussi grand & aussi subit dans l'air. Ceci peut servir à rendre raison de l'organisation moins parfaite que présentent les parties destinées à la respiration des poissons ; structure qui les met à l'abri de la trop grande influence que les dégénération multipliées de ce fluide auroient sur leurs organes.

Les poissons que j'ai mis dans de l'eau distillée y ont vécu ; ils ont à la vérité donné d'abord des signes de mal-aise, mais après avoir nagé quelque temps, ils n'ont plus paru souffrir. Ils avoient probablement déterminé, par leur mouvement, l'eau à s'unir à la portion d'air nécessaire à la respiration. Cependant un petit poisson enfermé dans un flacon bouché, qui contenoit une pinte d'eau distillée, y a vécu plus de trente heures. Le sirop de violette, versé en petite quantité sur de l'eau distillée où étoient des poissons vivans, n'a donné d'abord aucun signe de changement de couleur ; il a seulement un peu verdi dans la suite, ce qui peut être attribué à la partie alkalescente de la mucosité dont le corps des poissons est enduit, & qui se mêle toujours à l'eau : ils y ont très-bien vécu. Une goutte d'acide arsénical jetée dans une assez grande quantité d'eau, où j'avois mis un poisson vigoureux, a suffi pour le faire mourir dans le moment. Sa gueule étoit fermée, & les opercules des ouïes ramenées sur le corps. Un autre poisson a vécu six minutes dans du suc de citron ; les ouvertures des ouïes étoient fermées quand il est mort. L'eau légèrement acidulée au moyen de l'air fixe, a fait mourir dans quelques minutes un poisson vigoureux ; sa gueule & l'ouverture de ses ouïes étoient très-béantes. Ceux que j'ai plongés dans de l'eau de chaux, ont, au bout de quelques minutes, rejeté par les ouvertures des ouïes, une sanie assez abondante ; ils ont donné quelques signes de vie après cette évacuation, & sont morts bientôt après. On sait que la chaux est employée à prendre les poissons dans les étangs, & les anguilles dans les ruisseaux où il y a peu d'eau, & où il suffit de jeter quelques pierres de chaux pour les faire

mourir. Les pêcheurs emploient plusieurs autres moyens analogues pour prendre, s'il est permis de s'exprimer ainsi, les poissons par la respiration. Dans les Indes, on emploie à cet usage le suc de plusieurs plantes. Dans nos provinces méridionales on se sert, pour le même objet, du suc d'une espèce de thytimale (*euphorbia characias* L.) qui croît abondamment dans les lieux incultes; on en coupe les tiges en plusieurs morceaux, qu'il suffit de jeter sur l'eau pour faire mourir un grand nombre de poissons. On sait que ce suc laiteux peut être répandu sur une grande surface.



## M É M O I R E

SUR QUELQUES PARTICULARITÉS  
DU CUPRESSUS DISTICHA Lin.*appelé Cyprès chauve par les Américains.*

Par M. l'abbé TESSIER.

SI les descriptions exactes des plantes sont nécessaires pour les faire reconnoître, & pour empêcher qu'on ne confonde entr'elles les espèces qui se rapprochent, il n'est pas moins intéressant de constater les circonstances qui accompagnent leur végétation, & l'usage auquel on peut les destiner, parce que de-là dépendent & la manière de les multiplier, & les avantages qu'on a lieu d'en attendre. C'est dans cette vue que j'exposerai ici quelques particularités du *cupressus disticha*. Lin.

On a donné le nom de *cyprès chauve* au *cupressus disticha*, parce que tous les ans, en hiver, il se dépouille de ses feuilles que les autres cyprès conservent dans cette saison. Suivant les anciens botanistes françois, c'est le *cupressus foliis pseudo-acaciæ deciduis*; la plupart des auteurs anglois l'appellent *deciduons cypress*. Catesby le regarde comme le plus haut & le plus gros des arbres de l'Amérique septentrionale, après le tulipier. Selon cet auteur, il y a des cyprès chauves qui ont trente pieds de circonférence près des racines, & dix vers la cime, sur une hauteur de soixante à soixante-dix pieds avant les branches. Le père Charlevoix dit absolument la même chose; comme il paroît avoir copié Catesby, il ne peut être une autorité de plus. M. le Page du Pratz, dans son histoire de la Louisiane (a), pays où le *cupressus disticha* étoit très-commun & très-estimé,

Là  
le 6 Avril  
1785.

---

(a) Histoire de la Louisiane, tome II, chapitre III, pages 30 & suiv.

sous le nom de *cypre*, entre, sur son usage, dans des détails intéressans. Il fait connoître que c'est un arbre d'une grandeur & d'une grosseur prodigieuses; d'un seul tronc on forme communément plusieurs pirogues de plus d'un pouce d'épaisseur, en état de porter jusqu'à quatre milliers & au delà; on cite même un de ces cyprès, qui avoit douze brasses de tour sur une hauteur proportionnée: on se proposoit de l'employer à la construction de deux pirogues, dont l'une devoit porter quatorze tonneaux & l'autre seize.

Dans le temps où le cyprès chauve étoit, à la Louisiane, plus commun qu'il ne l'est maintenant, on en abattoit, dit M. le Page, pour faire servir l'écorce à couvrir les maisons; on choisissoit le moment où l'arbre étoit en sève, afin d'en enlever plus facilement l'écorce, qu'on tailloit par pièces de six pieds de longueur; on faisoit du reste de l'arbre, des planches qui étoient transportées hors du pays, & vendues à bon marché. Ce bois a la réputation de n'être pas attaqué des vers, de résister mieux qu'aucun autre aux injures de l'air, & d'être incorruptible. Un tronc d'arbre qu'on a trouvé bien conservé près la nouvelle Orléans, à vingt pieds de profondeur, & qui devoit y être depuis bien des années, étoit celui d'un cypre ou cyprès chauve. M. le Page du Pratz assure que le bois du cyprès chauve est d'une belle couleur, qu'il est tendre, léger, doux, uni, d'un fil droit, ayant les pores fins, qu'il ne se fend pas de lui-même, mais facilement sous l'outil de l'ouvrier, & qu'enfin il ne travaille point lors même qu'on l'emploie encore verd.

Le *cupressus disticha* offre à l'observateur une particularité singulière. À quelque distance du tronc il s'élève des racines presque à angles droits, des protubérances que Catesby désigne sous le nom de *chicots*, & l'auteur de l'histoire de la Louisiane, sous celui de *contresorts*. Les habitans de la Louisiane les creusent pour en faire des ustensiles de ménage; ces protubérances jointes à des portions de racines, s'emploient pour former des courbes naturelles dans

les vaisseaux. Elles sont ordinairement arrondies & en forme de cône ; quelques-unes excèdent de très-peu la surface du sol, d'autres montent jusqu'à huit ou dix pieds, ce qui peut dépendre de l'âge des arbres : une écorce rougeâtre les recouvre ; on n'y voit ni feuilles ni branches, ni traces de boutons. Jusqu'ici, à ce qu'il me semble, on n'a remarqué sur les racines d'aucun autre arbre de semblables protubérances, ou du moins on n'en a pas fait mention. Catesby nous a appris encore, que le cyprès chauve, auquel il donne l'épithète d'*aquatique*, croissoit dans l'eau, dont il étoit quelquefois baigné jusqu'à la hauteur de cinq & six pieds ; & que ses graines, mûres en octobre, se semoient d'elles-mêmes, avantage précieux pour sa multiplication.

Ces assertions aussi curieuses qu'utiles pour les cultivateurs d'arbres, avoient besoin d'être confirmées : deux relations nouvelles que j'ai entre les mains, ne laissent aucun doute sur l'exactitude de la plupart ; l'une est de M. de Marbois, secrétaire d'ambassade de France, auprès des États-unis de l'Amérique, & maintenant intendant de Saint-Domingue ; & l'autre de M. Jones, habitant du pays où les cyprès chauves sont le plus abondans. M. de Marbois, dont le zèle pour les intérêts de sa patrie, & pour lui procurer des objets utiles, se fait connoître dans plus d'un genre, s'est rendu de Philadelphie à un marais rempli de ces arbres, & appelé *cyprès swamps*, situé à peu de distance de Lewistowe près de l'embouchure de la Delaware, à la droite du fleuve ; il est en partie dans le petit État de la Delaware, & en partie dans le Maryland, au nord & au sud du cap Henlopen (*b*), éloigné de la mer d'environ

---

(*b*) Le cap Henlopen est marqué sur la carte de d'Anville, à l'entrée de la Delaware, au sud ou à gauche en entrant dans cette rivière, vis-à-vis du cap Mai, qui est à droite & dans le Newjersey. Dans la carte de

Lattré, la plus récente, on trouve le cap Kenlopen, au lieu du cap Henlopen, qui est le vrai nom, ainsi qu'il paroît d'après les gens du pays. M. d'Anville l'a bien désigné.

douze milles. On assure que ce marais & ceux qui l'avoisinent, ont une étendue très-considérable. M. de Marbois a remarqué que le sol qui environne le marais des cyprès, étant moins marécageux, quoique humide, ne produisoit point de cyprès chauves, mais des chênes, des noyers, des liquidambers. Du reste, la relation & celle de M. Jones sont d'accord avec ce que Catesby & M. le Page du Pratz ont avancé de plus important sur le cyprès chauve. M. de Marbois a fait passer en France une de ces protubérances dont j'ai parlé ; il y a joint de la terre du marais, afin qu'on reconnût celle où il convenoit de cultiver cet arbre. Il seroit à désirer que les voyageurs botanistes eussent cette attention : souvent ils se contentent d'envoyer ou de rapporter des graines, sans mettre ceux à qui ils les destinent, à portée de réussir dans leurs essais.

Le principal but qu'on se propose dans la recherche des arbres étrangers, est de savoir s'il est possible de les naturaliser dans d'autres pays que ceux où ils croissent naturellement. Je pense qu'on doit concevoir l'espérance d'acclimater parmi nous le cyprès chauve, non-seulement d'après les éclaircissémens que vient de nous procurer M. de Marbois, mais encore, parce que cet arbre s'élève en France avec succès. M. de Malesherbes, membre de cette Académie, auquel on est redevable en partie du voyage de M. de Marbois de Philadelphie jusqu'au Marais, & auquel je n'ai, pour ainsi dire, qu'épargné la peine d'instruire le public des faits contenus dans ce mémoire, M. de Malesherbes a fait planter de diverses manières des cyprès chauves ; les uns dans un terrain sec, les autres dans un sol de tourbe, & un seul, au milieu d'un amas d'eau stagnante. Parmi les premiers, plusieurs ont péri, ceux qui subsistent sont petits & languissans ; les cyprès placés dans la tourbe croissent avec vigueur & facilité ; ils ont trente-six pieds de hauteur, & quatre pieds de circonférence à leur base. Il y a quinze ans qu'ils sont à Malesherbes, où ils ont été apportés d'Angleterre, n'ayant que six lignes de diamètre, & la grosseur du petit doigt.

doigt. On distingue auprès de l'un d'eux des protubérances sortant des racines ; elles sont en grand nombre ; il y en a qui se montrent à plus de six pieds du corps de l'arbre ; quelques-unes ont déjà six pouces au-dessus du sol. Les racines profondes en produisent comme les racines superficielles ; car les racines s'élèvent plus ou moins , comme pour former une protubérance , & se replongent en terre , presque verticalement , ainsi que M. de Malesherbes & moi nous l'avons observé. Le cyprès chauve , qui a le pied dans l'eau , n'y est que depuis trois ans ; il paroît en bon état. Il est à remarquer à l'avantage des cyprès chauves , que ceux de Malesherbes , sans qu'on ait pris aucunes précautions , n'ont point été maltraités par la rigueur des hivers de 1776 & 1784 , quoique d'autres arbres de France & du pays en aient beaucoup souffert. Cependant en Amérique , ils ne se trouvent pas plus au nord que la Virginie. Il n'est pas inutile d'observer encore , que leurs graines se conservent plusieurs années , & se transportent par mer , sans exiger des attentions particulières. M. de Fougereux possède au Monceau beaucoup de cyprès chauves qui sont en bon état ; ces arbres ont été plantés dans de la tourbe , sur les bords d'une rivière qui les inonde une partie de l'année ; c'est une des plantations faites par M. Duhamel de Denainvilliers , frère de celui que nous regrettons. Ce savant modeste , un des meilleurs cultivateurs qui aient existé , ayant essayé ces arbres dans divers terrains où ils ne se plaisaient pas , pensa , après avoir lû Catesby , qu'il convenoit de les mettre dans la tourbe , & presque le pied dans l'eau , & l'on voit par le succès des cyprès de Malesherbes , combien son observation fut juste.

Afin de tirer tout le parti possible du voyage de M. de Marbois , au marais des cyprès , nous avons cru devoir soumettre à un examen chimique la terre & la protubérance qu'il a fait passer en France , & les comparer avec la terre & une protubérance envoyées de Malesherbes. M. Cornette , de cette compagnie , s'en est chargé & s'en

*Mém. 1785.*

C c

est acquitté avec exactitude. L'une & l'autre terres paroissent être de la tourbe, dans laquelle on reconnoit à l'œil des débris de végétaux; celle d'Amérique est d'un brun-foncé, & contient une assez grande quantité de quartz qui la rend friable; celle de Malesherbes est d'un gris-cendré, sans aucun mélange de quartz, aussi a-t-elle du liant & de la ténacité.

Chacune de ces terres, bien sèche, exposée séparément dans un creuset au feu de forge, s'est enflammée sur le champ, en répandant une flamme blanche; cette combustion a enlevé à la terre d'Amérique les trois huitièmes de son poids, & à celle de Malesherbes un peu moins que la moitié: la terre grise & légère qui restoit dans le creuset, n'étoit pas attirable à l'aimant, elle a fourni un peu d'alkali.

En délayant dans l'eau une once de la terre d'Amérique, & en la traitant à la manière des terres bolaires, on en retire, à l'aide d'un tamis, 1.<sup>o</sup> un gros de substance végétale, dont une partie est à moitié détruite, & l'autre dans un état d'intégrité; 2.<sup>o</sup> trois gros & 15 grains de cristaux de quartz; 3.<sup>o</sup> trois gros  $\frac{1}{2}$  d'une terre brune, insoluble dans les acides, très-divisée, facile à s'enflammer, ne laissant qu'une cendre qui contient peu d'alkali fixe. De la même quantité de terre de Malesherbes, traitée de la même manière, on a retiré 1 gros & 48 grains de substance végétale, 5 gros & 36 grains d'une terre brune, soluble en partie dans les acides, dont il y avoit plus d'un gros de terre calcaire; si on l'examinait à la loupe, on y decouvroit encore des parcelles de végétaux. M. Cornette ayant enflammé & réduit facilement en cendres la terre de Malesherbes, a reconnu que c'étoit un mélange d'argile provenant de la décomposition des végétaux, & d'une petite portion d'alkali résultant de leur incinération.

Une demi-once de la terre d'Amérique & une demi-once de celle de Malesherbes, mises chacune dans l'eau bouillante qu'on a fait évaporer, n'ont donné aucuns sels, mais de la matière extractive, qui étoit plus abondante



dans celle de Malesherbes : on conçoit qu'elle dépendoit des végétaux non décomposés.

Cette analyse offre des différences entre les deux terres, puisque celle de Malesherbes ne contient point de quartz, qui forme plus d'un tiers de celle de l'Amérique, puisque cette dernière est privée de terre calcaire, ou n'en a que très-peu, tandis que l'autre en a un huitième; mais dans l'une & dans l'autre il y a beaucoup de débris de végétaux plus ou moins complètement décomposés, ce qui constitue la véritable tourbe. Il s'ensuit donc que la tourbe est la terre qui convient le mieux à la végétation du cyprès chauve: cette tourbe a besoin d'être divisée; dans la terre d'Amérique, elle l'est par le moyen du quartz; dans celle de Malesherbes, elle l'est par la terre calcaire, ce qui rapproche ces deux terres, en leur donnant la même propriété; car on fait qu'on diminue également la compacité des terrains, soit en y mêlant du sable, soit en y mêlant de la terre calcaire.

Les essais que j'ai rapportés, conformes à l'examen des terres où se plaît le *cupressus disticha*, me paroissent suffisans pour engager les cultivateurs zélés à multiplier ces arbres en France. Ce royaume renferme beaucoup de terrains marécageux, inondés, formés de tourbe & de sable ou de craie, où il ne croît que des joncs, des iris, des roseaux & de mauvais fourrages; tels sont la vallée de Somme, les tourbières de Flandre, quelques cantons de la Sologne, & beaucoup d'endroits situés dans le voisinage des ruisseaux. Il y a lieu d'espérer que cet arbre y réussiroit.

Quoiqu'il ne fût pas important pour la culture du cyprès chauve, de connoître les principes chimiques de son bois & ceux de la protubérance qui s'élève des racines, M. Cornette a cru devoir s'en occuper, puisqu'il en avoit l'occasion. Suivant son analyse, il résulte de la comparaison du bois de cyprès d'Amérique avec celui du cyprès de Malesherbes, de celle des protubérances d'Amérique & de Malesherbes entr'elles, & de celle des protubérances

avec le bois, 1.<sup>o</sup> que le bois du cyprès d'Amérique est moins dur que celui de Malesherbes, ce qui peut dépendre du degré de siccité, ce dernier étant plus récemment coupé; 2.<sup>o</sup> qu'ils fournissent l'un & l'autre très-peu d'extrait dans une évaporation après avoir bouilli; 3.<sup>o</sup> qu'ils ne communiquent à l'esprit-de-vin qu'une foible couleur, qui devient plus foncée par l'addition d'un peu d'alkali fixe: ces teintures sont styptiques, & précipitent en noir la dissolution du fer dans les acides; 4.<sup>o</sup> que ces deux bois ayant été soumis à la distillation, celui de Malesherbes a fourni plus de flegme acide, & celui d'Amérique plus d'huile; 5.<sup>o</sup> qu'en conséquence on a retiré de celui-ci plus d'air inflammable que de l'autre, ce qui doit d'autant moins surprendre, que l'arbre dont il a été enlevé avoit végété dans une latitude plus chaude.

Les mêmes différences se sont manifestées dans l'analyse chimique des protubérances d'Amérique & de Malhesherbes. Ces protubérances s'enflamment plus aisément que les bois; leur flamme plus vive répand une odeur plus forte; elles communiquent une couleur plus foncée à l'esprit-de-vin, donnent plus d'huile & moins de flegme dans la distillation, & laissent dégager plus d'air inflammable à l'appareil pneumatologique, parce qu'elles sont plus résineuses. Elles contiennent aussi plus de matière extractive, car l'eau dans laquelle on en a fait bouillir des portions se colore davantage.

Quelques personnes ont pensé que les protubérances du *cupressus disticha* étoient les organes par lesquels les racines pompoient l'air quand cet arbre étoit inondé. Cette opinion ne me paroît point fondée, puisque cet arbre n'est pas le seul dont les racines soient couvertes d'eau. Celui de Malesherbes, qui a fourni la protubérance que M. Cornette a examinée, n'est inondé que rarement. Cependant la direction de certaines racines qui s'élèvent droit, & se reploient verticalement après avoir formé des protubérances, sembleroit indiquer quelque usage analogue. Ces corps n'ont d'autre

organisation que celle des parties ligneuses de l'arbre. Un savant a soupçonné d'abord que ces protubérances étoient peut-être aux racines du cyprès chauve, ce que sont les épines au tronc & aux branches du gleditzia & du pseudo-acacia ; mais n'en connoissant pas d'autres exemples, il s'est abstenu de prononcer. S'il étoit permis de hasarder une conjecture, je dirois que ces protubérances ressemblent beaucoup aux excroissances qui se trouvent sur les troncs de quelques arbres résineux ; elles en ont la forme arrondie, la disposition organique, puisqu'elles sont un peu spongieuses. La sève, en s'extravasant dans ces parties, en écarte l'épiderme & les couches ligneuses ; il s'y amasse plus de résine. On a vu par l'analyse chimique, que les protubérances étoient plus résineuses que le bois ; mais ce n'est-là qu'un aperçu présenté sans prétention. Le temps & des observations apprendront à développer ce phénomène de végétation. Il me suffit d'avoir fait connoître les avantages du cyprès chauve, & la facilité avec laquelle on peut en introduire la culture dans nos climats.



*M É M O I R E*  
*S U R L E S*  
*PROPRIÉTÉS ÉLECTRIQUES*  
*DE PLUSIEURS MINÉRAUX.*  
 Par M. l'abbé HAÛY.

**L**ES physiciens connoissent en général deux moyens d'électriser les corps, l'un par le frottement, & l'autre par la communication avec un autre corps déjà électrisé. On s'est aperçu aussi que, parmi les substances susceptibles d'être électrisées par frottement, il y en avoit quelques-unes, telles que la résine, la cire d'Espagne, le soufre, qui devenoient électriques, lorsqu'après les avoir fait fondre, on les laissoit refroidir. Enfin on reconnut que le schorl, appelé *tourmaline*, dont la nature est vitreuse, avoit la propriété de s'électriser par la seule chaleur, sans frottement; & cette découverte, qui fut mise dans tout son jour par les diverses expériences de M.<sup>rs</sup> Wilson, Adanson, Daubenton, Æpinus & de plusieurs autres savans célèbres, fit une époque intéressante dans l'histoire de l'électricité. On a observé depuis que d'autres schorls avoient la même propriété, ainsi que les rubis & topaze du Brésil.

J'ai découvert la propriété dont il s'agit, dans un minéral d'un genre tout différent, & qui appartient à la classe des substances métalliques. Ce minéral se présente sous la forme de petites lames minces, alongées, taillées en biseaux par leurs bords, disposées par faisceaux, & convergentes vers un centre commun. On l'a trouvé, il n'y pas longtemps, dans les mines de plomb de Brisgaw, & on l'a apporté ici, sous le nom de *spath séléniteux*: quelques naturalistes l'ont pris pour une zéolite; mais M. Pelletier ayant fait successivement l'analyse de la zéolite de Fér-oë, & de

la prétendue zéolite du Brisgaw, a trouvé que ces deux substances donnoient des produits très-différens, & que la seconde n'étoit autre chose qu'une calamine cristallisée. (*Journal de physique*, décembre 1782) (a).

Cette calamine étant échauffée, offre les mêmes phénomènes que les tourmalines. La chaleur nécessaire pour qu'elle manifeste ses propriétés électriques, a aussi une limite au-dessus de laquelle les effets sont nuls ou insensibles; mais elle conserve sa vertu, en se refroidissant, beaucoup plus long-temps que les tourmalines: car un petit groupe de cristaux, plus de douze heures après avoir été chauffé, donnoit encore des signes sensibles d'électricité, tandis qu'une tourmaline que j'avois fait chauffer en même temps, avoit perdu toute sa vertu en moins d'une heure.

On sait que les tourmalines & autres substances minérales qui s'électrifient par la chaleur, ont, ainsi que les matières électrisées par frottement, un côté dans l'état positif, & l'autre dans l'état négatif. Les minéralogistes-physiciens ne seront peut-être pas fâchés de trouver ici la description d'un appareil fort simple, dont je me sers pour obtenir les effets relatifs à ces deux électricités opposées. Il consiste, 1.<sup>o</sup> dans une aiguille faite d'un fil de laiton de deux ou trois pouces de longueur, & qui tourne librement sur un pivot de même métal, & non isolé; 2.<sup>o</sup> dans un bâton de cire d'Espagne, à l'extrémité duquel est attaché un fil de soie délié, de quelques lignes de longueur.

Lorsque la tourmaline est échauffée, je commence par la présenter à une petite distance d'une des extrémités de l'aiguille, jusqu'à ce qu'elle produise des attractions sensibles; je juge alors que la tourmaline est à son vrai point de chaleur: je frotte aussitôt le bâton de cire dans toute son étendue, & à plusieurs reprises, sur une étoffe; ceux

---

(a) On connoît aujourd'hui une autre calamine dont les cristaux facilement groupés, présentent des pointes d'octaèdres. Ces cristaux s'électrifient aussi par la chaleur.

qui connoissent la théorie de l'électricité, concevront qu'en vertu de cette opération, l'extrémité du fil de soie doit se trouver électrisée négativement. Je présente alors à cette extrémité les deux bouts de la tourmaline alternativement, de manière que l'axe de celle-ci soit, autant qu'il est possible, dans le même plan que le fil; & il arrive constamment qu'un des bouts de la tourmaline attire ce fil, & que l'autre le repousse.

J'ai soumis aux mêmes épreuves presque tous les corps du règne minéral, & je n'en ai trouvé aucun autre qui eût les propriétés des tourmalines.

J'ajouterai ici un court exposé des expériences que j'ai faites sur un certain nombre de minéraux, en les exposant à l'action de l'électricité, dans la vue de tirer quelque avantage de ces expériences, soit pour reconnoître en général la présence des métaux qui se trouvent souvent engagés dans les substances pierreuses, soit pour trouver des caractères distinctifs entre certains minéraux de diverse nature, qui se rapprochent de très-près par leur aspect. Toute l'opération se réduit à mettre la substance que je veux éprouver, en communication avec un conducteur électrisé, & à lui présenter une des boules de l'excitateur.

De toutes les pierres que j'ai mises à l'épreuve, les seules qui aient produit des étincelles sensibles, sont 1.<sup>o</sup> plusieurs variétés du jaspe rouge, jaune ou vert; 2.<sup>o</sup> l'espèce de caillou auquel les Allemands ont donné le nom de *pech-stein*; 3.<sup>o</sup> le schorl spathique ou fibreux, & le schorl en masses informes; 4.<sup>o</sup> les schistes, quelles que fussent leur dureté & leur couleur. La plombagine que l'on a rangée dans une autre classe, a donné aussi de vives étincelles.

Les mêmes épreuves m'ont servi encore à trouver un caractère sensible pour distinguer la mine d'étain en cristaux colorés, d'avec certaines blendes auxquelles cette mine ressemble beaucoup à l'extérieur. L'étain produit des étincelles très-marquées, au lieu que la blende ne donne que  
des

des aigrettes, comme les corps de nature vitreuse ou résineuse; ce qui paroît indiquer que le zinc n'est dans la blende qu'à l'état de chaux métallique.

Si les différentes épreuves que je viens de citer n'ont pas toujours toute la précision que l'on pourroit desirer, elles ont du moins cet avantage, qu'elles laissent les morceaux intacts, & qu'elles sont faciles à répéter; elles peuvent être employées utilement parmi les caractères secondaires qu'il me semble que l'on ne sauroit trop multiplier. Les productions de la nature sont si variées, & se rapprochent souvent à l'extérieur par des nuances si légères & si délicates, que ce n'est qu'en diversifiant les aspects sous lesquels on les considère, qu'on peut fixer des points de partage qui soient à l'abri de toute équivoque.



# OBSERVATIONS

## SUR LA MANIÈRE

### DE FAIRE LES HERBIERS.

Par M. l'Abbé HAÛY.

**D**E toutes les productions de la nature, il n'en est point qui soient plus susceptibles d'altération que les végétaux, & dont la conservation demande des soins plus recherchés & plus assidus. Les fleurs en particulier, perdent en peu de temps leurs couleurs dans les herbiers, & en prennent d'autres très-différentes de celles dont la Nature les avoit peintes. Le jaune pâlit ou s'efface entièrement; le bleu & le rouge sont encore plus sujets à se dégrader ou à disparaître. Les fleurs des violettes, des campanules, de plusieurs *geranium*, & d'une multitude d'autres plantes qui font l'ornement des campagnes, & souvent même celui de nos parterres, deviennent en peu de jours méconnoissables à tout autre œil qu'à celui d'un botaniste exercé.

J'ai essayé de remédier, au moins en partie, à cet inconvénient, & ne pouvant me flatter de fixer les couleurs naturelles des plantes, j'ai cherché le moyen de leur en substituer d'artificielles qui ne s'altérassent pas, de manière que la fleur, en conservant son tissu & tous ses caractères essentiels, pût encore faire une sorte d'illusion par le coloris. Pour y réussir je peins un morceau de papier fin, avec des couleurs à la gomme, qui aient, autant qu'il est possible, le même ton que celles de la nature, un peu plus foible cependant, pour la raison que je dirai bientôt. Cela fait, je jette les pétales des fleurs dans de l'esprit-de-vin, où ils perdent bientôt toutes leurs couleurs, & se trouvent réduits à des membranes blanchâtres & transparentes. Après les avoir bien essuyés, en les pressant entre deux linges, je les applique sur le papier coloré, à l'aide d'un vernis gras,



dont j'ai eu soin auparavant d'enduire ce papier , pour servir de mordant. Je passe ensuite à plusieurs reprises, un autre papier sur la fleur , en appuyant fortement avec la main , jusqu'à ce que les pétales soient exactement appliqués , & que la couleur artificielle se fasse voir au travers. Dans cette opération , la couleur dont il s'agit se fonce un peu , ce qui fait qu'en colorant d'abord le papier , il faut rester , comme je l'ai dit , au-dessous de la teinte des couleurs naturelles. Je laisse ensuite la fleur à la presse , pendant quelques instans , puis ayant découpé le papier tout à l'entour , je l'applique , avec une dissolution de gomme arabique , à la place que la fleur doit occuper sur la plante qui a été collée auparavant , sur un papier de grandeur convenable , à l'aide de la même dissolution.

Il est utile , lors même qu'on veut appliquer des fleurs dont les couleurs sont permanentes , comme celles de la plupart des renoncules sauvages , de commencer par coller séparément ces fleurs sur un papier , & de découper à l'entour , comme dans le cas précédent , avant de les remettre sur la plante. Cette opération les rend plus saillantes , & si leur position est telle qu'elles recouvrent les feuilles de la plante , comme cela arrive souvent , la couleur de ces feuilles ne nuit point à celle des fleurs , en perçant à travers leur tissu délié , & en partie diaphane.

Il y a des plantes dont les feuilles , par leur épaisseur & leur substance charnue , sont très-difficiles à dessécher , & se noircissent avant que leurs sucs ayent été épuisés par la dessiccation ordinaire ; telles sont entr'autres , les feuilles des orchis. J'ai observé qu'en enlevant par lambeaux , à l'aide d'une pointe de canif , la pellicule qui recouvre le dessous de ces feuilles , avant de les coller , on précipitoit la dessiccation , en sorte qu'elle s'opéroit ordinairement en deux ou trois jours , ou même dans un plus court espace de temps. Les feuilles alors conservent une grande partie de leur verd , ou du moins ne sont que jaunir un peu , sans jamais passer à cette couleur noire foncée , qui est le dernier terme

de la dégradation , pour un genre de productions qui nous offre ce que la nature a de plus riant & de plus gracieux.

Je mets ici sous les yeux de l'Académie la violette de mars, le *geranium*, dit *herbe-à-Robert*, & le pavot ordinaire des champs, dont les couleurs artificielles se maintiennent depuis plusieurs années; j'y ai joint des exemplaires de trois espèces d'orchis, dont les feuilles ont encore en partie leur fraîcheur, après plus de dix ans de dessiccation, & quelques autres plantes, telles que l'*adonis* d'été, la quintefeuille ordinaire, &c. dont les couleurs naturelles se sont soutenues sans autre secours que les soins que j'ai pris pour les dessécher entre des papiers chauds, le plus promptement qu'il m'a été possible, & pour les tenir toujours à l'abri du contact de l'air & de l'humidité.



*M É M O I R E*  
*SUR LA STRUCTURE*  
*DE DIVERS CRISTAUX MÉTALLIQUES.*

Par M. l'Abbé HAÛY.

DANS les différentes parties de mon travail sur les cristaux, que j'ai soumises jusqu'ici au jugement de l'Académie, je n'ai parlé que d'une seule substance métallique, qui est la blende; & ce n'a été même que par occasion, & seulement pour faire remarquer la conformité de structure qui se trouve entre les cristaux de cette mine & les grenats. J'ai examiné depuis la structure d'un assez grand nombre de cristaux métalliques, & j'ai trouvé que, malgré les mélanges des différentes substances qui entrent dans la composition de la plupart de ces cristaux, leurs variétés étoient assujetties aux mêmes loix de décroissement que les pierres & les sels. Je me bornerai ici à quelques-unes de ces variétés, qui m'ont paru très-intéressantes, réservant les détails qui concernent les autres, pour les joindre, par forme de suite, à l'essai que j'ai publié l'année dernière sur le même objet.

Je réunis dans ce mémoire trois sortes de cristaux, qui ont tous leurs molécules constituantes parfaitement semblables, & dont quelques-uns se rapprochent encore par les formes identiques de leurs variétés; savoir, les pyrites ferrugineuses en cubes, en dodécaèdres & en icosaèdres; les cristaux de la mine de cobalt arsenicale, connue sous le nom de *mine de Tunaberg*; & ceux de la mine de fer de l'île d'Elbe. La pyrite ferrugineuse cubique striée mérite sur-tout de fixer l'attention des naturalistes, par certains accidens singuliers qui ont exercé des Savans distingués, dont je rapporterai les opinions dans la suite de ce mémoire, en même temps que j'essayerai de

substituer à ces opinions la véritable explication des faits dont il s'agit.

*Pyrites ferrugineuses cubiques, dont la surface est lisse.*

Lorsqu'après avoir brisé une de ces pyrites, on examine attentivement les fractures, on y aperçoit souvent des lames dont les surfaces sont parallèles aux faces du cube ; la position de ces lames est sensible jusque dans les pyrites qui sont à l'état de décomposition, & qui ont commencé à se convertir en fer hépatique. Les cristaux de la mine de cobalt arsenicale, qui offrent les mêmes variétés que la pyrite ferrugineuse, admettent des divisions encore plus nettes, & dans le même sens, en sorte qu'on voit distinctement dans leur fracture une multitude de petits cubes dont ces cristaux sont l'assemblage. Ces différentes observations prouvent que la forme cubique est celle des molécules constitutantes de ces deux sortes de mines.

*Pyrites ferrugineuses à douze faces pentagonales (fig. 1).*

Les dodécaèdres dont il s'agit sont différens du dodécaèdre régulier de la géométrie qui a tous ses angles & tous ses côtés égaux entr'eux. Soit  $hklmi$  (fig. 2), l'une des faces du cristal que nous considérons ici, on aura  $hkl = 121^d 35' 27''$ ;  $mih = iml = 102^d 36' 19''$ ;  $ihk = mlk = 106^d 35' 57'' 30'''$ ; par où l'on voit que l'angle au sommet du pentagone diffère des quatre autres, & que ceux-ci ne sont égaux que deux à deux.

Quant aux côtés du pentagone, celui qui fait la base diffère pareillement des quatre autres ; mais ceux-ci sont égaux entr'eux, en sorte que l'expression de la base étant 6, celle de chacun des autres côtés sera  $\sqrt{21}$ . Toutes ces mesures, tant celles des angles que des côtés, se déduisent facilement des données que fournit la structure du cristal.

Pour trouver cette structure, il faut chercher quelle est la loi de décroissement en vertu de laquelle des lames composées de molécules cubiques, peuvent produire un

dodécaèdre tel que celui qui vient d'être décrit. Or, si l'on fait passer des lignes droites  $tl$ ,  $lh$ ,  $hs$ ,  $ts$ , &c. (fig. 2), qui interceptent les côtés de tous les angles supérieurs des pentagones, ces lignes formeront six carrés, tels que  $tlhs$ , disposés comme les six faces d'un cube, qu'il faut regarder comme le noyau du cristallin; aussi les sections faites dans ce cristallin sont-elles toujours parallèles aux faces du noyau cubique: la matière appliquée sur ce cube, forme six espèces de pyramides quadrangulaires, dont le sommet, au lieu d'être en pointe, se prolonge en forme d'arête,  $mi$ .

En mesurant l'inclinaison d'une des faces en trapèze  $hlmi$  de ces pyramides, sur la face correspondante  $hlts$  du cube, on s'aperçoit que cette inclinaison est sensiblement plus grande que celle de 45 degrés, qui résulteroit d'un décroissement par une simple rangée de molécules; ce qui seul indique d'une manière très-probable, qu'il y a deux rangées de molécules soustraites sur deux bords opposés  $hl$ ,  $st$ , des lames de superposition. Or les faces triangulaires  $hkl$  de chaque pyramide, étant sur le même plan que les trapèzes  $hlmi$ , adjacens dans la pyramide voisine, on trouve que cet effet ne peut avoir lieu que dans le cas où les lames de superposition décroîtroient sur leurs deux autres bords  $tl$ ,  $hs$ , suivant un ordre inverse, c'est-à-dire, que les décroissemens qui donnent les trapèzes, se faisant par deux rangées de molécules dans le sens de la largeur, les autres décroissemens se feront aussi par deux rangées, mais dans le sens de la hauteur; en sorte que, d'une part, il y aura deux rangées soustraites d'une lame à la suivante; & de l'autre, une simple rangée soustraite de deux lames en deux lames, ce qui n'est proprement qu'un double effet d'une seule & unique loi qui agit continûment sur les faces adjacentes du noyau.

Cela posé, voyons quels angles résulteront de la loi de décroissement dont il s'agit. Soient menées  $ko$ ,  $ro$ , (fig. 1), hauteurs des pentagones  $ihklm$ ,  $isrtm$ ; menons aussi  $be$  qui passera évidemment par les milieux des côtés  $hl$ ,  $st$ ,

du carré *hlts*. Soit *bac* le triangle mesurateur, dans lequel on aura, par la supposition, *cb* égale à deux fois le côté de la molécule constituante, & *ac* égale à ce même côté. En résolvant d'après ces données, le triangle *bac*, on trouve pour le logarithme de la tangente de l'angle *bac*, le nombre 103010300, qui répond à  $63^{\text{d}} 26' 5'' 3'''$ . En doublant cette valeur, on aura  $126^{\text{d}} 52' 11''$  pour la mesure de l'inclinaison respective des deux pentagones *ihklm*, *isrtm*, conformément à l'observation.

Si l'on prend un second triangle mesurateur *bnu*, par rapport à la partie *hkl* du pentagone *ihklm*, on aura *nu* : *bu* :: *bc* : *ca* :: 2 : 1, ce qui exprime des décroissemens inverses des premiers.

Le dodécaèdre de la géométrie étant le plus régulier de tous, il semble d'abord que la Nature dont les opérations, dans une multitude de cas, tendent vers la plus grande régularité, devroit être au moins susceptible de produire ce dodécaèdre, sur-tout avec des molécules d'une forme aussi simple & aussi parfaite que celle du cube. Cependant ce dodécaèdre ne peut exister, en vertu d'aucune loi de décroissemens, en supposant des molécules cubiques (*a*).

Pour le concevoir, observons que l'arête *im* (*fig. 1*) est les trois quarts de *st*, côté d'une des faces du noyau cubique, & qu'en général le dodécaèdre, quelle que soit la loi de décroissement qui le donne, ne peut exister qu'autant que ces deux lignes auroient un rapport assignable.

Soit *AONBI* (*fig. 3*) l'une des faces du dodécaèdre régulier, dans lequel *BI* répond à *im* (*fig. 1*), & *AN* à *st*.

(*a*) La démonstration qu'on va lire suppose que le noyau cubique du cristallin ne peut avoir une autre position relativement à ce même cristallin, que celle dont il est ici question. Or c'est ce qu'il sera facile de concevoir, en faisant attention que la seule position admissible, pour que toutes les parties surajoutées au noyau soient semblables les unes aux autres, est celle où les arêtes *im* sont parallèles aux lignes tirées sur le milieu des faces du noyau. Par exemple, ces arêtes ne peuvent être toutes parallèles aux diagonales des faces d'un même cube, comme on peut s'en convaincre par la seule inspection du cristallin dodécaèdre.

Soit

Soit de plus  $IL$  le côté du décagone régulier; menons les rayons  $CA$ ,  $CI$ , & la droite  $ORL$ ; supposons le rayon  $CI$  divisé en moyenne & extrême raison au point  $D$ . Soit  $CI = r$ .  $CD = IL = x$ . On aura  $DI = r - x$ . &  $r:x::x:r-x$ . Donc  $x^2 + rx = r^2$ ; d'où l'on tire par la méthode des équations du second degré,

$$x = \frac{1}{2}r\sqrt{5} - \frac{1}{2}r.$$

Maintenant les triangles rectangles  $IRL$ ,  $AGC$ , sont semblables à cause de  $ILR = ACG = 72^\circ$ . Donc

$$AG:RI::AC:IL, \text{ ou } 2AG = AN:ZRI \\ = BI::2r:r\sqrt{5} - r::2:\sqrt{5} - 1.$$

Or, il est aisé de voir que ces deux dernières quantités n'ont point de rapport assignable; d'où il suit que l'existence du dodécaèdre régulier ne peut être admise dans le cas présent (*b*).

(*b*) Il ne sera peut-être pas inutile d'évaluer ici la solidité de la pyrite dodécaèdre dont nous nous sommes occupés ci-dessus. Cherchons d'abord en général la solidité d'un dodécaèdre à plans pentagones circonscrits à un cube. Soit  $cdlhkn$  (*fig. 4*) une des espèces de pyramides à sommet en arête, surajoutées au cube.

On peut considérer cette espèce de pyramide comme formée d'un prisme droit triangulaire que l'on auroit en faisant passer des plans coupans  $pku$ ,  $\gamma nd$ , par les points  $k$ ,  $n$ , perpendiculairement au rectangle  $hl dc$ , & de deux petites pyramides qui sont les résidus de la pyramide totale, & qui ont leurs sommets en  $n$  & en  $k$ . Ayant mené la droite  $pu$ , abaïssons la ligne  $k f$  perpendiculaire sur  $pu$ , & la ligne  $k b$ , hauteur du triangle  $hkl$ , puis menons  $bf$ . La solidité du prisme triangulaire sera  $pf \times kf \times nk$ . Soit  $pf = a$ .  $ky = \frac{1}{2}kn = x$ . Soient de plus  $kf$  &  $bf$  (*fig. 5*) les mêmes lignes que *fig. 4*. Concevons que  $bo$  soit le prolongement de  $bk$ , jusqu'à la base du pentagone dont  $hkl$  (*fig. 4*) est la partie supérieure. Ayant mené  $bg$ ,  $go$ , parallèles l'une à  $fk$ , l'autre à  $bf$ , on aura, quelle que soit la loi des décroïssemens,  $kf = go$ , &  $bg:go$  ou  $kf::kf:bf$ . Dont  $go^2$  ou  $kf^2 = bg \times bf = pf(pf - ky)$  (*fig. 4*)  $= a(a - x) = a^2 - ax$ . Et  $kf = \sqrt{a^2 - ax}$ . Substituant, la solidité du prisme deviendra,  $2ax\sqrt{a^2 - ax}$ . D'une autre part, la solidité de chaque petite pyramide sera

$$pu \times bf \times \frac{1}{2}kf = 2a(a - x)\frac{1}{2}\sqrt{a^2 - ax} = (\frac{2}{3}a^3 - \frac{2}{3}ax)\sqrt{a^2 - ax}.$$

Mém. 1785.

E e

*Pyrites ferrugineuses cubiques, dont les faces sont striées.*

Je place ici cette pyrite, parce que je la regarde comme une simple variété de la précédente, dont la cristallisation se trouve seulement ébauchée, ainsi que j'essayerai bientôt de le faire voir.

Si l'on observe trois faces adjacentes de cette pyrite, on voit que les stries qui les sillonnent ont trois directions différentes, perpendiculaires l'une à l'égard de l'autre. Chacune des trois autres faces a ses stries parallèles à celles de la face opposée: les lignes tracées sur la *figure 6*, représentent les directions des stries dont il s'agit.

Il y a beaucoup de cristaux dont les surfaces sont striées; mais les cannelures qui ordinairement indiquent d'une manière assez claire la position des lames dont le cristal

Or la solidité du noyau cubique est à  $8a^3$ . Donc réunissant à cette solidité, celle des six prismes & des douze pyramides, on aura, pour la solidité totale,

$$8a^3 + 12ax\sqrt{a^2 - ax} + (8a^2 - 8ax)\sqrt{a^2 - ax} = 8a^3 + (8a^2 + 4ax)\sqrt{a^2 - ax}.$$

Si dans cette expression, on fait  $x = \frac{2}{3}a$ , ce qui est le cas du dodécaèdre de la pyrite, elle deviendra,

$$8a^3 + (8a^2 + 3a^2)\sqrt{a^2 - \frac{2}{3}a^2},$$

qui se réduit à  $\frac{27}{2}a^3$ .

Si l'on suppose que les bases  $nk$  s'élèvent parallèlement à elles-mêmes, jusqu'à ce que ces bases, qui alors iront nécessairement en décroissant, deviennent nulles, le dodécaèdre aura douze faces rhombes, & sera semblable à celui que j'ai décrit dans l'ouvrage cité (*pages 57 & suiv.*), & qui résulte d'une loi de décroissement par une rangée de molécules sur les faces d'un cube. Pour avoir la solidité de ce dodécaèdre, il faudra faire  $x = 0$ , dans l'expression de la formule ci-dessus, qui deviendra, toute réduction faite,  $16a^3$ . Ainsi les solidités du noyau du dodécaèdre à plans pentagones & du dodécaèdre à plans rhombes, seront entr'elles comme les quantités  $8, \frac{27}{2}$  &  $16$ .

On voit par-là que le dodécaèdre à plans rhombes est la limite de tous les dodécaèdres à plans pentagones circonscrits à un cube, qui peuvent résulter de toutes les lois de décroissemens possibles. En effet, si l'on différencie l'expression générale ci-dessus, & qu'on égale la différentielle à zéro, on trouvera que le *maximum* de solidité a lieu dans le cas où  $x = 0$ .



est l'assemblage, font naître ici, par leurs directions contraires, une difficulté par rapport au mécanisme de la structure du cristal cubique. Stenon, qui le premier a observé ces directions opposées à angles droits, pensoit que le fluide où se formoient les cristaux striés de la pyrite ferrugineuse avoit trois mouvemens différens; l'un vertical, & les deux autres horizontaux, mais perpendiculaires entr'eux (*c*). Il est inutile d'observer que les parties d'un fluide ne peuvent avoir à la fois les trois mouvemens supposés par Stenon, & que quand la chose seroit possible, les stries de la pyrite paroîtroient encore inexplicables par l'action d'une pareille cause.

M. de Mairan, dans son Traité sur la glace (*d*), où il décrit les pyrites cubiques striées, a tenté aussi d'expliquer les différentes directions de leurs stries. Mais sans remonter, comme Stenon, jusqu'aux agens immédiats de la cristallisation, il se borne à rechercher la structure de ces pyrites; il considère chacune d'elles, comme composée de six pyramides quadrangulaires qui ont pour bases les six faces du cube, & dont le sommet se confond avec le centre du même cube; il pense que chacune de ces pyramides est formée de fibres ou d'aiguilles, dont les directions sont perpendiculaires à celles de la pyramide voisine, d'où il arrive, selon lui, que les bases des pyramides ont des stries alignées suivant les mêmes directions, & qui ne sont autre chose que les saillies des aiguilles extrêmes.

Cette structure ne s'accorde point avec l'observation. Lorsqu'on brise une pyrite striée, on n'aperçoit dans son intérieur aucun indice de fibres ni d'aiguilles, & les divisions qu'on opère dans chacune des pyramides supposées, ne se font pas seulement dans le sens des stries de la base, mais encore dans un sens perpendiculaire à ces stries.

Avant d'entrer dans l'explication du fait dont il s'agit, observons que les arêtes de la pyrite dodécaèdre, formées

---

(*c*) Stenon, *de solido intra solidum naturaliter contento.*

(*d*) Page 156 & suiv.

par les bases des pentagones, ont des directions respectivement perpendiculaires, comme les stries de la pyrite cubique. Cela posé, il paroît que cette pyrite n'est autre chose, ainsi que je l'ai déjà annoncé, que le résultat d'une cristallisation informe & comme ébauchée, qui eût produit le dodécahèdre à plans pentagones, si elle eût été secondée par des circonstances plus favorables. Chaque strie représente comme une suite de sommets de dodécahèdres naissans; & il arrive ici à peu-près ce qu'on remarque dans les cristallisations confuses, où, au lieu d'un cristal unique, on a un groupe qui présente les rudimens d'une multitude de petits cristaux, dont chacun forme une légère saillie sur la surface du groupe. Ce qui le prouve, c'est que parmi les stries de la pyrite, celles qui occupent le milieu des faces s'élèvent souvent beaucoup plus que les autres, en sorte que la naissance du dodécahèdre est beaucoup plus sensible à cet endroit. Souvent encore les arêtes du cube sont remplacées par des facettes qui ont la même inclinaison que les faces du dodécahèdre; d'autres fois enfin, les faces du cube subissent des arrondissemens très-marqués depuis la ligne du milieu. Tous ces accidens concourent à indiquer en même temps une cristallisation précipitée & une tendance au dodécahèdre.

Le cube strié ne conserve l'empreinte que d'un seul des décroissemens qui produisent le dodécahèdre, savoir, de celui qui se fait d'une lame à l'autre par deux rangées de molécules. Car ordinairement les stries s'étendent continûment sur chacune des faces, sans être coupées par d'autres stries, comme il arriveroit, si le second décroissement qui est, ainsi que je l'ai dit, l'inverse du premier, avoit lieu dans le cas présent. Cela vient, ce me semble, de ce que ce décroissement n'est proprement, comme je l'ai remarqué, que l'effet de l'action continuée d'une des loix les plus ordinaires de la cristallisation. Le dodécahèdre est déterminé par cette seule loi, avec la condition que toutes les faces produites en vertu de cette même loi, seront prolongées jusqu'à ce

qu'elles se rencontrent. Or, dans le cube strié, cette loi ne pouvant avoir son effet plein & entier, celui qui résulteroit de son action continuée devient nul.

*Pyrites ferrugineuses à vingt faces triangulaires (fig. 7).*

DÉVELOPPEMENT. Douze triangles isocèles  $\omega y, \omega y \zeta$ , &c. adjacens deux à deux par leurs bases, & huit triangles équilatéraux  $l y \gamma, \phi y \zeta$ , &c. interpolés entre les isocèles.

Angles des triangles isocèles  $\omega l y = 48^{\text{d}} 11' 20''$ .  
 $l \omega y = l y \omega = 65^{\text{d}} 54' 20''$ .

Cette pyrite n'est autre chose que le dodécahèdre à plans pentagones, dans lequel les huit angles solides  $s, t, l, h, \&c.$  (fig. 1) sont remplacés par autant de faces triangulaires équilatérales; les pentagones du dodécahèdre se trouvent réduits dans ce cas à des triangles isocèles, ce qui fait en tout vingt faces triangulaires. Cette modification de forme résulte d'une nouvelle loi de décroissement qui agit sur les angles des lames composantes. C'est sur quoi il est nécessaire d'entrer dans un certain détail.

Concevons que des lames appliquées sur un noyau cubique, l'enveloppent par leurs bords, en même temps qu'elles décroissent vers leurs angles par une rangée de molécules. Les nouvelles faces qui naîtront de ces décroissemens se trouveront nécessairement trois à trois sur le même plan, en sorte qu'elles produiront huit triangles équilatéraux  $a p o, n q s, \&c.$  (fig. 8), qui auront leurs centres aux sommets des angles solides du noyau cubique. Les autres faces, au nombre de six, seront des octogones  $f a p q n m k e$ . Supposons le solide arrivé au point où chacun des côtés  $m n, p q, f a, e k$  des octogones, seroit le tiers du côté du noyau; que, passé ce terme, les lames octogones continuent de décroître vers les angles des faces primitives, en vertu de la même loi, & commencent en même temps à diminuer aussi vers leurs bords  $m n, p q, a f, e k$ , suivant la loi qui a lieu dans la formation du dodécahèdre à plans pentagones. On concevra que chacun des octogones  $f a p q n m k e$ , dimi-

nuant par deux rangées continues de molécules vers le bord  $fa$ , en allant, par exemple, de  $r$  en  $z$ , tandis que les côtés voisins  $fe$ ,  $ap$ , ne subissent que des décroissimens par une seule rangée, les bords parallèles à  $fa$  croîtront en allant vers  $\omega y$  (fig. 7). Mais les décroissimens vers  $x$  (fig. 8), se faisant en même temps par une simple rangée de molécules, & seulement de deux en deux lames, il est clair que les bords parallèles à  $fa$  décroîtront de ce côté, jusqu'à ce qu'ils soient réduits à un point  $l$  (fig. 7). Les faces  $fal$ ,  $fay\omega$ , qui résulteront de ces deux décroissimens, se trouveront sur le même plan, d'après ce qui a été dit dans l'article précédent; d'où il suit que leurs intersections avec les plans  $apo$ , ou les prolongemens de ces plans, seront nécessairement des lignes droites; & comme tous les changemens qui s'opèrent autour du triangle  $apo$  sont parfaitement semblables, il en résulte que quand  $fa$  (fig. 7) se trouvera réduit à un simple point  $l$ , la face  $ly\gamma$  dont le triangle  $apo$  fait partie sera encore un triangle équilatéral, & la face  $l\omega y$  qui aura été produite par les variations de  $fa$ , sera un triangle isocèle, en sorte que la surface du solide sera composée, ainsi que je l'ai dit, de huit triangles équilatéraux & de douze triangles isocèles.

De plus, il est aisé de voir que  $fa$  ayant la même position que  $f'a'$  (fig. 2), on a  $fa = \frac{1}{3}\omega y$ ; d'où il suit que le premier triangle équilatéral  $apo$  (fig. 7 & 8) se trouve inscrit dans le triangle équilatéral  $ly\gamma$ , qui est le résultat des nouveaux décroissimens du solide de la figure 8, de manière que les angles du premier aboutissent aux tiers des côtés du second (e).

---

(e) J'ai dit que chacune des lignes  $oi$ ,  $mn$ ,  $pq$ ,  $fa$ , &c. étoit le tiers du côté correspondant sur le noyau cubique du cristall. Pour le prouver, soient  $ly\gamma$ ,  $l\gamma\delta$ ,  $\delta\gamma\epsilon$  (fig. 11), les mêmes triangles que fig. 7. Nous avons  $oi = \frac{1}{3}ld$ ; soient  $c$ ,  $b$ , les centres des deux triangles  $ly\gamma$ ,  $\delta\gamma\epsilon$ . Ayant mené les hauteurs  $lt$ ,  $\delta u$ , & les lignes  $co$ ,  $bi$ , il est clair qu'à cause de  $ct = \frac{1}{3}lt$ ,  $oy = \frac{1}{3}lg$ ,  $co$  sera parallèle à  $\gamma\gamma$ ; de même  $bi$  sera parallèle à  $\gamma\epsilon$ ; donc  $lc$  est perpendiculaire sur  $co$ , &  $\delta b$  perpendicu-

Supposons que dans le dodécahèdre à plans pentagones (*fig. 1*) les arêtes *im*, s'abaissent parallèlement à elles-mêmes jusqu'à ce que le triangle *kim* (*fig. 2*) soit devenu équilatéral; il est évident que si l'existence d'un pareil dodécahèdre pouvoit avoir lieu dans la pyrite ferrugineuse, ce ne seroit qu'en vertu d'une loi de décroissement par plus de deux rangées de molécules. On voit aussi, qu'en substituant cette loi à celle qui s'observe dans le dodécahèdre de la *fig. 1*, & en raisonnant du reste comme nous l'avons fait par rapport à l'icosaèdre de la *fig. 7*, on auroit dans le cas dont il s'agit, un autre icosaèdre, qui seroit celui de la géométrie, c'est-à-dire, dont tous les triangles seroient équilatéraux. J'ai recherché si cet icosaèdre pouvoit aussi exister, en vertu de quelque loi de décroissemens.

Pour résoudre ce problème, toute la question se réduit à savoir si le cas où le triangle *kim* (*fig. 2*) seroit équilatéral, peut lui-même avoir lieu.

Dans ce triangle, nous avons  $io : ko :: i : \sqrt{3}$ . Or,  
 $io = bg - bf$  (*fig. 5*)  $= fn - bf = kn$   
 $= kf - bf = kn - kf - no + go = kn$   
 $= no$ , à cause de  $kf = go$ . Substituant dans la proportion précédente, elle devient,

$$kn - no : ko = \sqrt{kn^2 + no^2} :: 1 : \sqrt{3}.$$

Soit  $kn = s$ ,  $no = z$ , on aura en élevant tout au carré,  $s^2 - 2sz + z^2 : s^2 + z^2 :: 1 : 3$ ; d'où l'on tire  $z^2 - 3sz = s^2$ . Cette équation résolue, donne

laire sur *bi*. Or, *c*, *b*, sont les sommets de deux angles solides du noyau; de plus, il est aisé de voir par la structure du cristal, que *oi* est dans le plan prolongé d'une des faces du noyau sur laquelle sont aussi les points *c* & *b*. Donc *co*, *bi* seront aussi dans ce même plan, dont *lc* & *db*, perpendiculaires sur *co* & *bi*, le seront également sur le côté du noyau qui va de *c* en *b*. Or, *ld* est évidemment parallèle à ce côté; partant *lc*, *db* seront pareillement perpendiculaires sur *ld*, d'où il suit que *ld* égale la ligne menée de *c* en *b*, c'est-à-dire le côté du noyau cubique, & que par conséquent *oi* est égal aux tiers de ce même côté.

$$z = \frac{3}{2} s + \frac{1}{2} s \sqrt{13};$$

donc

$$z : s :: kn : no :: \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{13} : 1,$$

c'est-à-dire, que *kn* & *no* n'ont aucun rapport assignable. Or, il est aisé de voir que ces deux lignes sont entr'elles comme les côtés du triangle mesurateur adjacens à l'angle droit de ce triangle, par rapport au dodécaèdre que nous considérons ici; d'où il résulte que ces côtés ne peuvent représenter aucune loi de décroissement, & par conséquent l'icosaèdre régulier qui en dépend, n'est pas plus possible, par un arrangement de molécules cubiques, que le dodécaèdre régulier, dont j'ai prouvé ci-dessus que l'existence n'étoit pas admissible.

### *Mine de fer cubique.*

LA mine de fer cubique n'est souvent qu'une pyrite, en partie décomposée, & qui a passé à l'état de fer hépatique; mais il y a aussi des cristaux cubiques du même métal, qui ont existé originairement tels qu'on les trouve dans le sein de la terre, & qui offrent le brillant métallique. Ces cubes se subdivisent en d'autres cubes plus petits, & nous indiquent la forme primitive d'une multitude de variétés, & en particulier de celles que présente le fer cristallisé de l'isle d'Elbe : je vais choisir parmi ces dernières les formes qui m'ont paru marquer davantage, pour en développer la structure.

### *Mine de fer en rhomboïdes à sommets très-obtus.*

J'AI expliqué dans l'ouvrage cité, page 222 & suiv. la structure d'un rhomboïde très-surbaissé, qui, s'il existoit, seroit le quatrième cristal de cette modification de forme, dans le genre du spath calcaire, où l'on en connoît déjà trois; mais n'ayant point encore observé ce rhomboïde dans la nature, je ne l'ai cité que comme exemple parmi les nombreuses

nombreuses variétés de forme dont le spath calcaire est susceptible. J'ai prouvé que le rhomboïde dont il s'agit, résulteroit d'une loi de décroissement par deux rangées de molécules sur l'angle supérieur des lames composantes, c'est-à-dire, sur celui qui est contigu à l'axe du cristal. Or, j'ai reconnu que le rhomboïde de fer qui fait l'objet de cet article, & qui est une des variétés de la mine d'Elbe, avoit exactement la même structure que le cristal dont je viens de parler, excepté que son noyau est un cube; cette différence entre les noyaux, en produit une d'environ un degré & demi entre les angles-plans des faces, dont le plus grand est de  $118^{\text{d}} 29' 4''$  dans le cristal calcaire, & de  $117^{\text{d}} 2' 9''$  dans le cristal de la mine d'Elbe.

Les rhomboïdes de cette mine sont ordinairement groupés, & quelquefois disposés en recouvrement; on aperçoit sur les faces des stries ou cannelures, parallèles aux grandes diagonales, & qui concourent, avec la division mécanique des cristaux, à indiquer la position de leurs lames composantes. Je n'insisterai pas davantage sur la structure de ce rhomboïde, auquel il sera facile d'appliquer la méthode que j'ai suivie pour calculer les angles du rhomboïde de spath calcaire avec lequel je viens de le comparer.

*Mine de fer à vingt-quatre faces, dont six pentagonales, & dix-huit triangulaires (fig. 9).*

*Développement.* Six pentagones  $BRTID$ ,  $KHGRO$ , &c. Six triangles isocèles  $BCD$ ,  $BCA$ ,  $DCA$ , &c. disposés trois à trois aux deux sommets du cristal. Douze triangles scalènes  $BGR$ ,  $BGH$ , &c. situés deux à deux, & contigus, par leur côté extérieur  $BR$ , à l'un des pentagones.

Angles des pentagones  $BRTID$ ,  $RTI = 126^{\text{d}} 52' 12''$ .  
 $BRT = DIT = 116^{\text{d}} 33' 54''$ .  $RBD = IDB = 90^{\text{d}}$ .

Angles des triangles isocèles  $BCD$ ,  $BCD = 117^{\text{d}} 2' 9''$ .  
 $CBD = CDB = 31^{\text{d}} 28' 55'' 30'''$ .

*Mém.* 1785.

Ff

Angles des triangles scalènes  $BGR, BRG = 47^{\text{d}} 52' 10''$ .  
 $BGR = 98^{\text{d}} 34' 30''$ ;  $GBR = 33^{\text{d}} 33' 20''$ .

Telle est la forme sous laquelle se présente le plus communément la mine de fer de l'île d'Elbe, avec quelques modifications dont je parlerai plus bas. Les cristaux de cette forme se divisent parallèlement aux faces pentagonales  $BRITD$ , &c. Aussi ces faces ont-elles les mêmes inclinaisons respectives que les faces d'un cube ordinaire; d'où il est aisé de juger, qu'en poussant la division jusqu'au point où les triangles auroient disparu, on arriveroit à un noyau de forme cubique. Stenon avoit observé que les cristaux dont il s'agit, dérhoient d'un cube, lequel étoit tronqué, disoit-il, d'une certaine manière (f).

Les faces que Stenon appeloit des *truncatures*, sont le produit de deux loix simultanées de décroissement, dont l'une se fait par deux rangées de molécules sur les angles supérieurs des lames composantes, comme dans le cas précédent; & l'autre par trois rangées sur les angles latéraux des mêmes lames.

La première de ces deux loix donne les triangles isocèles  $BCD, BCA, ACD$ ; aux sommets du cristal: c'est la même loi que nous avons déjà reconnue dans la mine de fer en rhomboïdes très-obtus; aussi les angles aux sommets des triangles dont il s'agit, sont-ils égaux aux angles obtus des faces du rhomboïde.

Supposons maintenant des décroissements par trois rangées de molécules sur les angles latéraux des lames de superposition. Il est facile de concevoir que ces décroissements produiront des triangles contigus par celui de leurs côtés, tel que  $BG$  qui correspondra à l'une des arêtes réunies au sommet du noyau; il ne s'agira plus que de prouver l'existence de la loi supposée. On voit aussi que les mêmes décroissements s'arrêtent tout-à-coup, passé un



certain terme, sans quoi les pentagones *BRTID* seroient nuls; & en effet, il y a des cristaux dans lesquels ils n'existent pas. Cherchons quelle doit être, dans le cas présent, l'inclinaison de l'un quelconque des triangles *BGR*, sur le plan du pentagone adjacent *BRTID*. Soit  $xmz$  (fig. 10) le triangle mesurateur, dans lequel nous aurons  $mz$  égale au côté d'une des molécules, &  $xz$  égale à une fois & demie la diagonale d'une des faces des mêmes molécules, à cause des décroissemens par trois rangées. Soit  $mz = 1$ , on aura  $xz = \sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} = \sqrt{\frac{5}{2}}$ . Le triangle  $xmz$  étant résolu d'après ces valeurs, on trouve pour le logarithme de la tangente de l'angle  $mxz$ , le nombre 96733938, qui répond à  $25^d 14' 21''$ ; donc  $xmz = 64^d 45' 39''$ ; d'où il suit que l'angle formé par le triangle *BGR*, avec le plan du pentagone *BRTID*, est de  $154^d 45' 39''$ , conformément à l'observation.

Il arrive assez souvent que les plans des pentagones anticipent sur ceux des triangles du sommet *S*; dans quelques cristaux, comme je l'ai dit, les pentagones sont nuls: ces modifications, & d'autres encore qu'il seroit superflu de détailler, font varier les figures du cristal; mais elles tiennent aux mêmes loix de décroissement.

Je terminerai ce mémoire par une observation générale, qui prouve que l'examen de la structure des cristaux, peut conduire, dans un grand nombre de cas, à déterminer la nature de certaines substances, & le genre dans lequel on doit les placer. J'ai déjà établi ailleurs (*g*), comme principe, que des minéraux, dont les molécules intégrantes diffèrent entr'elles, quant à leur forme & à la mesure de leurs angles, appartiennent aussi à des genres différens; mais la proposition inverse n'est pas vraie, & l'on ne peut pas dire que des minéraux qui ont des molécules semblables, soient du même genre, puisque la forme du cube,

---

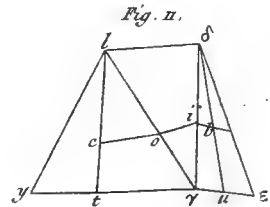
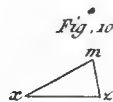
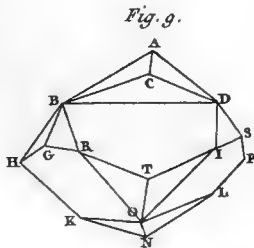
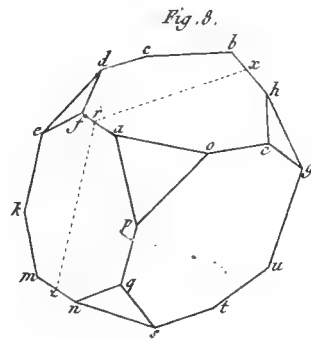
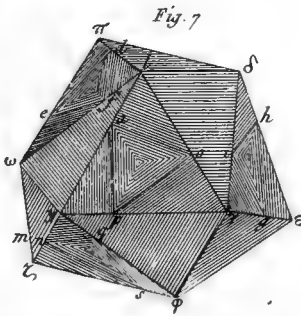
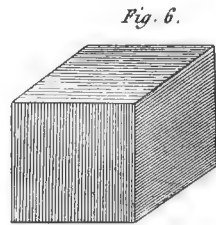
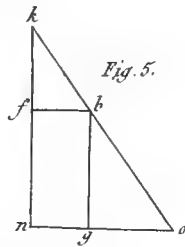
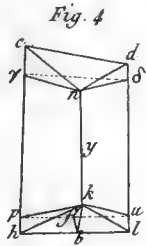
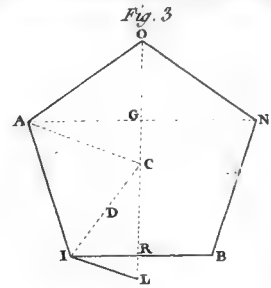
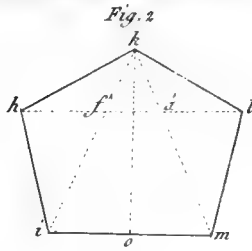
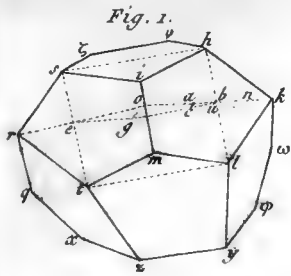
(*g*) Essai d'une théorie, &c. Introduction, page 36.

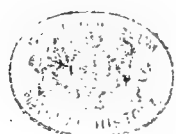
par exemple, convient aux molécules de plusieurs substances très-différentes, telles que le sel marin, le fer, &c.

Cependant il est à remarquer que cette forme, ainsi que plusieurs autres, telles que l'octaèdre & le tétraèdre réguliers qui se trouvent dans un certain nombre de minéraux de divers genres, sont de celles qui donnent des limites, des *maximum* ou des *minimum* finis de surface ou de solidité. Dans presque tous les autres cas, j'ai trouvé jusqu'ici que l'identité de forme, par rapport à deux minéraux, entraînoit une identité de principes composans dans ces mêmes minéraux. La Nature paroît donc aller par différentes voies aux formes qui donnent des limites; il se peut qu'entre ces limites elle se joue d'une infinité de manières, sans passer deux fois par le même intermédiaire, si ce n'est très-rarement.

Quoi qu'il en soit de cet aperçu qui a besoin d'être confirmé par une plus longue suite d'observations, la structure des cristaux, considérée même dans l'état actuel où en est la science, nous offre toujours deux avantages marqués, pour nous aider à fixer la place de certaines substances dans l'ordre des minéraux. Le premier est d'indiquer, d'une manière très-vraisemblable, la séparation des substances qui ont des molécules différentes; le second est de faire présumer le rapprochement des substances qui ont des molécules semblables, lorsque ces molécules ne sont pas dans le cas de donner quelques limites du genre de celles dont j'ai parlé. J'ai déjà fait l'application de ces deux principes à quelques substances, telles que le spath perlé, que l'on avoit rangé parmi les spaths pesans, & que l'examen de sa structure m'a fait reconnoître pour un vrai spath calcaire; & les cristaux appelés *schorls blancs*, qui diffèrent sensiblement, par le même caractère de structure, des autres cristaux auxquels on a donné le nom de *schorls*, & me paroissent devoir être rapportés au genre du feld-spath.







## OBSERVATION

## DE LA LUNE.

*Lors de son passage par le méridien, environ deux heures avant l'occultation d'un grand nombre des Étoiles des Pléiades, le 13 Décembre 1785.*

Par M. JEAURAT.

L'OBSERVATION du passage de la Lune, par la constellation des Pléiades, est une de celles qui peuvent être les plus propres à fixer, pour nos tables de la Lune, nombre de secondes d'erreur dont elles sont encore susceptibles; & si l'observation des occultations d'étoiles est importante pour la théorie, celle de l'observation de la comparaison de la Lune avec ces mêmes étoiles au méridien, ne l'est pas moins, & sur-tout dans cette circonstance-ci, du 13 décembre 1785. Car le passage du bord précédent de la Lune n'a précédé celui de Célénos que de 6' 16", & Électra n'étoit plus élevée que le centre de la Lune sur l'horizon, que de 5' 49". Alors toutes mes observations ont été faites dans le même champ de la lunette de mon mural.

Lû  
le 17 Déc.  
1785.

Ce mural est dans mon logement à l'Observatoire; & il est le même dont se sont précédemment servis M. de la Hire, M. de Fouchi, & M. l'abbé Chappe.

La lunette de cet instrument est foible, & le micro-mètre dont elle est garnie est de beaucoup inférieur à ceux qu'on a construits depuis; mais néanmoins ma déclinaison de la Lune a été observée à moins de cinq secondes du vrai, & à plus forte raison l'ascension droite; car, à cet égard, j'ai encore moins de crainte quant à l'exactitude de l'observation. Voici aussi ce qui résulte de mon observation qui est ci-après.

# 230 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

13 Décembre 1785, à 9<sup>h</sup> 59' 7", temps vrai, à l'Observatoire royal de Paris.

Longitude observée de la Lune..	1 <sup>r</sup> 25 <sup>d</sup> 20' 53"	} erreur des Tables + 39.
Longitude calculée selon Mayer..	1. 25. 21. 32.	
Latitude observée de la Lune..	4. 46. 56. B	} erreur des Tables — 10"
Latitude calculée selon Mayer..	4. 46. 46.	

D'une autre part, selon plusieurs Astronomes, & récemment, suivant M. Méchain, j'ai attribué (*Mémoires de l'Académie, année 1779, page 514*), à Céléno, une déclinaison trop forte de 1' 24", & à Électra une déclinaison trop forte de 16". Ainsi je conclus à cet égard pour le 1.<sup>er</sup> Janvier 1786,

Déclinaison de Céléno..... 23<sup>d</sup> 35' 55".

Et non pas..... 23. 34. 31.

Déclinaison d'Électra..... 23. 25. 27.

Et non pas..... 23. 25. 11.

Quant à la position d'Alcione, voici celle que j'ai établie, & sur quoi porte mon résultat:

Ascension droite, moyenne ou vraie.....	53 <sup>d</sup> 42' 10".	} Alcione pour le 13 Décembre 1785.
Ascension droite apparente.....	53. 42. 11.	
Déclinaison moyenne ou vraie.....	23. 25. 37.	
Déclinaison apparente.....	23. 25. 48.	

OBSERVATIONS faites à mon Mural de l'Observatoire, 13<sup>e</sup> de temps plus tard que les vrais passages par le Méridien.

TEMPS VRAI DES PASSAGES OBSERVÉS le 13 Décembre 1785.	HAUTEURS de L'INSTRUMENT.	NOMS des ASTRES OBSERVÉS.
9 <sup>h</sup> 55' 7" bord précédent.	64 <sup>d</sup> 51' 23" bord supérieur.	la Lune.
10. 5. 23.....	64. 51. 21.....	Céléno.
10. 5. 31.....	64. 40. 53.....	Électra.
10. 5. 49.....	65. 1. 49.....	Taigeta.
10. 6. 25.....	64. 56. 21.....	Maia.
10. 6. 58.....	64. 31. 16.....	Mérope.
10. 8. 7.....	64. 41. 0.....	Alcione.
10. 9. 47.....	64. 38. 16.....	Atlas.
Révolutions journalières des étoiles, 23 <sup>h</sup> 56' 10", 5.		

## 1.° Calcul de la déclinaison observée de la Lune.

Déclinaison apparente d'Alcione.....	23 <sup>d</sup> 25' 48"
Distance au bord supérieur de la Lune.....	+ 10. 18.
Déclinaison apparente du bord de la Lune...	23. 36. 6.
Demi-diamètre de la Lune.....	— 16. 19.
Déclinaison apparente du centre de la Lune..	23. 19. 47.
Parrallaxe horizontale 59' 44".	
Parallaxe de hauteur.....	+ 25. 43.
Donc déclinaison vraie & observée.....	23. 45. 30.

## 2.° Calcul de l'ascension droite observée de la Lune.

Ascension droite apparente d'Alcione.....	53 <sup>d</sup> 42' 41"
Différence en ascens. dr. pour le bord précédent —	2. 15. 22.
Ascension droite du bord précédent de la Lune..	51. 27. 19.
Diamètre horizontal 32' 38".	
Demi-diamètre en ascension droite.....	+ 17. 46.
Donc pour ascension droite observée de la Lune	51. 45. 5.
Alors 13 déc. } longitude observée de la Lune 1 <sup>r</sup> 25 <sup>d</sup> 20' 53"	
1785, à 9 <sup>h</sup> } latitude observée de la Lune. 4. 46. 56. B.	
59' 7" t. v. }	
Donc pour erreur des Tables de Mayer { en long.	+ 39.
{ en latit.	— 10.

A ce résultat j'ajoute, pour dernière remarque, qu'à cette époque, 13 décembre 1785, & pour 9<sup>h</sup> 59' 7", temps vrai, les tables du Soleil de Mayer & de l'Abbé de la Caille diffèrent entr'elles seulement de 3", 5.

*OBSERVATION de M. Jaurat, faite à son mural de l'Observatoire, lequel a 13" de déviation, ce qui fait que l'observation qui suit a été faite 13" de temps après les véritables passages par le méridien.*

*Temps vrai des passages, au mural de M. Jaurat,  
13 décembre 1785.*

	<i>H.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>	
<b>C.</b>	9.	59.	7.	Bord précédent de la Lune.
	10.	5.	23.	Céleño.
	10.	5.	31.	Electra.
	10.	5.	49.	Taigeta.
	10.	6.	25.	Maia.
	10.	6.	58.	Mérope.
	10.	8.	7.	Alcione.
	10.	9.	47.	Atlas.

*RÉSULTAT dont la vérification des calculs se fera  
par M. Jaurat.*

Parallaxe horizontale de la Lune.....	59' 44".
Parallaxe de hauteur.....	25. 43.
Diamètre horizontal de la Lune.....	32. 38.
Diamètre en ascension droite.....	35. 32.
Retour des étoiles au méridien.....	23 <sup>h</sup> 56. 10.
Ascension droite du bord précédent de la Lune	51 <sup>d</sup> 27. 23.
Demi-diamètre en ascension droite.....	17. 46.
Ascension droite du centre de la Lune.....	51. 47. 9.
Déclinaison vraie de la Lune.....	23. 45. 30.

Erreur des tables de Mayer en longitude 40" de trop.  
De plus, les tables du Soleil de l'Abbé de la Caille,  
donnent 3",5 de plus que celle de Mayer.



*PROCÉDE*



## P R O C É D É

POUR EXTRAIRE DE L'ESPRIT-DE-VIN  
UN ACIDE CONCRET,*Semblable à celui du Sucre.*

Par M. SAGE.

QUOIQUE les réactifs ne décèlent point la présence d'un acide dans de l'esprit-de-vin, puisqu'il n'agit pas sur la teinture de tournesol, cependant l'esprit-de-vin contient un douzième d'acide concret qui sert de *medium* d'union, de l'éther & de l'huile avec l'eau, qu'on fait être parties constituantes de l'esprit-de-vin. Cet acide s'exhale, pour la plus grande partie, pendant la combustion de cet esprit ardent, l'eau qu'il laisse n'est que légèrement acidule.

Urbain Hierne, chimiste Suédois, retira par l'évaporation du résidu d'un mélange d'esprit-de-vin & d'acide nitreux, des cristaux que les chimistes ont désignés sous le nom de *cristaux d'Hierne*; Bergman fit connoître qu'ils étoient congénères avec l'acide du sucre.

Il résulte des expériences que j'ai faites, que la quantité d'acide du sucre qu'on retire de l'esprit-de-vin, est relative à celle de l'acide nitreux qu'on a employé; je passe au procédé qui m'a produit la plus grande quantité d'acide du sucre. J'ai mêlé dix-huit onces d'acide nitreux à 35 degrés, avec six onces d'esprit-de-vin rectifié; au bout d'une demi-heure, ce mélange s'est échauffé jusqu'à l'ébullition, & en même temps l'éther s'est dégagé avec sifflement, & a passé dans les récipients, accompagné de vapeurs d'acide nitreux rutilant: dès que l'éther est dégagé, l'ébullition cesse. Cet éther étant séparé de l'acide nitreux a une couleur vert-éméraude. On achève la distillation du résidu, en mettant

*Mém. 1785.*

G g

du feu sous le bain de sable; il se dégage beaucoup d'acide nitreux rutilant, parce que pendant cette distillation, je ne lute point les appareils; lorsqu'il ne reste plus dans la cornue que deux onces de fluide, je les mets dans une capsule pour les évaporer à réduction de moitié; par le refroidissement: j'obtiens de l'acide concret blanc en prismes tétraèdres; les produits de l'évaporation m'ont rendu deux gros d'acide concret, que j'ai essoré sur du papier gris, pour le séparer de l'acide nitreux.

J'ai dissous cet acide concret dans de l'eau; par une seconde cristallisation, ils ont été séparés des dernières portions d'acide nitreux qui pouvoient être sur leur surface.

Si, au lieu d'employer trois parties d'acide nitreux contre une d'esprit-de-vin, on ne fait le mélange qu'à partie égale, on obtient de l'éther nitreux, mais le résidu de la distillation ne produit point d'acide concret, parce qu'il se trouve engagé dans une portion d'huile de l'esprit-de-vin qui n'a pas été décomposée.



## ANALYSE

## DU MÉLANGE MÉTALLIQUE

*Envoyé à l'Académie, sous le nom de Régule de manganaise, par M. le Baron de la Peyrouse.*

Par M. SAGE.

**M.** GAHN, chimiste Suédois, a le premier retiré un régule de la manganaise; le célèbre Bergman a observé qu'il effleurissoit à l'air. Celui envoyé par M. de la Peyrouse, n'ayant pas ce caractère, non plus qu'un autre régule de manganaise fait par M. de Morveau, je soupçonnai que ce demi-métal étoit allié, ce qui m'a été confirmé par les expériences suivantes. Je dois faire observer que des deux derniers chimistes que je viens de citer, le premier a employé de la manganaise compacte de Saxe, & le dernier celle qu'on trouve dans le commerce.

Le régule de manganaise de M. de la Peyrouse est gris, moins fragile que celui qui est pur; il n'est pas attirable par l'aimant, quoiqu'il contienne du fer.

Ce régule de manganaise martial s'est dissous avec effervescence dans l'acide nitreux, qui a pris une teinte brunâtre; ayant versé dans cette dissolution de l'alkali prussien, il s'est précipité du bleu de prusse. La dissolution du régule de manganaise pur, faite par l'acide nitreux, ne prend pas de couleur, l'alkali prussien en précipite la manganaise dans la forme d'une poudre brunâtre.

Pour obtenir le régule de manganaise pur, il faut employer ce minéral cristallisé, celui qui est en masse compacte irrégulière, contenant presque toujours du fer, du plomb ou du cuivre. J'ai trouvé de ces deux derniers métaux dans la manganaise du comté de Sommerfet, tandis que la man-

ganaïse cristallisée est ordinairement pure; celle-ci fournit plus difficilement son régule, que celle qui est martiale.

Pour opérer la réduction de la manganaïse, il ne faut pas employer de flux, il suffit de la mêler avec un seizième de charbon, & en former, avec de l'eau, une boule grosse comme une petite noisette; on la place dans un creuset, au fond duquel on a mis un pouce de charbon en poudre, on recouvre la manganaïse d'un autre pouce de charbon, en faisant en sorte qu'il y ait au moins dix lignes de charbon sur les parois du creuset qu'on expose à un feu violent pendant une demi-heure. Le creuset refroidi, on trouve dans le charbon le régule de manganaïse, sous forme de petits globules brillans & fragiles, qui perdent en vingt-quatre heures leur éclat métallique, & effleurissent en une poussière brunâtre. Il arrive souvent que la manganaïse se trouve au milieu des charbons, sous forme d'une chaux verte striée, & quelquefois sous celle d'une masse vitreuse compacte, d'un vert-olive.



---

*MANIERE DE DÉTERMINER  
LA PURETÉ DU CUIVRE.*

Par M. SAGE.

**E**XCEPTÉ l'azur de cuivre & la malachite , presque toutes les mines de ce métal contiennent plus ou moins de fer , dont une partie reste intimement combinée dans le régule de cuivre , qui n'a cependant pas la propriété de dévier l'aiguille aimantée , lors même que le fer s'y trouve dans la proportion d'un cinquième.

Pour deceler la présence du fer dans le cuivre , il faut dissoudre dans de l'acide nitreux un quintal fictif de ce métal ; laver & dessécher la poudre noire qui se trouve au fond de la dissolution , quelquefois dans la proportion de deux livres par quintal : cette poudre étant mise sur des charbons ardens , il s'en dégage de l'acide sulfureux , ce qui reste est noir & entièrement attirable par l'aimant. Cette petite portion de fer & de soufre a échappé à l'action de l'acide nitreux ; mais la dissolution de cuivre contient une bien plus grande quantité de fer qu'on peut retirer , en versant dans cette dissolution de cuivre assez d'alkali fixe pour opérer la précipitation de ce métal ; ensuite il faut mettre sur ce précipité assez d'alkali volatil pour dissoudre tout le cuivre : il reste au fond du vase une poudre verdâtre , qui , après avoir été bien lavée & desséchée , représente le sixième du cuivre qui a été dissous. Ce résidu ayant été exposé au feu sur un charbon , est devenu noir & attirable par l'aimant.

On peut s'assurer si ce précipité martial contient de l'argent , en le passant à la coupelle.

C'est en employant les moyens que je viens de décrire , que je suis parvenu à extraire du cylindre de cuivre que je présente à l'Académie , un cinquième de fer , dont une partie se trouvoit encore tellement combinée avec le soufre , que

l'acide nitreux n'a pu avoir d'action dessus. Pour prévenir l'observation qu'on pourroit faire, que la lime auroit pu fournir une partie du fer, j'ai fait dissoudre dans l'acide nitreux de petits lingots de ce cuivre, qui m'ont fourni le même résultat.

## A N A L Y S E

### D'UN SPATH PESANT VERT.

Par M. SAGE.

CE spath trouvé dans les mines de Johanngeorgenstadt en Saxe, y est connu sous le nom de *mica vert*, & nous a été vendu sous ce nom; son tissu est feuilleté & brillant. Ce spath a été regardé par M. Bergman, dans sa sciographie, comme du *cuivre minéralisé par l'acide marin*.

Le spath pesant vert-de-saxe que j'ai vu jusqu'à présent, se trouve ordinairement en lames feuilletées, vertes, brillantes, superficielles, éparfes dans une mine de fer terreuse brunâtre. Parmi les morceaux que j'ai rassemblés, celui que je présente à l'Académie est des plus réguliers, il offre des lames carrées, dont quelques-unes ont les bords en biseau; la couleur de ce spath est du plus beau vert-d'émeraude; ces cristaux demi-transparens se cassent facilement & produisent des grains irréguliers.

L'acide nitreux pur, mis en digestion sur le spath pesant vert, le décolore & prend une couleur bleue; si l'on verse dans cette dissolution de l'alkali volatil, elle devient d'un bleu-céleste.

Si l'on mêle de la dissolution d'argent dans l'acide nitreux coloré par le cuivre du spath pesant vert, il ne se forme point d'argent corné, ce qui auroit lieu s'il y avoit de l'acide marin combiné avec le cuivre dans le spath pesant vert.

Une partie de ce spath décoloré par l'acide nitreux, ayant été exposée au feu, avec deux parties d'alkali fixe & une demi-partie de charbon, s'y est fondue. L'acide vitriolique ayant été versé dessus, en a dégagé une odeur de foie de soufre décomposé.

Le spath pesant affectant la même forme, & se comportant de même, après avoir été fondu avec l'alkali fixe & du charbon, que ce spath vitreux vert; ces faits réunis me portent à croire qu'ils ne diffèrent que par la chaux de cuivre que ce dernier contient.

---

## EXAMEN COMPARÉ DE L'INTENSITÉ DE CHALEUR

*Produite par la combustion du Charbon de bois  
& de celui de Tourbe.*

Par. M. SAGE.

**L**A tourbe réduite en charbon est propre à entretenir une chaleur plus vive, plus forte & plus long-temps soutenue que celle du charbon de bois, comme les expériences suivantes le démontrent; mais réduire la tourbe en charbon par un autre moyen que par la distillation, est une opération difficile, car on n'obtient qu'une espèce de pyrophore lorsqu'on a procédé par la suffocation qui est en usage pour préparer le charbon de bois. Ici le pyrophore est produit par la décomposition de la sélénite qui est dans la tourbe, dont l'acide vitriolique se combine avec le phlogistique des charbons, & forme du soufre, lequel, après s'être uni avec la terre de la sélénite, constitue le pyrophore.

Le charbon de tourbe le mieux fait contient toujours une portion de foie de soufre terreux (a), qui se décom-

---

(a) On peut l'extraire en lessivant ce foie de soufre avec de l'eau distillée.

posé pendant la combustion du charbon de tourbe ; ce foie de soufre décomposé noircit & rouille le cuivre , altère l'argent & rouille le fer.

Dans le commencement de la combustion du charbon de tourbe le mieux fait, il se dégage une odeur hépatique singulière.

L'examen comparé de l'intensité de chaleur produite par la combustion du charbon de bois & du charbon de tourbe, prouve que ce dernier est, pour l'intensité de chaleur, dans le rapport de 3 à 1 environ.

J'ai pris deux fourneaux ronds, de six pouces de diamètre, dont le foyer avoit quatre pouces & demi de hauteur, & le cendrier quatre pouces d'élévation, à partir de la grille du foyer ; j'ai rempli un de ces fourneaux avec du charbon de bois, & l'autre avec du charbon de tourbe. Je les ai allumés en mettant un charbon sur leur surface ; j'ai laissé brûler ces charbons sans les remuer ; j'ai placé dans les échancrures du fourneau deux petites barres de fer ; j'ai posé dessus deux casseroles de cuivre étamé, qui contenoient chacune une pinte & demie d'eau, leur diamètre étoit de six pouces quatre lignes, leur hauteur de deux pouces neuf lignes, & leur épaisseur d'une ligne.

Le charbon de bois a produit l'ébullition de quatre casseroles d'eau, en cinquante minutes.

1.<sup>re</sup> ébullition au bout de 14 minutes.

2.<sup>de</sup> ..... 11.

3.<sup>e</sup> ..... 12.

4.<sup>e</sup> ..... 13.

Ce charbon a brûlé sans flamme, & n'a point altéré le cuivre.

Le charbon de tourbe, obtenu par suffocation, a exhalé d'abord une odeur fétide, à laquelle a succédé une flamme vive colorée, mais sans odeur. Ce charbon a produit l'ébullition de onze casseroles d'eau, en une heure cinquante minutes.



1. <sup>re</sup> ébullition au bout de	13 minutes.
2. <sup>e</sup> .....	7.
3. <sup>e</sup> .....	6.
4. <sup>e</sup> .....	5.
5. <sup>e</sup> .....	6.
6. <sup>e</sup> .....	7.
7. <sup>e</sup> .....	7 $\frac{1}{2}$ .
8. <sup>e</sup> .....	7 $\frac{1}{2}$ .
9. <sup>e</sup> .....	10.
10. <sup>e</sup> .....	15.
11. <sup>e</sup> .....	19.

Le charbon de tourbe fait par la distillation s'est allumé plus lentement, a répandu une odeur moins désagréable, la flamme n'étoit point si vive; il a produit l'ébullition de onze casseroles d'eau en deux heures six minutes & demie.

1. <sup>re</sup> ébullition au bout de	33 minutes.
2. <sup>e</sup> .....	12.
3. <sup>e</sup> .....	8.
4. <sup>e</sup> .....	8.
5. <sup>e</sup> .....	7 $\frac{1}{2}$ .
6. <sup>e</sup> .....	7.
7. <sup>e</sup> .....	7.
8. <sup>e</sup> .....	8.
9. <sup>e</sup> .....	10.
10. <sup>e</sup> .....	15.
11. <sup>e</sup> .....	21.

Une livre & demie de charbon de tourbe qui a servi à ces expériences, ne s'est consumée qu'au bout de quatre heures, & a laissé cinq onces de cendres rougeâtres, qui contiennent de la terre calcaire, de la sélénite, de la terre argileuse & un peu de foie de soufre.

Une livre trois onces de charbon de bois s'est consumée au bout de 2 heures, & a produit cinq gros de cendres alkales.

Si le charbon de tourbe produit plus de chaleur par  
*Mém. 1785.* H h

la combustion, c'est que s'affaissant moins, il concourt à la décomposition d'une plus grande quantité d'air, & produit par conséquent une chaleur plus considérable & plus longtemps soutenue.

## A N A L Y S E

### D'UNE MINE D'ANTIMOINE ET DE PLOMB TERREUSE,

*Combinée avec les acides vitriolique & arsénical.*

Par M. SAGE.

CETTE mine de plomb terreuse, jaunâtre, antimoniale & martiale, en masses formées de différens lits, se trouve par filons à Bonvillars en Savoie, à six lieues de Chambéri, sur la route de Piémont.

Cette mine ayant été exposée au feu dans un têt, n'exhale aucune odeur; après avoir été tenue rouge pendant une demi-heure, elle a perdu dix livres par quintal: dans cette expérience, il n'y a que l'eau qu'elle contient qui se dégage. On peut l'obtenir si l'on distille cette mine dans une cornue au fourneau de réverbère.

Si l'on mêle de la mine de plomb terreuse antimoniale avec de la poudre de charbon, & si on la calcine dans un têt, il s'en dégage de l'arsenic sous forme de vapeurs blanches; il s'exhale ensuite de l'acide sulfureux & de la neige d'antimoine. Cette expérience fait connoître que dans cette mine, les terres métalliques y sont combinées avec les acides arsénical & vitriolique; acides qui sont fixes au feu quand ils sont engagés dans des terres, & qu'ils ne sont pas combinés avec du phlogistique.

Ayant distillé de la mine de plomb terreuse antimoniale avec de la poudre de charbon, il s'est sublimé dans le col de la cornue un peu de régule d'arsenic mêlé d'orpin.

La mine de plomb terreuse antimoniale ayant été réduite avec du flux noir & de la poudre de charbon, a produit par quintal cinquante-quatre livres d'un régule gris à facettes, qui s'étend un peu sous le marteau & s'y pulvérise.

Ce régule mixte, composé d'environ parties égales de plomb & d'antimoine, ayant été coupellé, l'antimoine a été rejeté & a fait un bourlet brunâtre sur le bassin de la coupelle, où il est resté une minicule d'argent trop petite pour être appréciée.

Parties égales de régule d'antimoine & de plomb ayant été fondues, ont produit un mélange métallique à facettes semblables à celles du régule retiré de la mine de plomb terreuse antimoniale; il en avoit la fragilité: ayant été coupellé, il a laissé sur le bassin de la coupelle un cercle brunâtre dû à l'antimoine.

J'ai découvert parmi les productions minérales qui m'ont été envoyées de Sibérie, une nouvelle espèce de mine d'antimoine d'un jaune-clair, parsemée de bleu martial; elle remplissoit la cavité d'un grand cœur fossile, dont l'extérieur étoit en partie calcaire, avec des aspérités d'ocre brunâtre, parsemées de bleu martial; deux autres buccardites de Sibérie, trouvées dans la même mine de fer limoneuse, contiennent ce métal dans deux états différens, & renferment en outre, dans leur intérieur, du schorl strié d'un bleu si foncé qu'il paroît noir.

Une de ces buccardites est blanche & remplie de mine de fer terreuse, jaunâtre, parsemée de globules brunâtres; l'autre est remplie de mine de fer argileuse, gristère, solide, qui a beaucoup de rapport avec le schorl en roche argileux; il est parsemé de schorl verdâtre fibreux.

On m'a aussi envoyé de Sibérie, des espèces de moules fossiles blanches, calcaires, dont l'intérieur est rempli du plus beau bleu martial, parsemé de schorl bleu opaque, en prismes très-fins; ces musculites ont été trouvées dans la même mine de fer limoneuse.

La mine d'antimoine terreuse jaune est soluble sans effervescence dans l'acide nitreux ; exposée au feu sur des charbons ardents , elle ne répand point d'odeur sensible , elle y devient d'un brun-rougeâtre , & produit des globules vitreux en rapport avec le *crocus metallorum*.

Si l'on expose cette mine au feu du chalumeau dans le creux d'un charbon , elle y change de couleur , se fond , produit une petite décrépitation , & se réunit en un globule d'antimoine brillant à sa surface ; pendant cette expérience , une portion de l'antimoine s'exhale en fleurs blanches qui se fixent en partie sur les bords du charbon.

La mine jaune d'antimoine ayant été fondue avec du verre de borax , a produit un émail d'un brun-verdâtre , lequel , après avoir été pulvérisé , étoit attirable par l'aimant , propriété qu'il doit au bleu martial.

Quoiqu'on ait désigné sous le nom de *bleu de Prusse natif* , la fécule martiale bleue dont je parle , cependant elle en diffère , en ce qu'elle est entièrement soluble dans l'acide nitreux , comme l'a observé M. Brandes , en 1757 , dans les Mémoires de l'Académie de Berlin , dans lesquels est insérée l'analyse qu'il a donnée de la terre martiale bleue de Beuthnitz , qui se trouve déposée par couches de trois ou quatre pieds sous l'*humus* d'un endroit marécageux. Ce bleu martial produit de l'alkali volatil par la distillation ; aussi ce menstrue n'a-t-il point d'action sur lui , tandis qu'il décolore le bleu de Prusse.



## A N A L Y S E

D'UNE NOUVELLE ESPÈCE

DE MINE DE BISMUTH TERREUSE, SOLIDE,

*Recouverte d'une Efflorescence d'un vert-jaunâtre,*

Par M. SAGE.

CRONSTEDT, Linné, Justi, Baumer & M. le baron de Born, ont parlé, dans leurs minéralogies, de la chaux de bismuth pulvérulente, d'un jaune-verdâtre, qu'on a trouvée en Saxe & en Suède. M. de Romé de Lille a fait mention d'une mine de bismuth vierge solide, sur laquelle se trouve un enduit granuleux, d'un vert-jaunâtre, qu'il regarde comme une chaux de bismuth. Voyez la *page 241 de sa description des minéraux.*

Les auteurs que je viens de citer, disent que cette espèce de mine de bismuth n'a point encore été soumise à l'analyse, parce qu'elle est fort rare.

La mine de bismuth terreuse, solide, grisâtre, & recouverte d'une efflorescence d'un vert-jaunâtre, dont je vais donner l'analyse, vient de Schneberg en Saxe; cette mine est très-pesante, elle produit des étincelles lorsqu'on la frappe avec le briquet, elles sont dûes à des portions de quartz qui se trouvent mêlées avec ce minéral.

Pour apprécier la quantité de quartz qui étoit contenue dans cette mine, j'en ai mis en digestion dans quatre parties d'acide nitreux précipité & rectifié; la chaux de bismuth s'y est dissoute promptement sans effervescence; j'ai décanté l'acide nitreux, & après l'avoir étendu d'eau distillée, une partie du bismuth s'en est séparée sous forme de précipité blanc; j'ai lavé ce qui étoit au fond du matras, après l'avoir filtré, j'ai trouvé sur le papier gris du quartz transparent, dans la proportion du tiers de cette mine de bismuth terreuse.

Le nitre de bismuth ne m'ayant produit que très-peu de magistère, après avoir été étendu d'eau, j'ai versé dans cette dissolution de l'alkali fixe; lorsque l'alkali nitreux en a été saturé, il s'est fait un précipité de bismuth assez abondant.

J'ai soumis à la distillation six cents grains de mine de bismuth terreuse, en employant l'appareil hydropneumatique; j'ai trouvé dans le col de la cornue quelques gouttes d'eau; il a passé de l'acide méphitique dans le récipient, la mine qui restoit dans la cornue, avoit une couleur rougeâtre, & n'avoit diminué que de deux livres par quintal.

La couleur verte de cette mine de bismuth, n'est dûe ni à du cuivre ni à du fer, mais paroît dûe à du cobalt; pour m'en assurer, j'ai mis de cette mine de bismuth en digestion dans de l'alkali volatil qui n'a pris aucune couleur. Si la teinture verte de cette mine eût été dûe au cuivre, l'alkali volatil auroit pris une couleur bleue.

Pour déterminer si cette mine de bismuth contenoit du fer, j'en ai distillé une partie avec quatre de sel ammoniac qui s'est sublimé & combiné avec la chaux de bismuth qu'il a volatilisée; ce sel ammoniac avoit une belle teinture jaune; l'ayant dissous dans l'eau distillée, il s'est formé aussitôt un précipité blanc de bismuth corné. J'ai filtré cette lessive, j'ai mis ensuite dedans de la noix de galle, elle n'a point été noircie, ce qui auroit eu lieu si la dissolution eût contenu du fer.

Le résidu de la distillation étoit grisâtre, & pesoit moitié moins que la mine de bismuth que j'avois employée; après l'avoir lessivée, j'ai mis dans l'eau qui avoit servi à cette opération, de la noix de galle qui n'a point annoncé la présence du fer,

J'ai fondu de cette mine de bismuth avec du verre blanc, elle lui a donné une couleur verte, qui me paroît être le résultat de la couleur bleue fournie par le cobalt, & de la couleur jaune produite par le bismuth, les scories

que j'ai obtenues en réduisant cette mine, avoient également une couleur verte.

Pour réduire la mine de bismuth terreuse, j'en ai fondu une partie avec quatre de flux noir & un peu de poussière de charbon; j'en ai retiré trente-six livres de bismuth par quintal de mine.

J'ai obtenu par la coupellation de ce régule de bismuth, une parcelle d'argent: le bismuth du commerce en produit aussi, comme l'a fait connoître M. Geoffroi le fils.

J'ai analysé une mine de bismuth terreuse, solide, jaune, un peu brillante, & quelquefois demi-transparente, elle m'a produit à peu-près les mêmes résultats; elle a rendu quarante-cinq livres de bismuth par quintal, c'est neuf livres de plus que la précédente: les scories étoient moins vertes, parce qu'elles contenoient moins de cobalt.

Ces mines de bismuth terreuses sont plus difficiles à réduire que celles qui sont arsenicales; ces dernières n'ont besoin que d'être brûlées entre des lits de bois, pour produire le bismuth, tandis que pour tirer parti des mines de bismuth terreuses, il faut les traiter au fourneau à manche, afin de pouvoir les réduire.



# M É M O I R E

## S U R

### L E M O U V E M E N T D E V É N U S .

Par M. DE LA LANDE.

LORSQUE je donnai en 1779, les élémens de l'orbite de Vénus, mon objet principal étoit de déterminer son excentricité, le lieu de son aphélie, & l'époque de son moyen mouvement; je parlai peu de sa révolution & de son mouvement séculaire; je me contentai de quelques conjonctions observées à la fin du dernier siècle & au commencement de celui-ci; celles de 1689, 1692, 1707 & 1708, me firent diminuer le mouvement séculaire que j'avois employé dans mes premières tables, de  $6^{\text{f}} 19^{\text{d}} 12' 12''$ , & je le supposai de  $6^{\text{f}} 19^{\text{d}} 11' 30''$ . Je l'ai employé de même pour mes secondes tables de Vénus, publiées en 1781, dans le quatrième volume de mon *Astronomie*, & en 1783, dans le huitième volume des *Éphémérides*.

Cet article méritoit une plus ample discussion; je l'ai faite fort au long, & le résultat consiste à augmenter le mouvement séculaire de Vénus, que je crois pouvoir faire actuellement de  $6^{\text{f}} 19^{\text{d}} 12' 50''$ .

J'ai voulu voir d'abord si les observations rapportées dans l'Almageste de Ptolémée, pouvoient nous apprendre quelque chose à cet égard; je les ai soigneusement discutées; & quoique je n'en aye tiré aucun secours, il est bon de rapporter le résultat de cet examen. Ces observations sont au nombre de dix, contenues dans le dixième livre de l'Almageste, pages 234 — 238 de la dernière édition (Bâle, 1551); j'ai comparé aussi l'édition grecque de 1538, & celle de 1515, que M. de Fouchy a donnée à l'Académie, & qui est importante à plusieurs égards.

J'ai



J'ai appliqué aux longitudes données par Ptolémée, les corrections qu'il est nécessaire de faire à son catalogue, comme je crois l'avoir prouvé (*Mém. de l'Acad. 1766, page 467, Astron. art. 918*). J'ai corrigé une erreur de dix ans qu'il y avoit dans la seconde observation, mais qui n'est pas dans l'édition grecque de l'Almageste. J'ai marqué les pages de la cinquième édition, où sont rapportées chacune de ces observations; l'erreur de mes secondes tables (1781) pour chacune, & le nombre de minutes dont cette erreur change quand on augmente de  $78''$  le mouvement séculaire de Vénus. Pour avoir le temps vrai, j'ai supposé que ces observations avoient été faites toutes environ deux heures avant le lever ou après le coucher du Soleil, parce que celle du 15 Décembre 138 est marquée à pareille heure: j'aurois pu me servir aussi du lieu moyen du Soleil, qui est toujours rapporté par Ptolémée, en y faisant la correction que j'ai indiquée; & pour cet effet, je joindrai à la table suivante le lieu moyen suivant Ptolémée. On y trouvera aussi le lieu vrai du Soleil, d'après mes tables manuscrites, où l'époque est moins avancée d'une minute que dans celles de la Caille, pour le temps dont il s'agit.

L'observation de l'an 138 est la seule où l'heure soit rapportée exactement; le point culminant, suivant l'astrolabe, étoit 2 degrés de la Vierge, ce qui donne pour l'ascension droite du milieu du Ciel,  $10^h 12'$ ; en ôtant celle du Soleil,  $17^h 32'$ , il reste  $16^h 44'$  pour le temps vrai à Alexandrie, qui étoit le même que le temps moyen; c'est  $14^h 52'$  à Paris. Le lieu moyen du Soleil, suivant Ptolémée, étoit  $8^{\circ} 22^d 9'$ . Je trouve  $57'$  de plus; en sorte qu'en ajoutant  $57'$  aux longitudes moyennes indiquées par cet auteur, pour les neuf dernières observations, on aura celles qu'il faut supposer pour en conclure le temps de l'observation.

Pour la première observation, qui est celle de l'an 271 avant J. C. l'heure est marquée sans minutes; il y a  $12^h$  dans l'édition de 1551 (*page 238*); mais à minuit on ne pouvoit pas voir Vénus. Dans l'édition de 1515, il y a

12 heures de la nuit, ce qui approche de 6 heures du matin ; puisque c'étoit quinze jours après l'équinoxe ; d'ailleurs , à l'endroit où Ptolémée se sert de cette observation pour calculer le moyen mouvement de Vénus, il emploie trois quarts de jour, à partir du midi, ce qui nous ramène encore à 18 heures. Ainsi l'on connoît aussi à peu-près l'heure de celle-ci ; quoiqu'ayant mis trois quarts de jour, Ptolémée n'a peut-être pas entendu répondre d'une heure sur le temps de cette observation. Au reste , une heure de plus ou de moins ne produit que  $2' \frac{1}{2}$  de différence sur le lieu du Soleil & de Vénus, & cela est absolument insensible pour de pareilles observations.

Je dois encore faire remarquer que, dans la première observation, les longitudes moyennes dans Ptolémée ne diffèrent que de  $3^d 39'$ , quoiqu'il y ait quatre jours d'intervalle. Il faudroit donc que la seconde partie de cette observation eût été faite sept heures plus tôt que la première, ce qui est impossible, Vénus n'étoit pas levée. Ainsi, peut-être que la seconde position n'a pas été observée ; elle aura été conclue des tables : voilà pourquoi je n'en ai pas fait une observation séparée, mais seulement un supplément de la première observation.

ANNÉES.	MOIS & JOURS.	TEMPS MOYEN à Paris.	LONGITUDE suivant PTOLÉMÉE.	ÉDIT. de 1751.	SUIVANT CASSINI.	SUIVANT MOI.
271043. 2. c.	11 Oct.	16 <sup>h</sup> 8'	5 <sup>f</sup> 4 <sup>d</sup> 10'	P. 238.	5 <sup>f</sup> 2 <sup>d</sup> 31'	5 <sup>f</sup> 3 <sup>d</sup> 36'
	15 Oct.	.....	5. 8. 50.	<i>Ibid.</i>	.....	5. 8. 16.
127. Aprés.	11 Oct.	14. 50.	5. 0. 20.	234.	5. 1. 51.	5. 1. 18.
129.	19 Mai.	14. 15.	0. 19. 36.	235.	0. 10. 33.	0. 11. 37.
132.	8 Mars.	6. 0.	1. 1. 30.	234.	1. 1. 55.	1. 2. 32.
134.	17 Fév.	14. 30.	9. 11. 55.	236.	9. 12. 27.	9. 12. 57.5.
136.	18 Nov.	5. 20.	9. 12. 50.	235.	.....	9. 13. 53.
136.	25 Déc.	5. 10.	10. 19. 36.	234.	10. 20. 14.	10. 20. 39.
138.	15 Déc.	14. 50.	7. 6. 30.	236.	7. 6. 53.	7. 7. 34.
140.	18 Fév.	5. 40.	0. 13. 50.	236.	0. 14. 28.	0. 14. 54.
140.	29 Juill.	13. 20.	2. 18. 30.	234.	2. 18. 47.	2. 19. 34.

ANNÉES.	MOIS & JOURS.	LIEU MOY. du SOLEIL, suivant PTOLÉMÉE.	LIEU VRAI suivant moi.	CORRECT. à faire à mes Tables de 1781.	CHANG. pour 78" de mouven.	NOMS des OBSERVATEURS.
271 A. J. C.	11 Oct.	6 <sup>e</sup> 17 <sup>d</sup> 20'	6 <sup>e</sup> 14 <sup>d</sup> 48'	+ 15' $\frac{1}{4}$	+ 8'	Tymocharès.
	15 Oct.	6. 20. 59.	6. 18. 50.	+ 12.	+ 8.	
127. Agrès.	11 Oct.	6. 17. 52.	6. 17. 12.	— 27.	— 3 $\frac{1}{2}$ .	Théon.
129.	19 Mai.	1. 25. 24.	1. 26. 41.	— 13 $\frac{1}{4}$ .	— 3.	Théon.
132.	8 Mars.	11. 14. 15.	11. 17. 8.	+ 34.	— 5.	Théon.
134.	17 Fév.	10. 25. 30.	10. 28. 15.	+ 1. 16 $\frac{1}{4}$ .	— 4.	Ptolémée.
136.	18 Nov.	7. 25. 30.	7. 26. 8.	+ 1. 46 $\frac{1}{4}$ .	+ 4.	Ptolémée.
136.	25 Déc.	9. 2. 4.	9. 3. 49.	+ 56.	— 5.	Ptolémée.
138.	15 Déc.	8. 22. 9.	8. 23. 34.	+ 20 $\frac{1}{4}$ .	+ 2 $\frac{1}{4}$ .	Ptolémée.
140.	18 Fév.	10. 25. 30.	10. 28. 26.	+ 23 $\frac{1}{4}$ .	+ 0 $\frac{1}{4}$ .	Ptolémée.
140.	29 Juill.	4. 5. 45.	4. 4. 56.	— 56.	— 9 $\frac{1}{4}$ .	Ptolémée.

On peut juger, par le changement des corrections pour 78" de mouvement séculaire, que toutes ces observations sont trop près des plus grandes digressions, pour que le mouvement de Vénus y soit sensible; la plus grande incertitude que nous ayons sur le mouvement de cette planète, est beaucoup moindre que les erreurs de ces observations, & il n'y a aucune hypothèse qui puisse les représenter, même à peu-près. Il ne faut pas en conclure que le mouvement de Vénus ait changé, puisque la plus ancienne des observations, rapportée par Tymocharès, s'accorde mieux avec mes tables, que les autres ne s'accordent entr'elles, & que la huitième dont Ptolémée se sert pour déterminer la révolution de Vénus, est aussi une de celles qui s'accordent le mieux; il faut seulement en conclure que ces observations sont mauvaises en général, ce que j'ai déjà prouvé pour la plupart de celles de Ptolémée (*Mémoires 1757, page 420; 1766, page 467*).

Si les observations anciennes ne peuvent rien nous apprendre sur le mouvement de Vénus, à plus forte raison, pour le mouvement de l'aphélie; il auroit été à 7<sup>e</sup> 25<sup>d</sup> suivant la théorie de Ptolémée, au lieu de 9<sup>e</sup> 16<sup>d</sup> que je trouve pour ce temps-là.

Parmi les observations moins anciennes, celles de Tycho sont les plus nombreuses; il semble qu'elles auroient pu donner quelques lumières sur le mouvement de Vénus; mais comme Tycho l'observoit principalement dans les plus grandes digressions, & presque jamais dans le temps où elle approche de la conjonction inférieure, il y a peu de précision à en attendre. J'ai fait voir que les conjonctions inférieures doivent être absolument préférées pour ces recherches.

J'ai donc commencé au passage sur le Soleil, qui fut observé le 4 Décembre 1639; ce passage devant être le fondement principal de cette détermination, il étoit nécessaire de recalculer de nouveau les observations qui furent faites par Horrocius près de Liverpool; c'est ce qu'a fait M. de Lambre avec le plus grand soin: il a pris les détails de cette observation dans un petit écrit publié en 1761, dans l'*Annual Register* de Londres, & copié par Ferguson, pages 344 & suiv. de son astronomie. Quant à la latitude de Hool, lieu de l'observation, il a conservé la détermination d'Horrocius; mais pour la longitude, qui est celle de Liverpool, il a préféré la moyenne arithmétique entre les deux que M. du Séjour a trouvées par l'éclipse de 1764, c'est-à-dire,  $0^h 21' 7''$  à l'ouest de Paris.

La différence des parallaxes de Vénus & du Soleil, est  $23'', 803$ ; le demi-diamètre du Soleil  $16' 11'', 6$ ; celui de Vénus  $31'', 3$ ; le mouvement relatif en longitude,  $4' 3'', 76$ , & en latitude  $39'', 04$  décroissante; l'équation du temps  $9' 0''$  soustractive du temps vrai.

Temps vrai à Paris. . . . .	$3^h 36' 7''$	$3^h 56' 7''$	$4^h 6' 7''$
Lieux vrais du Soleil. . . .	$8^r 12^d 25' 0''$	$8^r 12^d 25' 51''$	$8^r 12^d 26' 16''$
Nonagésime à Hool. . . . .	$11. 2. 37. 0$	$11. 9. 24. 50$	$11. 12. 31. 50$
Dist. du Soleil au nonagés.	$2. 20. 12. 0$	$2. 26. 59. 0$	$3. 0. 5. 30$
Hauteur nonagésime. . . . .	$19. 20. 20$	$21. 9. 50$	$22. 2. 30$
Latitude apparente. . . . .	$11' 17'', 46$	$11' 11'', 61$	$10' 40'', 74$

Différ. appar. de longit. . .	10' 41", 14	9' 51", 30	9' 6", 41
Parallaxe de longitude. . .	+ 7, 77	+ 8, 58	+ 8, 93
Parallaxe de latitude. . .	+ 22", 46	+ 22", 09	+ 22", 6
Différ. vraie en longit. . .	0. 10' 48", 91	9' 59", 88	9' 15", 34
Latitude vraie. . . . .	10. 55. 0	10. 49. 52	10. 18. 68
Temps vrai de la conjonct.	6 <sup>h</sup> 15' 49"	6 <sup>h</sup> 23' 45"	6 <sup>h</sup> 22' 19"
Latitude en conjonction. . .	9' 11", 1	9' 13" 45	8' 50" 07

Par un milieu entre les trois résultats, la conjonction a dû arriver à 6<sup>h</sup> 20' 38"; la latitude géocentrique en conjonction a dû être 9' 41", 87; le lieu de la conjonction 8<sup>f</sup> 12<sup>d</sup> 31' 58"; la distance au nœud 56' 15"; le lieu du nœud, 2<sup>f</sup> 13<sup>d</sup> 28' 13" vu du Soleil; les corrections de mes secondes tables — 2' 4" pour la longitude, — 1' 13" pour le nœud, + 2" pour la latitude; le demi-diamètre de Vénus, suivant l'observation d'Horrocius devoit être 38" à très-peu-près; suivant Crabtrée, il n'étoit que 34".

En employant, comme M. de Lambre a fait, les diamètres pris dans mes tables, & retenant la distance des centres observée par Horrocius, il s'ensuivra que l'instant de la première observation n'est pas précisément celui du contact, mais qu'il y avoit environ 8" de distance entre les bords de Vénus & du Soleil.

En admettant, comme l'ont fait Horrocius, Hevelius & Cassini, que l'observation ait été faite dans l'instant du contact intérieur, la distance des centres sera 15' 40", 3; la latitude apparente 11' 22", 95; la différence de longitude apparente 10' 46", 34; la conjonction 6<sup>h</sup> 17' 7"; la latitude en conjonction 9' 15"; enfin, par un milieu entre les trois observations, la conjonction sera à 6<sup>h</sup> 21' 4". Si l'on vouloit avoir égard en même temps aux deux manières de calculer la première observation, le temps de la conjonction seroit 6<sup>h</sup> 19' 45".

En tout cas, il n'y a pas 8' d'incertitude sur le moment de cette conjonction, ce qui ne produit pas 12" sur la lon-

gitude héliocentrique. Il paroît donc que l'erreur de mes tables de 1781 est, à cette époque, d'environ  $1' 44''$ .

Si l'on veut avoir égard aux aberrations & à la nutation, il faut retrancher  $5' 46''$  du moment de la conjonction trouvée ci-dessus, & ajouter  $23''$  à la longitude, on aura  $6^h 3' 44''$ , temps moyen, & la longitude vraie comptée de l'équinoxe moyen,  $8^f 12^d 32' 15''$ .

J'ai comparé vingt autres conjonctions avec mes tables, savoir, celles qui sont rapportées dans M. Cassini (*Éléments d'Astronomie, page 561*), & celles qui ont été observées depuis quelques années. Elles sont toutes comprises dans la table qu'on trouvera ci-après; les lieux du Soleil, pour le moment de chaque conjonction, ont été refaits sur les tables de la Caille; car j'ai supposé que le temps de la conjonction pouvoit être exact, indépendamment du lieu du Soleil. En effet, si l'on a comparé Vénus directement avec le Soleil, on a dû trouver le temps de la conjonction exactement, quelle que fût l'erreur des tables du Soleil.

La conjonction de 1692, sur laquelle j'avois beaucoup compté, est rapportée assez différemment, d'après Cassini & d'après Sedileau (*Mém. de l'Acad. 1693*); mais, en prenant celle de Cassini, je suis plus d'accord avec le passage de 1639, du moins suivant mes nouveaux éléments, & je l'ai préférée; l'erreur changeroit de  $44''$  en prenant l'observation de Sedileau.

En comparant le passage de 1639 avec mes secondes tables de 1781, j'ai trouvé  $1' 44''$  de trop pour la longitude héliocentrique: pour ne pas rejeter sur un seul élément toute l'erreur que donnoit le passage de 1639, j'ai considéré que le mouvement de l'aphélie pouvoit être diminué avec vraisemblance, quoique je l'eusse déjà diminué. En effet, si je compare le lieu de l'aphélie que j'ai déterminé pour 1780, avec celui qui résulte des conjonctions de 1715, 1718, 1719, je ne trouve, pour le mouvement séculaire de l'aphélie, que  $2^d 11'$ , au lieu de  $4^d 10'$ , que j'avois employé dans mes anciennes tables de 1771, en comptant trop sur

les tables de Képler & sur les observations de Tycho-Brahé. Je l'avois réduit à  $2^d 25'$  dans mes secondes tables; mais si j'employois la position que Halley lui donne pour 1690, la regardant comme le résultat des observations de Flamsteéd, que Halley avoit sans doute discutées, je trouverois  $2^d 22'$  pour le mouvement séculaire de l'aphélie.

On ne trouveroit que  $1^d 33'$ , en calculant l'attraction de Jupiter & de la Terre, par la formule que j'ai donnée dans mon *Astronomie* (*art. 3512*); si l'on nomme  $f$  la distance de la planète troublante, celle de Vénus étant prise

pour unité, on a  $\frac{3}{4f^3}$  multiplié par  $360^d$  pour le mouvement de l'aphélie de Vénus pendant la durée de sa révolution. Cette formule donne  $6' 39''$  par siècle pour l'effet de Jupiter, &  $2' 50''$  pour celui de la Terre; la somme  $9' 29''$  étant ajoutée à la précession séculaire,  $1^d 23' 45''$  donne  $1^d 33' 14''$  pour le mouvement de l'aphélie; Halley le faisoit de  $1^d 34'$ .

Enfin, M. de la Grange, par des calculs plus rigoureux, diminue encore ce mouvement (*Mém. de Berlin, 1782*), & le réduit à  $1^d 21'$ ; en sorte que l'aphélie de Vénus rétrograde de  $2'$  par rapport aux étoiles, au lieu d'être direct comme sont ceux des autres planètes.

M. de la Grange, à qui j'ai fait remarquer ce défaut d'analogie, m'a assuré qu'il n'avoit aucun doute sur la théorie à cet égard; & comme j'avois perdu l'espoir de déterminer le mouvement de l'aphélie par les observations du dernier siècle, je m'en suis tenu à ce résultat. Il faut cependant considérer que M. de la Grange donne  $4'',3$  par an à l'action de Mercure sur Vénus, & que la masse de Mercure n'étant connue que par conjecture, il pourroit y avoir encore quelque incertitude à cet égard. Quoi qu'il en soit, je supposerai, quant à présent, le mouvement de l'aphélie de  $1^d 21'$  par siècle; en partant du lieu que j'ai déterminé pour 1780, à  $10^f 8^d 12'$ , je le supposerai pour 1639,  $10^f 6^d 18'$ ; & dès-lors le passage de 1639 se trouvera rapproché des tables.

## 256 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Pour vérifier les autres élémens de Vénus, je vais parcourir toutes les conjonctions inférieures qui ont été observées avec soin depuis les passages sur le Soleil observés en 1761 & 1769.

La conjonction de 1766 fut observée par M. Maskelyne, & elle se trouve dans le Recueil de ses observations. J'ai calculé les observations du 16 mars, du 24 & du 28 au matin.

	Le 16	Le 24.	Le 27.
Temps moyen du passage réduit au méridien de Paris. .	0 <sup>h</sup> 57' 53"	0 <sup>h</sup> 9' 54"	23 <sup>h</sup> 45' 41"
Dist. d'asc. dr. entre les centres de Vénus & du Soleil. . . .	9 <sup>d</sup> 59' 22"	1 <sup>d</sup> 26' 24"	7 <sup>d</sup> 12' 22"
Ascension droite apparente du Soleil à midi vrai. . . . .	356. 16. 47.	3. 33. 12.	7. 10. 52.
Ascension droite de Vénus. .	6. 16. 9.	2. 6. 48.	359. 58. 30.
Distance au zénith, du bord inférieur de Vénus, . . . .	39. 43. 11.	41. 34. 23.	42. 55. 40.
Déclinaison vraie du centre de Vénus. . . . .	11. 45. 27.	9. 54. 14.	8. 32. 54.
Long. apparente de Vénus. .	10. 26. 5.	5. 54. 20.	3. 24. 12.
Latitude apparente. . . . .	8. 17. 54.	8. 14. 18.	7. 50. 46.

L'erreur moyenne de mes tables,  $\pm$  25 secondes, doit être ajoutée aux longitudes calculées, pour en déduire l'opposition, & le lieu du Soleil augmenté de 20 secondes pour l'aberration, & compté de l'équinoxe moyen.

Le mouvement du Soleil, en 23<sup>h</sup> 53' 54", étant de 59' 2", & celui de Vénus de 37' 53", je trouve pour le temps moyen de la conjonction vraie, le 25, 6<sup>h</sup> 13' 12", & la longitude 0<sup>d</sup> 5<sup>d</sup> 6' 32"; mes nouvelles tables donnent 5" de plus pour la longitude héliocentrique, au même instant.

La conjonction de 1774 a été observée par M. Slop, habile astronome de Pise, *Observationes siderum habitæ Pisis*, 1778, page 217.



		TEMPS MOYEN à Pise.	LONGITUDE. observée.	LATITUDE observée.
Mars	22.	23 <sup>h</sup> 53' 25"	0 <sup>f</sup> 2 <sup>d</sup> 45' 49"	8 <sup>d</sup> 16' 0"
	23.	23. 47. 21.	0. 2. 8. 10.	8. 10. 48.
	24.	23. 41. 19.	0. 1. 31. 2.	8. 4. 37.
	25.	23. 35. 20.	0. 0. 54. 18.	7. 57. 37.

M. Slop avoit interpolé ces longitudes pour en conclure la conjonction; j'ai préféré de prendre le mouvement calculé par les tables, & les longitudes corrigées par l'erreur moyenne des tables. Le mouvement du Soleil, en 23<sup>h</sup> 53' 56", étant de 59' 6", & celui de Vénus 37' 37", j'ai trouvé que la conjonction apparente étoit arrivée le 22, à 21<sup>h</sup> 17' 44", temps moyen au méridien de Paris, dans 0<sup>f</sup> 2<sup>d</sup> 49' 12" de longitude apparente, comptée de l'équinoxe moyen; & employant les deux aberrations, la conjonction vraie à 21<sup>h</sup> 11' 58", dans 0<sup>f</sup> 2<sup>d</sup> 49' 18" de longitude vraie.

La conjonction du 24 Octobre 1775 a été observée à Pise par M. Slop, à Toulouse par M. Darquier, & à Paris par M. d'Agelet: comme les résultats des deux premiers ne s'accordoient pas parfaitement, j'ai recalculé deux observations qui m'ont donné à peu-près le même résultat.

Le 24 Octobre, 23<sup>h</sup> 33' 31", temps moyen à Paris, longitude de Vénus observée, comptée de l'équinoxe moyen, 7<sup>f</sup> 0<sup>d</sup> 29' 34"; longitude du Soleil, 7<sup>f</sup> 1<sup>d</sup> 53' 50"; mouvement du Soleil, en trois jours, 2<sup>d</sup> 59' 57"; mouvement de Vénus, 1<sup>d</sup> 43' 24"; d'où il suit que la conjonction apparente est arrivée, le 24, à 2<sup>h</sup> 30' 59", dans 7<sup>f</sup> 1<sup>d</sup> 1' 14"; & la conjonction vraie, à 2<sup>h</sup> 25' 13", dans 7<sup>f</sup> 1<sup>d</sup> 1' 20" de longitude vraie.

La conjonction du 1.<sup>er</sup> Juin 1777 n'a été observée que par M. Slop; il n'a eu qu'une seule observation faite cinq

*Mém. 1785.*

Kk

jours après la conjonction, & je n'en ai pas fait usage. D'ailleurs, les conjonctions du mois de Juin sont au même lieu de l'orbite que les passages sur le Soleil observés en 1761 & 1769 & l'on ne peut pas en espérer une aussi grande précision; ainsi elles sont moins importantes que les autres: au reste, j'ai celle de 1785, qui tient lieu de celle de 1777, & qui s'accorde fort bien avec les deux passages.

En 1779, Venus fut observée par M. d'Agelet à Paris, par M. Darquier à Toulouse, par M. Pigott à Frampton-house,  $5^{\circ} 48' 30''$  à l'occident de Paris; celui-ci trouva, le 6 Janvier, jour de la conjonction, à  $23^{\text{h}} 54' 30''$  de temps vrai, l'ascension droite apparente de Vénus,  $287^{\text{d}} 13' 1''$ ; il n'observa pas la déclinaison.

M. d'Agelet observa Vénus plusieurs jours de suite, avec son mural, à l'École militaire: voici les observations calculées par lui-même.

	TEMPS MOYEN.	ASCENSION DROITE observée.	DÉCLINAISON australe.	LONGITUDE.	LATITUDE australe.
Janvier 2.	$0^{\text{h}} 34' 7''$	$9^{\text{f}} 20^{\text{d}} 30' 30''$	$18^{\text{d}} 17' 37''$	$9^{\text{f}} 19^{\text{d}} 28' 26''$	$3^{\text{d}} 47' 56''$
3.	$0. 27. 35.$	$9. 19. 51. 35.$	$18. 7. 41.$	$9. 18. 53. 5.$	$4. 2. 53.$
4.	$0. 21. 7.$	$9. 19. 13. 15.$	$17. 57. 11.$	$9. 18. 18. 16.$	$4. 18. 8.$
7.	$0. 1. 25.$	$9. 17. 14. 25.$	$17. 31. 40.$	$9. 16. 28. 45.$	$4. 57. 37.$
7.	$23. 54. 51.$	$9. 16. 34. 52.$	$17. 22. 37.$	$9. 15. 52. 14.$	$5. 10. 58.$
8.	$23. 48. 11.$	$9. 15. 55. 42.$	$17. 14. 55.$	$9. 15. 15. 47.$	$5. 22. 49.$
9.	$23. 41. 53.$	$9. 15. 17. 45.$	$17. 7. 49.$	$9. 14. 40. 21.$	$5. 33. 48.$
10.	$23. 35. 33.$	$9. 14. 41. 3.$	$17. 1. 3.$	$9. 14. 5. 57.$	$5. 44. 8.$

Les deux observations du 7, en y appliquant l'erreur moyenne des tables, & le mouvement calculé, qui étoit de  $60' 52''$  pour le Soleil, & de  $36' 31''$  pour Vénus, m'ont donné la conjonction apparente, le 6 Janvier,  $14^{\text{h}} 11' 39''$ , temps moyen; &  $9^{\text{f}} 16^{\text{d}} 44' 2''$  pour la longitude comptée de l'équinoxe moyen; & la conjonction vraie à  $14^{\text{h}} 5' 53''$ , dans  $9^{\text{f}} 16^{\text{d}} 44' 8''$  de longitude vraie.

La conjonction du 9 Août 1780 est la plus importante

de toutes, parce que Vénus étoit près de son aphélie, & qu'elle n'avoit jamais été observée dans cette position; aussi M. d'Agelet, qui connoît les observations importantes, & qui ne les néglige pas, observa cette conjonction avec soin. Il y a aussi plusieurs observations dans le recueil de M. Darquier. Je rapporterai ici les observations de M. d'Agelet, parce qu'elles n'ont point été imprimées; elles ont été calculées par lui-même, excepté les deux dernières.

	TEMPS MOYEN.	ASC. DROITE observée.	DÉCLINAISON boréale.	LONG. OBSERVÉE.	LATITUDE boréale.
Août	3. 0 <sup>h</sup> 38' 56"	142 <sup>d</sup> 24' 23"	7 <sup>d</sup> 49' 6"	4 <sup>f</sup> 22 <sup>d</sup> 12' 56"	6 <sup>d</sup> 39' 28"
	5. 0. 26. 26.	141. 14. 18.	7. 49. 35.	4. 21. 6. 37.	7. 0. 48.
	7. 0. 13. 45.	140. 2. 4.	7. 53. 23.	4. 19. 56. 42.	7. 19. 36.
	9. 23. 54. 30.	138. 10. 2.	8. 5. 13.	4. 18. 6. 22.	7. 42. 0.
	15. 23. 16. 50.	134. 37. 32.	8. 45. 1.	4. 14. 31. 39.	8. 4. 53.
	23. 22. 32. 13.	131. 19. 56.	9. 56. 24.	4. 11. 2. 37.	7. 49. 49.

Ayant calculé l'erreur moyenne des tables, & le mouvement du 9 au 10, qui, dans 23<sup>h</sup> 53' 27", étoit de 57' 20" pour le Soleil, & de 37' 9" pour Vénus, j'ai trouvé la conjonction apparente, le 9 Août, 20<sup>h</sup> 45' 40"; & la longitude apparente, 4<sup>f</sup> 18<sup>d</sup> 11' 27", comptée de l'équinoxe moyen; & la conjonction vraie, 20<sup>h</sup> 39' 54", avec 4<sup>f</sup> 18<sup>d</sup> 11' 33" de longitude vraie.

En 1782, Vénus a été observée à Paris par M. d'Agelet, à Milan par M. de Cefaris, à Yorck par M. Pigott; le 19 Mars à 23<sup>h</sup> 49'  $\frac{1}{2}$  de temps vrai, celui-ci observa l'ascension droite de 357<sup>d</sup> 24' 40", & la déclinaison de 8<sup>d</sup> 3' 37", boréale.

Les observations de Milan sont dans le second volume des *Memorie della società Italiana*, pag. 324; & dans les *Éphémérides de Milan* pour 1786, page 212. Mais j'ai voulu recalculer la conjonction, en employant le lieu apparent du Soleil, tiré des tables de la Caille. Le 19, à 23<sup>h</sup> 29' 48", temps moyen au méridien de Paris, la longitude

apparente de Vénus étoit  $0^{\circ} 0^{\prime} 52^{\prime} 34''$ , celle du Soleil  $0^{\circ} 0^{\prime} 0^{\prime} 3''$ . Le 20, à  $23^{\text{h}} 23^{\prime} 41''$ , elles étoient  $0^{\circ} 0^{\prime} 14^{\prime} 55''$ , &  $0^{\circ} 0^{\prime} 59^{\prime} 18''$ ; d'où il suit que la conjonction apparente est arrivée le 20 à  $12^{\text{h}} 26^{\prime} 55''$ , à  $0^{\circ} 0^{\prime} 32^{\prime} 10''$  de longitude apparente comptée de l'équinoxe apparent; en ajoutant 5 secondes, on a la longitude comptée de l'équinoxe moyen; la conjonction vraie à  $12^{\text{h}} 21^{\prime} 9''$ , & la longitude vraie  $6^{\circ} 0^{\prime} 32^{\prime} 16''$ .

J'ai ensuite reçu une observation de M. Pigott, faite à Yorck, le 20 Mars, le jour même de la conjonction; la longitude de Vénus à  $0^{\text{h}} 11^{\prime} 10''$ , temps moyen à Paris, étoit  $0^{\circ} 0^{\prime} 51^{\prime} 34''$ , plus petite de  $16''$  que par mes nouveaux élémens, ce qui ne fait que 6 secondes sur la longitude héliocentrique.

La conjonction de 1783 a été observée par M. d'Agelet à Paris, par M. Toaldo à Padoue, & par M. de Cefaris à Milan. Celui-ci n'a fait qu'une observation, elle est rapportée dans les Éphémérides de 1786; M. de Lambre a calculé celles de M. d'Agelet, de la manière suivante :

		ASCENSION droite.	DÉCLINAISON australe.	LONGITUDE vraie.	LATITUDE vraie.
Septembre 28.	$1^{\text{h}} 37' 2''$	$7^{\circ} 1^{\circ} 25' 19''$	$10^{\circ} 14' 2''$	$7^{\circ} 6^{\circ} 13' 11''$	$7^{\circ} 1' 53'' \text{ A.}$
29.	$1. 33. 18.$	$7. 1. 28. 29.$	$20. 20. 45.$	$7. 6. 18. 19.$	$7. 7. 10.$
30.	$1. 29. 28.$	$7. 1. 29. 40.$	$20. 26. 20.$	$7. 6. 21. 17.$	$7. 12. 2.$
Octobre 2.	$1. 21. 20.$	$7. 1. 26. 10.$	$20. 34. 17.$	$7. 6. 20. 56.$	$7. 20. 38.$
26.	$23. 3. 46.$	$6. 21. 35. 4.$	$14. 56. 21.$	$6. 25. 30. 28.$	$5. 26. 42.$
Novembre 6.	$22. 8. 19.$	$6. 18. 31. 29.$	$10. 49. 43.$	$6. 21. 11. 27.$	$2. 45. 11.$
8.	$22. 0. 10.$	$6. 18. 27. 0.$	$10. 15. 42.$	$6. 20. 54. 26.$	$2. 15. 21.$

Les temps sont réduits au méridien de l'Observatoire en y ajoutant  $7''$ .

En employant le Soleil au lieu de l'étoile  $\alpha$ , on auroit pour la première longitude,  $32''$  de plus, & pour les deux suivantes,  $36''$ .

Ces observations étant un peu éloignées de la conjonction, M. de Lambre a aussi calculé celles de M. Toaldo, faites

à Padoue avec un mural de Ramsden, de  $7\frac{1}{2}$  pieds; & elles ont été calculées séparément par Dom Nouet, l'un des astronomes de l'Observatoire royal.

	TEMPS MOYEN à Paris.	ASC. DROITES observées.	DÉCLINAISONS observées.	LONGITUDES vraies.	LATITUDES observées.
Oct. 16	23 <sup>h</sup> 25' 12"	6 <sup>d</sup> 26 <sup>d</sup> 36' 55"	18 <sup>d</sup> 40' 34" A.	7 <sup>d</sup> 1 <sup>d</sup> 23' 29"	7 <sup>d</sup> 9' 46" A.
19	23. 7. 16.	6. 25. 4. 32.	17. 41. 53.	6. 29. 39. 42.	6. 46. 45.
21	22. 55. 13.	6. 24. 1. 29.	16. 57. 34.	6. 28. 26. 59.	6. 27. 26.
22	22. 49. 15.	6. 23. 30. 52.	16. 34. 25.	6. 27. 51. 3.	6. 16. 38.

Les longitudes observées sont dégagées de l'aberration, mais comptées de l'équinoxe actuel & apparent. On a ajouté 5' à la déclinaison du 22, parce qu'il étoit évident qu'il y avoit eu erreur d'une division du quart-de-cercle.

L'observation du 19 est marquée douteuse; cependant elle s'accorde avec celle du 21. Au reste, voici la conjonction déduite de plusieurs manières.

Par les Observations des 19 & 21.	Par les quatre Observations.	Suivant D. NOUET.	Suivant M. DE CESARIS.
Conjonction le 21 à... 15 <sup>h</sup> 36' 15"	15 <sup>h</sup> 34' 15"	15 <sup>h</sup> 38' 28"	15 <sup>h</sup> 37' 15"
Longitude géocentr. vraie, 6 <sup>d</sup> 28 <sup>d</sup> 38' 2"	6 <sup>d</sup> 28 <sup>d</sup> 37' 57"	6 <sup>d</sup> 28 <sup>d</sup> 37' 53"	6 <sup>d</sup> 28 <sup>d</sup> 37' 55"
Latitude géocentrique... 6 <sup>d</sup> 30' 24" A.	6 <sup>d</sup> 30' 24"	6 <sup>d</sup> 30' 32"	6 <sup>d</sup> 31' 49"

La différence entre les résultats de M. de Lambre & de Dom Nouet, vient de ce que celui-ci n'a pas ajouté l'aberration du Soleil. La différence entre la latitude déterminée par M. de Cesaris & par les deux autres, vient probablement de ce que le secteur équatorial dont il s'est servi, ne donne pas les déclinaisons aussi exactement que le mural de M. Toaldo.

La conjonction de 1785 a été observée à Paris, avec soin, par les astronomes de l'Observatoire royal, nouvellement établis par le Roi, sous la direction de M. le Comte de Cassini; & il en a donné les résultats dans le recueil

d'observations qu'il a publiées pour la première fois le 19 de Juillet 1786. Il a bien voulu me communiquer les observations originales, & M. de Lambre les a calculées de nouveau.

Il suppose l'ascension droite apparente de  $\alpha$  la Couronne,  $24^{\text{h}} 24' 32''$ , 7, & sa déclinaison boréale  $27^{\text{d}} 26' 45''$ , 7.

1785.	TEMPS MOYEN.	ASC. DROITE apparente.	DÉCLINAISON apparente.	LONGITUDE VRAIE	LATITUDE VRAIE.
Mai. 14	1 <sup>h</sup> 30' 4"	75 <sup>d</sup> 10' 59"	26 <sup>d</sup> 38' 41"	2 <sup>f</sup> 16 <sup>d</sup> 45' 9"	3 <sup>d</sup> 51' 13" B.
15	1. 35. 6.	74. 55. 16.	26. 29. 31.	2. 16. 30. 12	3. 43. 32.
Juin. 9	22. 48. 36.	61. 19. 19.	19. 8. 24.	2. 3. 1. 26.	1. 40. 56. A.
10	22. 43. 13.	60. 57. 34.	18. 51. 47.	2. 2. 38. 3.	1. 53. 17.
11	22. 32. 59.	60. 37. 58.	18. 37. 6.	2. 2. 17. 3.	2. 4. 9.

Les longitudes sont diminuées de  $14''$  pour l'aberration & la nutation. Les latitudes augmentées de  $1''$  pour l'aberration. En prenant l'erreur moyenne des tables & le mouvement de Vénus calculé par les tables, M. de Lambre trouve la conjonction vraie le 29, à  $19^{\text{h}} 2' 6''$ , & la longitude vraie  $2^{\text{f}} 9^{\text{d}} 9' 9''$ , comptée de l'équinoxe moyen; la conjonction apparente à  $19^{\text{h}} 8' 1''$ ; & la longitude apparente  $2^{\text{f}} 9^{\text{d}} 9' 4''$ , en ne corrigeant point les aberrations. Cette conjonction, quoique déduite d'observations assez éloignées, s'accorde parfaitement avec mes nouveaux élémens.

L'aberration du Soleil  $20''$  pouvant produire jusqu'à  $1' 12''$  d'erreur sur le lieu de Vénus, doit être nécessairement employée; pour cela, j'ai ôté  $4' 54''$  des temps des conjonctions inférieures, & j'ai ajouté  $8''$  aux longitudes observées, de même qu'aux époques des tables.

Pour l'aberration de Vénus, qui est de  $3'' \frac{1}{2}$ , il faut encore ôter  $52''$ , mais il faut ajouter  $2''$  à la longitude du point de la conjonction; ainsi pour les deux aberrations, j'ai ôté  $5' 46''$  des temps, & ajouté  $6''$  aux longitudes observées.

J'ai aussi appliqué la nutation aux longitudes observées;

en sorte qu'elles sont toutes comptées de l'équinoxe moyen, ce qui rend les mouvemens plus uniformes; ils ne sont plus affectés que par l'équation de Vénus, qui me paroît exactement connue.

Pour déterminer les élémens de l'orbite de Vénus par les dernières conjonctions, j'ai choisi celles de 1780, 1782 & 1783, qui étoient fort propres à cette détermination; je les ai recalculées avec soin; & pour que mes résultats fussent moins dépendans des lieux du Soleil & des erreurs de chaque observation en particulier, j'ai joint l'opposition de 1774 à celle de 1782, en prenant pour erreur des tables celle qui tenoit le milieu entre les erreurs trouvées dans ces deux oppositions, & qui différoient de  $14''$  pour la longitude héliocentrique. J'ai réuni de même les oppositions de 1775 & 1783, qui ne différoient que de  $3''$ ; ainsi, mon calcul est le résultat de cinq conjonctions observées & calculées avec soin. J'aurois voulu avoir pour celle de 1780, qui est près de l'aphélie, une pareille confirmation, mais l'on n'a point observé les conjonctions de 1764 & de 1772, qui étoient dans une position semblable. Au reste, M. d'Agelet ayant fait en 1780, beaucoup d'observations, je crois cette conjonction très-bien déterminée.

En appliquant aux trois conjonctions de 1780, 1782 & 1783, le procédé que j'ai expliqué dans les Mémoires de 1779, j'ai trouvé, pour l'équation de Vénus,  $47' 20''$  comme dans les tables que j'ai publiées en 1781, *Astron. tome IV*; l'aphélie moins avancée de  $19'$ , & les longitudes moyennes plus fortes de  $47''$ .

Avec ces corrections & le mouvement de l'aphélie, supposé de  $49''$  par an, j'ai recalculé les tables des époques; en assujétissant au passage de 1639 le mouvement de Vénus, il s'est trouvé par-là de  $6^{\text{e}} 19^{\text{d}} 12' 25''$  par siècle. On trouvera ces tables dans la *Connoissance des Temps de 1789*, qui a paru au mois de Mars 1787.

J'ai comparé avec ces tables les longitudes héliocentriques observées dans toutes les conjonctions inférieures, y compris

## 264 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

celle de 1787, dont les observations seront rapportées en détail dans les *Mémoires de l'Académie* pour la même année. Voici le résultat de ces comparaisons :

*Conjonctions inférieures de Vénus comparées avec les nouvelles Tables.*

ANNÉES.	JOURS. MOIS.	TEMPS MOYEN de la Conjonction vraie.	LONGITUDE VRAIE comptée de l'équinoxe.	ANOMAL. de Vénus.	ERREUR sur la Long. hélioc.
1639.	4 Déc.	6 <sup>h</sup> 3' 44"	8 <sup>r</sup> 12 <sup>d</sup> 32' 15"	4 <sup>r</sup> 7 <sup>d</sup>	+ 0' 14"
1689.	25 Juin.	13. 48. 7.	3. 4. 54. 24.	10. 28.	— 31.
1692.	3 Sept.	19. 5. 23. Caff.	5. 12. 32. 59.	1. 6.	— 7.
1699.	30 Janv.	7. 20. 3.	10. 11. 17. 18.	6. 5.	— 1. 31.
1700.	2 Sept.	11. 19. 12.	5. 10. 20. 47.	1. 4.	— 2. 8.
1705.	21 Juin.	22. 1. 12.	3. 0. 35. 26.	10. 23.	+ 0. 36.
1707.	28 Janv.	18. 33. 39.	10. 8. 46. 17.	6. 2.	+ 1. 10.
1708.	31 Août.	0. 29. 56.	5. 8. 1. 56.	1. 1.	+ 0. 51.
1710.	10 Avril.	18. 8. 9.	0. 20. 54. 6.	8. 13.	+ 41.
1713.	19 Juin.	15. 15. 44.	2. 28. 29. 16.	10. 21.	— 36.
1715.	26 Janv.	8. 32. 15.	10. 6. 22. 47.	6. 0.	— 23.
1716.	28 Août.	16. 36. 37.	5. 5. 50. 48.	0. 29.	— 7.
1718.	8 Avril.	10. 15. 0.	0. 18. 40. 42.	8. 11.	— 11.
1719.	10 Nov.	9. 1. 15.	7. 17. 55. 31.	3. 12.	— 17.
1751.	31 Oct.	11. 30. 50.	7. 8. 13. 0.	3. 1.	— 15.
1761.	5 Juin.	17. 44. 34.	2. 15. 36. 31.	10. 7.	+ 5.
1766.	25 Mars.	6. 13. 12.	0. 5. 6. 32.	7. 26.	— 5.
1769.	3 Juin.	10. 7. 54.	2. 13. 27. 8.	10. 5.	— 3.
1774.	22 Mars.	21. 11. 58.	0. 2. 49. 18.	7. 23.	+ 15.
1775.	24 Oct.	2. 25. 13.	7. 1. 1. 20.	2. 23.	+ 6.
1779.	6 Janv.	14. 5. 53.	9. 16. 44. 8.	5. 9.	— 1.
1780.	9 Août.	20. 39. 54.	4. 18. 11. 33.	0. 10.	+ 8.
1782.	20 Mars.	12. 21. 9.	6. 0. 32. 16.	7. 22.	+ 3.
1783.	21 Oct.	15. 34. 15.	6. 28. 37. 57.	2. 21.	— 1.
1785.	29 Mai.	19. 2. 6.	8. 9. 9. 9.	10. 0.	+ 4.
1787.	4 Janv.	2. 26. 50.	9. 14. 15. 39.	5. 6.	— 6.

Le signe + signifie qu'il faut ajouter à la longitude calculée par les Tables.



Il y a dans cette table trois conjonctions qu'on ne peut représenter, c'est-à-dire, où les erreurs passent 1', ce sont celles de 1699, 1700, 1707; mais quand sur vingt-une conjonctions on satisfait à dix-huit, on est sûr que les autres sont des observations défectueuses. D'ailleurs, elles diffèrent visiblement de celles qui sont dans les mêmes circonstances. En effet, de 1699 à 1707, & de 1700 à 1708, il y a 2' 47" de différence, quoiqu'au bout de huit ans l'erreur dût revenir la même, Vénus étant au même degré d'anomalie; la conjonction de 1700 s'éloigne encore plus de 1692 & 1716, qui cependant s'accordent bien entre elles, & celle de 1710 diffère de 1718 de 52"; de même la conjonction de 1707, où il me reste une erreur de 1' 11", est contredite par celle de 1715. Les erreurs en 1699 & 1707, se trouvent en sens contraire; celle de 1700 augmente, mais celle de 1708 diminue. Celles de 1715 & de 1751 sont petites; l'erreur moyenne entre 1705 & 1713 est exactement nulle. Enfin, les observations que mes élémens ne représentent pas, sont des observations démenties par celles qui sont dans les mêmes circonstances, tandis que je satisfais à des observations faites dans les points les plus différens entre eux, tant pour l'équation que pour l'aphélie, & dans lesquelles il ne me reste que des erreurs qui sont peu sensibles dans ces observations éloignées.

Si l'on vouloit faire le mouvement de l'aphélie de 2<sup>d</sup>, & augmenter de 25" le mouvement séculaire de Vénus, on satisferoit également au passage de 1639; on diminueroit l'erreur sur les conjonctions de 1689, 1700, 1707, 1713, 1716, 1718, mais on augmenteroit celles de 1692, 1705, 1708, 1710, 1715: il semble même que l'on gagneroit plus qu'on ne perdrait; mais les différences ne sont pas assez concluantes ni assez d'accord pour devoir l'emporter sur une théorie que nous avons lieu de croire exacte, parce que les masses de Jupiter & de la Terre, qui influent le plus dans cet élément sont bien connues; c'est

ce qui m'a déterminé à réduire dans mes nouvelles tables à  $1^d 21'$  le mouvement de l'aphélie, & à porter celui de Vénus à  $6^f 19^d 12' 25''$  ou  $13''$  de plus que dans mes premières tables.

Révolution  
de Vénus.

Une augmentation de  $13''$  sur le mouvement séculaire de Vénus, diminue sa révolution de  $12''$ ; ainsi l'on a pour la durée de la révolution tropique  $224^j 16^h 41' 27'',5$ , & pour la révolution sydérale,  $224^j 16^h 49' 7'',8$ .

Inclinaison  
de Vénus.

Les oppositions de 1766, 1774, 1780, 1782 & 1783, ont fait voir que l'inclinaison étoit plus grande que dans les tables de Halley & dans les miennes. Voici des latitudes calculées d'après des observations de M.<sup>rs</sup> Maskelyne, Slop & d'Agelet, dans les conjonctions où la latitude géocentrique étoit la plus forte; celle que donnoient les tables s'est toujours trouvée trop petite, comme dans la table suivante où j'ai marqué la correction à faire aux tables & celle qui en résulteroit sur l'inclinaison.

		TEMPS MOYEN à Paris.	LATITUDE observée.	CORRECT. des Tables.	CORRECT. de l'inclinaif.
1766.	16 Mars.	0 <sup>h</sup> 57' 53"	8 <sup>h</sup> 17' 54" B.	+ 24"	+ 10"
1774.	22 Mars.	23. 21. 17.	8. 16. 0. B.	+ 42.	+ 17.
	23	23. 15. 13.	8. 10. 48.	+ 40.	+ 16.
	24	23. 9. 11.	8. 4. 37.	+ 35.	+ 15.
	25	23. 3. 12.	7. 57. 37.	+ 31.	+ 13.
1780.	5 Août.	0. 26. 26.	7. 1. 0. A.	+ 35.	+ 17.
1782	15 Mars.	0. 27. 49.	8. 31. 43.	+ 37.	+ 15.

Ainsi, il faut augmenter l'inclinaison de  $15''$ , & elle sera de  $3^d 23' 35''$ : c'est ainsi que je l'emploierai dans mes nouvelles tables.



## OBSERVATIONS

## DES PLANÈTES,

*Faites à l'École militaire en 1783, avec un quart-de-cercle mural de sept pieds & demi de rayon.*

Par M. D'AGELET.

PARMI le grand nombre d'observations que M. d'Agelet a faites en 1783, & que son voyage autour du monde \* l'a empêché de rédiger & de publier, nous en avons choisi quelques-unes pour les insérer dans nos Mémoires. Les grands recueils d'observations de M.<sup>rs</sup> le Monnier, Maskelyne, Darquier, sont le modèle que nous avons suivi : celui de M. Cassini ne commencera qu'à 1785 ; ainsi l'on trouvera dans les observations suivantes un supplément utile à cette grande collection d'observations françoises, qui ne seront plus interrompues à l'avenir.

On a vu dans le volume de 1784, quelques observations de Mercure faites dans les années précédentes, depuis 1778, par M. d'Agelet, & calculées par M. de Lambre ; on en trouvera ici de toutes les autres planètes, que l'on pourra calculer de même à mesure qu'on se proposera d'en faire usage.

Nous n'insérerons pas ici un nombre prodigieux d'observations d'étoiles qui sont destinées à former un catalogue des étoiles boréales dont M. d'Agelet s'occupoit avant son départ, & qu'il reprendra à son retour ; ce grand travail est destiné à paroître dans un seul corps d'ouvrage, & lorsqu'on en aura fait les calculs. On voit avec étonnement qu'il observoit jusqu'à cent quatre-vingts étoiles dans une nuit, & il y en a plus de quatre mille dans son journal.

---

\* Il est parti avec M. de la Perouse, au mois de Juillet 1785 ; au mois de Mars 1786 ils étoient au Chili, & le 15 Janvier 1787 à Macao.

L'observatoire de l'École militaire, bâti en 1768, étoit à  $48^{\text{d}} 51' 5''$  de latitude, en supposant  $50' 14''$  à l'Observatoire royal; il étoit à  $7'',6$  de temps à l'occident de l'Observatoire royal. On l'a rebâti en 1786, environ 20 toises plus au nord; ce qui augmentera la latitude d'environ 1 seconde; mais il n'y a pas de changement sensible pour la longitude. L'erreur de l'instrument étoit d'environ  $1' 45''$  à ôter des distances au zénith; elle a été déterminée par comparaison avec le quart-de-cercle mobile de M. Cagnoli, qui étoit plus facile à vérifier, & qui l'a été avec un très-grand soin; quoiqu'il n'ait que 3 pieds de rayon, on peut s'assurer de 2 ou 3 secondes avec cet instrument.

Au reste, nous avons rapporté les distances au zénith, telles qu'elles sont dans le journal de M. d'Agelet, pour qu'on puisse calculer l'erreur par les étoiles dont les déclinaisons seront connues d'ailleurs; le changement du fil-à-plomb qui est marqué quelquefois sur le registre, exigeroit une réduction que nous n'avons pas pu faire, mais dont on peut se dispenser par le moyen des étoiles que nous avons toujours rapportées.

Les passages au meridiem exigent des corrections qui ont été déterminées par des hauteurs correspondantes, & dont voici la table pour 1783.

30 <sup>d</sup>	— 4 <sup>h</sup> ,0
35.	4,0.
36.	3,0.
41.	2,5.
47.	0,5.
49 <sup><math>\frac{1}{2}</math></sup> .	0,0.
59.	+ 1,0.
66.	2,5.
75.	3,5.
79.	4,0.

La lunette avoit été démontée le 25 Septembre 1782, & avant cette époque, les erreurs étoient un peu différentes ; mais c'est encore là un élément que l'on pourra vérifier par les étoiles qui ont été observées en si grand nombre, & qui sont dans le journal manuscrit. On trouvera de même les inégalités du plan par ces étoiles, lorsqu'on observera les passages de quelques-unes à une lunette méridienne bien tournée & bien placée, comme celles des observatoires de Gréenwich & de Paris.

Nous avons mis une fois le passage au troisième fil de la lunette ; la réduction est de  $23''{,}15$  dans l'équateur pour ce troisième fil, & de  $22''{,}6$  pour le premier. M. d'Agelet observe toujours les trois fils, comme il observe les hauteurs sur deux divisions, une de 90 & une de 96 ; mais nous nous contenterons ici, pour abrégé, de marquer la hauteur en degrés ordinaires, & le passage au fil du milieu.

M. de Lambre a donné dans le *tome VIII des Éphémérides*, soixante-sept observations de M. d'Agelet, faites en 1780 & 1781, & comparées avec les tables ; on en trouvera plusieurs ici qui mériteroient un semblable travail.

Dans le mémoire sur la durée de l'année (*Mémoires de 1782, page 275*), on trouve quarante observations des hauteurs du Soleil par M. d'Agelet, qui ont servi à vérifier cet élément important ; celles que nous allons rapporter, pourront être utiles encore pour le même usage. Nous avons quelquefois mis les hauteurs des deux bords ; la différence n'est pas précisément le diamètre du Soleil, parce qu'elle renferme l'épaisseur du fil, mais en prenant le milieu, on a toujours celle du centre : il paroît qu'il faut ajouter 3 secondes aux distances au zénith du bord supérieur du Soleil, pour les réduire au centre du fil, en supposant le diamètre du Soleil, tel qu'il est dans les tables de M. de la Lande.

JOURS des Observations.	PASSAGES En temps de la pendule au fil du milieu.	DISTANCES AU ZÉNITH qu'il faut diminuer d'environ 1'45".
1783. 18 Févr.	la Chèvre..... 7 <sup>h</sup> 8' 45"	..... 3 <sup>d</sup> 7' 17"
	Rigel..... 7. 12. 5 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 57. 19. 19
	nouv. pl. Herschel. 8. 23. 4 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>	..... 25. 8. 11
	ε Gemeaux..... 8. 38. 23 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 23. 32. 37
	ζ Écrevisse..... 10. 51. 22	..... 42. 6. 21
	δ du Lion..... 12. 56. 27 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>	..... 44. 5. 20
	bord suiv. de la ☉. 13. 37. 36 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	bord inférieur. 45. 52. 18
19 Févr.	δ du Lion..... 12. 52. 32	..... 44. 5. 18
	bord suiv. de la ☉. 14. 21. 59 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	bord inférieur. 52. 33. 20
26 Févr.	1. <sup>er</sup> bord du Soleil. 0. 14. 45	bord supérieur. 57. 13. 33 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>
	2. <sup>d</sup> bord..... 16. 56 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	
	μ des Gemeaux... 7. 46. 29 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 26. 15. 48
	Herschel..... 7. 51. 20	..... 25. 7. 58
6 Mars.	Soleil..... 0. 13. 17 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	bord supérieur. 54. 10. 42
	..... 15. 28 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>	
	η des Gemeaux... 7. 7. 12 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>	..... 26. 19. 10
	Herschel..... 7. 19. 49	..... 28. 8. 2
9 Mars.	η des Gemeaux... 6. 55. 33 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 26. 19. 9
	Herschel..... 7. 8. 7 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>	..... 25. 7. 58
17 Mars.	H des η, Propus... 6. 13. 25 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 25. 36. 51
	Herschel..... 6. 36. 53	..... 25. 8. 6
18 Mars.	Centre du Soleil. 0. 11. 25,3	bord supérieur. 49. 28. 13
	Par des hauteurs correspondantes	
	26",4 + 1" 1	bord inférieur. 50. 0. 28
	centre de Vénus... 1. 17. 24	..... 43. 35. 55
	ε d'Orion..... 5. 43. 47 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 50. 13. 3
	α d'Orion..... 6. 2. 0 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 41. 30. 55
	Propus..... 6. 9. 20 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>	..... 25. 36. 50
	Herschel..... 6. 32. 59 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 25. 8. 6 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>
	1. <sup>er</sup> bord de la ☉. 12. 14. 47	bord supérieur. 49. 19. 43
	2. <sup>d</sup> bord..... 16. 59	
21 Mars.	Propus..... 5. 57. 43	..... 25. 36. 50

JOURS des Observations.	PASSAGES. En temps de la pendule au fil du milieu.		DISTANCES AU ZÉNITH qu'il faut diminuer d'environ 1' 45"
1783. 21 Mars.	Herschel.....	6 <sup>h</sup> 21' 18" <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 25 <sup>d</sup> 8' 11"
	Sirius.....	6. 42. 10 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>	..... 65. 16. 49
	par des haut. corr..	13"	
4 Avril.	Soleil.....	0. 5. 8	bord supérieur. 42. 50. 25
	.....	7. 17 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>	bord inférieur. 43. 22. 35
	centre de Vénus...	1. 28. 41 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>	..... 35. 24. 20
5 Avril.	Soleil.....	0. 4. 49 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	bord supérieur. 42. 27. 39
	.....	6. 58 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	
	Vénus.....	1. 29. 26 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 34. 57. 44
9 Avril.	1. <sup>er</sup> bord du Soleil.	0. 3. 36 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	bord supérieur. 40. 57. 36
	.....	.....	..... 41. 29. 46
	1. <sup>er</sup> bord de la ☉.	6. 11. 43 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>	bord supérieur. 21. 50. 21
	β des Gemeaux...	23. 41 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 20. 20. 14
12 Avril.	1. <sup>er</sup> bord du Soleil.	0. 2. 42 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>	bord supérieur. 39. 51. 24
	.....	.....	bord inférieur. 40. 23. 30
	Vénus.....	1. 34. 9	..... 32. 1. 36
	Lune.....	8. 35. 26	bord supérieur. 33. 41. 43
	γ du Lion.....	8. 59. 59	..... 33. 37. 31
	β du Lion.....	10. 17. 9 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 33. 5. 13
16 Avril.	1. <sup>er</sup> bord du Soleil.	0. 1. 40	bord supérieur. 38. 25. 15
	.....	.....	bord inférieur. 38. 57. 19
	Vénus.....	1. 38. 49 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 30. 30. 40
	γ des Gemeaux..	4. 49. 24	..... 32. 18. 3
	Épi de la Vierge.	11. 36. 50 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 58. 52. 41
	Lune.....	11. 38. 37	bord supérieur. 59. 50. 31
18 Avril.	Soleil.....	0. 1. 10 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	bord supérieur. 37. 43. 16
	.....	3. 21 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	
	Vénus.....	1. 40. 44 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 29. 47. 14
	2. <sup>d</sup> bord de la Lune.	13. 28. 33 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>	..... 72. 21. 5
	γ de la Balance...	38. 13 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	..... 62. 54. 13
19 Avril.	α du Scorpion...	13. 58. 18 <sup>1</sup> / <sub>4</sub>	..... 70. 49. 40
	Antarès.....	14. 26. 49	..... 74. 45. 35

JOURS des Observations.	PASSAGES. En temps de la pendule au fil du milieu.	DISTANCES AU ZÉNITH qu'il faut diminuer d'environ 1' 45".
1783. 19 Avril.	2. <sup>d</sup> bord de la ☉ 14 <sup>h</sup> 29' 21 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	bord inférieur. 70 <sup>d</sup> 23' 5"
28 Avril.	$\mu$ du Sagitt. prem. 15. 35. 43	..... 69. 56. 5
	o du Sagittaire... 16. 26. 27 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	..... 70. 52. 30
	Saturne..... 16. 28. 50 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	..... 71. 3. 36
	Jupiter..... 17. 50. 38 <sup>"</sup> $\frac{1}{4}$	..... 68. 55. 44
29 Avril.	Soleil..... 11. 58. 52 <sup>"</sup> $\frac{1}{4}$	bord supérieur. 34. 5. 38 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$
	..... 0. 1. 5 <sup>"</sup> $\frac{1}{4}$	bord inférieur. 34. 37. 30
	Vénus..... 1. 52. 40 <sup>"</sup> $\frac{1}{4}$	..... 26. 33. 50
	$\beta$ du Lion..... 9. 10. 6 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	..... 33. 5. 20
30 Avril.	2. <sup>d</sup> bord du Soleil. 0. 0. 55 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	bord supérieur. 33. 47. 13
	Erreur du mural par des hauteurs... — 4 <sup>"</sup> 3	
	$\gamma$ des Gemeaux.. 3. 54. 10 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	..... 32. 18. 9
9 Mai.	Soleil..... 11. 57. 42	bord inférieur. 31. 44. 21
	..... 59. 56	bord supérieur. 31. 12. 28
	1. <sup>er</sup> bord de la ☉ 6. 27. 35 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	bord supérieur. 31. 35. 20
	$\eta$ du Lion..... 48. 23 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	..... 31. 3. 34
13 Mai.	$\chi$ de la Vierge... 9. 4. 44 <sup>"</sup> $\frac{1}{4}$	..... 55. 39. 42
	Lune..... 9. 25. 43	..... 56. 30. 30
	Saturne..... 15. 29. 8	..... 71. 6. 10
	$\pi$ du Sagittaire... 32. 27 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	..... 70. 11. 22
	Jupiter..... 16. 54. 14 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	..... 68. 49. 35
14 Mai	2. <sup>d</sup> bord du Soleil. 11. 59. 45 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	bord supérieur. 29. 56. 26
	Erreur du mural — 3 <sup>"</sup> 8	
	Vénus..... 2. 11. 31	..... 23. 59. 8 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$
	$\beta$ des Gemeaux.. 4. 5. 36 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	..... 20. 20. 22
	$\epsilon$ du Lion..... 6. 6. 46 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	..... 24. 6. 35 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$
15 Mai.	Sirius..... 3. 5. 18 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	..... 65. 16. 50
	Lune..... 11. 9. 10	bord inférieur. 69. 45. 41
	Saturne..... 15. 19. 56 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	..... 71. 6. 33
	$\pi$ du Sagittaire... 24. 34 <sup>"</sup> $\frac{1}{2}$	..... 70. 11. 23
16 Mai.	1. <sup>er</sup> bord du Soleil. 11. 57. 30.	bord supérieur. 29. 33. 6



JOURS des Observations.	PASSAGES En temps de la pendule au fil du milieu.	DISTANCES AU ZÉNITH qu'il faut diminuer d'environ 1' 45''
1783. 16 Mai.	1. <sup>er</sup> bord du Soleil. 11 <sup>h</sup> 57' 30''	bord inférieur. 30 <sup>d</sup> 0' 58''
	$\gamma$ du Lion. . . . . 6. 34. 17 $\frac{1}{2}$	..... 27. 56. 30
	1. <sup>er</sup> bord de la $\odot$ 12. 8. 20	bord inférieur. 74. 37. 35
	2. <sup>d</sup> bord de la $\odot$ 11. 20	
	$\sigma$ du Scorpion. . . 12. 32. 15	..... 73. 53. 10
	Antarès. . . . . 40. 19 $\frac{1}{2}$	..... 74. 45. 40
17 Mai.	2. <sup>d</sup> bord du Soleil. 11. 59. 45	..... 29. 14. 32
	.....	..... 29. 46. 20
22 Mai.	Soleil. . . . . 11. 57. 39 $\frac{1}{4}$	bord supérieur. 28. 11. 20
	..... 59. 55 $\frac{1}{2}$	
	Vénus. . . . . 2. 22. 0 $\frac{1}{2}$	..... 23. 43. 16
	Arcturus. . . . . 10. 6. 46 $\frac{1}{2}$	..... 28. 33. 26
31 Mai.	$\sigma$ du Sagittaire. . . 14. 6. 30	..... 75. 22. 11
	Saturne. . . . . 14. 13. 37 $\frac{1}{2}$	..... 71. 11. 8
	Jupiter. . . . . 15. 42. 49	..... 68. 54. 47
5 Juill.	1. <sup>er</sup> bord du Soleil. 0. 5. 7 $\frac{1}{2}$	
	1. <sup>er</sup> bord de la $\odot$ 4. 29. 28 $\frac{1}{2}$	bord supérieur. 45. 6. 3
	$\alpha$ de la Vierge. . . . 6. 21. 31	..... 58. 52. 58
	Arcturus. . . . . 7. 13. 27	..... 28. 33. 20
	Antarès. . . . . 9. 23. 20 $\frac{1}{2}$	..... 74. 45. 45
	Saturne. . . . . 11. 45. 24 $\frac{1}{2}$	..... 71. 24. 27
	$\alpha$ de l'Aigle. . . . . 12. 46. 57	..... 40. 33. 32
	Jupiter. . . . . 13. 13. 0 $\frac{3}{4}$	..... 69. 38. 46
6 Juill.	1. <sup>er</sup> bord du Soleil. 0. 5. 16 $\frac{1}{4}$	..... 25. 53. 46
	.....	..... 26. 25. 25
	1. <sup>er</sup> bord de la $\odot$ 6. 42. 13 $\frac{1}{2}$	bord supérieur. 61. 0. 34
	Arcturus. . . . . 7. 1. 35 $\frac{1}{2}$	..... 28. 33. 20
8 Juill.	Saturne. . . . . 11. 32. 37	..... 71. 25. 43
	$\gamma$ 2 du Sagittaire. . . 11. 36. 58 $\frac{1}{2}$	..... 71. 45. 44
	Jupiter. . . . . 12. 59. 38 $\frac{1}{4}$	..... 69. 43. 54
9 Juill.	Soleil. . . . . 0. 5. 41 $\frac{1}{4}$	bord supérieur. 26. 13. 42 $\frac{1}{2}$
	..... 7. 59	

Mém. 1785.

M m

JOURS des Observations.	PASSAGES En temps de la pendule au fil du milieu.	DISTANCES AU ZÉNITH qu'il faut diminuer d'environ 1'45".
1783. 9 Juill.	Jupiter..... 12 <sup>h</sup> 55' 10"	..... 69 <sup>d</sup> 45' 40"
	π du Capricorne.. 13. 5. 39	..... 67. 45. 5
10 Juill.	1. <sup>er</sup> bord du Soleil. 0. 5. 49	..... 26. 21. 5
	Erreur par des.haut. — 3"4	..... 26. 52. 44
	1. <sup>er</sup> bord de Vénus. 3. 2. 27	..... 36. 32. 31
	β du Lion..... 4. 26. 16 $\frac{1}{2}$	..... 33. 5. 17
	Saturne..... 11. 24. 4 $\frac{1}{4}$	..... 71. 26. 33
	2 v du Sagittaire. 11. 29. 3	..... 71. 45. 35
	Jupiter..... 12. 50. 41 $\frac{3}{4}$	..... 69. 47. 18
12 Juill.	Préc. bord de la ☉ 10. 42. 2 $\frac{3}{4}$	bord inférieur. 78. 32. 8
	α du Sagittaire.. 10. 46. 16 $\frac{1}{2}$	..... 78. 42. 34
	Saturne..... 11. 15. 31 $\frac{3}{4}$	..... 71. 27. 8
	ξ du Sagittaire.. 11. 23. 55	..... 70. 12. 47
19 Juill.	Jupiter..... 12. 10. 16 $\frac{1}{2}$	..... 70. 2. 24
	β du Capricorne.. 12. 20. 0 $\frac{1}{2}$	..... 64. 18. 0
	Rigel..... 21. 13. 49 $\frac{1}{4}$	..... 57. 19. 15
20 Juill.	1. <sup>er</sup> bord du Soleil. 0. 6. 34	..... 27. 55. 42
	.....	..... 28. 27. 33
	Jupiter..... 12. 5. 47 $\frac{1}{8}$	..... 70. 4. 11
	du Capricorne.. 16. 3 $\frac{1}{4}$	..... 64. 18. 3
21 Juill.	1. <sup>er</sup> bord du Soleil. 0. 6. 36	..... 28. 7. 6
	.....	..... 28. 38. 51
	1. <sup>er</sup> bord de Vénus 3. 3. 6	..... 42. 34. 37
	9. <sup>e</sup> d'Hercule... 7. 58. 39	..... 43. 16. 46
23 Juill.	Antarès..... 8. 12. 6 $\frac{1}{2}$	..... 74. 45. 43
	Jupiter..... 11. 52. 18 $\frac{1}{2}$	..... 70. 9. 1
	α du p. Chev. 3. <sup>e</sup> fil. 13. 0. 39	..... 44. 30. 7
	Mars..... 16. 25. 19 $\frac{1}{4}$	..... 50. 6. 9
24 Juill.	2. <sup>d</sup> bord du Soleil. 0. 8. 54	
27 Juill.	Mars..... 16. 15. 30	..... 49. 35. 25
	ε des Poissons.. 16. 30. 34	..... 41. 8. 44
28 Juill.	1. <sup>er</sup> bord du Soleil. 0. 6. 36 $\frac{1}{2}$	bord supérieur. 29. 36. 46

JOURS	PASSAGES	DISTANCES AU ZÉNITH
de Observations.	En temps de la pendule au fil du milieu.	qu'il faut diminuer d'environ 1' 45"
1783. 6 Sept.	.....	bord inférieur. 30. 8. 17
	Saturne. .... 7 <sup>h</sup> 23' 42" <sup><math>\frac{1}{2}</math></sup>	..... 71 <sup>d</sup> 41' 48"
	τ du Sagittaire. .... 7. 49. 31 <sup><math>\frac{1}{2}</math></sup>	..... 70. 52. 49
	π. .... 7. 54. 41 <sup><math>\frac{1}{2}</math></sup>	..... 70. 11. 28
	↓. .... 8. 0. 1 <sup><math>\frac{1}{2}</math></sup>	..... 74. 26. 26
	Lune. .... 8. 18. 23 <sup><math>\frac{1}{4}</math></sup>	bord inférieur. 76. 49. 54
7 Sept.	Jupiter. .... 8. 36. 42 <sup><math>\frac{1}{2}</math></sup>	..... 70. 58. 14
	Soleil. .... 11. 57. 41 <sup><math>\frac{1}{2}</math></sup>	bord supérieur 42. 33. 38
	..... 59. 50 <sup><math>\frac{1}{2}</math></sup>	
	Saturne. .... 7. 19. 45 <sup><math>\frac{3}{4}</math></sup>	..... 71. 41. 50
	ξ du Sagittaire. .... 38. 43 <sup><math>\frac{1}{4}</math></sup>	..... 70. 12. 44



## M É M O I R E

S U R

## L'ACIDE MARIN DÉPHLOGISTIQUE,

Par M. BERTHOLLET.

**L**ES expériences importantes par lesquelles on venoit de déterminer la nature de l'eau, & l'application heureuse qu'en avoit faite M. de la Place, à la production du gaz inflammable par la dissolution des métaux, répandoient un grand jour sur toute la chimie; ce principe que Stahl avoit ingénieusement imaginé pour rendre raison d'une grande partie des phénomènes, & par le moyen duquel on établissoit réellement entr'eux, une liaison qui a pu guider long-temps les chimistes dans leurs recherches, le phlogistique me paroissoit enfin être devenu une hypothèse inutile, lorsque je crus devoir soumettre à de nouvelles expériences l'acide marin déphlogistique, dont les propriétés pouvoient détruire ou confirmer l'opinion que j'adoptois. Ces expériences furent l'objet d'un Mémoire que je lus à la séance publique du 6 Avril 1785. J'entrerais aujourd'hui dans un plus grand détail, j'ajouterai quelques observations nouvelles, & je répondrai à quelques objections qui ont été faites depuis lors à la théorie que j'avois établie.

M. Schéele, en examinant les effets que différens acides produisoient sur la manganèse, observa que l'acide muriatique faisoit effervescence avec elle, & qu'il s'en dégageoit une vapeur semblable à celle de l'eau régale chaude. « La manganèse, dit-il, est d'abord attirée par l'acide muriatique, ensuite elle acquiert, par le moyen de l'acide, une affinité plus forte avec le phlogistique, puis elle l'enlève aux particules de l'acide, avec lesquelles elle ne s'est pas combinée. Cette portion ainsi privée d'une de ses parties constituantes,

& foiblement unie à la manganèse phlogistiquée, est sublimée « par le reste de l'acide qui n'est pas encore décomposé, « & se manifeste avec effervescence, comme un air très- « élastique, ou comme un fluide qui lui ressemble. »

L'acide muriatique dépouillé du phlogistique, qui est « une de ses parties constituantes, ne s'unit avec l'eau qu'en « très-petite quantité, & ne la rend pas fort acide, mais « aussitôt qu'il rencontre une substance phlogistiquée, il « redevient un véritable acide muriatique. C'est dans son « état élastique que se découvrent le mieux les qualités « de cet air ».

Il décrit ensuite comment on doit recueillir cette vapeur dans des petits ballons qu'on adapte au bec de la cornue, & dans lesquels on a mis un peu d'eau.

M. Bergman adopta la doctrine de M. Schéele ; il regarde avec lui la manganèse, comme une substance très-avide de phlogistique, & il pense qu'elle enlève ce principe à l'acide marin, qui par-là acquiert les propriétés qui caractérisent le gaz de l'acide marin déphlogistiqué, & que ce gaz agit sur les substances qui contiennent le phlogistique, en leur enlevant ce principe. C'est à ces deux illustres chimistes qu'on devoit les principales, & presque les seules notions qu'on eût sur l'acide marin déphlogistiqué, lorsque je m'en occupai.

Je commençai par m'assurer que l'acide marin déphlogistiqué, sous forme de gaz, se combinait à l'eau plus facilement & plus abondamment que l'acide crayeux. Je cherchai après cela à en saturer l'eau de la façon la moins embarrassante, & sans m'exposer à le respirer ; car il est suffoquant. M. Schéele s'est servi dans ses expériences, d'une partie de manganèse, contre deux d'acide marin ; mais j'ai observé qu'une partie de manganèse contre quatre parties d'acide marin fumant, ou contre six d'acide marin ordinaire, est suffisante, & même que dans ces proportions, il y a une partie assez considérable de manganèse qui n'est point attaquée par l'acide marin. Je verse l'acide

marin sur la manganèse pulvérisée, dans une cornue tubulée à laquelle j'ai adapté auparavant un flacon vide, & successivement, à la manière de M. Woulf, trois autres flacons presque remplis d'eau; le dernier flacon communiqué par un tube avec un vase qui est rempli d'eau, & sur lequel je renverse un grand flacon également plein d'eau, lorsque l'air de l'appareil est chassé, & que l'odeur de l'acide marin déphlogistiqué commence à se faire apercevoir.

Si je me sers d'acide marin fumant, le gaz commence à se dégager en abondance, sans qu'il soit besoin d'appliquer de la chaleur à la cornue; mais si l'acide marin n'a qu'une force médiocre, je mets un peu de feu sous la cornue dès le commencement, & je l'augmente peu-à-peu, jusqu'à ce que la liqueur entre en ébullition: peu après que l'ébullition a commencé, l'opération finit; la fin est annoncée par les gouttes d'acide marin qui tombent du bec de la cornue dans le premier flacon.

L'eau en se saturant prend une couleur jaune verdâtre, & lorsqu'elle approche de la saturation, le gaz prend une forme concrète; dans cet état, il descend peu-à-peu au fond de la liqueur en petits flocons jaunâtres, de sorte que sa pesanteur spécifique est un peu plus grande que celle de l'eau saturée; mais pour l'obtenir sous cette forme, il faut que la température du lieu où se fait l'expérience, ne soit pas trop éloignée du terme de la glace, il faut de plus entourer les flacons de glace pilée, ou même, s'ils sont proportionnellement trop grands, saturer la liqueur par une seconde opération. Chaque once d'acide marin qu'on emploie, suffit pour saturer à-peu-près une pinte d'eau. On peut se servir de l'eau qui se trouve dans le flacon renversé, & qui a absorbé la portion de gaz qui n'avoit pu se combiner dans les flacons de l'appareil, pour les remplir dans une nouvelle opération; par ce moyen on ne perd point de ce gaz, & l'on n'est pas exposé à le respirer.

L'acide marin déphlogistiqué sous forme concrète , reprend l'état gazeux , dès qu'il éprouve un foible degré de chaleur ; si l'on met la main sous le flacon qui le contient , on le voit se réduire en bulles qui s'élancent à la surface ; il est par-là difficile de le conserver dans des vaisseaux fermés , cependant il s'en dissout encore une partie dans la liqueur. C'est sur-tout dans l'état de liqueur que j'ai examiné l'acide marin déphlogistiqué ; pour déterminer sa pesanteur spécifique , j'ai décanté cette liqueur de la partie concrète , le thermomètre à 5 degrés au-dessus de zéro , & je l'ai trouvée de 1003. Il a une saveur austère qui ne ressemble pas à celle des acides. M.<sup>rs</sup> Schéele & Bergman ont observé qu'il détruisoit les couleurs végétales ; & il produit plus ou moins promptement cet effet que j'analyserai plus bas , sans qu'aucune nuance de rouge s'y laisse apercevoir. Une propriété qui mérite sur-tout attention , c'est qu'il ne fait point effervescence avec la dissolution de l'alkali fixe , lors même que celui-ci est saturé d'air fixe. Cependant les alkalis fixes contractent une adhérence , & se combinent avec lui ; car ils lui font perdre , ainsi que la chaux , sa couleur , & une grande partie de son odeur. Si , après avoir ajouté de l'alkali , on y verse de l'acide acéteux , aussitôt on voit se produire une effervescence , comme si l'alkali étoit simplement dissous dans l'eau , & l'odeur reprend toute sa vivacité.

La terre calcaire a aussi la propriété de se combiner avec l'acide marin déphlogistiqué , lorsqu'elle est dans l'état effervescent , & elle s'y dissout en quantité assez considérable : elle en est précipitée par tous les alkalis , & même par l'eau de chaux ; ce qui prouve que la chaux se combine plus fortement avec cette liqueur que la terre calcaire effervescente.

On peut donc , à ce qu'il me paroît , regarder l'acide marin déphlogistiqué comme presque entièrement dépourvu d'acidité. M.<sup>rs</sup> Schéele & Bergman n'ont pu reconnoître cette propriété essentielle , parce que dans le procédé qu'ils

ont employé, l'eau des vaisseaux dans lesquels ils recevoient le gaz, ne pouvoit contenir qu'une très-petite portion d'acide marin déphlogistiqué, mêlé à une partie d'acide marin qui passe toujours dans la distillation : dans mon appareil, cette portion d'acide marin est retenue dans le premier flacon que je laisse vide, & qu'il est bon d'entourer de glace ou d'eau froide. Lorsque l'opération ne se fait pas avec assez de ménagement, il passe un peu d'acide marin même dans le premier flacon qui est rempli d'eau ; cet accident est facile à reconnoître, en versant dans la liqueur un peu de dissolution d'alkali fixe effervescent : si l'on voit se dégager quelques bulles, c'est une preuve qu'elle contient un peu d'acide marin, car elle ne doit faire aucune effervescence.

J'ai fait bouillir dans une cornue, à l'appareil pneumatochimique, un mélange d'alkali minéral & d'acide marin déphlogistiqué ; il s'est dégagé beaucoup de gaz dont une grande partie étoit de l'air fixe, & l'autre partie étoit d'abord de l'air atmosphérique, & ensuite de l'air plus pur que celui-ci, mais les dernières portions n'étoient presque que de l'air fixe. Avec la chaux, il ne se dégage point d'air fixe, mais de l'air atmosphérique qui se rapproche peu-à-peu de l'air vital, & enfin un peu d'air vital très-pur. L'air fixe de la première expérience est donc fourni par l'alkali, comme il l'est dans les effervescences, l'air atmosphérique est dû à l'espace que j'ai laissé vide dans l'appareil, & l'air vital à l'acide marin déphlogistiqué. Le sel qu'on trouve dans la cornue est semblable au sel marin, ce qui rend raison de l'observation de M.<sup>rs</sup> Schéele & Bergman, sur l'identité des sels neutres, formés par l'acide marin déphlogistiqué, & ceux de l'acide marin ordinaire. Ils étoient obligés de supposer que les alkalis rendoient un peu de phlogistique à l'acide marin déphlogistiqué, & cela, sans éprouver eux-mêmes par cette perte, aucune altération dans leurs propriétés.

J'ai calciné à grand feu de la manganèse, dans un  
appareil



appareil pneumato-chimique, j'en ai retiré, comme on l'avoit déjà observé, une grande quantité d'air vital; elle a perdu un huitième de son poids. Dans cet état, je l'ai traitée avec l'acide marin, & j'en ai retiré beaucoup moins d'acide marin déphlogistiqué.

C'est donc à l'air vital de la manganèse, qui se combine avec l'acide marin, qu'est due la formation de l'acide marin déphlogistiqué; je dois avertir que cette théorie a été pressentie & annoncée depuis long-temps par M. Lavoisier, & que M. de Fourcroy en a fait usage dans ses élémens de Chimie & d'Histoire naturelle, pour expliquer les propriétés de l'acide marin déphlogistiqué, telles qu'on les connoissoit alors.

Les expériences que je viens de décrire n'ont pas paru assez concluantes à quelques chimistes; je tirerai de la première partie du savant Dictionnaire de chimie, que M. de Morveau vient de publier, les raisons qu'on peut opposer pour prouver la nécessité du phlogistique dans l'explication des propriétés de l'acide marin déphlogistiqué. Je réduis à trois les principales objections de ce célèbre chimiste; 1.<sup>o</sup> l'acide marin ne se combine pas avec l'air vital dans l'état élastique, comment pourroit-il l'enlever à une substance par une affinité simple? 2.<sup>o</sup> lorsque l'acide marin déphlogistiqué se combine avec les alkalis, les terres ou les métaux, rien ne prouve qu'il n'en reçoive en échange du phlogistique ou du gaz inflammable; *car ce fluide n'est, selon M. de Morveau, que le phlogistique même mis en état de gaz par la matière de la chaleur*; 3.<sup>o</sup> les différences que présente la manganèse dans l'état de régule, de chaux blanche, de chaux noire, & les effets qu'elle produit, soit lorsqu'on la traite au chalumeau, soit lorsqu'on la mêle avec d'autres substances, ne peuvent s'expliquer que par le phlogistique.

Mais, 1.<sup>o</sup> l'état élastique d'un fluide est un obstacle à la combinaison, quelle que puisse être la cause qui tient les

parties de ce fluide en expansion; c'est un fait général pour l'explication duquel le phlogistique ne sert à rien, car, à une foible température, l'air vital ne peut pas se combiner avec le gaz inflammable dans l'état élastique, quoique, selon M. de Morveau, le gaz inflammable ne soit que le phlogistique, & que l'air vital ait avec lui une grande affinité. Si donc l'on ne remonte à la cause de l'élasticité des fluides, la difficulté n'est pas moins grande en suivant l'opinion de M. de Morveau; mais si l'on regarde l'air vital comme une combinaison du principe de la lumière ou de la chaleur avec une base, ainsi que les expériences le prouvent, il reste beaucoup moins d'obscurité pour ceux qui rejettent l'hypothèse du phlogistique. En effet, il faut qu'une substance soit en état de vaincre l'affinité que le principe de la lumière a avec la base de l'air vital, pour le chasser & former avec elle une nouvelle combinaison; mais l'acide marin a une très-foible affinité avec l'air vital, il ne peut se combiner avec lui que par des affinités composées, & il le cède avec facilité à toutes les substances avec lesquelles ce principe a quelque finité. On trouvera à la fin de ce Mémoire des éclaircissements sur la troisième objection.

2.<sup>o</sup> J'ai saturé de l'eau distillée d'acide marin déphlogistique, mais quoique j'aie répété trois fois l'opération, & que le flacon fût bien entouré de glace, je n'ai pu en obtenir sous forme concrète, parce que le thermomètre étoit à 18 degrés. J'ai rempli de cette liqueur un flacon qui communiquoit par un tube à un appareil pneumatique; ce flacon, avec le tube que j'ai rempli lui-même de liqueur, étoit de la capacité de 51,1 pouces cubes, je l'ai exposé à la lumière du soleil; j'ai bientôt vu se dégager une grande quantité de petites bulles qui, en venant se rassembler dans un flacon rempli d'eau, ont formé, au bout de quelques jours, un volume d'air de 15,27 pouces cubes, le thermomètre étant à 17 degrés. L'acide marin déphlogistique a perdu peu-à-peu sa couleur;

dans cet état, la liqueur, ne détruit plus les couleurs bleues végétales, mais elle les rougit fortement, comme l'acide marin ordinaire; elle fait effervescence avec les alkalis fixes, elle conserve une odeur d'acide marin déphlogistiqué, qui est à peine sensible, enfin elle est réduite presque entièrement en acide marin ordinaire.

Pour déterminer la quantité de cet acide qui se trouvoit dans la liqueur, je l'ai précipitée par une dissolution d'argent, & j'ai précipité avec la même dissolution 500 grains d'acide marin, dont la gravité spécifique étoit à l'eau distillée comme 1141 est à 1000, & que j'avois étendus d'eau distillée. Les deux précipités ont été séchés également; les 500 grains d'acide marin ont donné 7 gros 43 grains de muriate d'argent, & l'acide marin déphlogistiqué en a donné 5 gros 23 grains; de sorte qu'en supprimant le volume de la liqueur qui avoit été mise dans le tube, 50,45 pouces cubes d'acide marin déphlogistiqué, tenoient 350,09 grains d'acide marin, d'une pesanteur spécifique égale à celle des 500 grains employés, ce qui revient à très-peu-près à 7 grains par pouce cube de liqueur.

L'air qui s'est dégagé de l'acide marin déphlogistiqué, ayant été mis sur une dissolution de foie de soufre, s'est absorbé en laissant un résidu d'un pouce cube, de sorte que c'étoit de l'air vital qui contenoit un quinzième de mofette, laquelle étoit sans doute dûe à un peu d'air atmosphérique qui se sera dégagé & de l'eau & de l'appareil dont je me suis servi: cependant je n'en retranche pas le volume, parce qu'il étoit resté une petite portion d'acide marin déphlogistiqué qui avoit résisté à la décomposition, & parce que l'eau s'est imprégnée d'air vital, de façon même qu'en l'agitant, elle laissoit échapper des bulles; il y auroit plutôt une petite augmentation à faire.

51,1 pouces cubes de liqueur contenoient donc 15,27, pouces cubes d'air vital, à la température de 17 degrés, ce qui fait à peu-près 0,299 pouces cubes d'air vital par

pouce cube de liqueur ; mais je n'ai pas besoin d'avertir que dans ces calculs, je ne prétends donner que des approximations.

Dans une expérience faite avec l'acide marin déphlogistiqué qui avoit été obtenu dans une température plus froide, & qui avoit été décanté d'une partie concrète, j'ai trouvé que la liqueur contenoit à peu-près un quart de moins en acide & en air vital ; de sorte que l'acide marin déphlogistiqué suit, dans sa combinaison avec l'eau, une loi différente de celle que suivent les autres fluides élastiques qui peuvent se combiner avec elle, & qui s'y unissent en quantité d'autant plus grande, que la température approche plus du terme de la glace : cela vient de la disposition du gaz acide marin déphlogistiqué, à prendre la forme concrète par le moyen du froid ; mais cette différence est bornée dans un très-petit espace, car dès que le thermomètre est de quelques degrés au-dessus de la glace, l'acide marin déphlogistiqué tend à se séparer de l'eau & à reprendre l'état élastique. Il paroît donc que le meilleur moyen pour obtenir cette liqueur très-concentrée, c'est d'y produire une quantité assez considérable de substance concrète, & ensuite de la laisser se dissoudre à une température approchant du 10.<sup>me</sup> degré du thermomètre de Réaumur ; c'est aussi à peu-près à ce degré de chaleur, qu'on peut obtenir les plus grands effets de cette liqueur sur les substances qu'on soumet à son action ; & en appliquant de la chaleur, on diminue cet effet par la tendance à l'état gazeux qu'on communique à l'acide marin déphlogistiqué. Cette considération peut s'appliquer à plusieurs autres dissolutions chimiques, & sert à expliquer l'observation intéressante de M. de Butini, qui a vu que l'eau aérée dissolvoit d'autant plus de magnésie, qu'elle étoit plus froide.

Ces expériences doivent dissiper les doutes qui pouvoient rester sur la nature de l'acide marin déphlogistiqué ; il est manifestement dû à la combinaison de l'air vital avec l'acide marin, mais l'air vital y est privé d'une partie du

principe de l'élasticité, & il adhère si foiblement à l'acide marin, que l'action de la lumière suffit pour l'en dégager promptement, parce qu'elle a avec sa base plus d'affinité que l'acide marin. Voilà donc deux conditions qui le disposent à quitter l'acide marin, pour se combiner avec les substances avec lesquelles il a de l'affinité, & qui rendent l'acide marin déphlogistiqué propre à découvrir quelles sont les propriétés qui dépendent de la combinaison de l'air vital, laquelle ne pourroit avoir lieu que par des moyens plus compliqués ou beaucoup plus lents. C'est donc l'air vital qui déguise les propriétés de l'acide marin déphlogistiqué, il les perd dès que ce principe se sépare de lui.

L'acide marin déphlogistiqué dissout le fer & le zinc, sans qu'il se dégage aucun gaz, & de la même manière que l'eau dissout du sel: pour que ces métaux se dissolvent dans un acide, il faut donc simplement qu'ils s'unissent à une portion d'air vital, ainsi que l'a prouvé M. Lavoisier; & comme l'acide marin déphlogistiqué peut leur fournir la portion d'air vital nécessaire, lorsqu'il les dissout, il ne se fait point de décomposition de l'eau, & il ne se produit point de gaz inflammable.

Mais, si l'on veut supposer que la lumière donne le phlogistique à l'acide marin déphlogistiqué qui y est exposé, examinons quelles sont les conséquences qui suivroient de-là. Premièrement, il faudroit que la lumière donnât du phlogistique à l'acide marin, sans en communiquer à l'air vital avec lequel cependant on croit qu'il a une très-grande affinité; secondement, comme le phlogistique n'est que le gaz inflammable, selon M.<sup>rs</sup> Kirwan, de Morveau, de la Metherie, & quelques autres chimistes, il faut supposer que la lumière contient une grande quantité de gaz inflammable, & que le Soleil fait à chaque instant une perte immense de matière. Dira-t-on que le fer & le zinc contiennent du gaz inflammable qu'ils donnent à l'acide marin déphlogistiqué, pendant qu'ils se combinent à son air vital? la difficulté reste la même, car la lumière auroit pu

décomposer de même l'acide marin déphlogistiqué. Si donc les physiciens ne peuvent admettre que la lumière donne du gaz inflammable, je dis qu'il seroit prouvé par l'expérience dont je viens de parler, que le fer & le zinc ne contiennent point de gaz inflammable, lors même que les expériences directes qui ont été faites sur cet objet, ne seroient pas décisives. Enfin les chimistes conviennent que ces métaux sont réduits en chaux lorsqu'on les dissout par l'acide marin, & par conséquent qu'ils sont combinés avec de l'air vital; mais ce n'est pas l'acide marin qui a pu leur communiquer l'air vital, car il n'est pas décomposé dans ces dissolutions; il faut donc nécessairement que ce soit l'eau qui leur en fournisse, comme il faut que ce soit elle qui donne le gaz inflammable, ainsi que l'a fait voir M. de la Place: ces vérités se prêtent un appui mutuel.

Lorsqu'on verse dans l'acide marin déphlogistiqué, de la dissolution de nitre mercuriel, il ne se fait point de précipité blanc; mais en faisant évaporer la liqueur, on en retire du sublimé corrosif. Pareillement, si l'on met du précipité blanc dans l'acide marin déphlogistiqué, il s'y dissout, l'odeur & la couleur de l'acide marin déphlogistiqué disparaissent, les couleurs végétales ne sont plus détruites, & cependant l'acide marin est en combinaison; car en versant sur la liqueur un peu d'eau de chaux, il se forme tout de suite un précipité mercuriel, ce qui n'auroit pas lieu si une portion d'acide marin étoit libre. Il résulte de-là que la différence du précipité blanc & du sublimé corrosif consiste en ce que dans ce dernier, le mercure est combiné avec une plus grande quantité d'air vital & d'acide marin.

La manière dont l'acide marin déphlogistiqué agit sur le mercure mérite attention; si l'on met de cette liqueur sur une certaine quantité de mercure, la surface de ce métal noircit, il se forme de cette chaux de mercure connue sous le nom d'*éthiops per se*, & la liqueur rougit le papier bleu, de sorte que ce métal commence par

enlever l'air vital à l'acide marin. Si on les laisse ensuite en contact, la chaux de mercure qui vient de se former se saisit de l'acide marin & devient blanche, elle passe à l'état de la combinaison connue sous le nom de *panacée*, & l'eau qui surnage ne contient ni acide ni sel mercuriel; qu'on la verse & qu'on remette de l'acide marin déphlogistiqué, il se fait aussitôt une combinaison avec le sel mercuriel, qui prend successivement, selon les quantités d'acide marin déphlogistiqué qu'il absorbe, les propriétés du mercure doux & du précipité blanc, & alors si l'on renouvelle la liqueur, il se dissout & forme du sublimé corrosif; de manière qu'on obtient, dans cette expérience, toute la série des muriates mercuriels, à laquelle répond celle de leur causticité.

M. Schéele avoit annoncé que l'acide marin déphlogistiqué n'avoit point d'action sur le soufre; mais M. de Morveau a constaté qu'il le changeoit en acide vitriolique. Lorsqu'on en verse sur une petite quantité de dissolution d'hépar fait par l'alkali fixe, il n'en dégage point de gaz hépatique, & il ne se forme que très-peu de précipité; l'odeur de l'acide marin déphlogistiqué est dissipée, les couleurs végétales ne sont plus détruites; mais quoique l'hépar agisse sur elles, comme les alkalis, le mélange dont je viens de parler n'indique plus qu'un acide, & la dissolution de spath pesant y occasionne un précipité abondant. Ces phénomènes font voir qu'une partie du soufre de l'hépar est changée tout de suite en acide vitriolique par l'acide marin déphlogistiqué.

J'ai versé de l'eau saturée de gaz hépatique sur de l'acide marin déphlogistiqué, la couleur & l'odeur de ce dernier ont été détruites, il ne s'est point fait de précipité, les couleurs végétales n'ont plus été altérées que comme elles le sont par un acide, une dissolution de plomb a été précipitée en blanc, & la dissolution de terre pesante a formé un précipité abondant; mais si l'on verse un peu d'acide marin déphlogistiqué sur l'eau hépatisée, elle se trouble &

il se précipite un peu de soufre. Dans le premier cas, l'acide marin déphlogistiqué & le gaz hépatique sont détruits à l'instant & en entier, si on les emploie dans de justes proportions; le soufre, & le gaz inflammable qui le tient en dissolution, sont réduits par la combinaison de l'air vital, le premier en acide vitriolique, & le second en eau: mais dans la seconde expérience, l'air vital se combine d'abord avec le gaz inflammable, de sorte qu'une partie du soufre est précipitée, & ne peut être changée en acide vitriolique que par l'addition d'une quantité suffisante d'acide marin déphlogistiqué. C'est ainsi qu'une partie du soufre se dépose dans la combustion du gaz hépatique.

M. de Morveau dit qu'ayant mêlé & agité du gaz nitreux avec l'acide marin déphlogistiqué, dans l'appareil au mercure, il y a eu absorption à peu-près du quinzième du volume. Il dit aussi (*page 255, Dict. de chim.*) que lorsque cet acide est en état de liqueur, il n'absorbe pas le gaz nitreux, même lorsqu'ils sont tenus en contact pendant un mois entier (*ibid. page 263*); je remarquerai d'abord que, comme l'acide marin déphlogistiqué & l'acide nitreux qui se forme, attaquent le mercure, cet appareil n'est pas propre à déterminer l'action du gaz nitreux & de l'acide marin déphlogistiqué, & j'ai observé que le gaz nitreux étoit réellement décomposé & changé en acide nitreux par l'acide marin déphlogistiqué en liqueur, mais c'est sur-tout dans l'état de gaz, que j'ai examiné leur action réciproque. J'ai donc mêlé quatre mesures de gaz nitreux avec deux mesures de gaz acide marin déphlogistiqué; il s'est produit une rougeur considérable, & le mélange a été réduit à 1,4 de mesure. En se servant du calcul de M. Lavoisier, qui, dans la recomposition de l'acide nitreux, fixe le rapport du gaz nitreux à l'air vital :: 69 : 40, on peut conclure que les deux mesures d'acide marin déphlogistiqué contenoient 1,507<sup>me</sup> d'air vital, ce qui paroîtroit indiquer que ce gaz a une pesanteur spécifique considérable pour contenir autant d'air vital; cependant je n'ai point de confiance



confiance en ce résultat, parce que le gaz nitreux se dissout facilement dans l'eau régale, comme je le fais voir dans mon Mémoire sur l'eau régale, & que par conséquent une partie du gaz nitreux a pu être soustraite sans s'être combinée réellement avec de l'air vital.

Quatre mesures de gaz nitreux, ou 400 parties, ont été réduites, en y faisant passer beaucoup de gaz acide marin déphlogistiqué, & en faisant absorber ensuite par l'eau la partie surabondante, à 0,35.

M. de Morveau ajoute (*ibid. page 251*) que l'acide marin déphlogistiqué ayant été mêlé & agité avec le gaz inflammable en différentes proportions, n'a plus détruit les couleurs, qu'il a altéré en rouge le papier bleu, qu'il n'avoit plus qu'une très-foible odeur, & qu'après cela le gaz inflammable s'est trouvé détonant.

Je n'ai point encore le bonheur de me rencontrer, sur cet objet, avec les résultats de ce célèbre chimiste; j'ai fait passer dans une quantité déterminée de gaz inflammable très-pur, successivement plusieurs fois, un volume égal de gaz acide marin déphlogistiqué qui ne contenoit point d'air atmosphérique, j'ai agité à chaque fois le mélange sur l'eau; l'absorption du gaz acide marin étant faite, le volume du gaz inflammable ne s'est point trouvé changé. J'ai ensuite examiné ce gaz inflammable avec l'eudiomètre de M. Volta, il n'a point été détonant; je l'ai mêlé avec de l'air vital, & il en a détruit par la détonation tout autant qu'une égale quantité du même gaz qui n'avoit pas été agitée avec l'acide marin déphlogistiqué. Comme j'ai répété cette expérience plusieurs fois, je suis forcé de croire que l'acide marin déphlogistiqué n'a point d'action sur le gaz inflammable pendant qu'il est dans l'état gazeux, tout comme l'air vital dans l'état élastique n'en a point sur l'acide marin. Je me suis assuré de ce dernier fait par une expérience directe, quoiqu'il fût, pour s'en convaincre, d'observer que l'acide marin ne prend point du tout les propriétés d'acide marin déphlogistiqué, lorsqu'on le laisse exposé à l'air

atmosphérique dont un quart à peu-près est de l'air vital.

M. Bergman assure que le phosphore est décomposé par le gaz de l'acide marin déphlogistiqué. M. de Morveau au contraire & M. Angulo ont fait plusieurs expériences, par lesquelles ils prétendent prouver que le phosphore n'a point d'action sur l'acide marin déphlogistiqué. J'ai observé comme eux, que le phosphore n'avoit point d'action sur l'acide marin déphlogistiqué à froid; & si l'on emploie de la chaleur sans lumière, l'acide marin déphlogistiqué se dégage sous forme de gaz, sans éprouver de décomposition; mais si l'on met un morceau de phosphore dans de l'acide marin déphlogistiqué, & qu'on l'expose à la lumière, bientôt la couleur de celui-ci se dissipe, son odeur disparaît, la liqueur rougit les couleurs bleues végétales, & l'eau de chaux en précipite du phosphate calcaire, de sorte que le phosphore se combine avec l'air vital de l'acide marin déphlogistiqué, & devient acide phosphorique.

Le phosphore qu'on expose à la lumière dans l'acide marin déphlogistiqué, devient blanc & opaque avant de se changer en acide phosphorique; il paroît que cet état est dû à une portion d'air vital qui est insuffisante pour lui donner les propriétés d'un acide; c'est probablement ainsi que le phosphore blanchit à sa surface en le conservant long-temps dans l'eau: lorsqu'il est en entier dans cet état, on pourroit le comparer à l'acide sulfureux relativement à l'acide vitriolique, si ce n'est qu'il n'a pas encore assez d'air vital pour être sensiblement acide. C'est probablement le phosphore combiné ainsi avec une portion d'air vital, que M. de Morveau a nommé *basse acidifiable du phosphore*, & qu'il a obtenu en exposant à un degré considérable de chaleur, l'acide phosphorique dans un creuset; car la portion d'air vital qui étoit la moins adhérente à l'acide, a dû se dissiper, & il a dû rester une combinaison de phosphore & d'un peu d'air vital, qui est moins combustible & moins propre à être attaquée par l'acide nitreux, 1.<sup>o</sup> parce que l'affinité du phosphore pour l'air

vital, est déjà fatistfaite en partie; 2.<sup>o</sup> parce que la chaleur qui se seroit dégagée dans le commencement où la combinaison se fait avec le plus de force, ne peut pas favoriser, dans ce cas, la partie de la combinaison qui ne se forme que par une foible affinité. C'est ainsi que le soufre se réduit immédiatement en acide vitriolique, si la combustion est vive; mais qu'il ne forme, si la combustion est lente, que de l'acide sulfureux, qui prend ensuite assez difficilement l'état d'acide vitriolique. Il est vraisemblable que le verre phosphorique ordinaire retient pareillement une quantité plus ou moins grande d'air vital.

Les chimistes ont cru en général que toutes les couleurs des corps étoient dûes à un même principe diversement modifié, & combiné en différentes proportions. M. Bergman les a en particulier attribuées au phlogistique (*Mém. sur l'indigo*), & il a prétendu prouver par des expériences ingénieuses, que les différentes proportions de ce principe faisoient varier les couleurs; ainsi l'acide nitreux qui est jaune, selon lui, lorsqu'il a une surabondance de phlogistique, devient vert si on y ajoute de l'eau, & devient bleu en l'affoiblissant davantage. Les différentes proportions d'air vital qu'il faut substituer ici au phlogistique, ont une grande influence sur les couleurs, comme les expériences suivantes vont le prouver; néanmoins on ne peut rien en conclure de général, car l'air vital donne une couleur jaune à l'acide marin, tandis que si on en diminue la proportion dans l'acide nitreux, celui-ci se colore également en jaune; car c'est en chassant de l'air vital, que la lumière colore cet acide, comme je m'en suis assuré par des expériences que je décris ailleurs (*Journal de physique*).

Les chaux de fer, comme on peut le voir dans les élémens de Minéralogie de M. Kirwan, & comme on peut s'en assurer en laissant à l'air un précipité de vitriol martial par l'alkali fixe, passent par les gradations suivantes, selon qu'elles sont, comme on dit, plus ou moins déphlo-

gifiquées, le bleu, le vert, le brun, le rouge, le jaune & le blanchâtre. Si l'on se sert d'acide marin déphlogistiqué concentré, pour dissoudre le fer, il donne avec l'alkali un précipité d'un jaune pâle; si au contraire on met le même acide étendu d'eau sur ce métal, il prend une couleur bleue, & la partie qui s'en dissout donne avec l'alkali un précipité bleu, qui passe bientôt au vert, au brun, au rouge, & enfin à un jaune-clair, à mesure qu'on verse dessus de nouvel acide marin déphlogistiqué; de sorte que ses couleurs ne dépendent que de la quantité d'air vital qui s'unit au fer, & l'on sait à présent que l'éthiops martial ne diffère des autres chaux de fer, que parce qu'il contient moins d'air vital.

Si l'on précipite une dissolution de cuivre par le moyen de l'alkali volatil, l'acide marin déphlogistiqué donne promptement au précipité bleu qui s'est formé, une couleur verte semblable à celle qu'il prendroit si on le laissoit long-temps exposé à l'air.

Non-seulement l'acide marin déphlogistiqué détruit les couleurs végétales, sans que l'alkali puisse les rétablir, mais même, lorsqu'on met dans la liqueur une quantité d'alkali propre à saturer l'acide marin déguilé, cet effet a également lieu. Parmi les couleurs végétales, celle du sirop violat est détruite à l'instant, celle du tournesol de même; mais il reste à cette dernière une nuance de jaune qui résiste quelque temps à l'action de la liqueur; la même chose a lieu pour la partie colorante du bois de l'ernambouc, & sur-tout de la garance. L'acide marin déphlogistiqué perd ses propriétés en agissant sur les parties colorantes, & il reprend celles de l'acide marin; de sorte que les parties colorantes se combinent avec l'air vital & l'enlèvent à l'acide marin: par-là elles deviennent solubles, mais quelques-unes ne le sont que par le moyen de l'acide, de sorte qu'on peut les précipiter par un alkali; d'autres au contraire sont solubles dans l'eau, & ne sont pas précipitées par l'alkali.

Les parties vertes des plantes sont quelquefois réduites

par l'acide marin déphlogistiqué, au blanc, d'autres fois au jaune, elles prennent quelquefois une teinte rougeâtre, enfin elles éprouvent promptement des changemens parfaitement analogues à ceux que l'air produit naturellement sur elles; & les feuilles des arbres toujours verts, résistent long-temps à l'action de l'acide marin déphlogistiqué, & n'y prennent enfin que la teinte jaune que l'air peut leur donner.

Les altérations que l'air produit sur les couleurs, dépendent donc principalement de ce que l'air vital se combine plus ou moins facilement, & en quantité plus ou moins considérable; & l'acide marin déphlogistiqué peut faire connoître dans quelques instans les effets que l'air ne doit produire que dans un long espace de temps: ainsi pendant qu'il détruit dans un moment la plupart des couleurs végétales, il faut qu'il agisse pendant plusieurs jours, & il en faut une quantité considérable pour détruire la couleur de l'indigo. Je me servirai avec beaucoup plus de détails de ce moyen d'analyse, pour déterminer les propriétés des parties colorantes qui entrent dans la teinture, & je tâcherai de faire quelques applications utiles aux arts, des propriétés de l'acide marin déphlogistiqué.

L'action de cette liqueur me paroît propre à nous instruire de ce qui se passe lorsque les plantes privées de la lumière s'étiolent & blanchissent, & à expliquer pourquoi les plantes exposées au soleil donnent de l'air vital, selon la belle observation de M. Ingen-houz, & pourquoi il ne s'en dégage point de fluide élastique lorsqu'elles sont à l'ombre, comme l'a prouvé M. Sennebier. L'huile qui entre dans la composition des parties végétales, contient certainement beaucoup de gaz inflammable de l'eau, de sorte qu'il est très-vraisemblable que l'eau se décompose dans la végétation, que l'air vital qu'elle contenoit s'exhale en partie, si la lumière favorise son dégagement, comme elle le fait pour l'acide marin déphlogistiqué & pour l'acide nitreux; au lieu que sans le secours de cette affinité il ne peut reprendre l'état élastique; alors il se combine avec les parties colo-

rantes, s'il y en a de formées, & les plantes deviennent blanches; mais la décomposition de l'eau n'étant pas favorisée par l'action de la lumière, elle se fait probablement en beaucoup plus petite quantité, la végétation est languissante, les plantes ont beaucoup moins de parties huileuses & résineuses, & par-là même sont dépourvues de parties colorantes: aussi M. Sennebier a-t-il observé que les plantes étiolées étoient moins inflammables. Cette théorie peut s'appliquer à un grand nombre de phénomènes de la végétation (*Journal de phys. Août 1786.*).

Mais l'acide marin déphlogistiqué, qui détruit plus ou moins facilement toutes les couleurs végétales, agit d'une manière différente sur les couleurs animales; il donne une couleur jaune à la soie & à la laine, qui étoit blanche, & l'on sait que l'acide nitreux produit un effet semblable. Il paroît donc que l'air vital a la propriété de se combiner avec les substances animales, & de les jaunir par cette combinaison.

Je n'ai point parlé dans ce Mémoire des phénomènes que présente l'alkali volatil avec l'acide marin déphlogistiqué, parce que je les ai détaillés dans l'analyse de l'alkali volatil; je ferai seulement remarquer que lorsqu'on verse de l'alkali volatil caustique sur l'acide marin déphlogistiqué, il en détruit toute la couleur sans produire de précipité; & si on y ajoute une goutte de dissolution de manganèse, on aperçoit aussitôt un petit précipité noirâtre.

Après les éclaircissemens que je viens de donner, je crois qu'il me suffit d'indiquer les réponses qu'on peut faire à quelques-unes des difficultés que le savant chimiste de Dijon a pensé ne pouvoir se résoudre que par la supposition du phlogistique. La manganèse traitée au feu donne une grande quantité d'air vital, elle perd par-là une partie de sa couleur noire, cependant elle reste brune; elle ne peut se dissoudre dans un acide, à moins qu'elle ne perde une partie de son air, de-là vient que l'acide vitriolique en dégage une grande quantité d'air vital lorsqu'il la

dissoute; mais si c'est un acide qui ait peu d'action sur elle, il faut y joindre une substance qui agisse de son côté, par son affinité sur l'air vital, tels sont le sucre, la gomme, &c. Si l'acide qui dissout la manganèse, a lui-même une certaine affinité avec l'air, pendant qu'une partie s'unit à la manganèse, une autre partie se combine avec l'air qui s'en dégage, & c'est ce qui a lieu lorsqu'on traite l'acide marin avec cette substance.

Arrêtons-nous un moment pour remarquer que ce n'est point par une affinité simple que l'acide marin enlève l'air vital à la chaux de manganèse. Ce n'est que parce qu'une portion de cet acide dissout la manganèse, & en chasse la partie de l'air vital qui est superflue à la nouvelle combinaison, que l'autre portion peut s'unir avec cet air vital privé en partie du principe de l'élasticité, quoique l'acide n'ait qu'une foible affinité avec lui.

Le précipité des dissolutions de manganèse diffère de celle-ci par sa couleur & par ses propriétés, parce qu'il contient beaucoup moins d'air vital; ainsi il ne peut servir à faire de l'acide marin déphlogistiqué, étant privé de cette portion d'air vital qui pourroit se combiner avec l'acide marin. La chaux de la manganèse rend le verre rouge, lorsqu'elle est abondamment pourvue d'air vital; cette couleur se dissipe lorsque la partie la moins adhérente de l'air vital se combine à quelque substance charbonneuse. La chaux noire perd sa couleur à la flamme intérieure du chalumeau, parce qu'il se forme de l'air fixe par le moyen de la partie charbonneuse; elle la reprend à la flamme extérieure, parce qu'elle éprouve une nouvelle calcination. Enfin le régule de manganèse donne du gaz inflammable avec l'acide vitriolique & l'acide marin, parce qu'ayant beaucoup d'affinité avec l'air vital, il a la propriété de décomposer l'eau: avec l'acide nitreux il donne du gaz nitreux, & il détone avec le nitre, à cause de son affinité avec l'air vital, au lieu que la chaux noire ne peut détoner, parce qu'elle est déjà saturée de ce principe.



## OBSERVATIONS

## SUR L'EAU RÉGALE

ET SUR

QUELQUES AFFINITÉS DE L'ACIDE MARIN.

Par M. BERTHOLLET.

Lû  
le 19 Avril  
1785.

**L**ES propriétés que l'acide marin acquiert par son mélange avec l'acide nitreux, ne pouvoient être expliquées que d'une manière hypothétique, jusqu'à ce qu'on eût quelque connoissance de l'acide marin déphlogistiqué; à cette époque M. Bergman attribua les propriétés de l'eau régale au pouvoir qu'a l'acide nitreux de s'emparer du phlogistique qu'il supposoit dans l'acide marin, & de le changer par-là en acide marin déphlogistiqué.

On croiroit, à considérer cet objet d'une façon générale, qu'il seroit inutile de revenir sur cette explication, parce qu'il n'y auroit qu'à substituer la combinaison de l'air vital que l'acide nitreux donne à l'acide marin, à l'idée du phlogistique dont l'acide nitreux dépouille l'acide marin; mais il m'a paru que les observations que j'avois faites dans le dessein de déterminer la nature de l'acide marin déphlogistiqué, & de comparer celui qu'on retire par le moyen de l'acide nitreux, & celui qu'on obtient par le moyen de la manganeuse pourroient encore jeter du jour sur les propriétés de l'eau régale, & sur les affinités de l'acide marin qui offrent beaucoup de variations apparentes.

*De l'eau régale.*

Si l'on mêle une ou deux parties d'acide nitreux concentré, & dont on a chassé le gaz colorant par la distillation; avec quatre parties d'acide marin fumant, il s'excite bientôt une effervescence, & l'on reconnoît en recueillant à l'appareil  
pneumato-chimique



pneumato-chimique le gaz qui se dégage, que c'est de l'acide marin déphlogistiqué, très-pur & semblable à celui qu'on retire par le moyen de la manganèse : à mesure que l'acide marin déphlogistiqué se dégage, la liqueur se colore & devient d'un rouge-foncé. Si l'on distille cette liqueur, en mettant un flacon presque rempli d'eau distillée entre la cornue & l'appareil pneumatique, il se dégage encore une certaine quantité d'acide marin déphlogistiqué ; mais tout l'acide nitreux non décomposé, est retenu avec la plus grande partie de l'acide marin dans le flacon intermédiaire, & donne à l'eau une couleur foncée.

J'ai nouvellement répété cette expérience à l'occasion d'un Mémoire qui a été lû dans cette assemblée le 9 de ce mois, en me servant de parties égales d'acide nitreux blanc & concentré, & d'acide marin fumant ; il s'est dégagé une quantité considérable d'acide marin déphlogistiqué, mais point du tout de gaz nitreux, comme on l'a annoncé ; & en effet le gaz nitreux & le gaz marin déphlogistiqué se décomposent mutuellement par le simple contact, ainsi qu'on l'a vu (*Mémoire sur l'acide marin déphlogistiqué*) : ils ne peuvent se dégager ensemble & conserver leur état gazeux.

Les phénomènes qui se présentent en mêlant l'acide nitreux & l'acide marin, ont également lieu dans l'eau régale faite avec l'acide nitreux & le sel ammoniac dans les proportions ordinaires. L'effervescence qu'on avoit remarquée dans ce mélange, est dûe au dégagement de l'acide marin déphlogistiqué ; & à mesure qu'il se forme & qu'il s'échappe, la liqueur se colore.

Je dois donc examiner quelle est l'action réciproque de l'acide nitreux & de l'acide marin ; ce que devient le gaz nitreux qui doit résulter de la formation de l'acide marin déphlogistiqué ; & enfin de quels principes dépendent les forces dissolvantes de l'eau régale.

L'acide nitreux peut tenir en dissolution une grande quantité de gaz nitreux, & il devient par-là rouge & fumant ;

*Mém. 1785.*

P p

mais l'acide marin ne paroît pas en absorber plus que l'eau, ainsi que M. Priestley l'a éprouvé. J'ai répété cette expérience avec le même résultat sur des acides marins de différens degrés de concentration.

Cependant, soit que l'acide marin se combine plus facilement avec le gaz nitreux à mesure qu'il se forme & avant qu'il ait pris l'état élastique, soit plutôt qu'étant mêlé à l'acide nitreux, il ait la propriété de s'unir avec cet acide & avec le gaz nitreux; il conste, par les observations suivantes, que le gaz nitreux a de l'affinité avec l'eau régale, & même que cette affinité est plus grande que celle qu'il a avec l'acide nitreux.

1.<sup>o</sup> Si l'on verse de l'acide marin fumant sur de l'acide nitreux rutilant, les vapeurs rouges de celui-ci cessent promptement de s'exhaler; il s'établit peu-à-peu dans la liqueur un mouvement d'effervescence, & bientôt il ne s'échappe plus que des vapeurs d'acide marin déphlogistiqué, jusqu'à ce que la liqueur ait pris une couleur très-foncée & que le calme s'y établisse; alors si la température ne change pas, il ne s'en exhale plus de vapeurs: seulement, si elle a le contact de l'air atmosphérique, celui-ci prolonge d'une manière indéfinie la formation d'une très-petite quantité d'acide marin déphlogistiqué qui, en se combinant avec lui, répand l'odeur d'eau régale.

2.<sup>o</sup> Si l'on mêle de l'acide nitreux blanc & dégazé, avec l'acide marin fumant, il s'en dégage beaucoup plus de vapeurs d'acide marin déphlogistiqué que si l'on se sert du même acide avant de l'avoir dégazé: la quantité de gaz nitreux que peut retenir l'eau régale ayant des limites fixes, il s'en forme une plus grande quantité, si l'acide nitreux n'en contient pas, que s'il en tient déjà en dissolution. Or, la quantité d'acide marin déphlogistiqué qui se dégage, est proportionnelle à celle du gaz nitreux qui est formé.

3.<sup>o</sup> Enfin, ce qui suffit pour prouver que le gaz nitreux est retenu par le mélange de l'acide nitreux & de l'acide marin, c'est que si l'on mêle de la chaux délayée dans de

l'eau avec la liqueur rouge, de laquelle l'acide marin déphlogistiqué s'est dégagé, il s'en exhale une grande quantité de gaz nitreux, & la liqueur perd toute sa couleur; le gaz nitreux s'exhale aussi avec l'acide crayeux, si l'on sature la même liqueur d'alkali effervescent. Lorsqu'on mêle un peu d'eau à l'eau régale qui a pris une couleur foncée, ou lorsqu'elle en a attiré de l'atmosphère, à laquelle on l'a laissée exposée, elle perd presque entièrement sa couleur, & cependant elle contient à peu-près la même quantité de gaz nitreux, comme on peut s'en assurer en le chassant par le moyen de la chaux. La combinaison du gaz nitreux avec l'eau régale & le dégagement de l'acide marin déphlogistiqué, expliquent les phénomènes que M. Priestley a observés en imprégnant l'acide marin de vapeur nitreuse (a).

L'on a vu, par les expériences décrites dans mon Mémoire sur l'acide marin déphlogistiqué, que l'air vital tient très-peu à l'acide marin, & qu'il passe très-facilement dans d'autres combinaisons; & cependant ici l'on voit que l'acide marin l'enlève à l'acide nitreux; mais ce que je viens d'exposer rend raison de ces propriétés qui ne sont contradictoires qu'en apparence: l'acide nitreux non décomposé, & l'acide marin, retiennent & dissolvent le gaz nitreux, pendant qu'une partie de l'acide marin se combine avec l'air vital, de sorte que c'est par l'action d'une double affinité que l'acide marin déphlogistiqué se forme.

Au moment où la quantité de gaz nitreux retenu par les deux acides, a assez affoibli leur force dissolvante pour qu'il s'établisse un équilibre entre les affinités de tous les principes de la liqueur, la formation de l'acide marin déphlogistiqué cesse; si l'on expose alors la liqueur à une température un peu plus élevée, il se dégage encore de

---

(a) En conséquence de l'imprégnation de l'esprit de sel avec la vapeur nitreuse, l'esprit de sel de couleur de paille devient aussitôt de couleur orangée, beaucoup plus foncée que celle que peut jamais prendre l'esprit de nitre même, & la vapeur qu'il exhale est singulièrement piquante. *Expér., & Observ. sur différentes espèces d'Air, tome IV, page 229.*

l'acide marin déphlogistiqué, jusqu'à ce qu'il en soit passé une quantité suffisante pour rétablir l'équilibre. Il y a apparence qu'il y a, relativement aux proportions & à la force des deux acides, un degré de froid auquel ils resteroient mêlés sans agir l'un sur l'autre. Lorsque la liqueur est en repos & qu'il ne s'y forme plus de combinaison, si on y met un métal, du mercure par exemple, les affinités de ce métal produisent de nouvelles combinaisons: d'un côté il agit sur l'air vital de l'acide nitreux, & de l'autre sur l'acide marin; il dégage donc du gaz nitreux, & il se trouve dans les circonstances dans lesquelles il forme le sublimé corrosif. Il n'est donc pas exact de dire avec M. Bergman, que l'acide nitreux rend l'acide marin déphlogistiqué, dans l'eau régale, & le met par-là en état de dissoudre l'or & le mercure: l'acide marin déphlogistiqué ne peut exister tout formé dans l'eau régale qui ne détruit pas les couleurs végétales, mais les affinités du métal contribuent à la réunion qui se fait entre l'acide marin, l'air vital & lui. J'ai prouvé dans mon Mémoire sur la causticité des sels métalliques, que l'eau régale dissolvoit le mercure & formoit avec lui du sublimé corrosif; j'ai même avancé qu'en cherchant les proportions convenables d'acide marin & d'acide nitreux, on trouveroit peut-être que c'étoit le meilleur moyen de préparer le sublimé corrosif. *Mém. de l'Acad. 1780, page 461.*

Je pensois alors que l'acide du sublimé corrosif étoit dans l'état d'acide marin déphlogistiqué, & que les préparations qu'on employoit pour former ce sel métallique ne tenoient qu'à le mettre dans cet état. Mais il me paroît que l'acide marin du sublimé corrosif n'est pas dans un état différent que celui des autres sels métalliques, puisque l'alkali fixe & la terre calcaire peuvent se combiner avec lui & en précipiter la chaux de mercure; d'ailleurs la chaux de mercure connue sous le nom de *précipité per se*, forme immédiatement du sublimé corrosif avec l'acide marin, comme l'a prouvé M. Schéele, & ce métal a avec

l'air vital une affinité beaucoup plus forte que l'acide marin.

Mais pour considérer cet objet d'une manière plus générale, il résulte des découvertes nouvelles, que les substances métalliques, qui par leur affinité, ont le pouvoir de décomposer l'eau, s'unissent à son air vital; elles en dégagent par-là le gaz inflammable, & il se forme une combinaison d'air vital, de métal & d'acide marin, pareille à celle qui existe dans le sublimé corrosif, & pour que les substances métalliques qui ne peuvent décomposer l'eau, même par des affinités combinées, puissent se dissoudre dans l'acide marin, il faut qu'elles le trouvent dans l'état déphlogistiqué, ou bien qu'une autre substance leur fournisse l'air vital, ainsi que cela arrive dans tous les procédés par lesquels on forme le sublimé corrosif.

Les observations que je viens de présenter, prouvent 1.<sup>o</sup> que dans le mélange de l'acide nitreux & de l'acide marin, une portion de ce dernier s'unit à une partie de l'air vital contenu dans l'acide nitreux, & se dégage sous la forme d'acide marin déphlogistiqué; & que le gaz nitreux, soit celui qui étoit déjà combiné avec l'acide nitreux, soit celui qui est formé en même temps que l'acide marin déphlogistiqué, est retenu dans l'eau régale.

2.<sup>o</sup> Que ce n'est point par une affinité supérieure que l'acide marin enlève l'air vital à l'acide nitreux, mais par l'action d'une double affinité.

3.<sup>o</sup> Que ce n'est pas l'acide marin déphlogistiqué qui dissout l'or & le mercure dans l'eau régale, puisque l'acide marin ne s'y trouve pas dans cet état, mais qu'il se forme une combinaison par le concours des affinités mutuelles de l'air existant dans l'acide nitreux, de l'acide marin & du métal.

#### *De quelques affinités de l'Acide marin.*

LES affinités de l'acide marin comparées à celles de l'acide vitriolique & de l'acide nitreux, éprouvent des modifications qui ont fait croire à de savans chimistes, qu'il avoit avec les bases alkales plus d'affinité que ces acides,

lorsqu'il étoit concentré ; mais que son affinité étoit plus foible dans un moindre degré de concentration. Je vais exposer ces anomalies, & tâcher de les ramener aux loix connues des affinités.

M. Margraf avoit annoncé que l'acide marin décomposoit le tartre vitriolé & le sel de Glauber, de la même manière que M. Baumé avoit prouvé que l'acide nitreux décomposoit ces sels.

M. Bergman expliqua ces faits dans son *Traité des attractions électives*, en prouvant que dans ces décompositions apparentes, l'on ne faisoit qu'ôter au tartre vitriolé & au sel de Glauber, une partie de leur base & les réduire en sel avec excès d'acide ; que cette partie de leur base pouvoit en être séparée par des acides plus foibles, parce que la partie alcaline qui leur est essentielle, étend son action sur une certaine quantité d'acide surabondant, & que par conséquent, la partie qui n'est pas combinée immédiatement à cet excès d'acide, n'est retenue que par une affinité dont l'action est partagée. On prendra une idée juste de cette théorie au §. 9 de son *Traité des attractions électives*.

Cependant M. Cornette avoit repris les observations de M.<sup>rs</sup> Baumé & Margraf, & il avoit ajouté à leurs expériences beaucoup de détails nouveaux, que l'on trouve dans un Mémoire qui est imprimé dans le volume de l'Académie, de 1778. Il prétend avoir décomposé entièrement le tartre vitriolé par l'acide marin, & l'avoir converti en sel fébrifuge de Sylvius ; & il dit aussi avoir décomposé le sel de Glauber, & l'avoir changé en sel marin.

1.<sup>o</sup> J'ai mêlé, en suivant les proportions indiquées par M. Cornette, une demi-once de sel de Glauber ou vitriol de soudé tombé en efflorescence, & six gros d'acide marin fumant ; j'ai fait bouillir ce mélange dans un matras, & après un moment d'ébullition, j'y ai ajouté de l'eau distillée, & j'ai fait évaporer jusqu'à cristallisation ; j'ai eu une quantité considérable de sel marin, mais le résidu formant une

eau-mère, étoit du vitriol de soude avec excès d'acide.

2.<sup>o</sup> J'ai poussé un pareil mélange dans une cornue à un degré de feu considérable, & j'ai examiné la liqueur qui a passé dans la distillation; c'étoit de l'acide marin pur, il n'y avoit pas une goutte d'acide vitriolique, comme je m'en suis assuré par la dissolution de terre pesante; le résidu dissous dans l'eau ne contenoit que du vitriol de soude: seulement: à la fin de l'évaporation, j'ai eu quelques cristaux de sel marin & très-peu de vitriol de soude avec excès d'acide. Il faut prendre garde dans cette expérience, que la liqueur, en bouillant, ne fasse rejaillir un peu de vitriol de soude, ce qui m'est arrivé une fois: car on auroit alors un précipité avec la dissolution de terre pesante.

3.<sup>o</sup> J'ai mêlé de l'acide vitriolique avec une once de vitriol de potasse dans une cornue; après avoir poussé le mélange jusqu'à siccité, j'ai tenu la cornue rouge pendant quelque temps; il paroïssoit ne s'en plus dégager d'acide vitriolique: ayant cassé la cornue, j'ai eu une once deux gros quinze grains de sel avec excès d'acide. J'ai mêlé une once de ce sel avec une demi-once de sel fébrifuge de Sylvius ou muriate de potasse: à une chaleur médiocre, il s'est dégagé beaucoup de vapeurs d'acide marin, sans mélange d'acide vitriolique, & le muriate de potasse a été décomposé au moins pour la plus grande partie.

Il résulte de la première expérience, que l'acide marin s'enipare d'une partie de la base du vitriol de soude, & forme du sel marin; mais la plus grande partie du vitriol de soude n'est point décomposée; elle fait une eau-mère que M. Cornette a négligé d'examiner, & qui est du vitriol de soude avec excès d'acide.

La seconde expérience prouve que l'acide marin perdant de l'affinité qu'il a avec l'alkali fixe, par la volatilité que lui donne la chaleur, celle de l'acide vitriolique qui étoit en excès dans le vitriol de soude, suffit pour décomposer le sel marin qui s'étoit formé.

Enfin la troisième prouve que cette partie d'acide vitrio-

lique qui peut s'unir en excès avec l'alkali fixe, peut décomposer le muriate de potasse, & confirme le résultat de la seconde expérience.

Il me paroît donc que ces expériences ne doivent laisser aucun doute sur l'explication qu'a donnée M. Bergman, de la décomposition des sels vitrioliques par l'acide marin.

Pour les décompositions des sels nitreux par l'acide marin, elles ne sont pas dûes à une affinité supérieure de l'acide marin avec leurs bases, mais à une véritable décomposition de l'acide nitreux qui donne une partie d'air vital à l'acide marin, & le change par-là en acide marin déphlogistiqué, comme le prouve une expérience même de M. Cornette. Il plaça sur un bain de sable un mélange de nitre quadrangulaire & du même acide. « Avant même que » les liqueurs entraissent en ébullition, il s'excita dans chacun » des vaisseaux un mouvement d'effervescence très-sensible, » les vapeurs qui se répandoient étoient rousses & très-nauséabondes; elles avoient absolument l'odeur de celles de l'eau » régale ». On reconnoît manifestement à cette description, la formation de l'acide marin déphlogistiqué, & par conséquent la décomposition d'une partie de l'acide nitreux; il n'est donc pas étonnant que M. Cornette ait trouvé l'acide marin substitué en partie à l'acide nitreux. Si l'on met un métal dans le mélange de nitre & d'acide marin, celui-ci, agissant par ses propres affinités sur l'air vital de l'acide marin, il favorise la décomposition du nitre, conformément à ce qu'on a vu dans la première partie de ce Mémoire.

Il paroît donc que les variations que l'on a observées dans les affinités de l'acide marin, ne sont dûes qu'à des circonstances étrangères, & que pour juger de ses véritables affinités, il faut éviter les décompositions qui peuvent en imposer par des effets dûs à d'autres causes.

Ce que j'ai dit sur les sels vitrioliques & nitreux à base d'alkali fixe, s'applique également aux sels ammoniacaux. M. Cornette appuie, dans un second Mémoire, imprimé dans



dans le même volume, l'opinion qu'il a prise de l'affinité supérieure de l'acide marin avec l'alkali relativement à celle de l'acide vitriolique; il cite la décomposition du tartre vitriolé & du sel de Glauber par les sels nitreux & marin à base terreuse. Mais cette décomposition est due à l'action des doubles affinités, comme le fait voir M. Bergman, qui cite plusieurs exemples pareils; & d'ailleurs M. Kirwan a déjà prouvé que ces décompositions de M. Cornette étoient dues à une réunion supérieure des forces *divellentes* sur les forces *quiescentes*. *Kirwan's experiments and observations on the attractive powers of mineral acids.*

Mais M. Kirwan a donné dans le même Mémoire une autre explication de la plupart des faits rapportés dans la seconde partie de celui-ci; il regarde les affinités que les acides vitriolique, nitreux & marin ont avec les alkalis fixes comme égales, & il explique les décompositions mutuelles que ces acides opèrent, par la matière de la chaleur qui passe des uns dans les autres. Je me contenterai de faire quelques observations sur l'opinion de ce savant chimiste.

Premièrement, il prétend que l'acide vitriolique, l'acide nitreux & l'acide marin exigent, pour se saturer, une quantité égale d'alkali; mais cette supposition, sur laquelle porte sa théorie, bien loin d'être fondée sur l'expérience, n'est point conforme aux observations de plusieurs chimistes, non plus qu'à celles qui me sont particulières & dont je supprimerai le détail, parce qu'il est difficile d'avoir des résultats constans sur cet objet, une légère différence de dessiccation suffisant pour faire varier les proportions.

Secondement, M. Kirwan attribue la décomposition du tartre vitriolé par l'acide nitreux & par l'acide marin, & celle du nitre par l'acide vitriolique & par l'acide marin, aux différentes capacités de chaleur que ces acides possèdent, & il regarde ces décompositions comme produites par une double affinité entre l'alkali, les acides & la chaleur spécifique de ces acides; mais il a estimé la chaleur spécifique

des acides vitrioliques, nitreux & marin, par la chaleur qui s'en dégage, lorsqu'on mêle la même quantité réelle de chaque acide avec une même quantité de solution alkaliné. Or, ce moyen ne détermine pas la chaleur spécifique; l'observation de M. Kirwan prouveroit plutôt que l'alkali a une plus forte affinité avec l'acide vitriolique qu'avec l'acide nitreux, & avec celui-ci qu'avec l'acide marin; car, plus deux principes se combinent intimement, plus ils se resserrent, pour ainsi parler, plus ils expriment du principe de la chaleur, selon la pensée de M. Monge; & la chaleur qui se dégage est due non-seulement à l'acide, mais aussi à l'alkali; c'est ainsi que la chaleur qui est produite par l'extinction de la chaux doit être attribuée non-seulement à la chaux, mais principalement à l'eau qui se combine avec elle.

Ce n'est pas que je prétende que la dilatabilité d'un acide par le principe de la chaleur, ne puisse entrer pour beaucoup dans la décomposition d'un sel par un autre acide. Mais lorsque la chaleur est peu considérable, c'est une partie si petite des forces qui contribuent à la décomposition qu'elle doit être entièrement négligée.

Troisièmement, M. Kirwan ne fait point attention à la force avec laquelle l'alkali tend à se combiner avec un excès d'acide vitriolique, & qui est cependant réelle & bien prouvée, non plus qu'à la production de l'acide marin déphlogistiqué; & ces données de l'expérience me paroissent suffire pour l'explication des phénomènes que je discute, parce que leur influence me paroît beaucoup plus grande que celle des autres causes qui peuvent y contribuer.

Quatrièmement, lorsque M. Kirwan s'est servi des métaux pour constater la décomposition du vitriol de potasse ou du vitriol de soude, il a négligé les affinités de ces métaux qui devoient agir & opérer la séparation de l'acide vitriolique, concurremment avec l'acide marin & l'acide nitreux.

L'affinité d'un troisième corps qui sert de moyen d'union entre deux autres, & qui détermine leur combinaison, est

une cause d'un grand nombre de phénomènes, à laquelle on n'a pas donné l'attention qu'elle méritoit; c'est par cette affinité intermédiaire que l'air vital sert à combiner les métaux & les acides, & que l'eau contribue à combiner l'air fixe & la terre calcaire ou la magnésie; c'est par cette force, que le cuivre qui se calcine très-lentement à l'air, se réduit promptement en chaux & absorbe l'air, pour se dissoudre dans l'acide acéteux qui, sans le contact de l'air, ne peut l'attaquer.

Cette combinaison d'un métal avec l'air, par l'intervention d'un acide, & cette union d'un acide avec un métal, par le moyen de l'air, ne peuvent avoir lieu, lorsque l'acide a une température trop élevée; ainsi l'acide acéteux ne dissout point le cuivre, lorsqu'il est chaud; ce n'est que lorsqu'il est refroidi, & qu'on y laisse séjourner le cuivre avec le contact de l'air, que ce métal se dissout. Ces idées doivent s'appliquer à ce que j'ai écrit sur la formation du vert-de-gris (*Mém. de l'Académie, 1783*).

J'ai pareillement éprouvé que l'alkali volatil ne dissolvoit point le cuivre sans le contact de l'air, à moins qu'il ne fût dans l'état de chaux. Cette dissolution ne se fait que par le moyen de l'absorption de l'air vital, de sorte que l'affinité entre le cuivre, la base de l'air vital & l'alkali volatil, n'est pas assez forte pour décider la décomposition de l'eau. Mais il y a des acides dont l'action plus forte peut déterminer cette décomposition & dégager du gaz inflammable; il y en a même qui agissent différemment, selon que leur affinité est plus ou moins affoiblie par l'eau: ainsi lorsque l'acide marin est concentré, il peut s'unir au cuivre en décomposant l'eau; mais s'il est très-foible, il ne dissout le cuivre que lentement & en absorbant l'air vital; & s'il n'est pas en contact avec l'air, il ne se fait pas de dissolution. Toutes les combinaisons de cette espèce qui ne se forment qu'en absorbant l'air vital, peuvent servir d'eudiomètre.



## M É M O I R E

S U R

LA DÉCOMPOSITION DE L'ESPRIT-DE-VIN

ET DE L'ÉTHER,

PAR LE MOYEN DE L'AIR VITAL.

Par M. BERTHOLLET.

Lû  
le 27 Avril  
1785.

**M.** PRIESTLEY a retiré du gaz inflammable de l'esprit-de-vin, par le moyen de l'étincelle électrique; il en a aussi retiré qui étoit mêlé à une portion d'air fixe, en faisant passer l'esprit-de-vin à travers un tube d'argile échauffé par des charbons ardents. M. Landriani a remarqué que dans cette dernière opération, une poudre charbonneuse enduisoit le tube, & M. Monge qui a fait depuis long-temps cette expérience, a observé que l'eau dans laquelle on recevoit le résidu de l'esprit-de-vin, prenoit la saveur & l'odeur de l'éther. M. Lavoisier a fait voir que dans la combustion de l'esprit-de-vin il se formoit de l'eau, dont le poids surpassé d'un neuvième celui de l'esprit-de-vin consumé: il résulte, sur-tout de cette belle expérience, que l'esprit-de-vin est composé en grande partie du gaz inflammable de l'eau; cependant le gaz inflammable qu'on retire de l'esprit-de-vin en le décomposant par la chaleur, donne de l'air fixe, lorsqu'on le brûle avec l'air vital, parce qu'il s'est combiné avec une portion du charbon qui est aussi contenu dans l'esprit-de-vin. Enfin, l'on sait que plusieurs acides en décomposant cette liqueur, forment de l'éther, & que l'acide nitreux produit, outre cela, de l'air fixe & de l'acide saccharin. J'ai tâché de reconnoître plus particulièrement quels étoient les principes de l'esprit-de-vin & de l'éther, par le moyen de l'acide marin déphlogistiqué. M. Gallisse avoit

déjà tenté de déterminer l'action du gaz muriatique déphlogistiqué par l'esprit-de-vin; mais il s'est servi du procédé de M. Schéele, qui n'a pu le conduire qu'à des résultats imparfaits. (*Journal de Crell, tome X, pages 262 & 269*).

§. I. J'ai mis quinze onces d'esprit-de-vin dans un des flacons de l'appareil que j'ai décrit, pour imprégner l'eau d'acide marin déphlogistiqué, & j'ai remarqué qu'il absorboit très-facilement l'acide marin déphlogistiqué, qu'il prenoit beaucoup de chaleur, & qu'il fondoit une portion considérable de la glace, dont il étoit environné; quoique le gaz eût passé dans un premier flacon rempli d'eau & également entouré de glace.

Cette opération, dans laquelle j'ai employé quatre onces d'acide marin concentré & une once de manganèse, étant finie, je n'ai point trouvé que l'esprit-de-vin eût l'odeur d'acide marin déphlogistiqué; mais il avoit celle de l'éther, comme l'a observé M. Gallisse, il rougissoit les couleurs bleues végétales au lieu de les détruire, il faisoit effervescence avec les alkalis; enfin, l'acide marin avoit repris son état naturel. Je réitérai l'opération, & je trouvai que l'esprit-de-vin avoit pris une odeur d'éther plus forte; je fis encore quatre fois la même expérience, & l'acide marin déphlogistiqué parut s'absorber toujours & se décomposer avec la même facilité; mais l'odeur d'éther alla en diminuant depuis la seconde opération; elle étoit presque entièrement dissipée après la dernière; l'on sentoît au contraire une odeur assez forte de vinaigre. Alors je saturai d'alkali minéral, une moitié de la liqueur qui prit une couleur jaune tirant sur le brun, je la distillai au bain-marie; les premières portions qui passèrent étoient une liqueur éthérée qui, cependant, se mêloit avec l'eau; bientôt la liqueur cessa d'être spiritueuse, & ne fut que de l'eau qui avoit une légère odeur de sucre brûlé. La couleur de celle qui étoit dans la cornue se fonçoit de plus en plus, & présentoit avec la saveur du sel marin, une saveur & une odeur bien caractérisées de sucre brûlé ou de caramel; il s'y

déposoit quelques parties noires qui étoient insolubles dans l'esprit-de-vin, & qui ressembloient à une huile brûlée. J'ai retiré la plus grande partie du sel marin en continuant l'évaporation; il est resté une liqueur épaisse que j'ai desséchée à une légère chaleur; j'y ai mêlé de l'esprit-de-vin, qui a pris une couleur brune & une saveur salée, mais toujours mêlée à celle de caramel. Le résidu qui n'a pas été dissous étoit un mélange de sel marin & de substance sucrée; j'ai fait évaporer l'esprit-de-vin jusqu'à ce qu'il se soit formé une cristallisation confuse. La substance saline qui restoit alors, m'a paru avoir une saveur semblable à celle de l'acète de soude, mêlée à celle de la substance sucrée. J'y ai ajouté un peu d'eau distillée, j'ai mis cette dissolution dans une cornue avec un peu d'acide vitriolique, & j'ai distillé à un feu léger; la liqueur qui a passé, avoit d'une manière non douteuse, la saveur & l'odeur de l'acide acéteux.

§. II. J'ai cru reconnoître dans cette expérience la présence du sucre ou d'une matière analogue au sucre; pour m'en assurer, j'ai cherché à déterminer quelle altération le sucre pouvoit éprouver de la part de l'acide marin déphlogistique; j'en ai donc imprégné de l'eau sucrée, en me servant toujours du même procédé. L'acide marin déphlogistique a paru d'abord n'avoir aucune action sur le sucre, mais ayant laissé pendant quelques jours le flacon exactement bouché, la liqueur a perdu peu-à-peu la couleur de l'acide marin déphlogistique, elle est devenue semblable à de l'eau pure; dans cet état elle a rougi le papier bleu, de façon que l'acide marin avoit repris ses propriétés. J'ai répété plusieurs fois cette expérience sur la même liqueur, & toujours les mêmes phénomènes ont eu lieu. Après cela j'ai saturé d'alkali minéral, la liqueur qui étoit très-acide, & je l'ai fait évaporer; elle a pris peu-à-peu une couleur brune, & a laissé un résidu mêlé de sel marin & d'une substance qui ressembloit au sucre brûlé, & qui ne différoit du résidu que j'avois obtenu de l'esprit-de-vin, que par sa

couleur un peu moins foncée. Une partie de la liqueur qui avoit été laissée dans un flacon sans avoir été exposée à l'action du feu, a pris dans un certain espace de temps une couleur jaune foncée. Je pensois qu'il auroit dû se former quelqu'acide nouveau par la combinaison de l'air, mais je n'en ai pu reconnoître aucun.

Il résulte de-là, premièrement, que l'esprit-de-vin contient du sucre ; secondement, que l'air vital de l'acide marin déphlogistiqué, fait éprouver au sucre un effet analogue à celui de la combustion. Il me paroît probable que cet air vital qui est très-disposé à se combiner, parce qu'il est privé d'une partie du principe de l'élasticité, s'unit au gaz inflammable de la partie huileuse du sucre & forme de l'eau : par-là le sucre est réduit dans un état charbonneux. C'est ainsi que lorsqu'on dégage du gaz inflammable d'une huile, par le moyen de l'étincelle électrique, les parties de l'huile qui sont décomposées, laissent précipiter des molécules de charbon, comme M. Monge l'a observé : de même lorsqu'on distille du sucre ou bien une huile, & qu'il s'en dégage du gaz inflammable, le résidu est dans un état charbonneux ; mais si l'on fait une combustion à l'air libre, le charbon se combine lui-même avec l'air vital pour former de l'air fixe. Il reste à découvrir pourquoi l'air vital de l'acide marin déphlogistiqué, ne peut se combiner avec le charbon, avec lequel cependant il a une grande affinité, pendant qu'il se combine avec le gaz inflammable, privé d'élasticité, avec le soufre, le phosphore & les substances avec lesquelles il a le moins d'affinité.

S. III. Une moitié seulement de l'esprit-de-vin que j'avois imprégné d'acide marin déphlogistiqué, avoit servi à ces premières expériences. J'ai tenu l'autre moitié pendant près de deux mois dans un flacon bouché exactement ; cette liqueur qui n'avoit d'abord à l'œil que l'apparence de l'esprit-de-vin, avoit pris peu-à-peu une couleur jaune ; dans cet état je l'imprégnai encore plusieurs fois d'acide marin déphlogistiqué, après cela je la saturai d'alkali minéral ;

elle se troubla , & j'aperçus un peu d'huile qui venoit nager à sa surface ; je la filtrai , & il resta sur le filtre une huile brune , dont une partie étoit presque concrète : je distillai la liqueur ; la première portion qui passa avoit foiblement l'odeur & la saveur de l'éther ; en continuant l'opération , j'en séparai le sel marin , & j'eus un résidu semblable à celui de la première expérience , si ce n'est que je ne pus y retrouver l'acide acéteux , quoique la liqueur en eût manifestement l'odeur.

§. IV. J'ai soumis l'éther vitriolique à des opérations semblables ; il a aussi absorbé & décomposé une grande quantité d'acide marin déphlogistiqué en produisant beaucoup de chaleur : la couleur n'a point changé , lorsque j'ai saturé d'alkali minéral , l'acide marin qui venoit de se reproduire , mais il s'est séparé une quantité assez considérable d'une huile très-légère , aromatique , & semblable à celle qu'on retire dans le procédé de l'éther vitriolique , & qu'on connoît sous le nom d'*huile douce de vitriol*. La liqueur filtrée faisoit un petit précipité avec la dissolution de terre pesante ; je l'ai distillée , j'en ai retiré un peu d'éther non décomposé , après cela beaucoup d'eau : sur la fin de la distillation , la liqueur qui étoit dans la cornue est devenue un peu jaune , & il n'est resté , en continuant l'évaporation , que du sel marin un peu coloré en jaune.

Ces dernières expériences font voir que l'éther contient une huile légère combinée avec une surabondance de gaz inflammable , lequel , s'unissant avec l'air vital de l'acide marin déphlogistiqué , forme de l'eau ; il s'y trouve aussi un peu de l'acide dont on s'est servi pour sa production , ainsi que M. Schéele l'a déjà prouvé , & cette petite portion d'acide est probablement le seul principe qui constitue la différence des éthers. La couleur jaune qu'a prise la liqueur sur la fin de l'évaporation , me paroît dûe à une portion d'huile qui a été décomposée par l'acide marin déphlogistiqué ; & si l'opération eût été poussée plus loin , toute l'huile légère auroit été décomposée



décomposée de la même manière, parce qu'elle auroit été privée du gaz inflammable qui entre dans la composition.

La nature de l'éther & la différence avec l'esprit-de-vin, me paroissent déterminées avec assez de précision par les observations précédentes; & l'on peut facilement rendre raison de toutes les propriétés qu'on lui connoît. Je vais présenter les idées que je me suis faites sur la formation.

§. V. Les expériences des §. I & III, prouvent que l'esprit-de-vin contient de l'huile qui sans doute est beaucoup plus fluide que je ne l'ai retirée, par les raisons qu'on va voir. Cette huile est combinée avec du sucre, du gaz inflammable, & une certaine quantité d'eau. Lorsqu'on mêle à l'esprit-de-vin un acide dont l'air vital peut se combiner avec une portion du gaz inflammable & de l'huile, les principes qui formoient l'esprit-de-vin se trouvent défunis; la plus grande partie du gaz inflammable se volatilise avec la portion la plus subtile de l'huile, & entraîne dans cette combinaison une petite portion de l'acide qu'on emploie; la portion la moins ténue de l'huile & le sucre restent dans la cornue à moitié brûlés par l'air vital enlevé à l'acide.

L'éther est donc, d'après cette manière de voir, une huile qui s'est séparée de l'esprit-de-vin, & qui est combinée avec un excès de gaz inflammable & avec une très-petite quantité de l'acide qui a servi à sa formation.

Cette théorie me paroît expliquer d'une manière satisfaisante ce qu'on observe lorsqu'on fait l'éther par le moyen de différens acides. Il est d'abord manifeste que tous perdent une partie d'air vital, que l'acide marin doit être dans l'état d'acide marin déphlogistiqué, & l'acide acéteux dans celui de vinaigre radical, état dans lequel il a une plus grande quantité d'air vital, comme je l'ai fait voir (*Mém. de l'Acad. 1783*). Si l'acide ne cède pas facilement son air vital, il faut de la chaleur; c'est le cas de l'acide vitriolique: alors si l'on pousse la distillation après que l'éther s'est dégagé, il passe une portion d'huile; mais une partie de cette

*Mém. 1785.*

Rr

huile devenue épaisse, & parce que la partie la plus fluide s'en est dégagée, & parce que l'acide a agi sur elle, reste dans la cornue avec le sucre, qui est réduit lui-même dans un état presque charbonneux. Ce mélange donne au résidu une apparence bitumineuse.

Si l'on se sert d'acide nitreux qui contient beaucoup d'air vital, & qui le cède facilement, l'opération peut se faire sans feu, la séparation de l'éther est rapide; & lorsqu'on distille la liqueur, après en avoir séparé l'éther qui s'est formé, l'huile épaisse & le sucre se trouvent entièrement dénaturés; l'un & l'autre probablement sont changés en acide saccharin & en air fixe. Si l'on traite l'éther qu'on vient de former avec de nouvel acide nitreux, il se décompose de nouveau, & l'on en retire de l'huile.

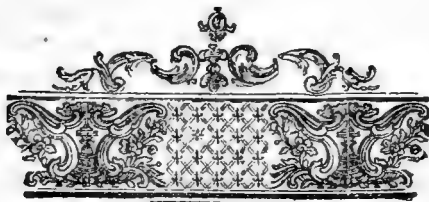
Dans mes expériences avec l'acide marin déphlogistiqué, il ne s'est point séparé d'éther, parce que, comme la chaleur ne déterminoit pas la partie la plus fluide à se dégager, elle subissoit l'action successive du gaz qui étoit absorbé; mais M. Schéele a fait de l'éther marin en mêlant de l'acide marin, de la manganèse & de l'esprit-de-vin, & en distillant ce mélange.

En considérant que l'acide marin n'a point d'action sur l'esprit-de-vin, lorsqu'il n'est pas combiné avec l'air vital, il étoit naturel de penser que l'air vital se combinait pour former l'éther. C'est une opinion qu'a eue M. de Fourcroy, dans ses *Éléments de chimie*, & qui s'étoit aussi présentée à moi (*Mém. de l'Acad. 1782, page 601*); mais je pensois alors qu'il entroit réellement dans la composition de l'éther, au lieu qu'il me paroît prouvé par les observations précédentes, que c'est en se combinant avec une portion du gaz inflammable & de l'huile, qu'il agit & qu'il produit la séparation de l'éther.

Cette combinaison de l'air vital avec le gaz inflammable de l'esprit-de-vin & avec celui de l'éther, n'est point douteuse, car l'on a vu que l'un & l'autre, traités avec l'acide marin déphlogistiqué, se changeoient pour la plus grande partie

en eau. L'air vital agit donc, dans cette circonstance, de la même manière que dans l'expérience de M. Lavoisier, si ce n'est qu'il ne se produit point de lumière sensible; & quoique la chaleur qui se dégage soit assez considérable, comme l'indique la fonte de la glace, elle l'est cependant moins que si l'air vital étoit dans l'état élastique. C'est une véritable combustion dont le principal résultat est de l'eau, & qui se fait au milieu d'un fluide qui, étant bon conducteur de la chaleur, la distribue aussitôt qu'elle est dégagée; de sorte qu'il ne lui permet pas de s'accumuler dans quelques parties, comme il arrive dans la combustion qui se fait dans l'air.

Pour l'acide acéteux que j'ai retiré dans les expériences du premier §, & que je n'ai pas retrouvé dans celles du troisième, je ne fais s'il étoit d'abord formé, & si ensuite il s'est détruit; car M. Schéele a formé de l'acide acéteux en distillant de l'éther vitriolique avec de la manganèse & de l'acide vitriolique, & plusieurs expériences m'ont prouvé que l'acide marin déphlogistiqué décompose la plupart des acides végétaux; mais cet objet demande de nouvelles observations.



## ANALYSE

## DE L'ALKALI VOLATIL.

Par M. BERTHOLLET.

Lû  
le 11 Juin  
1785.

PLUSIEURS Chimistes ont pensé que l'alkali volatil devoit son origine à l'alkali fixe, & la plupart ont admis une matière inflammable dans sa composition. M. Priestley, qui nous a appris à donner une forme gazeuse à l'alkali volatil, a remarqué que le gaz alkalin agrandissoit les lumières qu'on y plongeoit, avant de les éteindre, & il l'a regardé comme inflammable.

Il a fait plusieurs explosions électriques dans le gaz alkalin, & il en a dégagé un gaz qui ne s'est plus laissé absorber par l'eau, mais qui s'est trouvé inflammable. M. Van-Marum a aussi réduit le gaz alkalin en gaz inflammable (*Description d'une grande machine électrique, &c. page 128*). D'un autre côté, M. Schéele a observé que l'alkali volatil se décompose, lorsqu'on le tient long-temps en digestion avec l'acide nitreux & la manganèse, ou lorsqu'on distille le sel ammoniac avec cette même chaux métallique (*Dissertation sur la manganèse, page 94*). Il remarque de plus, que l'alkali volatil est décomposé par la chaux d'or, celle de mercure & d'autres métaux; il a retiré, dans ces différentes décompositions, un gaz phlogistique, sans déterminer si ce gaz est un produit de l'opération, ou s'il existoit auparavant dans l'alkali volatil. « En général, dit-il, toutes les fois qu'un corps attire le phlogistique de l'alkali volatil, « l'une de ses parties constituantes, on obtient toujours cette espèce d'air » (*Traité chimique de l'air & du feu, pages 202 & suiv.*). M. Bergman conclut de ses propres expériences sur l'or fulminant, & de celles de Schéele, qu'on vient de rapporter, que l'alkali volatil contient du phlogistique, & que lorsque ce principe lui est ôté par une attraction

supérieure , il s'en dégage un fluide élastique d'une nature particulière, qui constitue probablement l'autre principe de l'alkali volatil. M. Kirwan dit pareillement, dans ses notes sur le traité de l'air & du feu de Schéele, que la chaux d'or enlève le phlogistique à l'alkali volatil, & qu'il se forme subitement une sorte d'air qui, en vertu de ses propriétés découvertes par Schéele, est un air phlogistique.

En considérant les différentes expériences & les opinions dont je viens de présenter un précis, j'ai espéré que je pourrois parvenir à une connoissance plus exacte de la nature de l'alkali volatil, & que je pourrois par ce moyen répandre du jour sur plusieurs opérations de la nature, dans lesquelles cet alkali se forme ou se détruit.

J'ai cherché premièrement à déterminer les produits qu'on obtient du nitre ammoniacal, lorsqu'il se décompose par l'action de la chaleur. J'ai mis pour cet objet deux onces de nitre ammoniacal séché avec soin, dans une petite cornue de verre, à laquelle étoit adapté un tube recourbé qui s'ouvroit au fond d'un flacon; un autre tube recourbé établissoit une communication entre ce premier flacon & un second, au fond duquel il plongeoit également; enfin de ce dernier flacon partoît un tube qui se rendoit à un appareil hydro-pneumatique; les deux flacons étoient vides & environnés de glace. J'ai distillé à un feu bien ménagé, il est resté dans la cornue un gros de nitre ammoniacal non décomposé, & les deux flacons contenoient une once quarante-trois grains de liqueur; pendant toute l'opération il s'est dégagé une grande quantité de ce gaz singulier, qui a la propriété de se dissoudre dans l'eau, sans lui communiquer des propriétés acides, & dans lequel cependant une bougie brûle presque comme dans l'air vital pur. M. Priestley a retiré un gaz semblable dans plusieurs circonstances, & il l'appelle *air nitreux déphlogistique*; il me paroît qu'effectivement on doit le regarder comme un gaz nitreux qui contient un peu plus d'air vital qu'à l'ordinaire.

J'ai distillé au bain-marie la liqueur obtenue dans l'opé-

ration précédente, & qui présentait des indices d'une acidité assez forte; un flacon qui servoit de récipient, étoit enveloppé d'un linge mouillé qu'on renouveloit de temps en temps; il est resté dans la cornue quatre gros trente-deux grains de nitre ammoniacal qui avoit été volatilisé sans se décomposer dans la première distillation. J'ai saturé d'alkali végétal la liqueur qui étoit passée dans le flacon, il ne s'est point dégagé d'odeur d'alkali volatil dans cette saturation; enfin j'ai fait évaporer au bain-marie la liqueur que je venois de saturer; j'en ai obtenu de l'eau parfaitement pure, semblable à de l'eau distillée, & il est resté dans la cornue cinquante-quatre grains de nitre à base d'alkali fixe: ces cinquante-quatre grains de nitre doivent contenir, selon l'évaluation de M. Bergman, à peu-près vingt-sept grains d'alkali, neuf grains d'eau & dix-huit grains d'acide pur. Voici donc les produits de cette opération, dans laquelle on a employé deux onces de nitre ammoniacal, dont un gros est resté dans la cornue.

Liqueur contenue dans les flacons.....	1 once 43 grains.
Nitre ammoniacal contenu dans cette liqueur..	4 <sup>gros</sup> 32.
Acide nitreux contenu dans la même liqueur..	18.
Et par conséquent eau formée.....	3 <sup>gros</sup> 65.

De sorte que dans cette opération, il s'est décomposé une once deux gros quarante grains de nitre ammoniacal, & il en est résulté trois gros soixante-cinq grains d'eau.

Il y auroit peut-être une petite déduction à faire, à cause de l'eau de cristallisation du nitre ammoniacal décomposé, quoiqu'il eût été fortement desséché; mais mon intention est principalement de prouver qu'il s'est formé de l'eau, & non de donner le calcul précédent comme rigoureux; il s'est fait d'ailleurs quelque perte d'eau dans l'opération, de sorte que la quantité de celle qui a été formée, est probablement plus grande que je ne l'ai indiquée.

Les expériences qu'on a faites sur la composition de l'eau, prouvent que l'eau est formée d'environ six parties

en poids d'air vital, & d'une partie de gaz inflammable; & celles qu'on a faites sur la nature de l'acide nitreux, prouvent que cet acide contient environ 0,7 d'air vital: il faut donc que l'alkali volatil ait donné, dans l'expérience précédente, quarante grains  $\frac{1}{2}$  de gaz inflammable, pour former l'eau avec l'air vital de l'acide nitreux. Donc *le gaz inflammable de l'eau est une partie constituante de l'alkali volatil.*

Ces expériences que j'avois faites conjointement avec M. de la Place, m'éclairèrent sur un phénomène que me présentait l'acide marin déphlogistiqué. Je savois déjà que cette substance étoit due à l'union de l'acide marin & de l'air vital; qu'elle ne se combinait pas directement avec les alkalis fixes & avec les terres absorbantes, & qu'elle n'en chassoit pas l'air fixe; cependant lorsque j'éprouvai cet acide avec l'alkali volatil effervescent, & même avec l'alkali volatil caustique, j'observai qu'il faisoit effervescence, & qu'il perdoit à l'instant les propriétés qui le caractérisoient: j'attribuai ces phénomènes à la formation instantanée de l'eau par le gaz inflammable que je savois exister dans l'alkali volatil, & par l'air vital uni à l'acide marin, pareille à celle qui a lieu dans l'expérience précédente; je conjecturai que le gaz qui produisoit l'effervescence avec l'alkali volatil caustique, & que je séparois de l'air fixe, après l'effervescence de l'alkali volatil aéré, étoit l'autre principe qui formoit l'alkali volatil par sa combinaison avec le gaz inflammable. Je vais rappeler le passage de mon Mémoire où j'annonce les produits de l'alkali volatil: « l'acide marin déphlogistiqué se conduit tout autrement avec l'alkali volatil qu'avec l'alkali fixe; « l'effervescence a lieu, même lorsque l'alkali volatil est « caustique, parce qu'il se produit un gaz particulier, mais « elle est moins considérable; le sel ammoniac qui résulte « immédiatement, n'altère pas les couleurs, & est sem- « blable au sel ammoniac ordinaire; mais cette différence de « l'alkali volatil avec l'alkali fixe, dépend d'une combinaison « qui se forme dans l'instant entre l'alkali volatil & l'air «

» déphlogistiqué, combinaison qui a également lieu dans  
 » d'autres circonstances, comme je ne tarderai pas à le faire  
 » connoître. »

Le gaz obtenu par le mélange de l'alkali volatil & de l'acide marin déphlogistiqué, m'avoit présenté toutes les propriétés négatives qui caractérisent l'air phlogistiqué ou la mofette atmosphérique ; & l'on verra plus bas, que je me suis assuré de sa nature ; j'ai d'ailleurs prouvé que l'acide marin déphlogistiqué n'est qu'une combinaison d'acide marin & d'air vital : lors donc que l'acide marin déphlogistiqué décompose l'alkali volatil, en lui enlevant son gaz inflammable, il ne fait que dégager la mofette, qui par conséquent existoit dans l'alkali volatil. Il résulte de-là que l'alkali volatil est une combinaison de gaz inflammable & de mofette, & ce résultat sera confirmé par les expériences qui suivront. On voit par-là d'où provenoient les bulles que M. Schéele a vues s'échapper des gouttes d'alkali volatil qu'il avoit mises au col du ballon destiné à recevoir le gaz acide marin déphlogistiqué, & comment l'alkali volatil qu'il a mis digérer avec la manganèse & l'acide nitreux, a pu être décomposé.

Le gaz inflammable doit former de l'eau, lorsqu'il se combine avec l'air vital fixé dans les chaux métalliques ; si l'on pouvoit avoir des doutes sur cet objet, ils seroient dissipés par les expériences que le célèbre Priestley vient de publier, quoique la théorie qu'il en donne soit différente de celle qui me paroît établie incontestablement sur la formation de l'eau. Il a converti en chaux du mercure, du cuivre & du fer, dans de l'air vital ; ces métaux ont acquis un poids égal à celui de l'air vital qui a disparu dans leur calcination ; ensuite il a revivifié ces chaux par le moyen du gaz inflammable, & il a retiré un poids d'eau égal à celui de l'air vital qui s'étoit fixé dans la calcination, & à celui du gaz inflammable qui a été employé dans la revivification.

J'ai donc pensé qu'en revivifiant une chaux métallique  
 par



par l'alkali volatil, le gaz inflammable, dont l'existence étoit prouvée dans l'alkali volatil, par mes premières expériences, devoit former de l'eau en se combinant avec l'air vital des chaux métalliques, & que par-là, la mofette devoit être mise en liberté. J'ai dissous du cuivre dans l'alkali volatil, j'ai fait sécher avec soin le sel résultant de cette combinaison, je l'ai mis dans un tube de verre scellé à l'une de ses extrémités, & recourbé par l'autre, de manière à s'adapter à l'appareil hydro-pneumatique; en l'exposant ainsi à l'action de la chaleur, il s'en est dégagé de l'eau, le cuivre s'est complètement revivifié, & j'ai obtenu de la mofette : l'eau retenoit une portion d'alkali volatil non décomposé, qui tenoit encore un peu de chaux de cuivre en dissolution.

L'on voit à présent à quelle cause sont dûes les propriétés de l'or fulminant : l'or s'y trouve en état de chaux, c'est-à-dire, qu'il est uni avec de l'air vital ; il est de plus combiné avec l'alkali volatil, comme l'a si bien prouvé M. Bergman ; le gaz inflammable de l'alkali volatil forme de l'eau avec l'air vital, la mofette est soudainement dégagée & le métal est revivifié.

Il me paroît que l'air vital abandonne d'autant moins du principe de la lumière ou de la chaleur, qu'il est plus faiblement combiné ; de sorte qu'ayant peu d'affinité avec l'or, il doit en avoir conservé une certaine quantité, & l'abandonner en se combinant subitement, d'une manière plus intime, avec le gaz inflammable, pour former de l'eau ; & de-là vient qu'on observe une petite lumière dans la détonation de l'or fulminant. J'attribue moins au dégagement de la mofette les grands effets de cette détonation, qu'à l'expansion de l'eau qui vient de se former & qui est réduite en vapeurs.

Je me suis servi du gaz qui se dégage dans la détonation de l'or fulminant, pour m'assurer que c'est réellement de la mofette que contient l'alkali volatil ; & pour le retirer bien pur, j'ai rempli d'eau bouillie une petite

cornue de verre, dans laquelle j'avois mis de l'or fulminant ; j'ai distillé cette eau à l'appareil pneumatique ; lorsque la cornue s'est trouvée sèche, l'or fulminant a détoné pour la plus grande partie, & quoiqu'il y en eût sept grains, la cornue n'a pas éclaté, parce que son issue étoit libre : j'ai ensuite retiré le gaz qui s'étoit dégagé, en plongeant la cornue dans l'eau ; je l'ai mêlé avec les proportions d'air vital indiquées par M. Cavendish ; j'ai soumis ce mélange à l'action de l'électricité, & la diminution qu'il a éprouvée a été semblable à celle qu'on obtient lorsqu'on se sert de la mofette atmosphérique.

Dans toutes les décompositions d'alkali volatil caustique que j'ai faites, je n'ai point pu observer qu'il se dégagât d'air fixe, ainsi que M. Laudriani vient de le publier, & j'y ai apporté beaucoup d'attention : M. Bergman n'a également point obtenu d'air fixe de la détonation de l'or fulminant.

J'ai éprouvé que, lorsque j'exposois l'or fulminant à la chaleur avec beaucoup de ménagement, l'alkali volatil se dégageoit de l'or fulminant sans se décomposer ; dans ce cas, l'or restoit dans l'état de chaux, & perdoit sa propriété fulminante, ou du moins il ne faisoit que décrépiter, lorsqu'on le soumettoit à l'action d'une plus forte chaleur ; cela explique une observation de M. Bergman, qui a prouvé qu'on pouvoit ôter à l'or la propriété fulminante, en le tenant exposé à une douce chaleur.

On trouve dans les Transactions philosophiques, que de l'or fulminant enfermé dans une boule de métal, & exposé ainsi à la chaleur, ne fit point de détonation. M. Bergman rapporte qu'il a fait deux expériences pareilles ; il est probable que l'air vital de la chaux d'or se sera combinée avec l'autre métal, de sorte qu'il n'y aura pas pu avoir décomposition de l'alkali volatil ; c'est ainsi qu'on revivifie une chaux métallique par un autre métal qui a plus d'affinité avec l'air vital. Mais si la vapeur qui doit se former trouve une issue assez libre,

la détonation a lieu, comme je m'en suis assuré en me servant de tubes de cuivre, dans lesquels j'avois placé de l'or fulminant: je mettois par-dessus du sable bien sec, & je remplissois ensuite de mercure.

L'alkali volatil, & plus généralement le gaz inflammable, ne peuvent point revivifier complètement, par le moyen de la chaleur, les chaux des métaux qui ont la propriété de décomposer l'eau; & lorsque M. Priestley dit qu'il a revivifié la chaux de fer par le gaz inflammable, il est très-probable qu'il n'a fait que lui ôter cette portion d'air vital qui n'avoit avec lui qu'une affinité inférieure à celle que ce principe a pour le gaz inflammable. Ainsi la chaux de manganèse, qui a une forte affinité avec l'air vital, n'aura pu être privée par l'alkali volatil, dans les expériences de M. Schéele, qu'à peu-près de cette portion qui s'en dégage, lorsqu'on la traite avec les acides.

J'avois cherché à déterminer les proportions du gaz inflammable & de la mofette, qui composent l'alkali volatil, par le poids de l'alkali volatil qui se trouve combiné dans l'or fulminant, & par la quantité d'eau qui doit se former à l'instant de sa détonation; & j'avois déduit cette quantité, de l'augmentation de poids qu'acquiert l'or lorsqu'on le précipite de sa dissolution par l'alkali minéral caustique, car cette augmentation est dûe à l'air vital, & l'on connoît qu'elle est la proportion de gaz inflammable qu'exige l'air vital pour former de l'eau. De ces différentes comparaisons, j'avois conclu que le gaz inflammable formoit à peu-près le sixième en poids, ou les deux tiers en volume, de l'alkali volatil (*Journal de phys. avril 1786, page 273*).

Mais j'ai cherché depuis lors à déterminer les proportions des principes de l'alkali volatil, par une méthode plus directe & plus précise: j'ai décomposé l'alkali volatil, par le moyen de l'étincelle électrique, ainsi que l'a fait M. Priestley; & comme je desirois mettre beaucoup de précision dans cette expérience, j'ai prié M. le Président de Saron de vouloir bien y concourir.

Nous avons fait du gaz alkalin avec un mélange d'une partie de sel ammoniac & de trois à quatre parties de chaux nouvellement calcinée, de manière qu'il devoit être dépourvu d'eau: nous avons pris les précautions nécessaires pour qu'il fût bien pur: nous l'avons introduit dans un tube de verre garni d'un excitateur; l'espace qu'il occupoit, toutes corrections faites, a été évalué, par le moyen de l'eau, à 1,7 pouce cube. On l'a électrisé jusqu'à ce que l'augmentation du volume n'ait plus été sensible; après cela, on a introduit une petite quantité d'eau dans le tube, & on n'y a point reconnu d'absorption, quoiqu'on l'ait agité, de sorte que le gaz alkalin a paru entièrement décomposé; l'augmentation de son volume a été de 1,6 pouce cube; ensuite on a introduit ce gaz dans l'eudiomètre de M. Volta, en mêlant successivement chaque mesure avec de l'air vital, & en faisant détoner après chaque addition, de la manière suivante:

1.° Deux mesures d'air vital.

Une mesure de gaz alkalin décomposé.

2.° Une mesure d'air vital.

Une mesure de gaz.

3.° Deux mesures d'air vital.

Une mesure de gaz.

4.° Une mesure de gaz.

En total, Cinq mesures d'air vital, & quatre mesures de gaz.

Ces neuf mesures ont été réduites à 4,6<sup>mes.</sup>, de sorte qu'il y a eu 4,4<sup>mes.</sup> détruites. On a eu l'attention, dans cette expérience, de mettre une surabondance d'air vital pour être sûr de détruire toute la partie combustible; mais on fait que la combustion fait disparaître à peu-près 145 mesures de gaz inflammable contre 74 d'air vital. Il résulte de-là, que les 4,4<sup>mes.</sup> détruites en représentoient 2,9 de gaz inflammable & 1,5 d'air vital. Donc les quatre mesures du gaz électrisé qu'on essayoit, représentoient 2,9<sup>mes.</sup> de gaz inflammable & 1,1 de mofette; car les expériences détaillées dans ce Mémoire, prouvent bien que la partie de ce gaz

qui n'est pas combustible, est de la mofette. Si l'on suppose que le poids de celle-ci soit au poids du gaz inflammable pur  $\frac{11}{12} : 1$ , le poids de la mofette contenue dans l'alkali volatil doit être à celui du gaz inflammable  $\frac{121}{12} : 29$ .

Les appréciations qu'on vient de faire s'accordent d'une manière satisfaisante, avec le poids que M.<sup>rs</sup> Fontana & Kirwan ont reconnu dans le gaz alkalin, & qu'ils disent être de 0,2 grains le pouce cube; l'on peut s'en assurer par un calcul facile.

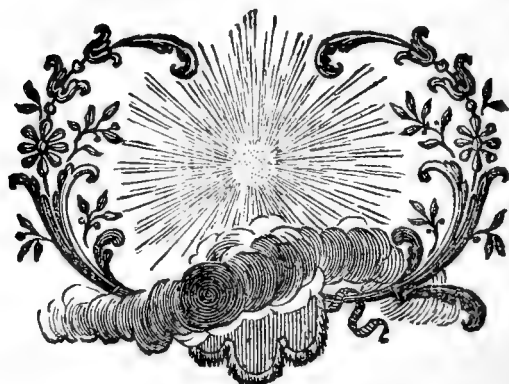
Suivant M. Priestley, le gaz alkalin augmente à peu près de trois fois son volume par le moyen de l'électricité; mais n'ayant pas eu pour but de déterminer les proportions des principes de l'alkali volatil, il n'aura pas pris les précautions nécessaires, & il aura négligé les corrections qu'exige cette évaluation.

M. Van-Marum est au contraire au-dessous de notre évaluation; 2  $\frac{7}{8}$  pouces de gaz alkalin se sont accrus dans l'expérience qu'il décrit, jusqu'à 4  $\frac{1}{4}$ , & pendant les quatre minutes suivantes, il s'est fait une diminution d'un quart de pouce. On peut conjecturer qu'il a soumis à l'électricité son gaz alkalin avant de lui avoir laissé prendre la température de l'atmosphère, ou plutôt qu'il a laissé passer un peu d'eau dans le tube; car il a reçu ce gaz de l'esprit de sel ammoniac par la chaleur.

Je ferai voir incessamment que c'est par la combinaison de la mofette & du gaz inflammable, que l'alkali volatil se forme, soit dans la putréfaction, soit dans la distillation; je déterminerai la cause pour laquelle un genre de substance produit des liqueurs spiritueuses, pendant qu'un autre produit de l'alkali volatil; & je développerai les principes desquels dépend ce caractère remarquable qui distingue les substances de nature végétale, de celles qui sont de nature animale.

L'on a aussi observé qu'il se formoit de l'alkali volatil dans quelques opérations de chimie, sur des substances de nature

minérale. Ainsi, Pott rapporte que le zinc traité avec le nitre d'une manière qu'il décrit (*Dissertation sur le zinc*), donne de l'alkali volatil. M. Higgins a dégagé de l'alkali volatil, en broyant avec l'alkali fixe de l'étain précipité spontanément de l'acide nitreux. Il faudroit suivre les détails de ces expériences pour déterminer comment la mofette s'est combinée avec le gaz inflammable; mais il faut remarquer que dans l'une & l'autre il s'est trouvé de l'acide nitreux qui a dû communiquer la mofette.



## OBSERVATIONS

SUR LA COMBINAISON DE L'AIR VITAL  
AVEC LES HUILES.

Par M. BERTHOLLET.

DANS le cours des expériences que j'ai faites avec l'acide marin déphlogistiqué, j'ai observé que les huiles par expression s'épaississoient & prenoient une telle pesanteur qu'elles descendoient au fond de l'eau, quoique la pesanteur spécifique de ce fluide fût augmentée par l'acide marin provenant de la décomposition de l'acide marin déphlogistiqué, dont les vapeurs y avoient été concentrées de la manière qui a été expliquée dans mon Mémoire sur l'esprit-de-vin & l'éther : l'huile essentielle de térébenthine a présenté le même phénomène. J'en ai conclu que les huiles se combinotent avec l'air vital, & que cette combinaison leur donnoit de la consistance & changeoit leurs propriétés. M. Schéele avoit déjà observé que les huiles essentielles s'épaississoient par l'action du gaz acide marin déphlogistiqué.

De-là, j'ai tâché de reconnoître si les huiles pouvoient aussi se combiner avec l'air dans l'état élastique, & si l'air y conservoit ses propriétés, ou s'il formoit quelque combinaison dans laquelle il se trouvât déguisé. J'ai mis de la limaille de cuivre dans un flacon rempli d'huile d'amande douce qui venoit d'être exprimée; je l'ai bouché aussitôt. Le métal n'a point été attaqué, & l'huile n'a point changé de couleur dans un long espace de temps; mais de la même huile exposée à l'air avec un peu de cette limaille, a pris promptement une couleur verte dûe à la dissolution de cuivre. Un pareil mélange exposé dans un vaisseau rempli d'air vital, a pris pareillement une couleur verte, & l'air vital a éprouvé une diminution considérable; enfin la même

Novembre  
1785.

huile, exposée pendant quelque temps à l'air, a, de même que l'huile d'olive, dissous le cuivre sans avoir besoin du contact de l'air.

L'on voit par-là que les huiles ont la propriété de se combiner avec l'air vital, même lorsqu'il est dans l'état élastique; que c'est par le moyen de cet air qu'elles peuvent dissoudre le cuivre; que par conséquent ce métal doit être réduit en chaux pour être tenu en dissolution dans les huiles, de même que pour se dissoudre dans les acides, & que l'air absorbé par les huiles par expression, y conserve les propriétés dissolvantes qui lui sont propres; mais le beurre, le suif, l'axonge & la térébenthine, que j'ai tenus en fusion à une légère chaleur sur la limaille de cuivre, ne l'ont point attaquée. L'air qui peut se trouver dans ces différentes substances, n'y conserve donc plus ses propriétés, mais il y forme probablement quelque acide, par exemple, l'acide sébacé de segner dans les graisses animales.

Cet état différent de combinaison, qui doit avoir également lieu pour le gaz inflammable, le charbon & les autres principes primitifs & secondaires, sert à expliquer ce qui se passe dans plusieurs opérations de la nature; les mêmes principes, en se rapprochant davantage, & en se plaçant, pour ainsi parler, dans une autre sphère d'activité, peuvent produire des composés très-variés. C'est ainsi, par exemple, que l'air vital qui servoit à former l'acide du tartre & de l'acète de potasse, dont j'ai décrit la décomposition (*Mém. de l'Acad. de 1782*), a dû se rapprocher & se combiner avec une partie du gaz inflammable, pour former de l'eau, & avec une partie du charbon, pour former de l'air fixe que j'ai effectivement trouvé combiné avec l'alkali; l'huile épaisse est aussi restée unie avec l'alkali: c'est ainsi que se détruisent des combinaisons & qu'il s'en forme de nouvelles, dans la fermentation & la putréfaction.

La cire a pris, en la fondant avec du cuivre, une belle couleur verte, de sorte qu'elle contient de l'air qui est doué de ses propriétés, mais qui probablement sert à former  
l'acide



l'acide de la cire, lorsqu'on l'expose à l'action de la chaleur. J'ai conjecturé de-là que la cire n'étoit qu'une huile par expression combinée avec l'air vital.

J'ai tenu l'huile d'amande douce sur l'eau en contact avec l'air vital pendant un mois : l'air vital s'est absorbé peu à peu, & il se formoit, dans l'huile, des concrétions blanches qui alloient en augmentant, & qui descendoient sous la partie fluide de l'huile, à la surface de l'eau ; mais dans cette expérience, il est resté une portion d'huile qui m'a empêché de juger des propriétés de la partie qui étoit devenue concrète. J'ai laissé une couche très-mince de cette huile sur de l'eau exposée à l'air atmosphérique pendant plus de trois mois ; peu à peu elle est devenue concrète, très-blanche, & même friable à une température froide, mais elle se liquéfie à une température moins élevée que la cire. J'ai l'honneur d'exposer sous les yeux de l'Académie, cette substance qui me paroît avoir beaucoup de rapport avec la cire. J'ai fait quelques tentatives sur d'autres espèces d'huile, dans l'espérance que je pourrois en trouver quelqu'une qui, exposée long-temps sur de vastes étendues d'eau, pourroit remplacer, à bas prix, la cire dont on fait usage. Mais je n'ai pas jusqu'à présent réussi d'une manière assez satisfaisante, & je supprimerai le détail de mes essais.

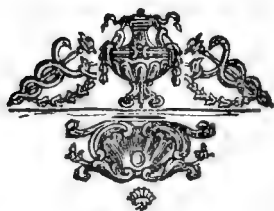
Pendant que l'huile par expression s'épaissit & prend la consistance de la cire, il s'en sépare un mucilage douceâtre qui ne se dissout presque pas dans l'eau ; ce mucilage qui a pu s'épaissir par l'action de l'air, est-il la même chose que le principe doux des huiles que M. Schéele a décrit ? Est-ce à ce principe qu'est dû l'acide saccharin qu'on retire des huiles par l'acide nitreux ?

Puisque la cire contient déjà une quantité considérable d'air vital, elle doit produire moins d'effet dans la combustion, qu'un poids égal d'huile ; toutefois cet effet doit être compensé en partie par la séparation du mucilage dont je viens de parler.

Les huiles éthérées doivent également perdre beaucoup

de leur propriété combustible, lorsqu'elles se changent en résine en se combinant avec l'air vital de l'atmosphère. Les huiles peuvent aussi s'épaissir, parce qu'on les prive d'une partie du gaz inflammable qui entre dans leur composition; c'est ce qui arrive dans la distillation, & c'est ainsi que l'acide nitreux & l'acide vitriolique agissent sur elles.

J'ai fait usage de l'acide marin déphlogistiqué, pour détruire la couleur verte de la cire végétale, qui par-là n'est pas devenue aussi blanche que la cire ordinaire, car elle conserve une teinte jaune; mais elle a pris de la transparence, & elle doit être plus propre à la combustion que lorsqu'elle contient la partie colorante.



## SUITE DES RECHERCHES

## SUR LA

## NATURE DES SUBSTANCES ANIMALES,

*Et sur leurs rapports avec les substances végétales.*

Par M. BERTHOLLET.

J'AI formé depuis long-temps le projet de comparer les produits qu'on obtient par les agens chimiques, des substances végétales & des substances animales, pour déterminer les différences qui les distinguent les unes des autres, & j'ai présenté à l'Académie, en 1779, les premières expériences que j'avois faites sur cet objet; j'espère que celles dont je rendrai compte aujourd'hui, jetteront quelque jour sur cette matière obscure qui exigera des recherches beaucoup plus étendues.

Décembre  
1785.

J'ai prouvé, dans le Mémoire dont je viens de parler, que les substances animales donnoient, lorsqu'on les traitoit avec l'acide nitreux, une quantité plus ou moins considérable d'acide saccharin & d'une huile particulière, & qu'elles laissoient un résidu sur la nature duquel j'ai remis à m'expliquer: j'y ai remarqué que l'alkali volatil qu'on retire des substances animales, se forme dans la distillation ou dans la putréfaction, puisque, s'il existoit dans ces substances, on en retireroit un sel ammoniacal par le moyen de l'acide nitreux avec lequel on les décompose.

Les expériences que j'ai faites depuis ce temps-là sur la nature de l'alkali volatil, m'ont engagé à remonter à sa formation, & à rechercher quelle pouvoit être l'origine des principes qui le composent; comme j'y avois reconnu l'existence de la mofette, je conjecturai que je devois retrouver ce

principe dans les substances qui peuvent former de l'alkali volatil, & j'espérai que je déterminerois par-là une propriété qui distingue essentiellement les substances animales des végétales, & qui doit servir à expliquer plusieurs phénomènes qui en dépendent. Il a fallu pour cela examiner la nature des gaz qui se dégagent des substances animales, lorsqu'on les décompose par l'acide nitreux, & ceux qu'on en retire par le moyen de la distillation ou de la putréfaction. Je ne parlerai cependant pas encore, dans ce Mémoire, du gaz qui se dégage par la putréfaction.

M. Priestley n'a pas oublié d'observer les différences des gaz qu'on obtient des substances animales & des substances végétales, lorsqu'on les traite avec l'acide nitreux; il a remarqué que les premières donnoient une grande quantité d'un gaz semblable à l'air phlogistique, tantôt pur, tantôt mêlé à du gaz nitreux, & toujours accompagné d'un peu d'air fixe. Il ajoute qu'il a observé, dans quelques circonstances, un gaz qui s'abforboit sans précipiter l'eau de chaux, & enfin un gaz de nature inflammable; mais ce célèbre physicien n'a pas cherché à dissoudre parfaitement ces substances; de sorte qu'en continuant son opération, non-seulement il a décomposé une partie de l'acide saccharin qui s'étoit formé, mais il y a lieu de croire qu'il a décomposé, par l'action de la chaleur, une partie des substances animales mises en expérience.

J'ai mis une once de soie avec six onces d'acide nitreux concentré & dégazé, le thermomètre étant à 18 degrés au-dessus de zéro; il s'en est dégagé, sans feu, près de 120 onces mesures de gaz, dont une très-petite partie s'est absorbée dans l'eau de chaux, & en a précipité la terre calcaire; le reste présentoit les apparences de la mofette. Pour m'assurer de sa nature, j'en mêlai une portion avec les proportions d'air vital indiquées par M. Cavendish, & je soumis ce mélange à l'électricité, en suivant le procédé que nous a donné cet illustre chimiste; il fut diminué avec les mêmes apparences

que lorsqu'on se sert, pour cette expérience, de la mofette atmosphérique, de sorte qu'on ne peut douter que le gaz que j'avois obtenu ne fût réellement de la mofette.

La soie étoit entièrement dissoute, & il surnageoit quelques portions de graisse concrète que je séparai : je versai un peu de cette dissolution dans l'eau de chaux, qui ne fut point troublée; mais en y ajoutant une goutte d'acide saccharin, il s'y formoit tout de suite un précipité. Il n'y avoit donc point encore d'acide saccharin de formé : si on sature cette dissolution avec un alkali, il ne s'y fait point de précipité; seulement la liqueur prend une couleur orangée.

Je mis un charbon allumé sous le vase qui contenoit cette liqueur; il se fit promptement une effervescence vive accompagnée de beaucoup de chaleur, & il se dégaga une grande quantité de gaz nitreux, quoique j'eusse éloigné le charbon du vaisseau : l'effervescence étant finie, la liqueur a formé avec l'eau de chaux un précipité abondant de saccharate calcaire. La même expérience répétée sur différentes substances animales, a toujours présenté les mêmes résultats : mais j'entends par *substances animales*, toutes celles qui donnent de l'alkali volatil dans la distillation. Ainsi j'ai retiré la mofette de la partie glutineuse du froment, de la semence du *sinapis nigra*, *Lin*, & de la fécule verte qu'on retire par l'ébullition des suc de plantes, & dont j'avois séparé la plus grande portion de la partie colorante, par le moyen de l'esprit-de-vin. On croiroit, d'après ce que rapporte M. Priestley, que l'on ne retire point de gaz nitreux de quelques-unes de ces substances; mais j'ai toujours observé que ce gaz suivoit le dégagement de la mofette, & que les substances animales en donnoient alors comme les végétales, pourvu qu'on n'employât pas une trop grande chaleur; car alors le gaz nitreux peut être décomposé, comme on le verra plus bas.

Lorsqu'une substance animale a donné sa mofette, si on sature d'alkali fixe l'acide nitreux qui la tient en dissolution,

& qu'on procède à l'évaporation, les premiers cristaux sont d'un jaune rougeâtre & bien formés, la couleur de la liqueur se fonce de plus en plus, & les dernières portions de nitre sont mêlées à une substance brune qui a l'apparence d'un extrait, & qui se dissout très-peu dans l'esprit-de-vin. C'est la substance animale privée de mofette; je n'ai pu la débarrasser suffisamment du nitre pour l'examiner dans cet état.

J'ai traité avec l'acide nitreux plusieurs substances végétales, ainsi que l'avoit fait M. Priestley; elles ont toujours commencé par me donner du gaz nitreux qui étoit mêlé à une portion plus ou moins grande d'air fixe.

Voilà donc un caractère qui distingue ces deux genres de substances; mais la mofette qu'on retire des substances animales, ne peut point être dûe à une décomposition de l'acide nitreux, puisqu'après la mofette on retire une quantité suffisante de gaz nitreux, si on fait l'expérience sans employer trop de chaleur; ce qui prouve que ce n'est qu'alors que l'acide nitreux commence à se résoudre en gaz nitreux & en air vital: celui-ci se combine avec une partie des substances animales, analogue à la matière nutritive des végétaux (a), pour former avec elles de l'acide saccharin. La mofette qu'on retire appartenoit donc aux substances animales; elle en est dégagée par l'acide nitreux qui les dissout, & qui agit ensuite sur elles comme sur les substances végétales.

Il ne faut donc pas confondre la mofette qu'on retire ainsi, avec celle qu'on obtient de quelques dissolutions métalliques par l'acide nitreux: pour ne laisser aucun doute sur l'action de l'acide nitreux, je prie qu'on me permette une discussion sur la nature de cet acide, quoique cette discussion n'offre peut-être rien de nouveau à quelques physiciens. L'acide nitreux, comme l'a prouvé M. Cavendish,

---

(a) Depuis la lecture de ce Mémoire, M. de Morveau a prouvé que c'étoit la partie huileuse du sucre & des autres substances, soit végétales, soit animales, qui formoit la base de l'acide saccharin.

est composé d'air vital & de mofette; lorsqu'on présente à cet acide une substance qui a une certaine affinité avec l'air vital, une grande partie de cet air se combine avec elle, & une autre partie reste unie à la mofette, suivant les loix connues des affinités, & forme le gaz nitreux; mais si l'on décompose l'acide nitreux fortement combiné à une substance, de manière qu'il soit contraint de soutenir un degré de chaleur suffisant, ces deux principes se séparent entièrement: de-là vient que lorsqu'on décompose le nitre par l'action de la chaleur, les dernières portions d'air qu'on retire ne sont pas de l'air vital pur, comme je l'ai fait voir dans mon Mémoire sur la décomposition du nitre (*Mémoires de l'Académie, 1781*); de-là vient encore la mofette qui se trouve mêlée avec l'air fixe, dans la détonation du nitre & du charbon, & dont M. Lavoisier a déterminé les proportions.

On peut facilement séparer l'air vital de la mofette avec laquelle il est combiné dans le gaz nitreux, quoique ces deux principes soient unis plus intimement dans les proportions dans lesquelles ils se trouvent alors, que ne l'est la portion surabondante d'air vital qui constitue l'acide nitreux. Un moyen de faire cette séparation, est d'exposer le gaz nitreux sur une dissolution de soie de soufre; l'air vital est absorbé par le soufre, & forme de l'acide vitriolique, & la mofette reste seule. On peut encore opérer cette séparation par le moyen du pyrophore qui brûle dans le gaz nitreux, mieux que dans l'air atmosphérique; ou enfin par le moyen de l'étincelle électrique, comme l'ont fait M.<sup>rs</sup> Priestley & Van-marum: le dernier a fait cette expérience avec beaucoup de soin, & il a observé que trois pouces de gaz nitreux étoient réduits à un pouce  $\frac{3}{8}$ , & qu'alors il n'avoit plus ni l'odeur ni aucune autre propriété du gaz nitreux; il se forma une poudre d'un jaune-blanchâtre, qui se changea en précipité rouge par la chaleur d'un charbon ardent (*Description d'une très-grande machine électrique, page 118*). Le mercure s'étoit donc combiné

avec l'air vital, & c'est la mofette qui formoit le résidu : ainsi, suivant cette expérience, le volume de la mofette qui existe dans le gaz nitreux, seroit à celui de l'air vital : 11 : 13 ; mais il paroît qu'il s'est reproduit un peu d'acide nitreux qui s'est combiné avec la chaux de mercure, puisque le sel mercuriel qui s'est formé étoit d'un jaune-blanchâtre, ce qui donneroit une plus grande proportion d'air vital. J'ai obtenu une plus petite quantité de mofette en décomposant le gaz nitreux par l'hépar. On peut expliquer par les mêmes principes plusieurs décompositions du gaz nitreux qu'on trouve dans M. Priestley.

Lorsqu'on dissout dans l'acide nitreux une substance métallique qui a beaucoup d'affinité avec l'air vital, & qu'il se produit une grande chaleur dans cette dissolution, ce n'est pas du gaz nitreux qui se dégage, mais de la mofette, parce que tout l'air vital est retenu par la substance métallique ; ou bien, selon les circonstances de l'opération, le gaz qu'on obtient est en partie du gaz nitreux, & en partie de la mofette : telle est l'origine du gaz qu'on retire de la dissolution du zinc par l'acide nitreux. Si la dissolution du fer est rapide ou favorisée par la chaleur, il ne s'en dégage de même que de la mofette pure, ou mêlée à une quantité plus ou moins grande de gaz nitreux : de-là viennent les différences qu'on observe dans le gaz nitreux ; & si on l'a obtenu par le moyen des substances végétales ou animales, il contient de plus de l'air fixe.

Ces considérations nous font voir à quelles inexactitudes est sujette l'épreuve du gaz nitreux, pour déterminer la pureté de l'air par la diminution que ce gaz y produit. Il y a particulièrement, à mon avis, un inconvénient qu'on ne peut éviter, ni par la méthode qu'a donnée M. Lavoisier, ni par celle de M. Cavendish, c'est que l'acide nitreux qui se forme par l'union de l'air vital & du gaz nitreux, dissout plus ou moins de gaz nitreux, selon la température, la qualité de l'air qu'on éprouve, la grandeur de l'eudiomètre & plusieurs



plusieurs autres circonstances; de sorte que la diminution varie en raison de la quantité plus ou moins grande de gaz nitreux absorbé par l'acide nitreux qui vient de se former. Il me paroît, par exemple, que plus la température est froide, plus l'absorption du gaz nitreux est grande, de sorte qu'on attribue une plus grande pureté à l'air, si on l'éprouve en hiver, au lieu d'en faire l'essai dans un temps chaud; ce qu'on peut vérifier sur la plus grande partie des opérations eudiométriques qui ont été faites jusqu'à présent. Ainsi l'épreuve du gaz nitreux ne peut être comparée, pour la précision, à celle de l'hépar, ou du mélange de soufre & de limaille de fer qu'a indiqués M. Schéele, & auxquels on peut substituer toute autre substance qui a la propriété de se combiner avec l'air vital & de le séparer de la mofette.

J'observerai, à l'occasion du soufre & de la limaille de fer, qu'il est facile à présent d'assigner la cause d'un phénomène que M. Priestley a observé, & dont il n'a pas donné l'explication. La limaille de fer & le soufre étant humectés & privés du contact de l'air, donnent du gaz inflammable, au lieu qu'il ne s'en dégage point, s'ils ont le contact de l'air, & alors l'air est diminué: ce mélange s'empare du phlogistique *dans son état naissant*, a dit M. Priestley (*Expériences sur différentes branches de la physique, volume III, section VIII*). Dans le premier cas, l'eau se décompose, son air vital se combine avec le fer & avec le soufre, pour former du vitriol, tandis que son gaz inflammable se dégage; mais s'il y a contact d'air vital ou d'air atmosphérique, le fer & le soufre se combinent plus facilement avec l'air vital qui est libre, qu'avec celui de l'eau; de sorte que la portion pure de l'air atmosphérique est absorbée & il ne reste que la mofette, à moins que la décomposition de l'eau ne commence & ne produise du gaz inflammable.

J'ai expliqué quelques phénomènes qui sont dûs à la décomposition du gaz nitreux; mais il en est d'autres qui

tiennent au contraire à l'affinité de ce gaz avec l'air vital, & dont on n'a pas connu jusqu'à présent la véritable cause.

Si l'on agite du gaz nitreux avec une dissolution de vitriol martial, comme l'a éprouvé M. Priestley (*Expér. & observ. sur diff. branches de la physique, tome I, page 63*), le gaz nitreux s'absorbe, & la dissolution de vitriol devient noire, comme si on y avoit mêlé l'infusion d'une substance astringente. M. Priestley dit que quelques gouttes d'acide nitreux produisent le même effet; mais j'ai observé que l'acide nitreux bien dégazé ne produisoit aucun changement dans la dissolution de vitriol, tandis que la plus petite quantité de celui qui avoit une couleur foncée, produisoit le même effet que le gaz nitreux; j'ai observé aussi que la dissolution de vitriol se troubloit à mesure qu'elle noircissoit, & que par un long repos la partie noire se dépositoit, quoique sa ténuité ne permette pas de la retenir sur un filtre.

Il me paroît que, dans cette expérience, le gaz nitreux enlève une portion d'air vital à la chaux de fer, qui dans cet état ne peut plus être tenue en dissolution dans les acides, & qui est précipitée sous la forme d'éthiops martial: c'est aussi le gaz nitreux surabondant qui produit le même effet, si l'on emploie l'acide nitreux coloré.

Lorsqu'on décompose en partie le nitre par la distillation, le résidu est un sel formé d'alkali & d'acide avec excès de gaz nitreux; c'est ce qu'on a nommé *nitre phlogistiqué*. M. Cavendish a dissous ce sel dans l'eau, il y a ajouté assez d'acide nitreux purifié, pour que l'acidité fût sensible, & il a observé que cette liqueur saline précipitoit la dissolution d'argent, quoiqu'il eût éprouvé qu'elle ne contenoit point d'acide marin. C'est encore au gaz nitreux qu'est dûe cette précipitation, parce qu'il enlève à la chaux d'argent une portion de l'air vital dont elle avoit besoin pour être tenue en dissolution; mais le gaz nitreux ne peut produire cet effet lorsqu'il est seul, il faut la présence de l'alkali qui y contribue par son affinité. J'ai donné dans mon Mémoire sur l'eau régale, plusieurs

exemples de ces affinités qui concourent indirectement à une combinaison : je reviens à mon objet.

Les substances animales, ou plutôt celles qui donnent de l'alkali volatil, contiennent beaucoup de mofette; mais j'ai prouvé dans un Mémoire, que l'alkali volatil étoit une combinaison de mofette & de gaz inflammable; j'ai prouvé d'ailleurs que l'alkali volatil n'existoit point dans les substances animales, mais qu'il étoit formé dans la distillation & dans la putréfaction: si donc je ne retrouve pas la mofette dans d'autres produits de la distillation, je conclurai qu'elle a servi à former l'alkali volatil.

Si l'on excepte l'alkali volatil, il n'y a dans les produits de la distillation des substances animales, que la partie gazeuse où l'on puisse soupçonner que la mofette soit entrée: c'est donc sur elle que mes recherches vont se diriger; je comparerai le gaz qu'on retire des substances animales, avec celui qu'on obtient des substances végétales, des huiles, du charbon, & celui qui se dégage des marais.

Depuis que M. Volta a fait connoître qu'il y avoit une différence remarquable entre le gaz inflammable qu'on retire de la dissolution des métaux, & celui qui se dégage des marais, ou qu'on obtient par la distillation des substances végétales, plusieurs physiciens & chimistes ont fait des expériences sur ces derniers gaz, & ont eu des opinions différentes sur leur nature. M. Volta les a regardés comme possédant une plus grande quantité de phlogistique que le gaz retiré par le moyen des métaux, parce que, à volume égal, ils détruisent une plus grande quantité d'air vital. M.<sup>rs</sup> Buquet & de Fourcroy ont pensé que le gaz des marais n'étoit qu'un mélange d'acide méphitique & de gaz inflammable des métaux (*Journal de physique*, 1779). M.<sup>rs</sup> Neret, Chauffier & Barbier de Tinan, ayant observé que l'huile donnoit beaucoup de gaz inflammable dans sa décomposition, ont attribué à l'huile tout le gaz inflammable qu'on retire de la décomposition des substances végétales & animales, ainsi que le gaz des marais. Enfin M. Sennebier

croit que tous les gaz inflammables sont composés d'une base acide, d'eau & de phlogistique, & qu'ils diffèrent entr'eux par la nature de l'acide & par la quantité du phlogistique.

Mais 1.<sup>o</sup> des explications qui ne portent que sur la quantité du phlogistique, ne peuvent plus satisfaire, depuis les connoissances qu'on a acquises sur la composition de l'eau & sur la nature de l'air fixe & de l'acide nitreux; 2.<sup>o</sup> il me paroît qu'on ne peut pas regarder le gaz intiammable des marais, comme un mélange d'air fixe & de gaz inflammable de l'eau, parce que si cela étoit, il faudroit moins d'air vital pour faire la combustion d'un volume de ce gaz, que pour celle d'un volume égal de gaz inflammable retiré par le moyen des métaux, or c'est tout le contraire qui a lieu; 3.<sup>o</sup> on ne peut pas dire que ces gaz sont toujours formés par l'huile, puisque le charbon en donne pourvu qu'il soit un peu humecté; d'ailleurs il resteroit à expliquer la nature du gaz inflammable huileux; 4.<sup>o</sup> enfin il est bien prouvé que le gaz inflammable des métaux & l'air vital bien pur ne forment que de l'eau sans acide, que lorsqu'il se forme de l'acide nitreux, il est dû à la mofette; & il me paroît que c'est à elle qu'on doit attribuer l'acide que M. Sennebier aura pu trouver dans ses expériences, dans lesquelles il a toujours employé l'air atmosphérique.

J'ai comparé les quantités d'air vital que détruisent, dans leur combustion, les différentes espèces de gaz que je vais nommer, ainsi que les quantités d'air fixe qu'elles produisent & le résidu qu'elles laissent; après cela j'ai déduit les quantités de chaque espèce de gaz inflammable qu'il falloit pour cent mesures d'air vital, en négligeant cependant, dans cette évaluation, les résidus qui ont été à peu-près en même quantité pour toutes les espèces de gaz, excepté celle des marais qui contient manifestement de la mofette. Pour trouver ces proportions, j'ai ajouté, dans un eudiomètre à gaz inflammable, des portions successives d'air vital & du gaz inflammable que j'éprouvois, jusqu'à ce que j'eusse obtenu par la détonation un très-petit résidu, & j'ai

conclu de-là les proportions pour cent mesures de mélange; mais dans cette réduction, j'ai pris les nombres les plus voisins des nombres entiers & des dixièmes, en négligeant les autres fractions; il m'auroit d'ailleurs été possible de trouver des résidus plus petits, en variant encore plus les proportions: ainsi il ne faudra regarder les nombres qui suivront, que comme des résultats très-approchés.

Je vais donner pour exemple les détails d'une de mes opérations :

Quatre mesures de gaz inflammable retiré de la soie par la distillation, & dépouillé de son air fixe par l'eau de chaux, mêlées à trois mesures d'air vital retiré du précipité rouge, ont été réduites, par la détonation,

à ..... 6,6. } air fixe 0,6.  
Après l'agitation à ..... 6. }

Après l'addition d'une mesure d'air vital, & la détonation. .... 4,3. }  
Après l'agitation. .... 3,8. } ..... 0,5.

Une mesure d'air vital ..... 3. }  
Après l'agitation. .... 1,7. } ..... 1,3.

Une mesure d'air vital ..... 2,1. }  
..... 1,3. } ..... 0,8.

Une mesure de gaz inflammable, l'électricité n'a rien produit.

Deux mesures d'air vital ..... 2,8. }  
..... 1,8. } ..... 1.

Une mesure d'air vital, l'électricité n'a rien produit.

Une de gaz inflammable ..... 2,4. }  
..... 1,3. } ..... 1,1.

Quantités employées.	{	Gaz inflammable.....	6 mesures
		Air vital.....	9.
		TOTAL.....	15.

Résidu.....	1,3.
Diminution.....	13,7.
Air fixe produit.....	5,3.

D'où j'ai conclu qu'en suivant la même proportion, tant pour les quantités d'air vital & de gaz inflammable que pour les produits & les résidus, cent mesures de mélange auroient donné le résultat suivant :

Quantités employées.	Gaz inflammable.....	40 mesures
	Air vital.....	60.
	TOTAL.....	100.
Résidu.....		8,6.
Diminution.....		91,4.
Air fixe produit.....		35,4. (a).

C'est de cette manière que j'ai construit la table suivante :

		PROPORTIONS.		RÉSIDU.	DIMINUTION.	AIR FIXE produit.
		G A Z inflammable.	AIR VITAL.			
Gaz inflammable.	des Marais.	40 mesures.	60 mesures.	16 mef.	84 mesures.	29 mef.
	du Charbon.	42.	58.	6,7.	93,3.	25.
	de la Soie.	40.	60.	8,6.	91,4.	35,4.
	du Sucre.	50.	50.	5.	95.	40.
	de l'Huile.	43.	57.	8,5.	91,5.	53,5.

(a) Il me paroît que jusqu'à présent on a mis trop peu de précision dans les expériences par lesquelles on a cherché à déterminer les proportions d'air vital & de chaque espèce de gaz inflammable, qui se détruisent par la combustion ; je vais en donner un exemple. M. Volta dit qu'une mesure de gaz inflammable des marais détruit deux mesures d'air vital, & qu'une de gaz huileux en détruit quatre. M. Sennebier au contraire n'a employé qu'une mesure & demie d'air commun contre deux mesures de gaz du charbon, &c; mais ni l'un ni l'autre n'ont cherché à obtenir le résidu le plus petit.

J'ai déduit de cette table les proportions de chaque espèce de gaz inflammable qu'exigeroient cent mesures d'air vital, & la quantité d'air fixe qui doit résulter de leur détonation; j'ai négligé, dans ce calcul, le résidu, mais je crois qu'il changeroit peu ces proportions, si ce n'est relativement au gaz des marais, parce qu'il est encore composé d'une partie de gaz inflammable & d'air vital, & qu'il contient une portion de mofette qui accompagne toujours l'air vital retiré du précipité rouge.

Il faut remarquer qu'une autre partie de ce résidu est due à l'air qui se dégage de l'eau à cause du vide qu'a produit la détonation. Ce dégagement doit être plus considérable, lorsqu'on est obligé d'agiter long-temps pour faire absorber l'air fixe, & de répéter plusieurs fois cette opération.

	GAZ INFLAMMABLE				
	des MARAIS.	du CHARBON.	de LA SOIE.	du SUCRE.	de L'HUILE.
Air vital, cent mesures.	66,7.	72,4.	66,7.	100.	75,4.
Air fixe, produit. . . .	48,3.	43,1.	59.	80.	93,8.

On peut ensuite conclure la quantité en poids de charbon que contiennent cent pouces cubes de chaque espèce de gaz inflammable: il suffit pour cela de chercher, d'après la table précédente, la quantité de pouces cubes d'air fixe que donneraient, en suivant les proportions de la table, cent pouces cubes de chaque espèce de gaz inflammable qu'on feroit détoner avec la quantité nécessaire d'air vital; & l'on sait, par les expériences de M. Lavoisier, quelle est la proportion du charbon qui entre dans la composition de cent grains d'air fixe; c'est-à peu-près 0,28. De cette manière on aura les proportions suivantes:

	CENT POUCES CUBES DE GAZ INFLAMMABLE				
	des MARAIS.	du CHARBON.	de LA SOIE.	du SUCRE.	de L'HUILE.
Air fixe en pouces cubes.	72,4.	59,5.	88,4.	80.	121.
Air fixe en grains. . . .	50,3.	41,3.	61,4.	60,8.	84.
Poids du charbon contenu dans l'air fixe, & conséquemment dans le gaz inflammable.	14.	11,6.	17,1.	17.	23,5.

L'on peut reconnoître quelle est la quantité d'air vital employé dans chaque expérience à former de l'air fixe, & il est très-vraisemblable que le reste est employé à faire de l'eau ; mais cette considération ne peut avoir lieu pour toutes les espèces de gaz inflammable : le gaz huileux laisse apercevoir d'une manière manifeste, par son odeur pénétrante, qu'il tient en dissolution un acide, quoiqu'on le laisse séjourner long-temps sur l'eau de chaux, & il est probable que les gaz de toutes les substances végétales en tiennent également. De-là vient qu'ils donnent plus d'air fixe que celui du charbon, quoiqu'ils exigent moins d'air vital. Je n'appliquerai donc cette idée qu'au gaz du charbon : cent pouces cubes d'air vital font avec ce gaz 43,1 pouces cubes d'air fixe, & il ne doit entrer qu'environ un volume égal d'air vital dans l'air fixe ; car lorsque l'air vital est changé en air fixe par la combustion du charbon sans le contact de l'eau, il ne se fait qu'une très-petite diminution de volume. Il resteroit donc environ cinquante-six pouces d'air vital qui doivent former de l'eau avec le gaz inflammable aqueux qui entre dans la composition des 72,4 pouces cubes de gaz inflammable du charbon qui ont été employés : or cinquante-six pouces d'air vital exigent près d'un volume double



double de gaz inflammable aqueux. Il faut donc que le gaz inflammable de l'eau se concentre en dissolvant le charbon (a), de sorte que la différence de pesanteur spécifique de ces deux gaz inflammables ne dépend pas seulement du charbon qui est tenu en dissolution, mais aussi de cette concentration.

L'on peut donc se former une idée juste de la nature du gaz charbonneux, qu'on peut regarder comme la base des autres gaz inflammables qui sont retirés des substances animales & des substances végétales. C'est du gaz inflammable de l'eau qui, en se dégageant, a dissous du charbon, & qui en même-temps a éprouvé une contraction dans son volume; de-là vient qu'il ne pèse que trois à quatre fois moins que l'air atmosphérique, qu'il donne de l'air fixe dans sa combustion, & qu'il détruit une plus grande quantité d'air vital que le gaz de l'eau; mais quoiqu'il y ait proportionnellement plus de gaz inflammable dans le gaz du charbon que dans celui de l'eau, la détonation en est cependant beaucoup moins vive; je crois que cette différence dépend de ce que l'eau, en se formant, se trouve unie avec l'air fixe, qui ne lui permet pas de former une vapeur si rare que si elle n'étoit pas combinée.

Les expériences desquelles j'ai déduit les nombres des différentes tables ont été répétées plusieurs fois sur des gaz retirés par différentes distillations, lavés avec soin & conservés plusieurs jours sur l'eau. Les résultats différoient très-peu entr'eux, si ce n'est à l'égard du gaz du charbon qui a exigé des proportions assez différentes d'air vital; dans une expérience, le rapport de l'air vital a été à celui du gaz du charbon:: 3 : 4; dans une seconde:: 5 : 5; & dans celle que j'ai choisie:: 7 : 5; de sorte que le degré de chaleur qu'on emploie pour dégager ce gaz, ou peut-être d'autres circonstances

---

(a) C'est postérieurement à la lecture de ce Mémoire & dans les expériences que nous avons faites sur le fer, M.<sup>rs</sup> Vandermonde, Monge & moi, que nous avons déterminé ensemble cette contraction de volume qu'éprouve le gaz inflammable en dissolvant le charbon; mais j'ai cru pouvoir me permettre de me servir ici de cette observation pour donner une idée plus complète du gaz charbonneux.

modifient les propriétés. J'ai toujours rejeté la première partie du gaz qui passe dans la distillation & qui contient de la mofette que le charbon avoit absorbé de l'atmosphère.

Le but principal que je m'étois proposé dans les expériences que je viens de décrire ; étoit d'examiner si je retrouverois la mofette dans le gaz qu'on obtient de la distillation des substances animales ; mais l'on a vu que le gaz obtenu de la soie , que j'ai prise pour exemple , ne laisse dans la détonation avec l'air vital qu'à peu - près autant de résidu que celui des substances végétales ; d'où il faut conclure que cette mofette est entrée dans la composition de l'alkali volatil : c'est donc à la mofette que les substances animales contiennent, qu'elles doivent la propriété distinctive de donner de l'alkali volatil, & celui qu'on retire en plus ou moins grande quantité de la distillation de la plupart des substances végétales, est dû ou à la partie glutineuse, ou à une partie analogue qui se trouve ordinairement confondue avec la partie purement végétale.

Toutes les fois donc qu'on obtient de l'alkali volatil d'une substance, on peut en conclure qu'elle contenoit de la mofette, & toutes les fois qu'une substance donne de la mofette par le moyen de l'acide nitreux, lorsqu'on la traite avec les précautions indiquées, on peut la regarder comme propre à former de l'alkali volatil dans les circonstances convenables. Ainsi les huiles animales qui donnent toujours un peu d'alkali volatil, lorsqu'on les décompose par des distillations répétées, contiennent de la mofette, & c'est un caractère qui les distingue des huiles végétales qui donnent au contraire de l'acide dans leur décomposition ; mais la graisse épanchée dans le tissu cellulaire des animaux donne un acide dans sa décomposition ; c'est donc avec raison qu'on la regarde comme douée des propriétés des huiles végétales : la partie colorante du bleu de Prusse donne de l'alkali volatil à la distillation, la mofette est donc un de ses principes.

Pour que la mofette forme de l'alkali volatil, il faut

qu'elle se combine avec le gaz inflammable : ce gaz doit être fourni par l'huile qui se trouve toujours en quantité considérable dans les substances animales, ou bien il peut venir de la décomposition de l'eau. Il me paroît probable que c'est à cette décomposition qu'il doit en grande partie son origine, & l'on va voir sur quelles raisons est fondée ma conjecture.

1.<sup>o</sup> L'eau se décompose lorsqu'on fait subir une chaleur considérable à une substance qui en contient & qui a en même temps des parties charbonneuses, comme le prouvent les expériences de M.<sup>rs</sup> Lavoisier & Meusnier, sur la décomposition de l'eau par le charbon; & celles de M. Priestley qui n'a point pu tirer de gaz inflammable du charbon, lorsque celui-ci étoit bien sec & éloigné de toute humidité.

2.<sup>o</sup> Cette décomposition de l'eau doit se faire beaucoup plus facilement & à une chaleur moins considérable, lorsqu'elle est favorisée par l'action combinée d'une substance qui a de l'affinité avec le gaz inflammable, telle que la mofette, de sorte qu'alors la décomposition est l'effet d'une double affinité.

3.<sup>o</sup> Il paroît qu'il existe une certaine quantité d'air fixe tout formé dans les substances animales; car lorsqu'on les décompose par l'acide nitreux, la mofette qu'on en dégage, même sans chaleur, contient un peu d'air fixe, comme on a vu dans le commencement de ce mémoire: cependant on en retire une telle quantité par la distillation, qu'il est au moins très-probable qu'une grande partie est dûe à la décomposition de l'eau; car non-seulement l'alkali volatil qu'on obtient est saturé d'air fixe, mais cet air fait encore plus de la moitié du gaz qu'on retire.

La mofette sert encore à expliquer une différence remarquable qui se trouve entre les substances animales & les substances purement végétales; c'est que les unes sont sujettes à la putréfaction & forment de l'alkali volatil, & les autres produisent de l'esprit ardent lorsqu'elles se trouvent dans des circonstances favorables; dans les premières,

le gaz inflammable se combine avec la mofette; & dans les secondes, il se combine avec la partie sucrée & une huile qui probablement vient elle-même d'une portion de la matière sucrée qui a dû être décomposée (*Mémoire sur l'esprit de vin & sur l'éther*); de sorte qu'il y a dans la putréfaction & dans la fermentation spiritueuse, une décomposition de l'eau dont l'air vital se combine avec une partie charbonneuse, pour former de l'air fixe, pendant que le gaz inflammable passe dans une autre combinaison, pour former de l'alkali volatil ou de l'esprit ardent.

Un autre principe, qui existe probablement dans toutes les substances animales, & qui paroît ne pas se trouver dans les substances purement végétales, c'est l'acide phosphorique. Je me suis servi de deux procédés pour m'assurer de son existence; le premier consiste à dégager, par le moyen de l'acide nitreux, le résidu de l'acide saccharin de toutes les parties sur lesquelles cet acide a de l'action; en chassant ensuite l'acide nitreux, il reste un phosphate calcaire avec excès d'acide, que j'ai réduit en un verre phosphorique: mais sur un grand nombre d'essais, je n'ai réussi que deux fois, c'étoit sur des tendons & sur de la peau; dans toutes les autres expériences, il est resté de l'huile qui formoit un charbon avec le phosphate. C'est l'acide phosphorique que j'ai voulu indiquer dans mon premier mémoire, en parlant du résidu qu'on trouve après avoir séparé l'acide saccharin qu'on forme en traitant les substances animales par l'acide nitreux. Dans le second procédé, après avoir décomposé une substance animale par l'acide nitreux, j'en sépare l'acide saccharin, autant que je le puis; j'étends le résidu dans une suffisante quantité d'eau distillée, je sature ensuite la liqueur avec de l'alkali fixe, elle devient louche; je la fais évaporer jusqu'à ce qu'il ne se forme plus de dépôt; ce premier dépôt est du saccharite calcaire qui m'a paru contenir un peu de phosphate: la liqueur qui surnage étant devenue claire, je la décante ou je la filtre, & alors je la mêle avec de l'eau de chaux;

Il se forme un dépôt beaucoup plus abondant que le premier, & qui est du phosphate calcaire. J'ai reconnu par ce moyen l'existence de l'acide phosphorique, non-seulement dans les parties des animaux, mais aussi dans la partie glutineuse du froment, dans la substance qui accompagne la fécule colorante des végétaux, & dans la semence de *sinapi*. Il est donc probable que c'étoit à la partie animale qu'étoit dû le phosphore que Margraaf a retiré de quelques substances végétales; & il est probable aussi que c'est de ces substances que l'acide phosphorique passe par la nutrition dans les animaux. Ce qui me confirme dans cette opinion, c'est que d'après les analyses du célèbre Rouelle, les urines de vache, de chameau & de cheval, paroissent contenir peu d'acide phosphorique, les deux premières sont même alkales: or ces animaux se nourrissent de végétaux qui contiennent peu de substance animale (b).

Il paroît, d'après les expériences rapportées plus haut, que l'acide phosphorique des substances animales s'y trouve combiné avec de la terre calcaire, mais avec excès d'acide.

L'on retrouve le phosphate dans le charbon des substances animales, mais une partie de l'excès d'acide paroît s'y être combinée avec du fer, pour former de la sidérite, de sorte que ce charbon est une substance très-composée; il retient une partie de la mofette, il paroît contenir un peu de soufre, & l'on y trouve différens sels. L'on conçoit d'après cela d'où vient la difficulté qu'on a de le calciner, c'est-à-dire, de brûler sa partie charbonneuse; mais les charbons de substances végétales ne sont jamais entièrement dépourvus des principes qui entrent dans les charbons de substances animales, parce que les substances végétales dont on se sert pour la combustion, contiennent toutes un peu de substance animale.

---

(b) M. Crell a retiré une certaine quantité de phosphate calcaire du charbon des graisses animales; mais il étoit peut-être dû aux débris du tissu cellulaire retenus dans ces graisses.



# M É M O I R E

## S U R   L E S   C L A V I C U L E S

### E T S U R L E S O S C L A V I C U L A I R E S .

Par M. VICQ-D'AZYR.

Lû  
le 20 Août  
1784.

**D**ANS l'homme , dans le singe , & dans plusieurs quadrupèdes , l'espace compris entre l'extrémité de l'acromion & le sternum , est mesuré par un os d'une seule pièce , appelé *clavicule* ; & les naturalistes ont donné le nom de *claviculés* aux quadrupèdes qui en sont pourvus ; mais ils ont exclu de cette classe plusieurs genres qui doivent y être compris.

C'est en disséquant avec soin les muscles des quadrupèdes , que j'ai trouvé des clavicules dans plusieurs où nul anatomiste ne les avoit encore aperçues. Elles diffèrent de celles que l'on a décrites jusqu'à présent , en ce qu'elles sont plus courtes & irrégulières , en ce qu'elles sont cachées dans l'épaisseur des muscles , & en grande partie ligamenteuses , ce qui fait que dans quelques espèces je ne les ai désignées que sous le nom d'*os claviculaires*.

Il est évident que ces pièces osseuses n'ont pas les mêmes usages que les clavicules proprement dites , dont elles n'offrent qu'une sorte de dégradation ; mais leur existence suffit pour influencer sur la manière dont on range méthodiquement les quadrupèdes. Il me semble qu'il sera nécessaire de les diviser sous ce rapport en trois ordres , dont le premier comprendra ceux qui ont une clavicule complète ; le second , ceux qui ont une clavicule incomplète ou un *os claviculaire* seulement ; & dans le troisième seront placés ceux qui n'ont ni clavicule ni *os claviculaire*.

Je n'ai parlé ici de la clavicule du rat , que parce qu'il m'a semblé qu'elle n'a pas été bien décrite. Je sais que cet os a été vu par les naturalistes.

Lorsque j'ai présenté ce Mémoire à l'Académie, j'ignorois que M. Pallas connoissoit la clavicule du lièvre ; il l'a vue dans le *lepus tolai* (a), pag. 27 ; dans le *lepus alpinus*, pag. 59 ; & dans le *lepus ogotona*, pag. 70 ; mais il n'en a absolument indiqué que la longueur, sans en rien dire de plus.

Nul auteur n'a fait mention de l'*os claviculaire* du chat & du cochon-d'inde. Je l'ai aussi découvert dans la fouine & dans la belette, que l'on a rangées jusqu'ici parmi les quadrupèdes non claviculés ; & je présume qu'on le trouvera dans la plupart des autres fissipèdes.

Les planches contiennent plusieurs détails sur des muscles qui n'ont point encore été décrits.

Dans le rat, l'extrémité antérieure de l'épine de l'omoplate qui répond à l'acromion, est contiguë avec une des extrémités de la clavicule. Ce dernier os est recourbé de manière à former une convexité en devant ; dans sa concavité s'insère le muscle cleido-mastoïdien. Son extrémité sternale est remarquable, parce qu'elle ne s'étend point jusqu'au sternum ; elle se joint à une petite pièce très-courte, dont la consistance est cartilagineuse, & qui est unie au sternum par le moyen d'un ligament. La clavicule du rat est donc formée de deux pièces. Près de l'omoplate, outre les ligamens qui la joignent à l'acromion, on trouve une petite corde ligamenteuse qui l'assujettit avec une apophyse analogue au bec coracoïde.

Rat.

Dans le lapin, la clavicule est beaucoup plus irrégulière. 1.<sup>o</sup> Elle ne se joint point à l'acromion qui en est très-éloigné ; car on doit appeler de ce nom une apophyse bifurquée, qui termine l'épine de l'omoplate en faisant une saillie sur le bord postérieur de cet os. 2.<sup>o</sup> Elle répond à une petite apophyse de l'omoplate, qui, placée au côté interne de l'épaule, tient lieu de bec coracoïde ; elle est formée

Lapin.

---

(a) *Novæ species quadrupedum e glirium ordine, &c. autore Pallas.*  
Erlang. in-4. 1778.

d'un petit os mince, & comme suspendue entre plusieurs muscles; elle est recourbée de sorte que la convexité est en devant & la concavité en arrière: dans cette dernière région s'insère le muscle cleido-mastoïdien & se trouve le bord antérieur du trapèze. Son extrémité scapulaire est formée par une petite tête, tandis que son extrémité sternale est aiguë; un ligament arrondi, très-fort, & dont la longueur égale à peu-près le tiers de la clavicule, l'assujettit avec le sternum. On pourroit regarder la clavicule du lapin comme étant en partie osseuse & en partie ligamenteuse.

Dans le rat & dans le lapin les insertions du sterno & du cleido-mastoïdien, sont très-éloignées l'une de l'autre.

La structure de la clavicule du lièvre est à peu-près la même que celle du lapin (*voyez les planches ci-après*).

Chat.

Dans le chat, la clavicule est encore plus imparfaite; 1.<sup>o</sup> elle est plus éloignée, que dans les autres quadrupèdes, de l'extrémité antérieure de l'omoplate; 2.<sup>o</sup> son extrémité scapulaire est attachée à une apophyse de l'omoplate qui tient lieu du bec coracoïde par le moyen d'un ligament long & très-délié, & son extrémité sternale est unie par un tissu membraneux au sternum. Ce petit os occupe à peu-près les deux tiers de l'espace compris entre la pointe de l'épaule & l'extrémité antérieure de la région sternale. Il est situé dans l'épaisseur du muscle commun à la tête, à l'encolure, & au bras & du muscle cleido-mastoïdien.

Cochon-  
d'inde.

On trouve dans le cochon-d'inde un petit os qui a la même forme & la même structure (*voyez les planches ci-après*).

Le muscle sterno-mastoïdien, le bord antérieur du trapèze, le deltoïde & le muscle commun du bras, forment dans les quadrupèdes un triangle, le long du bord inférieur duquel la clavicule est toujours placée. C'est d'après cette observation, qu'en cherchant dans un chien de taille moyenne les traces de la clavicule, j'ai observé dans le triangle que je viens de décrire, une ossification irrégulière ayant plusieurs angles au milieu du tissu cellulaire, & qui s'étendoit de la portion du bord antérieur du muscle commun à la tête



tête & au bras, qui est contiguë au grand pectoral & au muscle commun du bras, vers le sternum.

*Suc. ou liqueur gastrique.*

Dans le chien, l'œsophage est la source d'une partie de la liqueur gastrique; on en voit sortir d'un grand nombre de glandes placées, sur-tout vers le bas de ce conduit.

EXPLICATION DES PLANCHES.

P L A N C H E P R E M I È R E.

*Figure première.* Elle représente l'omoplate, l'humerus, & la clavicule du rat.

1. L'omoplate.
- a. L'os humerus.
- b. La fosse ant-épineuse.
- c. La fosse post-épineuse.
- K. L'épine de l'omoplate.
- D. L'apophyse acromion.
- e. Échancrure qui se trouve dans l'épine de l'os omoplate, dont la cavité est dirigée en avant.
- f. Extrémité articulaire & acromiale de la clavicule.
- g. Extrémités sternales de la clavicule adhérente à un ligament.
- h. Ligament qui unit l'extrémité sternale de la clavicule au sternum.

En o est une portion cartilagineuse qui termine la clavicule dans cette extrémité.

*Figure seconde.* Elle représente la clavicule du rat en place, & ses rapports avec les muscles qui s'y attachent ou qui l'environnent.

1. Le muscle masseter.
2. Le ventre antérieur du muscle digastrique, qui est beaucoup plus considérable que le postérieur. Ce ventre antérieur remplit entièrement l'espace que laissent en devant les deux branches des os maxillaires réunis.
3. Les muscles sterno-tyroïdiens, & le sterno-hyoïdien.

4. Le muscle sterno-mastoïdien. Ce muscle est obliquement situé entre le sternum & la region auriculaire, il s'attache à la portion pierreuse des tempes, à côté du cleido-mastoïdien dont il est parfaitement distinct.
5. Le muscle cleido-mastoïdien qui de la clavicule se porte à l'os des tempes.
6. Portion musculaire qui se trouve au bord interne du trapèze, & qui va se diriger obliquement en dedans vers le cou.  
C'est le muscle acromio-cervical, on le voit dans plusieurs autres quadrupèdes.
7. Le muscle trapèze.
8. Le muscle deltoïde.
9. Articulation de la clavicule avec l'apophyse acromion.
10. La clavicule.
11. Le grand pectoral.
12. Extrémité, ou articulation sternale de la clavicule. On sent le cartilage qui la termine & le ligament qui la maintient.
13. Les muscles extenseurs de l'avant-bras.
14. Le muscle biceps brachial, que j'appelle *radio-scapulaire*.
15. Muscles de l'avant-bras.

## P L A N C H E S E C O N D E.

On y voit la clavicule du lapin, en place, & les muscles qui s'y attachent & qui l'environnent.

- a. a. Clavicule du lapin, ou os claviculaire.
3. Extrémité sternale de la clavicule, à laquelle est adhérent un ligament qui se continue jusqu'au sternum.
4. Extrémité de ce ligament qui d'une part s'attache à la clavicule, & de l'autre s'implante sur le sternum.
5. Extrémité acromiale de la clavicule qui se trouve appuyée sur le tendon brachial de l'ant-épineux.
- B. B. Le muscle commun au bras, à l'encolure, & à la tête, ou portion moyenne du deltoïde, dans l'épaisseur duquel se trouve la clavicule. Ce muscle s'insère à l'apophyse basilaire avec le muscle qu'on voit en *ccc*.

- C C.* Le muscle cleido-mastoïdien qui se trouve au côté interne du précédent.
- d d.* Le muscle sterno-mastoïdien.
- e e e e.* Le muscle acromion basilaire. Ce muscle s'attache à la petite apophyse grêle de l'acromion qui est dirigée en arrière. Il se porte vers la région basilaire en se réunissant avec le muscle commun au bras, à l'encolure & à la tête.
- f f f f.* Le paucier divisé & renversé pour faire voir les autres muscles.
- g g.* Portion du muscle grand pectoral.
- h h h.* Le muscle commun du bras, ou portion interne du deltoïde.
- i.* Le muscle masséter.
- K.* Le muscle ant-épineux.
- L L.* Le muscle abducteur du bras, ou portion externe du deltoïde.
- m m.* Les muscles extenseurs de l'avant-bras.
- n n.* Portion du muscle trapèze.
- o.* Tubérosité externe de l'*humerus*.
- p.* Corps de l'*humerus*.
- q.* Cartilage de l'oreille.
- r r.* Veine jugulaire interne.
- s s.* Veine céphalique.
- t t.* Nerfs cervicaux.

## P L A N C H E T R O I S I È M E.

*Figure première.* Elle représente la clavicule du lièvre avec les muscles qui s'y attachent & qui l'environnent.

- 1.* Le muscle masséter.
- 2. 2.* La veine jugulaire externe, sa division près de la branche de la mâchoire postérieure.
- 3.* Les muscles sterno-tyroïdiens, & le sterno-tyroïdien.
- 4.* Le muscle sterno-mastoïdien.
- 5.* Région profonde du cou.
- 6.* Le cleido-mastoïdien, ou portion cervicale du muscle commun au bras, à l'encolure & à la tête.
- 7. 7. 7.* Les tégumens renversés.

8. Muscles de la partie postérieure du cou.
9. Le muscle acromio-cervical.
10. 10. Portion osseuse de la clavicule.
11. Ligament qui s'insère à la clavicule & au sternum.
12. Extrémité acromiale de la clavicule.
13. Portion inférieure du muscle commun à la tête, à l'encolure & au bras, ou portion moyenne du deltoïde.
14. Muscle commun du bras, ou portion interne du deltoïde.
15. Le muscle grand pectoral.
16. Les muscles antérieurs du bras.
17. Muscles extenseurs de l'avant-bras.
18. Muscles de l'avant-bras.

*Figure seconde.* On y voit l'omoplate & la clavicule du lièvre.

1. Fosse ant-épineuse.
2. Fosse post-épineuse.
3. 4. L'épine de l'omoplate.
5. L'acromion.
6. Apophyse acromiale.
7. 7. Angle inférieur ou glenoïdal de l'omoplate.
8. 8. Extrémité supérieure de l'os *humerus*.
9. L'os *humerus*.
10. Ligament qui de l'apophyse acromiale passe sur l'*humerus*, & va s'implanter à la clavicule.
11. La continuation du ligament précédent qui passe sur l'*humerus*.
12. 12. La clavicule.
13. Ligament qui se dirige antérieurement de la clavicule vers le sternum.

#### P L A N C H E Q U A T R I È M E.

*Figure première.* Ici l'on a dessiné la clavicule du cochon d'inde, & les muscles qui s'y attachent ou qui l'environnent.

1. Le muscle masseter.
2. Le ventre antérieur du digastrique.
3. Tendon moyen du muscle digastrique.
4. Le muscle sterno-hyoïdien.
5. La trachée-artère.

6. Le muscle sterno-mastoïdien.
7. 7. Le muscle acromio-basilaire.
8. Le muscle commun au bras, à l'encolure & à la tête, ou portion cervicale de la partie moyenne du deltoïde; c'est le cleïdo-mastoïdien.
9. La portion brachiale du muscle commun au bras, à l'encolure & à la tête.
10. Os claviculaire ou portion moyenne & osseuse de la clavicule qui se trouve dans l'épaisseur du muscle commun au bras, à l'encolure & à la tête.
11. Portion cervicale du grand dentelé.
12. Le muscle commun au bras, ou portion interne du deltoïde.
13. Le muscle trapèze.
14. Le grand pectoral.
15. Les extenseurs de l'avant-bras.

*Figure seconde.* On y voit l'omoplate, la clavicule & l'os du bras du cochon d'inde.

- a L'omoplate.
1. La fosse ant-épineuse.
2. La fosse post-épineuse.
3. L'épine de l'omoplate.
4. L'apophyse acromion.
5. L'apophyse acromiale.
6. L'angle glénoïdal de l'omoplate.
7. Extrémité supérieure ou articulaire du bras.
8. Ligament qui de la tubérosité externe de l'*humerus* se porte vers la clavicule.
9. La clavicule ou os claviculaire.
10. Ligament qui de l'extrémité de la clavicule se porte au sternum.
11. L'os *humerus*.

## PLANCHE CINQUIÈME.

*Figure première.* On y voit la clavicule du chat, & les muscles qui s'y attachent & qui l'environnent.

1. 1. Muscles milo-hyoïdiens.
2. Raphé des muscles milo-hyoïdiens.

3. 3. Les muscles géni-hyoïdiens.
40. 40. Les muscles hyoglosses.
4. 4. Les muscles stilo-hyoïdiens.
5. 5. Ventres antérieurs des deux muscles digastriques.
6. 6. Intersection tendineuse des muscles digastriques, qui tient lieu du tendon moyen.
7. 7. Ventres postérieurs des muscles digastriques.
8. 8. Les muscles masseters.
9. Le larynx.
10. 10. Les muscles sterno-hyoïdiens.
11. 11. Les muscles sterno-thyroïdiens.
12. 12. Les muscles sterno-mastoïdiens.
13. Réunion des muscles sterno-mastoïdiens. Ces deux muscles sont réunis au sternum dans l'étendue d'un pouce & demi, leurs fibres paroissent s'y croiser.
14. 14. Les muscles profonds du cou, du côté gauche.
15. 15. Le muscle cleïdo-mastoïdien, dont l'insertion supérieure à l'os temporal est cachée par le tendon du sterno-mastoïdien.
16. 16. Le muscle acromio-cervical.
17. La portion cervicale du muscle commun au bras, à l'encolure & à la tête. Cette portion qui répond à la partie moyenne du deltoïde, monte le long du cou & va s'insérer à l'occipital comme le trapèze, où ces deux muscles forment ensemble une sorte de capuchon.
18. 18. Suite de la portion moyenne du deltoïde, ou portion brachiale du muscle commun à l'épaule, à l'encolure & à la tête. On a conservé ici, comme dans les autres articles, le nom donné à ce muscle dans le cheval, par les anatomistes vétérinaires. (*Voyez les Éléments de M. Bourgelat*).
19. 20. Portion du muscle commun à l'épaule, à l'encolure & à la tête. Cette portion se rétrécit & se termine par un tendon qui s'insère à l'avant-bras du panicle charnu.
21. Portion externe du deltoïde, ou muscle long abducteur du bras.
22. Le muscle commun du bras, ou portion interne du deltoïde.

23. 23. Portion du panicule charnu qui s'étend jusqu'en 24, 25.

24. 25. Portion du panicule charnu qui se rétrécit & qui s'insère à l'avant-bras, au côté interne du muscle commun au bras, à l'encolure & à la tête.

30. La pointe que font, en se réunissant sur les muscles sterno-mastoïdiens, les deux muscles communs du bras.

27. 28. 29. Étendue du muscle grand pectoral.

31. 32. 33. On y voit la clavicule à nu après avoir enlevé une couche de fibres du muscle commun au bras, à l'encolure & à la tête. On voit en 31 son extrémité scapulaire un peu arrondie; en 32 son extrémité sternale un peu moins volumineuse que la scapulaire; en 33 est la concavité qu'elle forme en devant.

34. 35. 36. La clavicule du côté droit cachée dans l'épaisseur de la chair des muscles communs à la tête, à l'encolure & au bras, & cleïdo-mastoïdien; elle y est indiquée par une ligne blanche oblique & peu marquée, qui en montre la trace.

*Figure seconde.* La clavicule du chat, seule & dégagée des muscles.

1. Extrémité scapulaire & arrondie.

2. La concavité qu'elle forme en devant.

3. 4. Son extrémité sternale, plus petite que la scapulaire, ou acromiale qu'on voit en 4.

5. La convexité qu'elle forme en arrière.

*Figure troisième.* L'omoplate, la clavicule & l'os humerus du chat.

1. Extrémité sternale de la clavicule.

2. Sa concavité dirigée en devant.

3. Son extrémité acromiale un peu arrondie, & qui adhère à un ligament.

15. 16. 17. 6. 7. L'omoplate.

5. 5. Ligament qui unit la clavicule à l'omoplate, en s'étendant à une apophyse 18, qu'on trouve à son angle articulaire. Cette éminence semble tenir lieu de l'apophyse coracoïde.

6. Fosse ant-épineuse.

7. Fosse post-épineuse.

8. Petite éminence voisine de l'apophyse coracoïde.

17. 19. L'épine de l'omoplate en 17, est la facette du trapèze; en 10, est l'acromion proprement dit.

10. Extrémité de l'apophyse acromion, beaucoup plus courté que celle du lapin & du lièvre; l'échancrure qu'elle forme est aussi beaucoup moins grande dans le chat que dans les quadrupèdes.
9. L'apophyse acromiale de l'épine de l'omoplate.
11. Tubérosité interne de l'*humerus*.
12. Capsule articulaire qui revêt l'articulation de l'*humerus* avec l'omoplate.
13. L'os *humerus*.
14. Condyles de l'os *humerus*.



OBSERVATION



Fig. 2

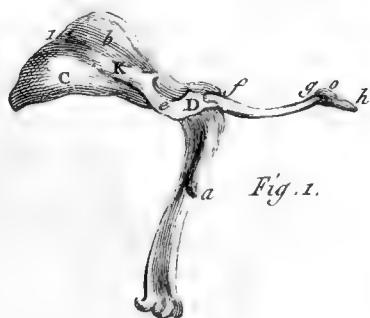
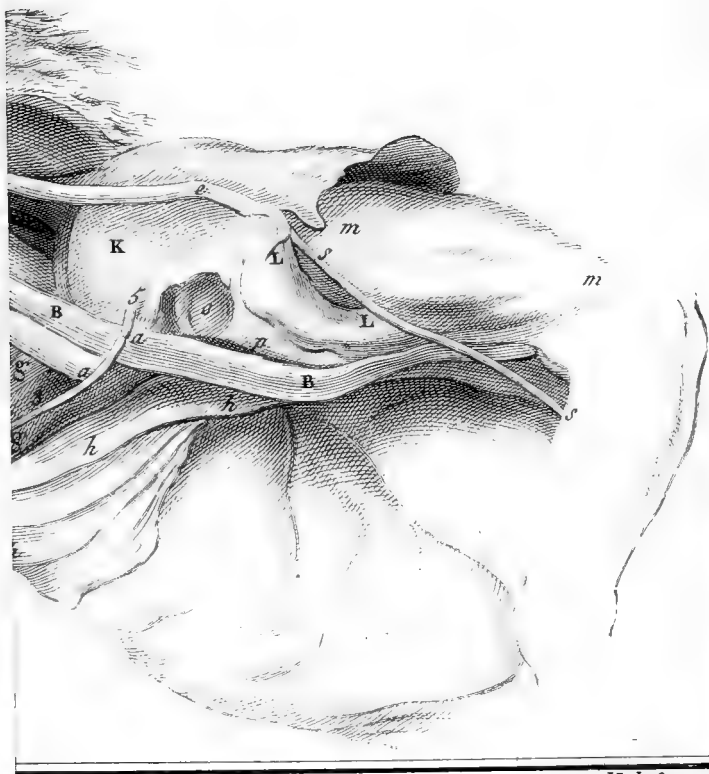
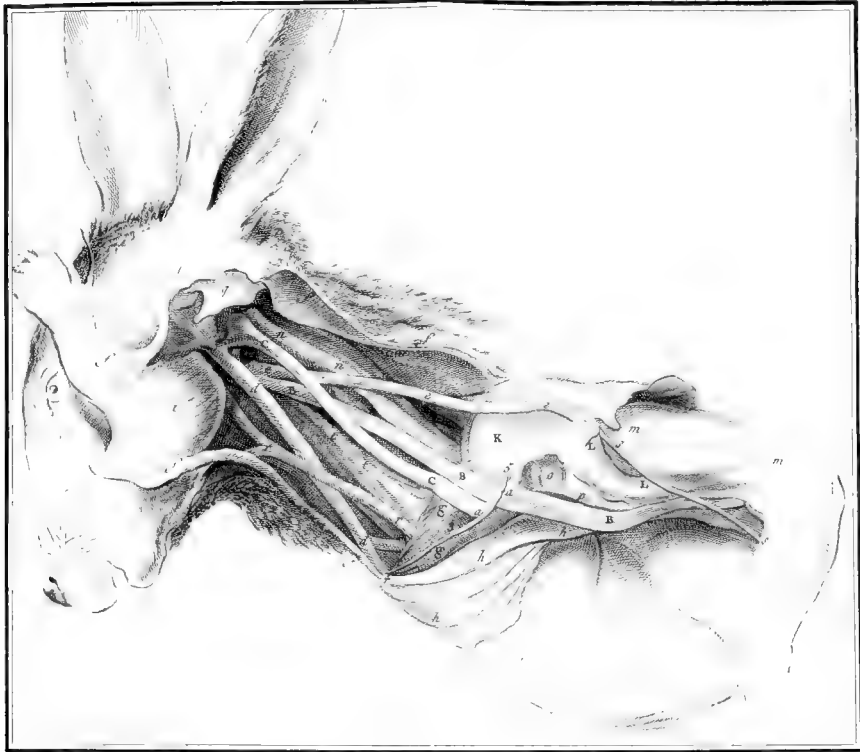


Fig. 1.





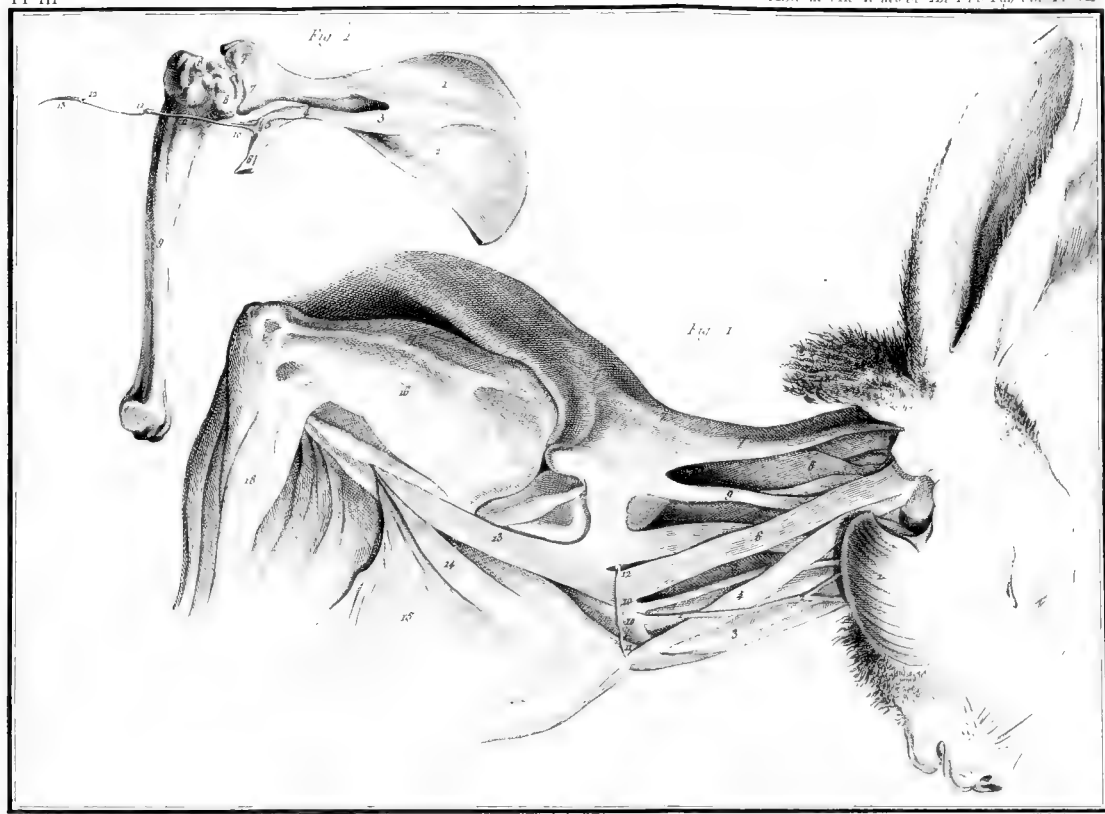


Dessiné par

Y. le Comte de

*Fig. 1.*





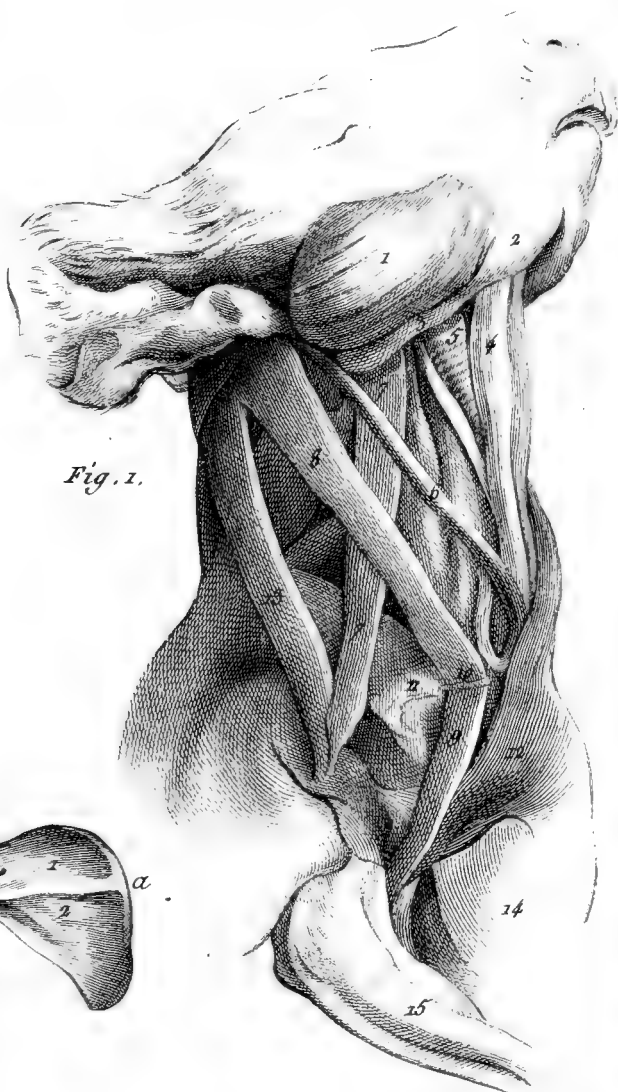


Fig. 1.

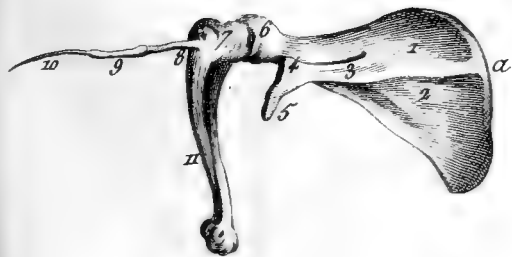


Fig. 2









Bricaut del

J. le Rouge sc

*OBSERVATION*  
*SUR L'EFFET DU TONNERRE,*  
*À RAMBOUILLET, LE 2 AOÛT 1785.*

Par M. L'ABBÉ TESSIER.

**L**E 2 Août, à six heures précises du matin, le ciel étant peu couvert, le tonnerre est tombé à Rambouillet, sur une des écuries où étoient les chevaux de MONSIEUR, frère du Roi. Deux palefreniers ont été blessés légèrement, l'un au bras & l'autre à la cuisse. Le mal apparent consistoit dans une impression de rougeur, avec quelques boutons qu'on auroit pris pour des boutons d'érésipèle. Les palefreniers se sont plaints d'un engourdissement douloureux dans les extrémités; celui qui étoit blessé à la cuisse a cru quelques instans qu'il avoit la moitié du corps paralysée. Un troisième palefrenier a été atteint d'un mal de tête violent, il a eu même la vue troublée pendant quelques jours. Un quatrième s'est évanoui, vraisemblablement de frayeur. Nous avons fait saigner du bras les deux premiers, & le troisième du pied, environ six heures après l'événement: le mal n'a eu aucunes suites.

Les chevaux de l'écurie étoient au nombre de trente-deux; trente ont été renversés en même temps, il n'y en a eu que deux qui soient restés sur leurs pieds; peut-être ces derniers ont-ils été épargnés par la foudre, ou n'ont-ils reçu que de foibles commotions: on a eu bien de la peine à faire relever ceux qui étoient tombés; une jument a été tuée roide, une autre a eu la moitié de la tête paralysée, & n'est morte que le lendemain. Forcé de m'absenter ce jour-là, je n'ai pu la faire ouvrir pour constater sur-tout l'état de la tête: ce qu'il y a de certain, c'est que les muscles d'un des côtés de la face étoient sans mouvement, tandis que ceux du côté opposé pouvoient se contracter. L'animal

*Mém. 1785.*

Z z

dont le corps n'étoit point affecté, faisoit sans cesse des efforts pour se tenir debout, mais le poids de sa tête le précipitoit à terre malgré lui.

Une troisième jument a eu toute la journée la tête très-lourde, elle avoit bien de la peine à la tenir élevée; quelques saignées l'ont soulagée; elle est maintenant en bon état.

J'ai fait ouvrir la bête tuée roide par le tonnerre, son estomac & ses intestins étoient d'un volume six fois plus considérable que dans l'état naturel: il s'en est dégagé, en les perçant, une grande quantité d'air qui n'étoit pas infect; ce qui n'est pas étonnant, puisqu'il n'avoit pas séjourné sur des matières putrides. Les vaisseaux situés au-dessous du cœur, tels que l'aorte descendante & les autres, étoient la plupart flasques; mais ceux du cou & de la tête se trouvoient gorgés d'un sang noir, presque coagulé: le cadavre d'un homme tué dans une circonstance pareille, m'avoit présenté les mêmes phénomènes quelques années auparavant. On m'a assuré qu'un des palefreniers blessés, qui étoit dans l'écurie, est aussi tombé en même temps que les chevaux; il m'a dit qu'il avoit été *comme terrassé*, sans pouvoir exprimer autrement l'impression du tonnerre: ses deux camarades étoient alors dans la sellerie, bâtiment qui étoit à côté de l'écurie; le plus maltraité se trouvoit placé le long du mur derrière lequel a été tuée la jument. J'ai connu un fermier qui reçut une forte commotion à la tête, étant couché dans une chambre, au moment où le tonnerre tomba sur un arbre qui étoit séparé de lui par un pan de muraille sans fenêtre.

Plusieurs chevaux avoient les jambes de devant sillonnées en zigzag, sans qu'il y eût de poils grillés.

Le tonnerre est tombé sur le haut du toit de l'écurie, du côté du midi, il n'a emporté que quelques tuiles; il est entré dans le grenier rempli de paille jusqu'au faite, il a fracassé un arc-boutant de la charpente, il est descendu perpendiculairement le long du montant, jusqu'à une tra-

verse qu'il a suivie horizontalement; il s'est arrêté à une pièce de bois sur laquelle est appuyée une panne : l'arc-boutant, le montant & la traverse ont été hachés sans être noircis.

Vers le nord, le tonnerre a cassé des tuiles, depuis la faite jusqu'à l'égout, & a réduit en copeaux un chevron dans toute sa longueur; il est entré dans l'écurie dont la porte étoit ouverte, il en a même brisé un morceau; puis il paroît qu'il s'est divisé à droite, à gauche & en avant. A gauche, un crampon de fer qui fixoit le râtelier, a été décloué & soulevé; la jument qui a été maltraitée & s'est rétablie, étoit à l'extrémité de ce rang. A droite, il a dégradé une petite partie de la muraille, dont il a bruni une pierre; la jument tuée roide étoit la dernière de ce rang. Enfin c'étoit vis-à-vis la porte qu'étoit attachée la bête qui a eu d'abord la moitié de la tête paralysée, & est morte le lendemain.

Je présume que telle a été la marche du tonnerre, d'après l'inspection du local & l'examen des effets. On observera que la mangeoire, dans toute son étendue, est bordée d'une bande de fer destinée à la rendre plus solide & à empêcher les chevaux de *tiquer*; cette bande a sans doute servi de conducteur au tonnerre. Il n'y a de marques de brûlure nulle part; on ne peut douter que le tonnerre n'ait traversé beaucoup de paille, puisqu'il a haché des pièces de bois qui en étoient recouvertes, & qui n'avoient pas changé de couleur. Dans une occasion semblable, j'ai vu des chevrons entièrement noircis par le tonnerre, qui les avoit brisés sans mettre le feu aux lattes, ni à la couverture, quoiqu'elle fût de chaume.



## R E M A R Q U E S

## SUR L'OPPOSITION

## DE LA NOUVELLE OU SEPTIÈME PLANÈTE,

à l'égard du Soleil.

Par M. LE MONNIER.

La  
le 12 Janvier  
1785.

QUOIQUE cette planète n'ait été observée que trois à quatre jours après l'opposition, savoir, le 7 Janvier, cependant sa longitude géocentrique est facile à réduire à celle qui auroit été vue, l'œil étant placé au centre du Soleil, c'est-à-dire, à ce qu'on nomme communément la *longitude héliocentrique*.

L'étoile  $\delta$  des Gémeaux a suivi au méridien la planète qui y a passé de temps vrai à  $1^h 43' 04''$ , de  $1^d 19' 34''$  à  $35''$ . La distance apparente au zénith étoit  $25^d 43' 30''$ , ce qui donne, sous la latitude de mon observatoire, une déclinaison boréale de  $23^d 08' 10''$ . Or en ayant déduit la longitude visible de la nouvelle planète, on la trouve de  $104^d 13' 25'' \frac{1}{3}$ , sa latitude boréale fera  $0^d 25' 56''$ .

Comme la nouvelle planète découverte en Mars 1781, a été comparée constamment les années suivantes à l'étoile *H* ou *propus* qui passoit à même hauteur au méridien, je n'ai pas négligé de comparer aussi cette même étoile à  $\delta$  des Gémeaux, & je trouve entre les passages des deux étoiles,  $1^h 16' 12'' \frac{3}{4}$ , qui valent  $19^d 3' 10''$  à  $12''$ . L'étoile  $\delta$  a paru aux mêmes temps plus au sud, de  $0^d 53' 47'' \frac{1}{2}$ , ce qui facilitera désormais pour deux à trois autres années les comparaisons de la nouvelle planète avec  $\delta$ : en effet, elle s'éloigne trop de *propus* & s'abaisse déjà sensiblement au-dessous du parallèle à l'équateur qui passe par cette

première étoile, à laquelle nous l'avons ici tant de fois comparée.

Il y a bien encore au nord de  $\Delta$  des Gémeaux, une étoile de la septième grandeur, placée sous le parallèle de *propus*, & à laquelle j'ai comparé la nouvelle planète lors de sa dernière quadrature, les 13 & 15 Octobre 1784. Comme les quadratures observées donnent très-bien les distances des planètes supérieures, il ne sera pas inutile d'en rapporter ici les observations faites à  $5^h 55' 35'' \frac{1}{2}$ , &  $5^h 48' 11'' \frac{1}{2}$ , lorsque le 15 au matin l'ascension droite apparente étoit  $107^d 51' 00''$  ou  $2'' \frac{1}{2}$  : sa déclinaison  $25^d 51' 27'' \frac{1}{2}$ .

J'ai donc trouvé par  $\Delta$ , le 13 Octobre au matin, l'ascension droite apparente de la nouvelle planète, de  $107^d 50' 10''$ , & sa déclinaison boréale apparente,  $25^d 51' 10''$  ou  $12'' \frac{1}{2}$ . Mais l'étoile qui est au nord de  $\Delta$ , de  $0^d 58' 45''$ , passe  $0^h 3' 15'' \frac{1}{2}$  (qui valent  $0^d 48' 52'' \frac{1}{2}$ ), après cette grosse étoile; on aura donc la facilité de vérifier encore cette même étoile, relativement à la principale  $\Delta$ , indépendamment de ce qui en est désigné au catalogue de Flamsteed: celui-ci donnoit en 1690, pour différence en déclinaison,  $0^d 59' 35''$ , & réduisant à 1785  $0^d 59' 12'' \frac{1}{2}$ .

Mais pour revenir à notre dernière quadrature, le 13 Octobre au matin à  $5^h 55' 35'' \frac{1}{2}$  de temps vrai, la nouvelle planète a suivi l'étoile qui est au nord de  $\Delta$ , de  $49''$  de temps, & paroissoit  $0^d 29' 30''$  à  $32'' \frac{1}{2}$  plus au sud; ensuite à  $5^h 48' 11'' \frac{1}{2}$ , le 15 au matin, elle a suivi de  $52'' \frac{1}{4}$  & paroissoit  $29' 20''$  plus au sud. Enfin, le 7 Janvier dernier, après l'opposition au Soleil, la planète a précédé au méridien la même étoile  $x$  de la septième grandeur, de  $0^h 8' 34'' \frac{1}{2}$ , & paroissoit plus au sud de  $0^d 12' 35''$  seulement.



## E X T R A I T

*D'une Lettre écrite de Bagdad, du 23 Février  
1783, par M. André Michaux, Botaniste,  
allant à Ispahan.*

Par M. LE MONNIER.

Lû  
le 30 Juillet  
1785.

J'AI fait, en 1779 & 1780, au château de Meudon, ainsi qu'au haut du réservoir de Vilbon, les expériences du baromètre purgé d'air, avec un botaniste, à qui je remis pour son voyage un astrolabe parfaitement divisé par Sevin, célèbre artiste du dernier siècle : je l'avois exercé sur diverses observations astronomiques & physiques, conjointement avec mon frère. J'ai appris l'accident fâcheux arrivé à son baromètre par l'infidélité d'un Arménien, précisément lorsqu'il étoit hors des dangers & au-delà des montagnes dans sa route à Bagdad, où il est arrivé le 21 Novembre 1782. Il m'envoie les observations météorologiques du mois de Décembre & du mois de Janvier de cette année-ci. Il regrette de n'avoir pas un plus grand nombre d'instrumens d'astronomie pour son voyage en Perse, ne lui restant que deux thermomètres & sa boussole.

Bagdad, suivant nos tables astronomiques & géographiques modernes, est par  $33^{\text{d}} 21'$  de latitude, &  $2^{\text{h}} 45^{\frac{1}{2}}$  ou  $46'$  à l'est du méridien de Paris. Les observations qui suivent ne donnent guère que  $33^{\text{d}} 15^{\frac{1}{2}}$ . En voici les principales faites à l'astrolabe qui a été garni d'un arc de Nonius ou de *Vernier*, à son alidade.

		<i>Hauteurs du centre du Soleil,</i>	<i>Latitudes conclues.</i>
Janvier	24.	$37^{\text{d}} 40'$ . . . . .	$33^{\text{d}} 11' \frac{2}{5}$ ,
Février	3.	$40. 25.$ . . . . .	$33. 08 \frac{1}{5}$ .
	7.	$41. 25.$ . . . . .	$33, 11 \frac{3}{4}$ .



		<i>Hauteurs du centre du Soleil.</i>	<i>Latitudes conclues.</i>
Février	{ 10.	42 <sup>d</sup> 30' .....	33 <sup>d</sup> 14' $\frac{1}{2}$ .
	{ 15.	44. 10. ....	34. 14 $\frac{3}{4}$ .
	{ 20.	45. 55. ....	33. 15 $\frac{3}{5}$ .

La boussole dont notre voyageur s'est servi, étoit en erreur d'un degré cinq minutes à l'ouest, lorsqu'elle fut vérifiée à Paris. Or à Bagdad, le 22 Janvier, déclinaison 11<sup>d</sup> ouest; l'aiguille a 4 pouces ou environ, le 28 Janvier, déclinaison 11 degrés ouest.

Le thermomètre exposé au nord 36 pieds au-dessus du Tigre, n'est descendu qu'à la congélation, les 8 & 9 Janvier 1783.

## CONJONCTION DE LA LUNE AUX PLÉIADES,

*Observée le 13 Décembre 1785.*

Par M. LE MONNIER.

A 9<sup>h</sup> 59' 00"  $\frac{1}{3}$  de temps vrai, le premier bord de la Lune a précédé  $\pi$  des pléiades, au quart-de-cercle mural, de 0<sup>h</sup> 8' 59"  $\frac{1}{5}$  = 2<sup>d</sup> 14' 41"  $\frac{1}{2}$ : les bords supérieurs & inférieurs de la Lune étoient distans du zénith de 25<sup>d</sup> 47' 50", & 25<sup>d</sup> 14' 35"; ce qui donnoit pour le centre 25<sup>d</sup> 31' 10" à 15". Or, la luisante  $\pi$  des pléiades a paru distante du zénith à son passage au méridien, de 25<sup>d</sup> 25' 40"; en sorte qu'il n'y a nulle correction à faire pour la différence en ascension droite des deux astres qui ont passé à même hauteur sensible au plan du quart-de-cercle mural. Cela doit arriver, soit que ce plan soit défectueux, soit qu'il donne les passages au méridien 3" à 4" trop tard, comme il a été vérifié aux deux derniers solstices d'été par les hauteurs correspondantes du Soleil.

Lû  
le 14 Déc.  
1785.

J'ai aussi observé les passages au méridien, de quelques-unes des pléiades, comme il suit :

<i>g</i> a précédé $\eta$ de $0^h 2' 41'' \frac{1}{4}$ . . . . .	Voy. ma Figure, <i>Mém. de 1748</i> .
<i>b</i> . . . . .	$0. 2. 35 \frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ , à distance du zénith de $25^d 25' 50''$ .
<i>d</i> . . . . .	$0. 1. 08 \frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ . . . . . $25. 35. 20.$
<i>f</i> a suivi $\eta$ de . . . . .	$0. 1. 40. +$ . . . . . $25. 28. 20.$

On aura donc ces trois dernières étoiles plus éloignées du zénith que  $\eta$ , de  $0^d 0' 10''$ ,  $9' 40''$ , & de  $2' 40''$ . En 1748 & 1755, je trouvois, d'après un grand nombre d'observations, & par un milieu,  $12'' \frac{1}{2}$ ,  $9' 50''$ , &  $2' 27'' \frac{1}{2}$ .

A l'égard des différences d'ascension droite, je les établissois comme il suit :

<i>g</i> . avant. $\eta$ . . . . .	$0^h 2' 40'' \frac{1}{2}$	} Ces différences conviennent, à moins d'une seconde de temps, avec les observations ci-dessus, & toutes ces étoiles sont fixes relativement entr'elles.
<i>b</i> . . . . .	$0. 2. 35 \frac{1}{4}$	
<i>d</i> . . . . .	$0. 1. 08$	
<i>f</i> . . . . .	$0. 1. 39 \frac{3}{4}$	

Ainsi, il faudra avoir égard à ces dernières dans le calcul du lieu de la Lune, comme aussi dans le calcul des occultations, n'étant pas possible de s'en rapporter uniquement aux seules observations que je viens d'en faire à leurs passages par le méridien, à moins que de les réitérer en pareil cas, plusieurs jours de suite.

Si on remonte aux périodes antérieures pour comparer l'erreur des tables Newtoniennes à celle que je viens de déduire de —  $3' 13''$ , en négligeant l'accélération du mouvement de la Lune; comme aussi en supposant l'ascension droite apparente de la luisante  $\eta$  des pléiades, de  $53^d 42' 29''$ , on ne trouve de correspondantes qu'en 1767 & en 1731; car les temps n'ont pas été favorables en 1749, aux mêmes observations.

Or, le 2 Décembre 1767, j'ai trouvé l'erreur des tables; de —  $2' 43'' \frac{1}{2}$  en longitude, par les observations suivantes: favoir, à  $9^h 25' 31'' \frac{1}{5}$ , lorsque le premier bord de la Lune a précédé  $\theta$  du bélier, de  $4' 01''$ ; ce qui donne, en supposant

supposant l'ascension droite apparente de cette étoile,  $3^{\text{h}} 19' 20''$ , celle du centre de la Lune,  $3^{\text{h}} 0' 36' 20''$ . La distance au zénith, du bord inférieur, étoit  $3^{\text{h}} 1' 49' 30''$ , & par conséquent la déclinaison du centre,  $17^{\text{d}} 49' 28''$  boréale; d'où j'ai déduit sa longitude  $4^{\text{d}} 39' 31'' \frac{1}{2}$ , avec une latitude boréale de  $5^{\text{d}} 01' 18''$ . Cette latitude excède à peine de  $5''$  celle que représentoient les Tables des Institutions.

Il y a plus de difficultés pour connoître l'erreur des tables à même distance de la Lune au Soleil, & non pas à même valeur de l'argument annuel, parce qu'en Novembre le quart-de-cercle mural de la rue des Postes, étoit à peine fixé vers le plan du vrai méridien, outre que les déviations du plan n'étoient pas assez connues. M.<sup>rs</sup> Godin & de Fouchy, qui s'étoient réunis dans leur nouvel Observatoire, m'ont communiqué les observations suivantes, & postérieures d'un mois entier à la correspondante que nous cherchons pour la période de dix-huit ans & d'environ onze jours. Les tables de Halley donnent plus complètement les erreurs des tables, savoir : les  $\frac{31 \text{ Octob.}}{11 \text{ Nov.}}$  1731,

de —  $0' 55''$ , & les  $\frac{29 \text{ Nov.}}{10 \text{ Déc.}}$  1731, de —  $0' 31''$ ; c'est-à-dire, d'environ  $2'$  en défaut le 11 Novembre, à cause de la différence d'une minute, dont les tables de Halley font l'époque moins avancée que les tables Newtoniennes dont nous nous servons.

Or, le 21 Décembre 1731, dans la rue des Postes, près l'Estrapade, & plus au nord que l'Observatoire royal d'environ  $26''$ , le centre du Soleil a passé au quart-de-cercle mural, à  $0^{\text{h}} 14' 30'' \frac{1}{4}$  de la pendule, qui avançoit par jour sur le temps vrai de  $1' 36''$ : Saturne y a passé à  $6^{\text{h}} 59' 34''$ , étant alors élevé de  $38^{\text{d}}$ : enfin le premier bord de la Lune y a passé à  $9^{\text{h}} 57' 18''$ ; ce qui peut se réduire à  $9^{\text{h}} 41' 32'' \frac{1}{2}$  de temps vrai: j'ai supposé pour cet effet, que le mural donnoit  $36'' \frac{1}{2}$  trop tôt à la hauteur du Soleil;

& les correspondantes de Saturne, vues à l'orient & à l'occident, à mêmes hauteurs au quart-de-cercle mobile, ont donné la déviation à 38 de 03" à l'orient. Enfin, en 1732 & 1735, nous avons trouvé à la hauteur d'Arcturus environ 1"  $\frac{1}{2}$  trop tôt. D'après ces suppositions, le passage de la Lune au méridien a dû être à 9<sup>h</sup> 41' 34" de temps vrai ou apparent; & comme le quart-de-cercle mobile a donné la hauteur méridienne du bord inférieur, de 61<sup>d</sup> 13' 07"  $\frac{1}{2}$ , il est aisé d'en conclure la longitude de la Lune.

## AUTRES OBSERVATIONS

DE LA

### CONJONCTION DE LA LUNE À VÉNUS,

*Faites le 12 Avril 1785.*

Par M. LE MONNIER.

**L'**IMMERSION & l'émerſion (a) faites en plein jour du diſque de la Lune qui nous a caché la planète de Vénus, ont été ſuivies de l'obſervation du paſſage par le méridien, dont voici les détails.

À 2<sup>h</sup> 53' 04"  $\frac{1}{2}$ , le premier bord de la Lune a paſſé après le centre de Vénus, de 3' 17"  $\frac{1}{4}$ ; la diſtance au zénith du bord ſupérieur étant 22<sup>d</sup> 39' 05", ce qui donne la déclinaïſon vraie de la Lune, 26<sup>d</sup> 18' 47", ayant auſſi comparé les deux planètes avec  $\alpha$  d'Orion; j'en ai déduit leur aſcenſion droite de 63<sup>d</sup> 46' 40"  $\frac{1}{2}$ , & de 64<sup>d</sup> 53' 50"

(a) M. le Duc de l'Infantado, accompagné de M. l'Abbé de Chaligni, ont aperçu ſucceſſivement avant moi, le croiſſant de la Lune, qui étoit très-foible; avantage qui n'eſt pas toujours accordé aux miopes, & qui ne l'a pas été ce jour-là. Le Soleil a paſſé au vrai Méridien, à 1<sup>h</sup> 29' 49"  $\frac{1}{5}$  de la pendule, ou plutôt à 13<sup>h</sup>, &c; & le jour ſuivant, l'accélération diurne étoit de 3' 43"  $\frac{1}{2}$ .

pour Vénus & pour le centre de la Lune. Vénus a paru à  $22^d 57' 05''$  du zénith, à son passage par le méridien; d'où l'on tire leurs longitude & latitude comme il suit :

☿	6 <sup>d</sup> 30' 11"	Latitude boréale...	4 <sup>d</sup> 33' 29".
☾	7. 33. 59.....		4. 46. 43.

Au moment de l'émerfion qui avoit précédé ces passages, comme je me fuis servi du quart-de-cercle mobile, afin d'y mefurer, à l'aide du micromètre, la différence de hauteur entre la planète & le bord fupérieur de la Lune à cet instant, j'ai été obligé de réitérer plufieurs fois l'opération; car l'ayant aperçue déjà sortie à  $0^h 50' 30''$ , je n'ai pu reconnoître autre chofe, finon que  $3'$  &  $4'\frac{1}{2}$  après, la planète paroiffoit précifément à même hauteur que le bord fupérieur de la Lune : enfin à  $1^h 15' 10''$ , elle étoit dans le même vertical fenfiblement, que le bord occidental de la Lune, mais plus haute que le bord fupérieur de  $1' 7''$  à  $5''$ . Dans ce dernier cas, le même bord fupérieur étoit élevé de  $60^d 25'$ ; au lieu qu'à  $0^h 33'\frac{1}{2}$ , il n'étoit qu'à  $57^d 48'$  de hauteur orientale. Comparant les phafes que je viens de rapporter, avec celles de M. Meffier, vues à un télescope qui groffiffoit quatre-vingts fois, on auroit, à l'hôtel de Clugny, la sortie totale à  $0^h 52' 05''$ , la corne lumineufe lui ayant paru sortir du difque lunaire,  $1' 37''$  auparavant. La durée de l'immerfion a paru à M. Meffier, avec un autre télescope qui groffiffoit cent quarante fois, de  $1' 18''$ ; & quoiqu'on n'ait pas vu le difque obfcur de la Lune, ce qui rendoit le premier attouchement difficile à reconnoître, je trouve auffi cette durée plus longue de  $8''$  qu'à Rouen, où M. du Lague, avec une lunette acromatique de cinq pieds, a obfervé comme il fuit, à  $1^h 58' 50''$ , &  $12^h 00' 00''$ , contacts des bords de Vénus au difque obfcur de la Lune, obfervés dans la maifon de Saint-Lô.

Pour compléter ces obfervations, il a fallu dresser un type des phafes de Vénus & de la Lune, felon les règles indiquées aux chap. IX & XV. des *Inftitutions aftronomiques*.

D'un autre côté, le mouvement de Vénus en ascension droite & en déclinaison, étoit connu par les observations faites au méridien le 11 Avril, savoir, à  $2^h 50' 18'' \frac{1}{3}$  de temps vrai, la distance au zénith étant de  $23^d 07' 55''$ ; en sorte que le mouvement diurne en ascension droite auroit été de  $47' 7''$  à  $8''$ . En comparant les passages de Vénus & de  $\alpha$  d'Orion, mes premiers calculs ont donné à  $0^h 50' 30''$  la longitude apparente de Vénus  $H 6^d 26' 35'' \frac{1}{2}$ , avec une latitude boréale de  $4^d 33' 11'' \frac{1}{3}$ . Soit supposée à cet instant Vénus plus haute que le bord supérieur de la Lune, de  $10'' \frac{1}{2}$ , & la distance des centres  $15' 57'' \frac{1}{2}$  apparente, l'inclinaison de la route apparente par observation de  $6^d 48'$  à  $50'$ . L'angle parallactique étant alors  $27^d 36' \frac{2}{3}$ , on auroit en ce cas  $12' 33''$  pour différence en longitude, &  $9' 53''$  en latitude, ce qui donne  $H 6^d 39' 10'' \frac{1}{2}$  pour la longitude de la Lune, avec  $4^d 23' 11''$  de latitude.



## EXPÉRIENCES

SUR UNE

HUILE DE VITRIOL FUMANTE DE SAXE,

ET SUR

LE SEL VOLATIL CONCRET

*qu'on en retire par la distillation.*

Par M. DE FOURCROY.

IL existe en Chimie un assez grand nombre de faits singuliers, dont la cause n'est point encore connue, parce qu'ils semblent n'avoir aucun rapport avec les phénomènes ordinaires que la pratique de cette science présente aux observateurs; de ce nombre sont la plupart des résultats consignés dans les ouvrages des alchimistes, sur la nature & les propriétés des acides. On sait que l'on trouve quelques faits sur ces sels dans les écrits de *Raymond Lulle*, *Arnaud de Villeneuve*, &c. plusieurs de ces écrivains, presque entièrement oubliés aujourd'hui, parlent d'un acide vitriolique fumant qu'on peut obtenir sous forme concrète, ou dont on peut dégager ce qu'ils appellent *sel volatil de l'huile de vitriol*. *Hellot* a décrit dans les Mémoires pour 1738 (a), un semblable acide qu'il a obtenu de la distillation du vitriol, & dont il s'élevoit des vapeurs sulfureuses très-épaisses. *M. Baumé* assure (b) que cette opération ne lui a point réussi; mais il dit avoir reçu de *M. Brandt*, chimiste de Hollande, un acide concret & fumant dont il ne connoît pas la préparation. *Meyer* est le seul chimiste qui, dans ses Essais sur la chaux (c), ait parlé avec quelque détail, d'un

---

(a) Mémoires de l'Académie, année 1738, page 290.

(b) Chim. exper & rais. tome II, pages 578 & 579.

(c) Essais chimiques sur la chaux vive, &c. traduits par M. Dreux. Paris, 1766, 2 volumes in-12, tome I, page 281 à 290.

acide vitriolique fumant, que son traducteur a appelé *huile de vitriol de Nordhaus*, & que je crois préparée à *Northausen*, petite ville de Saxe. Les expériences que Meyer rapporte sur cet acide, sont bien faites pour piquer la curiosité, & feu M. Macquer en avoit cette opinion, puisqu'il dit, en parlant de cette huile de vitriol fumante, que cette matière méritoit un nouvel examen: en effet, quoi de plus singulier qu'un acide vitriolique brun légèrement fumant, qui, distillé à une chaleur assez douce, donne un sel blanc concret cristallisé dans le récipient, & qui répand une fumée blanche très-épaisse lorsqu'il est en contact avec l'air? Meyer pensoit que ce sel étoit de l'acide vitriolique combiné avec son *causticum*, que ce dernier s'en échappoit à l'air, sous la forme de vapeurs, & que l'acide étoit ensuite semblable à l'huile de vitriol; il ajoute que l'huile de vitriol de *Nordhaus*, d'où l'on a retiré ce sel concret, ne fume plus, & qu'elle n'est plus que de l'acide vitriolique pur: mais comme la présence du *causticum* de Meyer n'est rien moins que démontrée, & comme il est bien reconnu que les propriétés qu'il lui attribuoit sont dûes à d'autres causes très-exactement appréciées, la théorie de ce chimiste, sur l'huile de vitriol fumante, ne peut pas être admise, & telle est la raison pour laquelle *Macquer* a pensé que cet objet méritoit un nouvel examen. Meyer a cité un ouvrage de *Christian Bernhardt*, auquel il renvoie pour avoir plus de détails sur ce sel volatil de l'huile de vitriol; cette dissertation qui n'est point connue en France, est écrite en allemand, & a été publiée à *Leipsick*, en 1755 (d).

*Christian Bernhardt*, dans son second Essai sur le vitriol (e), parle d'un acide cristallisé qu'il a obtenu en distillant ce sel métallique déflégré. Dans son troisième Essai (f) sur la manière de retirer le sel volatil de l'huile de vitriol,

---

(d) Essais & recherches chim. sur le vitriol, le nitre, &c. par *Jean-Christian Bernhardt*. *Leipsick*, 1755, 1 vol. in-12 de 328 pages; en allemand.

(e) Page 30.

(f) Pages 45 & suivantes.



il dit qu'ayant distillé à un feu doux, dans une cornue de verre, deux livres de cet acide vitriolique concret, sous la forme d'un sable sec, les gouttes qui en sortirent se condensèrent en un sel blanc brillant, de la grosseur d'une moitié de noix, sur lequel il s'éleva peu-à-peu, dans la suite de l'opération, un arbrisseau semblable à du corail, avec six ramifications isolées. Il distingue deux espèces de sels dans cette distillation, l'une en filets flexibles, brillans, soyeux, fumans à l'air, & d'une grande volatilité; l'autre, moins blanche, sous forme grenue, & se broyant facilement, au lieu de se plier comme le premier. Il a retiré en tout sept onces & demie de ces sels de deux livres d'huile de vitriol cristallisé. Enfin il assure qu'il a séparé très-bien ces deux espèces de sels, en distillant cet acide concret à un feu très-léger, & en refroidissant le récipient par un filet d'eau qu'il faisoit couler sur ce vaisseau; le premier, comme plus volatil, a passé dans le récipient, & le second est resté dans la cornue. L'auteur ajoute que lorsqu'on a séparé ce sel de l'huile de vitriol, celle-ci reste fluide & claire comme de l'eau, ne fume plus, & dépose une petite quantité de terre grise; il conclut de cette expérience, que la fumée que répand l'huile de vitriol noire, est dûe aux deux sels volatils qu'elle contient. Ces détails singuliers que M. *Berthollet* a bien voulu extraire de la dissertation de *Bernhardt*, écrite en allemand, & citée par *Meyer*, sont très-exacts, comme je le démontrerai plus bas; mais ils n'apprennent rien sur la nature de ces sels concrets, & c'est-là le point ignoré jusqu'aujourd'hui par les chimistes qui ont connu ces sels.

*Meyer* a ajouté à ce travail, que l'huile de vitriol fumante de *Nordhaus* ne donne plus de sel volatil concret, quand on l'a étendue d'eau.

Cette partie des recherches du chimiste d'Osnabruck, m'avoit toujours frappé, & je m'étois proposé depuis longtemps de répéter ces expériences, si je pouvois me procurer cette espèce d'acide vitriolique fumant; mais ce fut

en vain que je parlai de cet acide à tous les chimistes de ma connoissance, personne ne put me donner de renseignemens sur cette substance, & je désespérois de la connoître, lorsque M. *Poulletier de la Salle*, amateur connu par ses nombreuses recherches sur la chimie médicinale, me fit voir, cet hiver (Janvier 1785), une huile de vitriol fumante, que M. *Charlard*, apothicaire de Paris, lui avoit fait venir d'Allemagne. Ayant examiné cet acide, je crus y reconnoître les caractères de celui qui avoit été indiqué par *Meyer*; je pris sur le champ, auprès de M. *Charlard*, toutes les informations qui pouvoient m'éclairer; j'appris qu'il avoit tiré cette huile de vitriol de Bâle, d'après la demande de M. *Poulletier*; que les marchands de cette ville, avec lesquels il faisoit un grand commerce, la lui avoient envoyée sous le nom d'*huile de vitriol de Saxe*: je fus alors persuadé que cet acide étoit le même que celui qui est nommé *huile de vitriol de Nordhaus*, par le traducteur de *Meyer*, & que c'étoit à *Northausen*, petite ville de Saxe, qu'on le retiroit de la distillation du vitriol. Au reste, quand l'huile de vitriol dont je m'occupe ici, ne seroit pas exactement celle de *Northausen*, citée dans l'ouvrage de *Meyer*, les propriétés parfaitement semblables que j'y ai reconnues, ne me permettent pas de douter qu'elle n'ait avec elle la plus frappante ressemblance.

La première expérience que je fis sur ce singulier acide, fut de le distiller pour voir si j'en retirerois le sel concret indiqué par *Meyer*; je l'obtins en effet, mais cette opération que j'ai répétée plusieurs fois, m'ayant présenté des phénomènes très-singuliers, je crois devoir la décrire avec soin, après avoir fait connoître les propriétés physiques ou apparentes de cette liqueur.

La première portion de cette huile de vitriol que j'ai vue chez M. *Poulletier*, étoit renfermée dans un flacon de cristal depuis environ deux ans; elle avoit une couleur rouge tirant sur le brun: le papier qui recouvroit le bouchon de cristal, avoit été corrodé, & il sembloit même  
qu'une

qu'une partie des vapeurs acides avoient passé au-dehors; l'extérieur du verre étoit humide & comme gras, il paroissoit dépoli. Ayant débouché ce vase, on aperçut quelques vapeurs blanches qui en sortirent; & en transvasant l'acide, cette liqueur exhala une fumée blanche beaucoup plus considérable, & ayant une odeur supportable d'acide sulfureux. L'agitation & le contact de l'air sont donc les causes du dégagement de ces vapeurs, puisque dès que l'acide fut reposé dans un bocal bien bouché, ces vapeurs épaisses disparurent & il n'en sortit que de très-foibles; en l'agitant, on fit reparoître de nouveau la même fumée blanche. En versant cet acide du bocal dans une cornue, la portion qui adhéroit au fond de ce premier vase, exhaloit la même vapeur blanche qui tomboit comme la fumée dans le vide, & qui se relevoit dès qu'elle étoit parvenue dans l'atmosphère. Cet acide qu'on auroit cru très-concentré, d'après sa consistance, ne pesoit cependant que cinq gros plus que l'eau sous le volume d'une once; mais cette légèreté ne dépend que de ce qu'il avoit attiré l'humidité, puisque la même huile de vitriol prise chez M. *Charlard*, pèse sept gros plus que l'eau sous le même volume, comme je le dirai plus bas. Cet acide rougit les couleurs bleues végétales sans les détruire.

#### EXPÉRIENCE PREMIÈRE

ON a mis dans une cornue de verre, une livre de cette huile de vitriol fumante, conservée depuis plusieurs années dans un flacon qui avoit resté quelque temps débouché: comme le but de cette première opération étoit seulement de voir si l'on obtiendrait le sel concret dont parle *Meyer*, on adapta sans précaution & sans lut, un balon assez grand pour recevoir le produit; on verra plus bas que ces précautions auroient été plus nuisibles qu'utiles au succès de l'opération. Dès la première impression de la chaleur, il passa une grande quantité de vapeurs blanches & épaisses qui obscurcirent le récipient; la portion de ces vapeurs

*Mém. 1785.*

Bbb

qui sortoit par la jointure des vaisseaux, répandoit une forte odeur de soufre brûlé : bientôt il passa en même temps des gouttes d'une liqueur, qui, parvenues au fond du récipient, se figèrent & prirent la forme d'une gelée un peu brune ; les vapeurs qui frappoient les parois supérieures & latérales du ballon, s'y condensèrent en un sel blanc cristallisé en lames semblables à celles du sel sédatif, & en petites aiguilles brillantes & ramifiées comme la craie ammoniacale ou l'alkali volatil concret. La liqueur qui tomboit en gouttes, de trois minutes en trois minutes, & qui se rassembloit au fond du récipient, devint bientôt plus foncée, & resta quelque temps au-dessous de la première portion gélatineuse, qu'elle fondit par la chaleur qu'elle lui communiqua ; celle-ci, après s'y être mêlée & dissoute peu-à-peu, ne lui donna que peu de couleur. On remarqua aussi que la vapeur blanche qui continuoit à sortir par le bec de la cornue, en même temps que les gouttes de liqueur, se séparoit en deux portions ; l'une supérieure & plus légère, qui suivoit, en espèces de filamens soyeux, la courbure de la partie supérieure du ballon, & se condénsoit sur ses parois ; l'autre inférieure, plus pesante, qui se précipitoit sur la liqueur & s'y dissolvoit en grande partie. Ces phénomènes durèrent pendant environ deux heures & demie, & l'on n'employa qu'un feu très-doux. A cette époque, la vapeur ayant beaucoup diminué dans le ballon, & ne sortant qu'en très-petite quantité de la cornue, on changea de récipient ; & la liqueur de la cornue n'étant point encore blanche, on continua la distillation par un feu plus fort. Il passa à peu-près quatre onces d'une liqueur plus foncée en couleur que la première huile de vitriol, sans odeur sensible, & qui n'exhaloit plus de fumée ; l'acide contenu dans la cornue parut tout-à-fait blanchi, on y observa une petite quantité de poudre blanche ; il fallut sept heures pour obtenir ces trois onces de liqueur colorée, & pour blanchir entièrement celle de la cornue : il paroît donc que le principe colorant de cet acide n'est pas entiè-

rement formé par la vapeur blanche qu'on en dégage par une chaleur douce. Je fis mettre un troisième récipient & continuer la distillation jusqu'à siccité; cette opération dura plus de dix heures, & elle fournit sept onces & demie d'une huile de vitriol légèrement ambrée, qui pesoit juste le double de l'eau & qui ne fumoit point: il resta au fond de la cornue un léger enduit blanc un peu boursofflé, ayant l'apparence saline; cette matière pouvoit peser six grains, elle avoit les propriétés de l'alun calciné, comme je le ferai voir dans la seconde expérience.

Le premier ballon qui contenoit le sel concret, ayant été ouvert, il se remplit sur le champ d'une vapeur blanche très-épaisse, & l'on eut beaucoup de peine à en retirer la substance saline; on en perdit une assez grande quantité, il s'en fondit aussi pendant qu'on étoit occupé à le détacher & à le mettre dans un flacon; on n'en put ramasser qu'une once deux gros, & on évalua à trois gros ce qu'il y eut de perdu: il y a donc eu plus de trois onces de perdues dans l'opération, soit en vapeurs blanches qui, si elles avoient été retenues, se seroient condensées en acide concret, soit en humidité, de sorte que l'on peut estimer à un cinquième environ la quantité de sel concret que l'on obtint de l'huile de vitriol fumante de Saxe.

## EXPÉRIENCE SECONDE.

LA première expérience ayant eu le succès que j'en avois désiré, j'ai cru devoir la répéter avec plus d'exactitude. Je me suis procuré à cet effet, chez M. Charlard, le même acide vitriolique de Saxe, qu'il avoit fourni à M. Poulletier, & qu'il conservoit dans une bouteille de grès bouchée avec un bouchon vissé de la même matière; je l'ai trouvé parfaitement semblable au premier, si ce n'est qu'il étoit plus concentré, puisqu'il pesoit sept gros plus que l'eau sous le volume d'une once; au reste, il exhaloit les mêmes vapeurs & la même odeur. On en a mis deux livres dans une cornue de verre à laquelle on a adapté un

ballon, & l'on a joint à ce dernier, par le moyen d'un tube courbé à angle droit, une bouteille d'où partoît un second tube qui se terminoit dans l'appareil propre à recueillir les fluides élastiques. L'extrémité de la portion verticale du premier tube plongeoit dans huit onces d'eau distillée contenue dans la bouteille. On a luté les jointures de ces vaisseaux avec du lut gras recouvert de bandes de toiles enduites de blancs d'œufs & de chaux. On n'a commencé cette opération que lorsque tous les luts ont été bien secs. On a procédé à la distillation au bain de sable, en donnant le feu très-lentement & par degrés. Après une heure de la chaleur la plus douce, il est sorti du bec de la cornue un jet de vapeurs blanches très-épaisses, dont une partie nageoit dans le ballon en espèces de filamens semblables aux fleurs de zinc, & une autre portion plus pesante se précipitoit vers le fond du récipient. Il passa en même temps quelques gouttes d'une liqueur colorée qui devint bientôt blanche. Peu-à-peu les vapeurs se condensèrent sur quelques points des parois du ballon & vers son fond, en un sel très-blanc cristallisé en lames brillantes & en houppes soyeuses; il s'en déposa un pareil sur l'extrémité de l'alonge placée entre la cornue & le récipient. Cette portion de sel étoit du plus beau blanc, & représentoit une stalactite formée par une grande quantité de petites aiguilles soyeuses & brillantes. Une partie des vapeurs passoit à travers l'eau dans la portion vide de la bouteille, & paroissoit ne pas se dissoudre dans ce fluide, quoique cette eau ait été trouvée manifestement acide après l'opération. Il se rassemblait en même temps dans la cloche placée à l'extrémité du dernier tube, un fluide élastique blanc & nuageux comme l'air vital. L'opération allant très-bien jusqu'à cette époque, me donnoit l'espoir d'avoir une bonne quantité de sel concret & blanc; mais il arriva, après deux heures de feu, un accident inévitable. Les vapeurs blanches & acides, qui passoient continuellement dans le ballon & dans la bouteille, agirent avec tant d'activité

sur l'huile du lût, que celle-ci fut brûlée, & qu'une portion liquéfiée coula de l'alonge dans le récipient, & colora en brun-noir presque tout le sel qui y étoit contenu. J'ai fait déluter sur le champ l'appareil; on a recueilli le sel concret qui étoit d'une couleur noire, si l'on en excepte la portion qui pendoit en forme de stalactite au bec de l'alonge dont l'extérieur seul étoit noir, & l'intérieur conservoit encore sa couleur blanche. Cette portion de sel concret avoit une telle consistance qu'on ne put la couper qu'avec beaucoup de peine avec des ciseaux pour la mettre dans un flacon; il y en avoit près de cinq onces & demie en y comprenant la portion qui se fondit ou qui se dissipa en vapeurs pendant qu'on la transvasoit du récipient dans un flacon. Cette quantité de sel concret est en proportion plus considérable que celle que l'on obtint dans la première distillation; cela dépend de ce que l'appareil n'étant point luté dans l'opération précédente, il s'échappa une grande quantité de vapeurs blanches qui furent retenues & condensées dans celle-ci. Le fluide élastique rassemblé dans les cloches & refroidi à la température de l'atmosphère (douze degrés), occupoit le volume d'environ six pintes d'eau; il paroïssoit contenir un peu d'air vital, car la bougie y brûloit un peu mieux que dans l'air atmosphérique.

La liqueur qui restoit dans la cornue après la volatilisation de ce sel concret, étoit presque blanche; elle contenoit une petite quantité de poudre de la même couleur que dans la première opération. Elle pesoit une livre dix onces sept gros: on y adapta un ballon sans le luter, & on le chauffa à feu nu; il s'en dégageda d'abord des vapeurs blanches moins épaisses que les premières, & qui disparurent assez promptement; bientôt il distilla des gouttes un peu brunes, & qui perdirent peu-à-peu leur couleur. On entretenit le feu pendant près de deux heures, pour achever cette distillation jusqu'à siccité: on obtint une livre dix onces deux gros & quelques grains de liqueur, & il se dissipa par les jointures des vaisseaux un peu moins de cinq gros. Ce

produit étoit de l'huile de vitriol un peu brune, & conséquemment bien plus colorée qu'elle n'étoit avant cette seconde distillation. Je crois devoir attribuer cette couleur aux vapeurs blanches qui se sont dissoutes dans cet acide ; il pesoit sept gros quarante-neuf grains plus que l'eau sous le volume d'une once. Il restoit au fond de la cornue un enduit très-blanc, & qui étoit aussi peu abondant que celui de la première expérience.

Ces résidus secs adhérens au fond des cornues, pesoient ensemble quinze grains ; cette matière n'a pas paru se dissoudre dans deux onces d'eau distillée froide qu'on laissa séjourner plusieurs heures dans les cornues : on fit bouillir ce fluide, & l'on parvint, par ce moyen, à détacher en lames la matière sèche contenue dans ces vaisseaux. L'eau avec laquelle on l'enleva étoit acidule ; on la sépara de la poudre par le filtre. Elle tenoit en dissolution une petite quantité de la substance saline ; celle-ci séchée sur le filtre, présentoit quelques lames brillantes ; mise sur un charbon, elle n'y éprouva d'autre changement que de blanchir & perdre le peu de cohérence qu'elle avoit ; on la trouva acide & légèrement styptique : l'eau filtrée donna des précipités en flocons légers, par l'eau de chaux, la dissolution de magnésie, l'alkali volatil caustique & l'alkali fixe ; elle tenoit donc en dissolution de l'alun, puisqu'il n'y a que ce sel qui présente toutes ces propriétés réunies. S'il ne s'est point fondu en entier dans l'eau, c'est qu'il avoit été calciné par la chaleur forte qu'on avoit donnée à la fin de l'opération. Ce sel venoit sans doute du vitriol d'où l'on retire cet acide en Saxe.

#### EXPÉRIENCE TROISIÈME.

Comme le sel volatil concret que j'avois obtenu de ces deux distillations, paroissoit se sublimer à une douce chaleur, & que pour peu qu'on augmentât le feu sans précaution, les vapeurs trop raréfiées & se succédant trop rapidement se dissipoient par les jointures auxquelles l'accident que j'ai



décrit ne nous permettoit pas d'appliquer aucun lut, je crus devoir traiter le même acide par le bain-marie. On en mit huit onces dans une cornue de verre que l'on plongea dans l'eau jusqu'à la moitié de sa hauteur, & à laquelle on adapta un grand récipient sans le luter. On chauffa peu-à-peu l'eau du bain-marie jusqu'à la faire bouillir, on l'entretint dans ce degré de chaleur. Après une demi-heure d'ébullition le ballon se remplit de vapeurs blanches semblables à celles qu'on avoit obtenues par la distillation au bain de sable. Ces vapeurs se succédèrent sans discontinuer pendant dix-huit heures de suite que l'on soutint constamment l'ébullition de l'eau du bain-marie. Cependant je ne voyois point paroître ces cristaux blancs, lamelleux & foyeux que m'avoient fournies les deux premières opérations, & je n'obtins de tout ce travail que deux gros d'un acide brun non fumant, sans apparence de sel concret. Il se dégagèa à la vérité une si grande quantité de vapeurs blanches & d'une odeur sulfureuse par les jointures, que je trouvai dans le résidu de cette opération six gros de perte, tandis que je n'avois que deux gros de produit; il se dissipa donc quatre gros de vapeur blanche qu'il fut impossible de condenser, quoiqu'il soit très-vraisemblable que c'est cette vapeur qui par le refroidissement se cristallise en sel. L'acide resté dans la cornue étoit un peu moins coloré que dans son état naturel, il pesoit sept gros dix-huit grains plus que l'eau sous le volume d'une once, & il s'étoit concentré, puisqu'il ne pesoit que sept gros de plus avant cette opération. Quoique cet acide fût encore très-fumant, & que par la distillation à feu nu, il donnât beaucoup de vapeurs blanches, je n'en pus obtenir aucun sel concret, & il passa dans le ballon sous la forme d'un liquide brun. On soutint le feu pendant plus de douze heures pour distiller jusqu'à siccité. On obtint sept onces un gros & quelques grains d'un acide vitriolique un peu moins foncé que l'huile de vitriol de Saxe, qui ne fumoit point du tout, & qui perdit par le refroidissement la légère odeur sulfureuse qu'il avoit étant

chaud. Il resta trois ou quatre grains de résidu blanc, d'alun calciné, comme dans les deux premières opérations.

#### EXPÉRIENCE QUATRIÈME.

J'attribuai le peu de réussite de cette expérience à ce que les vapeurs avoient passé trop vite & n'avoient point été refroidies ; quoiqu'en traitant cet acide à la chaleur plus forte d'un bain de sable, & sans prendre plus de précautions pour refroidir le ballon, j'avois eu du sel concret. Je me déterminai à recommencer la distillation du bain-marie en refroidissant le récipient. Pour cet effet, on mit quatre onces d'huile de vitriol fumante de Saxe dans une petite cornue de verre, à laquelle je fis joindre assez exactement, quoique sans lut, un flacon de cristal allongé, au lieu de ballon, afin de refroidir plus facilement cette espèce de récipient. On éleva un petit mur de briques entre le fourneau & le flacon, & l'on plongea celui-ci dans un bocal de verre rempli de glace pilée. On fit bouillir l'eau dans laquelle plongeait la cornue ; on obtint les vapeurs blanches ordinaires, mais beaucoup moins abondantes que lorsqu'elles passent dans un grand récipient qui contient beaucoup d'air, car je ne puis douter, comme je le dirai ailleurs, que le contact de l'air contribue beaucoup à rendre ces vapeurs très-fortes. On vit au bout de quelques heures une petite quantité de sel grenu, grisâtre, bien éloigné de la belle forme cristalline qu'il avoit dans les premières opérations, il s'en déposa aussi un peu sur le bec de la cornue ; mais quoiqu'on entretînt l'ébullition du bain-marie pendant près de douze heures, il ne s'en dégagait pas plus de quelques grains, & quand on eut remarqué qu'il passait un acide liquide coloré & non concrescible par le contact de la glace, on abandonna l'opération, bien convaincu que si elle pouvoit fournir quelques parcelles de sel volatil concret, elle nuirait beaucoup plus à sa formation, qu'elle ne la favoriseroit.

Cette expérience que j'ai faite avec tout le soin & l'attention

l'attention dont je suis capable, prouve donc que la chaleur moyenne de l'eau bouillante dégage très-facilement la matière vaporeuse blanche, qui est la base du sel concret que l'on obtient en chauffant plus fortement l'huile de vitriol fumante de Saxe; puisque quand cette vapeur est une fois dégagée de cet acide, il ne fournit plus ce sel concret en le traitant au bain de sable ou à feu nu. Mais pourquoi cette fumée se dissipe-t-elle par ce degré de chaleur, sans se condenser en sel acide concret, aussi facilement que lorsqu'on la traite à une plus forte chaleur? J'avoue que je ne puis répondre à cette question que par des hypothèses, & en supposant ou que cette matière vaporeuse est trop rare & trop divisée par la chaleur moyenne de l'eau bouillante, pour prendre ensuite une forme concrète, ou bien que cette chaleur en sépare les principes, en raison de leur volatilité différente, tandis qu'ils doivent être volatilisés ensemble pour se cristalliser par le froid. Pour rendre cette dernière hypothèse vraisemblable, il sembleroit nécessaire que la vapeur dégagée de l'huile de vitriol fumante, par la chaleur du bain-marie, fût différente de celle qui est élevée par une chaleur plus forte; mais rien ne m'a démontré cette différence, puisqu'elle avoit la même forme, la même épaisseur & la même odeur que dans les premières expériences. La première hypothèse est presque aussi peu satisfaisante, puisqu'on ne conçoit pas comment on ne pourroit pas donner la forme concrète à une vapeur trop rare & trop divisée, en détruisant cet état par le refroidissement subit. Ces réflexions me portent à croire que si je n'ai pas obtenu une quantité notable de ce sel concret dans la seconde expérience au bain-marie, c'est que la vapeur qui le constitue par sa condensation, lorsqu'elle est volatilisée par la chaleur moyenne de l'eau bouillante, passe trop facilement à travers l'appareil ordinaire qu'il m'a été permis d'employer, ne se rassemble point en assez grande quantité dans le récipient, & n'y prend pas complètement cette espèce de densité vaporeuse

qui est sans doute un passage nécessaire de son état élastique à sa forme solide & cristalline, comme on l'observe dans les gaz marin & alkalin, dont la combinaison offre un nuage blanc très-épais, avant de devenir concrète. Pour constater avec certitude le succès de cette expérience, il faudroit un appareil assez solide pour que le bec de la cornue s'ajustât avec le ballon, comme un bouchon de cristal; il faudroit encore un tube de verre épais & recourbé, semblable à ceux dont on se sert dans les appareils si connus aujourd'hui, qui s'ajustât également avec une autre tubulure du ballon, & qui pût conduire la vapeur ou les fluides aériformes dans des cloches remplies d'eau ou de mercure. Je ne crois pas devoir observer que cette manière de réunir les vaisseaux distillatoires, sera très-utile pour un grand nombre d'opérations où les luts sont souvent capables de faire naître des erreurs préjudiciables à l'exactitude des résultats chimiques. On a déjà employé des cornues de cristal, jointes par ce moyen à des récipiens, mais je n'ai jamais vu cet appareil qu'en petit, & d'ailleurs on n'y a jamais joint les tubes de communication, avec les machines pneumatiques qui en assureront les avantages, en prévenant les accidens que la raréfaction & l'élasticité des vapeurs & des fluides aériformes, doivent toujours faire craindre. Aussi ces appareils ont-ils plus contribué jusqu'actuellement à l'ornement des laboratoires & des cabinets de physique, qu'au succès des opérations chimiques.

Meyer annonce dans l'endroit de ses *Essais de Chimie sur la chaux vive*, que j'ai cité (a), que si l'on étend d'eau une huile de vitriol fumante, & qu'on concentre cet acide par la chaleur, on en retire une huile de vitriol qui ne fume plus, mais qui est très-bonne & très-pure; il attribuoit ce changement au dégagement de son causticum

---

(a) Tome premier, page 281, 1.º

volatilisé par la chaleur qui a lieu dans le mélange, J'ai regardé cette expérience comme très-importante, & je l'ai répétée de la manière suivante.

## EXPÉRIENCE CINQUIÈME.

J'AI versé quatre onces d'huile de vitriol fumante de Saxe dans huit onces d'eau distillée; à mesure que cet acide tomboit dans l'eau il y excitoit un mouvement plus considérable & un bruit plus fort que ne fait l'huile de vitriol concentrée ordinaire; il y avoit une espèce d'effervescence violente, & les bulles qui s'élevoient à la surface de la liqueur la faisoient jaillir en gouttelettes à quelque distance. Comme il paroissoit se dégager un fluide élastique de ce mélange, j'ai plongé une bougie dans la partie vide du bocal qui le contenoit; elle parut y brûler un peu mieux que dans l'air ordinaire, mais cette différence n'étoit que très-légère. Les vapeurs blanches que l'huile de vitriol de Saxe exhale, augmentèrent, ainsi que son odeur sulfureuse, dans le moment de son mélange avec l'eau, mais elles celsèrent très-promptement. Il y eut une chaleur assez semblable à celle que produit l'huile de vitriol ordinaire avec l'eau. Lorsque le bruit & le mouvement eurent cessé, l'esprit de vitriol formé par cette combinaison, étoit d'une couleur jaune; en l'agitant, il se dégageoit de tous les points de ce liquide de petites bulles qui venoient crever à la surface avec le pétilllement léger qui annonce & accompagne ordinairement une effervescence. Cette liqueur pesoit deux gros plus que l'eau sous le volume d'une once; elle n'exhaloit plus ni fumée ni odeur quand elle eut acquis la température de douze degrés, qui étoit celle du laboratoire. On la mit dans une cornue de verre à laquelle on adapta un récipient sans le luter. On chauffa ce vaisseau à feu nu, & en graduant la chaleur avec précaution, il ne passa point de vapeurs blanches, mais on aperçut assez promptement des gouttes de liqueur très-

blanche qui se rassemblèrent dans le récipient. La liqueur de la cornue étant bouillante, les gouttes qui distilloient se succédèrent plus rapidement, mais ne furent accompagnées d'aucune vapeur sensible. Après neuf heures de feu on avoit obtenu environ huit onces de flegme très-blanc, d'une saveur légèrement acidule, rougissant sans détruire la couleur du tournesol, ne faisant pas d'effervescence avec le sel fixe de tartre ou le tartre crayeux, ayant une petite odeur d'acide sulfureux, & pesant dix-huit grains plus que l'eau sous le volume d'une once. Il restoit dans la cornue à peu-près quatre onces d'une liqueur moins foncée en couleur que l'huile de vitriol de Saxe, & n'en ayant plus qu'une orangée; elle ne fumoit point & avoit même moins d'odeur que le flegme du récipient; elle pesoit vingt-deux grains de moins que l'huile de vitriol employée sous le volume d'une once, ce qui dépend de la portion qui s'étoit volatilisée avec l'eau. On distilla jusqu'à siccité ces quatre onces dans la même cornue; l'acide passa en vapeurs, il étoit absolument sans couleur; il pesoit six gros de plus que l'eau distillée sous le volume d'une once de ce dernier fluide. Il restoit dans la cornue un léger enduit alumineux semblable à ceux des précédentes expériences. Je ferai observer que cette distillation est la seule qui nous ait donné une huile de vitriol très-blanche & très-claire, & que s'il ne s'agissoit que de purifier l'acide noir de Saxe, on pourroit employer cette addition d'eau pour la rectifier.

L'eau a donc la propriété de faire disparaître les vapeurs de l'huile de vitriol de Saxe, & de détruire le sel volatil concret que cet acide donne par l'action de la chaleur. Mais comment opère-t-elle ce changement? Ce qui a été exposé jusqu'ici annonce que ce sel doit son état concret à une grande quantité de gaz sulfureux fixé & dissous dans l'acide vitriolique très-concentré.

On a vu qu'en mêlant cet acide vitriolique fumant, & sur-tout le sel concret avec de l'eau, il se dégage avec

un mouvement & une effervescence considérables une grande quantité de gaz sulfureux ; c'est à ce dégagement de l'acide sulfureux aériforme que sont dûes & la cessation des vapeurs qu'exhale l'huile de vitriol de Saxe dans son état ordinaire, & la propriété de ne plus donner de sel concret par la distillation. L'existence de ce gaz dans l'acide vitriolique fumant, est donc la cause des phénomènes particuliers que présente cet acide ? L'eau, en se combinant avec l'huile de vitriol, produit de la chaleur qui volatilise tout-à-coup le gaz sulfureux, & détruit conséquemment les propriétés que ce gaz donne à l'acide.

#### EXPÉRIENCE SIXIÈME.

Quelque doux que soit le feu que l'on emploie dans la distillation de l'huile de vitriol de Saxe, pour obtenir son sel concret, ce dernier est toujours d'une couleur sale plus ou moins brune, lorsqu'on veut retirer tout ce que l'acide fumant peut en fournir par une première distillation. C'est pour cela que *Christian Bernhardt* conseille de la rectifier, & insiste beaucoup sur cette seconde opération. J'ai mis pour cela quatre onces de sel acide concret brun-noirâtre dans une cornue de verre dont le bec étoit fort large ; j'y ai adapté pour récipient un flacon dont l'ouverture étoit assez exactement bouchée par le col de la cornue ; j'ai eu soin de faire refroidir ce vaisseau en le couvrant de linges trempés dans l'eau froide. La cornue fut posée sur un bain de sable qu'on échauffa avec beaucoup de précaution. La première impression de la chaleur fit fondre le sel, qui prit la forme d'un liquide noir, & il en sortit une grande quantité de vapeurs blanches qui remplirent en un moment le flacon. Lorsqu'on veut avoir promptement ce sel rectifié, comme on ne peut point se servir de lut ordinaire, il faut choisir une cornue dont le bec avance vers le milieu du récipient ; sans cela, la vapeur blanche sort par les jointures, sans pénétrer dans le ballon ; l'air échauffé de celui-ci repousse

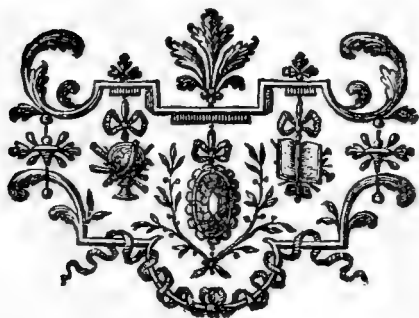
cette vapeur qui paroît beaucoup moins élastique que lui , & la refoule vers le col du récipient. Le refroidissement du ballon , joint à cette première précaution , facilite & accélère beaucoup la concrétion du sel en le condensant , ainsi que l'air des récipients. Après une demi-heure de feu , la partie supérieure du flacon présenta de petites houppes salines blanches & cristallines , qui , augmentant peu-à-peu , formèrent par la réunion d'aiguilles brillantes & satinées , des espèces de faisceaux disposés en roses ou en soleils , dont les rayons s'allongeoient à mesure que les vapeurs se condensent ; il tomboit en même temps par le bec de la cornue quelques gouttes de liqueur légèrement colorée , & bientôt on vit se former dans le fond du flacon plusieurs concrétions arrondies , d'abord blanches , ensuite brunes , & ressemblant parfaitement à ces champignons de couleur de rouille , qui croissent rapidement sur les vieilles souches humides & pourries. Ces concrétions avoient pour bases quelques aiguilles blanches ramifiées , sur lesquelles il se déposa une matière grenue , d'un brun-clair , dont l'assemblage donna la forme arrondie qu'on y remarquoit. Ces cristaux pesoient ensemble un peu plus de trois onces.

Voilà donc les deux sels différens distingués par *Christian Bernhardt* ; le premier aiguillé & plus volatil que l'autre , dont le tissu est grenu , la couleur un peu brune & la volatilité moins grande ; mais ce dernier n'est pas réellement différent du premier , & il n'a de la couleur & une forme grenue , que parce qu'il est sali par un peu d'huile de vitriol colorée , & parce qu'il provient de vapeurs plus denses & qui se cristallisent plus confusément.

Ces deux sels rectifiés conservent leur forme & leur nature lorsqu'ils sont dans un vaisseau bien bouché & à une température au-dessus de 30 degrés. Si on les expose à l'air , ils exhalent une vapeur blanche très-épaisse , une odeur forte d'acide sulfureux , & une partie se résout en une liqueur comme huileuse , d'une couleur brune-claire , qui ne fume



plus lorsqu'on la tient quelque temps à l'air. Ils se fondent dans l'eau avec chaleur & en produisant un bruit semblable à celui d'un fer rouge qu'on plonge dans ce fluide; ils excitent dans ce mélange une violente effervescence dûe au dégagement du gaz sulfureux, & ne donnent plus ensuite que de l'esprit de vitriol un peu coloré, & le décolorent même en partie. Ils se résolvent très-promptement en liqueur; enfin ils présentent tous les caractères d'un acide vitriolique concret, modifié par une combinaison gazeuse particulière, comme je crois l'avoir démontré dans ce Mémoire.



## M É M O I R E

P O U R S E R V I R

À L'HISTOIRE ANATOMIQUE DES TENDONS.

*Dans lequel on s'occupe spécialement de leurs  
capsules muqueuses.*

Par M. DE FOURCROY.

LES muscles du corps humain ont été décrits avec tant d'exactitude par un grand nombre d'anatomistes célèbres, qu'on doit presque renoncer à l'espoir d'ajouter quelques faits aux travaux de *Cowper*, de *Douglas*, de *Duverney*, de *Winflow*, d'*Albinus*, de M.<sup>rs</sup> *Lieutaud* & *Sabatier*. Cependant lorsqu'on examine avec attention les extrémités tendineuses de ces organes irritables, lorsqu'on considère, sans les séparer par le scalpel, la manière dont les tendons sont liés les uns avec les autres, l'ordre qui les fixe à leurs insertions, la marche qu'ils suivent sur les os depuis leur naissance jusqu'au lieu où ils s'attachent, leurs connexions réciproques, & sur-tout leurs rapports avec les articulations qu'ils environnent de toutes parts, on reconnoît que ce sujet n'est point totalement épuisé, & qu'il reste encore quelques objets à décrire.

Il n'est pas d'anatomiste exercé dans la dissection, qui n'ait observé bien des fois que les extrémités tendineuses sont retenues dans leur situation, & liées aux parties voisines par des membranes plus ou moins fines, qui, en les fixant à leur place, facilitent leurs mouvemens, & entretiennent dans leurs fibres une souplesse & une mobilité nécessaires

nécessaires à leur action. *Winslow* paroît cependant être le premier qui ait annoncé l'existence de ces productions membraneuses (a); car il ne faut point les confondre avec les parties que les anatomistes avoient appelées avant lui *membranes musculaires*, & sur lesquelles il s'étoit élevé entr'eux plusieurs discussions savantes. Ces membranes des muscles environnent leurs faisceaux charnus, en pénètrent & en séparent les fibres: celles dont nous nous occupons ici sont propres aux tendons & ne se rencontrent jamais sur leurs fibres musculaires; *Winslow* leur a donné le nom de *gaine membraneuse* (b), de *membrane mucilagineuse* (c), & quelquefois celui de *capsule ligamenteuse* (d); ce qui fait voir qu'il en avoit reconnu de différentes consistances. *François-Maurice Duverney* en a fait mention dans son ouvrage, sur l'art de disséquer les muscles. *Albinus* a fait plus d'attention à ces parties accessoires des tendons que les deux anatomistes précédens. Il a décrit plusieurs de ces capsules avec plus de soin; il les a appelées *bourfes*, *burfæ*, & il a observé les principales & les plus remarquables; il a sur-tout insisté sur celle qui est placée sous le tendon de l'iliaque. Toutes les bourfes qu'il a indiquées sont au nombre de dix-huit (e).

Je n'ai pu trouver qu'un auteur qui en ait traité *ex professo*. Il existe une dissertation imprimée à Léipsick, en 1753, dans laquelle le docteur *Jancke*, professeur de médecine & d'anatomie dans cette ville, a fait une histoire particulière des membranes qui accompagnent les cordes tendineuses, & auxquelles il a donné le nom de *capsules*

(a) Exposition anatomique, &c. Paris, 1732, in-4.<sup>o</sup>

(b) En parlant du tendon de l'obturateur interne.

(c) En décrivant les ligamens des deux premières phalanges des doigts.

(d) En parlant du tendon réuni de l'iliaque & du psoas.

(e) *Bernardi Siegfried Albini, histor. muscular. hominis; Leidæ Batavorum, 1734, in-4.<sup>o</sup>* Voyez les articles où il est question de ces bourfes, pages 319, 343, 422, 429, 434, 520, 522, 524, 527, 532, 536, 547, 551, 559, 563, 596.

*articulaires des tendons (f)*. Après avoir indiqué les anatomistes qui en ont parlé, il traite de ces capsules en général; il en indique l'origine, les différences & les usages: ces généralités ne m'ont paru avoir ni l'étendue ni la clarté nécessaires pour faire bien connoître la structure de ces membranes. Il fait ensuite le dénombrement de celles que ses dissections lui ont présentées au nombre d'environ cinquante dans les muscles des extrémités supérieures & inférieures; mais son travail ne consiste que dans une simple énumération du siège de ces capsules; il n'en décrit que trois ou quatre avec assez d'exactitude: en comparant ses descriptions à celles qu'*Albinus* a données, on reconnoît qu'il n'y a presque rien ajouté, si ce n'est une communication de quelques-unes avec l'intérieur des articulations, qui n'a point été admise par ce dernier anatomiste, & dont je parlerai plus bas. On ne trouve aucune description particulière de ces membranes dans les auteurs modernes.

*Haller* en parle d'une manière vague & générale dans sa grande physiologie (*g*); il les distingue cependant des membranes musculaires, mais pas assez des gaines tendineuses. Il y admet une graisse glanduleuse, & une humeur muqueuse qui contribue à donner le poli & le brillant aux surfaces des tendons.

M. Portal les a indiquées d'après *Albinus*, dans les additions qu'il a faites à l'Anatomie historique & pratique de M. *Lieutaud*. Il a aussi fait mention de la liqueur onctueuse contenue dans ces bourses capsulaires (*h*).

(f) *Prolusio quam orationi aditiali horâ 8, di. 4 mens. Maii, a. 1753, in auditorio philosophico habendæ præmittit, in eâque observationes quædam anatomicas de capsis tendinum articularibus proponit Joannes Godofredus Jancke, philosophiæ & medicinæ doctor, ejusdemque professor publicus extraordinarius, atque*

*in theatro anatomico professor. Lipsiæ ex officinâ Langenhemianâ; petit in-4.º de 20 pages.*

(g) *Elem. physiol. tom. IV, pag. 428, 436.*

(h) *Anatomie historique & pratique, par M. Lieutaud; nouvelle édition, augmentée par M. Portal. Paris, 1776, tome I, page 356.*

M. *Sabatier* est, de tous les anatomistes modernes, celui qui a fait le plus d'attention aux capsules des tendons. Il en a connu un plus grand nombre qu'*Albinus* ; il les a désignées, tantôt sous le nom de *capsules membraneuses*, tantôt sous la dénomination de *membrane molle & lâche*, de *tissu filamenteux*, ou de *productions membraneuses* (i).

Tel étoit à peu-près l'état des connoissances anatomiques sur ces membranes accessoires des tendons, lorsque m'occupant, en 1775 & 1776, de la dissection des muscles du corps humain & de ceux des quadrupèdes, je crus devoir faire une attention particulière à ces membranes. Les détails sur leur structure, donnés d'une manière assez piquante, quoique trop vague, par *Albinus* que je lisois, le scalpel à la main, m'excitèrent à les examiner avec soin. Les premières recherches que je fis sur cet objet, me parurent assez intéressantes pour mériter d'être suivies avec plus d'exactitude qu'il me sembloit qu'on n'en avoit mise à l'examen de ces parties. La situation respective des tendons autour des articulations, leurs connexions, leurs adhérences, leurs attaches, leur marche tracée sur les os qu'ils recouvrent, & sur-tout, les capsules muqueuses qui les enveloppent, ou qui sont placées au-dessous d'eux, & qui contribuent pour beaucoup à la facilité de leurs mouvemens, m'offrirent une suite d'observations, sinon entièrement nouvelles, au moins dignes d'être décrites avec plus de précision & de détails qu'on ne l'avoit encore fait.

Les parties que je me propose de décrire sont faciles à trouver avec un peu de soins & d'habitude dans la dissection ; mais l'administration anatomique exigeant qu'on les détruise pour apercevoir la forme & la situation des tendons dans toute leur continuité, & le moindre coup de scalpel les faisant totalement disparaître à cause de leur

---

(i) Traité complet d'anatomie, &c. par M. *Sabatier*. Paris, 1775, 2 vol. in-8.<sup>e</sup> Voyez le tome I, pages 274, 276, 284, 285, 289, 302, 306, 312, 315, 339, 340, 344, 352, 364, 365, 379, 382, 383, 385, 396.

mollesse & de leur ténuité, telle est sans doute la raison pour laquelle la plupart des anatomistes les ont négligées : d'ailleurs, presque tous ceux qui ont fait des recherches suivies sur les muscles, étoient occupés d'objets plus importants. J'ai cru, d'après cela, qu'il pourroit être utile de rassembler sous un seul point de vue tout ce que la dissection découvre dans ces productions membraneuses peu examinées jusqu'ici.

Après avoir rendu compte des motifs qui m'ont fait entreprendre un travail suivi sur les capsules muqueuses des tendons, je dois m'occuper de l'ordre dans lequel il m'a paru nécessaire de le présenter. Je partagerai ces recherches en deux parties.

Dans la première, j'exposerai la structure générale des capsules muqueuses des tendons ; j'indiquerai les raisons qui m'ont fait adopter cette dénomination ; je décrirai le tissu intime & l'origine de ces productions membraneuses ; j'en présenterai les différences les plus essentielles ; je donnerai les caractères à l'aide desquels on pourra les distinguer d'avec le tissu cellulaire & les gaines des tendons ; je ferai connoître les parties accessoirees de ces capsules, leurs brides ligamenteuses, le tissu filamenteux qui les fortifie, la graisse & les glandes synoviales que j'ai reconnues dans plusieurs d'entr'elles ; enfin, je tâcherai d'en tracer les usages généraux : ces objets seront traités dans ce Mémoire.

La seconde partie sera destinée à la description détaillée des capsules muqueuses que mes dissections m'ont présentées dans les tendons des muscles de l'homme. En décrivant ces membranes, j'aurai occasion de faire quelques remarques sur les connexions, la structure & les attaches de plusieurs tendons qui ont échappé aux recherches des anatomistes : ces différens détails constitueront plusieurs Mémoires qui feront suite à celui-ci.

## PREMIÈRE PARTIE.

*De la structure, de la situation, des différences générales  
des Capsules muqueuses des Tendons, & de  
leurs usages.*

LES capsules muqueuses des tendons sont des espèces de membranes le plus souvent très-fines & molles, quelquefois d'une consistance plus ferme, qui enveloppent les cordons tendineux, ou qui sont attachées à leur surface qu'elles assujettissent aux os, aux cartilages ou aux ligamens voisins. J'ai cru devoir leur donner ce nom, parce que la plupart d'entr'elles sont d'un tissu lâche, comme pulpeux, & se trouvent remplies d'une humeur visqueuse & collante semblable à un mucilage. Celles qui ont ces caractères dans un degré très-marqué, ressemblent à ces flocons membraneux qui se déposent dans les humeurs animales qui commencent à s'altérer; cette qualité onctueuse & muqueuse est également sensible dans l'intérieur de celles de ces capsules qui ont un tissu plus serré & véritablement membraneux. *Albinus* les avoit appelées *bourses*, *bursæ*, en raison de la structure de plusieurs d'entre elles qui présentent une cavité irrégulièrement arrondie, comme celles qui sont situées sous les tendons de l'iliaque, des trois fessiers, du deltoïde, &c. Le docteur *Jancke* les a nommées *capsules articulaires des tendons*, parce qu'elles servent à lier ou à articuler, pour ainsi dire, les tendons entr'eux ou avec les parties voisines, & parce qu'elles sont souvent adhérentes aux membranes ligamenteuses qui entourent les articulations. On pourroit aussi les désigner par celui de *capsules synoviales*, parce qu'elles contiennent toutes une humeur analogue à celle que l'on trouve dans les articulations, & parce que plusieurs d'entr'elles m'ont offert quelques paquets graisseux remplis de grains glanduleux, semblables aux glandes synoviales des cavités

Ces capsules ne doivent point être confondues avec les gaines des tendons; celles-ci sont des productions aponévrotiques ou ligamenteuses, d'un tissu très-ferré, fortement tendues autour des tendons, qui les brident dans leur marche, & qui sont placées immédiatement au-dessous des aponévroses dont elles tirent leur origine; un grand nombre de capsules muqueuses sont renfermées dans ces gaines avec les tendons qu'elles accompagnent, & leur tissu est toujours différent de celui de ces dernières. D'autres espèces de ces capsules ne sont attachées qu'à une portion des tendons, tandis que leurs gaines en occupent toute la longueur. On doit aussi les distinguer du tissu cellulaire proprement dit, parce qu'elles ont une existence particulière constante, & une structure manifestement différente.

J'ai déjà fait observer qu'il n'étoit point difficile de trouver les capsules muqueuses des tendons; en effet, il suffit, pour les rencontrer, de savoir qu'elles sont placées ou autour de ces parties, sous leurs gaines aponévrotiques, ou entr'eux & les parties auxquelles ils sont attachés vers leurs insertions. Pour découvrir celles qui enveloppent les tendons suivant leur longueur, on doit fendre leurs gaines avec précaution, & de manière à ne point parvenir du premier coup de scalpel à la surface brillante des tendons; cette section présente une seconde enveloppe souvent molle, d'une couleur grise, qui, saisie avec les pinces, se sépare facilement des tendons auxquels elle n'adhère que dans très-peu de points, & qui se déchire lorsqu'on la tire un peu fortement. On la conduit avec la même facilité depuis l'origine des tendons jusque près du lieu où ils s'implantent dans les os. On peut, pour en connoître le tissu lâche & l'étendue, introduire par une petite ouverture faite à leur extrémité supérieure, un tube de verre



ou une sonde creuse, à l'aide de laquelle on les distend aisément par l'insufflation; on les voit alors acquérir un assez grand volume, se dilater en un sac continu & ovoïde depuis leur naissance jusqu'à leur terminaison à l'attache des tendons, & quelquefois en cellules inégales resserrées d'espace en espace par des espèces de brides qui les lient aux tendons ou au périoste. J'ai souvent employé ce procédé pour connoître leur forme & leur continuité; il m'a également réussi pour trouver la communication de plusieurs de ces capsules entr'elles, & de quelques-unes avec les articulations voisines. On réussit encore à les remplir d'injection; mais comme la plupart sont formées par des membranes très-minces & très-fines, elles se rompent facilement, & ne résistent que peu aux efforts qu'on emploie dans le procédé anatomique. Quant aux capsules bornées à un seul point des tendons, & situées entre leur face postérieure & les parties osseuses plus profondes, on doit, pour les trouver sûrement, couper la chair des muscles dans son milieu, & les détacher avec précaution depuis cette section jusque dans le lieu où ils s'insèrent.

Ce premier examen suffit pour démontrer que les capsules muqueuses sont en général des espèces d'enveloppes ou de bourses membraneuses qui renferment les tendons dans leurs cavités, ou qui sont simplement attachées à l'une de leurs faces; mais lorsqu'on poursuit ces recherches sur les tendons de tous les muscles des extrémités, on reconnoît bientôt que toutes les capsules muqueuses ne sont point de la même nature, & qu'elles diffèrent par leur structure, leur étendue, leur forme, & vraisemblablement aussi par leurs usages, comme je l'exposerai à la fin de ce Mémoire. Les distinctions que je vais établir entre les différentes capsules muqueuses des tendons, démontreront que les anatomistes n'y ont pas fait encore toute l'attention nécessaire, puisqu'ils n'en ont point indiqué les variétés, & qu'ils se sont contentés d'en annoncer simplement l'existence comme si elles se ressembloient toutes: les principales

différences que j'ai eu occasion d'y remarquer sont relatives au lieu qu'elles occupent & à leur tissu.

Par rapport aux endroits où elles sont situées, tantôt on les trouve le long des tendons qui parcourent un espace plus ou moins étendu sur les os, & elles ont alors à peu près la même longueur que les tendons qu'elles enveloppent; tantôt on les rencontre vers leurs extrémités, elles offrent alors une espèce de vésicule arrondie ou ovale qui mérite le nom de *bourse*, par lequel *Albinus* les a désignées, & qui est placée entre une des faces tendineuses & les os ou les cartilages voisins, de sorte qu'elles ne renferment point les tendons comme les premières. Ces espèces de bourses sont quelquefois situées un peu au-dessus des insertions des tendons, & occupent quelquefois le lieu même de leurs attaches auquel elles se terminent. Je ferai voir dans mon second Mémoire, qu'*Albinus* n'a connu que ces dernières espèces de capsules muqueuses, & qu'il n'a fait aucune mention de celles qui enveloppent entièrement les tendons dans leur continuité; les unes & les autres ont cependant une structure très-différente. Les premières, que l'on pourroit spécifier par le nom de *capsules muqueuses vaginales*, & que l'on trouve sur les tendons allongés qui suivent la continuité des os dans une étendue plus ou moins grande, comme ceux des muscles fléchisseurs & extenseurs des extrémités, sont souvent d'un tissu extrêmement mince, d'une consistance comme mucilagineuse, elles entourent en entier les tendons. Les secondes, qui n'existent qu'après de l'insertion des tendons, ont moins de longueur que les premières, elles adhèrent ordinairement aux bords de l'extrémité des tendons dont elles enveloppent les attaches, tandis que les premières sont libres & comme flottantes à leur surface; elles présentent aussi une cavité plus sensible, & un tissu en général très-délicat & très-fin. Le nom de *capsules articulaires* donné par le docteur *Jancke*, convient très-bien à celles-ci; on en trouve de cette espèce à l'insertion radiale du biceps, à celles du tendon - d'achille

tendon-d'achille, du grand dorsal, du grand rond, du grand pectoral.

D'autres capsules, d'un tissu fort semblable à celui des précédentes, se rencontrent un peu au-dessus des insertions tendineuses; elles ont une cavité très-remarquable; leurs parois sont comprimées l'une sur l'autre, comme l'a très-bien remarqué *Albinus*, en décrivant celle qui est située sous le tendon de l'iliaque.

Enfin il existe une quatrième espèce de ces capsules, d'une forme & d'une nature analogues aux deux dernières, & qui n'en diffèrent que par le lieu qu'elles occupent. Celles-ci sont placées à la surface externe des tendons, entr'eux & des arcades osseuses ou ligamenteuses situées au-dessus; telle est celle que je décrirai au-dessous de l'*acromium*, & qui recouvre l'extrémité des tendons du sus-épineux & du sous-épineux. C'est à cette classe qu'il faut aussi rapporter la capsule placée au-dessous du gros ligament de la rotule, & sur la partie supérieure de la tubérosité antérieure du tibia.

La connexion de ces quatre espèces de capsules muqueuses avec les parties voisines, mérite aussi d'être comptée dans leurs différences, puisqu'elle influe beaucoup sur les variétés de leur tissu. En effet, ou elles existent entre deux ou plusieurs tendons, comme on l'observe dans ceux qui forment la couche musculaire externe de l'avant-bras, ou elles sont situées entre quelques tendons & les surfaces osseuses, cartilagineuses ou ligamenteuses sur lesquelles ils posent, ou dans la substance desquelles ils s'implantent. Dans ces diverses régions, les capsules muqueuses ont une structure relative aux parties d'où elles tirent leur origine. On observe avec un peu de soin dans les dissections, qu'elles adhèrent en général beaucoup plus fortement aux parties sur lesquelles reposent les tendons, qu'aux tendons eux-mêmes; ainsi, lorsqu'une capsule muqueuse enveloppe un tendon placé immédiatement sur le périoste, elle tient ordinairement à cette dernière membrane, tandis qu'elle ne fait que glisser sur la surface

tendineuse. Si l'on veut la détacher avec le scalpel, après l'avoir fendue sur le tendon, on la suit facilement jusqu'à la surface osseuse; mais on la trouve communément si adhérente au périoste qui recouvre cette surface, qu'il est quelquefois impossible de l'en séparer sans couper & détruire son tissu. Il paroît donc qu'il y a une véritable continuité entre la substance du périoste & celle des capsules muqueuses des tendons, qui semblent en être des productions. J'en dirai autant des membranes qui recouvrent les cartilages, les ligamens auxquels adhèrent souvent les capsules muqueuses. À la vérité, les parois postérieures ou internes de ces capsules vaginales, qui sont implantées dans le périoste d'où elles tirent leur origine, sont toujours minces, transparentes & semblables en quelque sorte à la pie-mère, tandis que leurs parois antérieures ou extérieures, qui se recourbent pour envelopper les tendons, présentent un tissu souvent fort différent. Tantôt ces productions capsulaires antérieures sont ternes & opaques, au lieu d'être transparentes comme leurs portions postérieures; elles offrent à leur surface externe un tissu plus épais, vésiculeux, mollasse, rougeâtre, quelquefois filamenteux, qui les rend plus volumineuses & plus fortes à la surface qu'au dessous des tendons; mais cette différence dépend de quelques couches membraneuses & cellulaires qui leur sont fournies par les parties voisines, & qui prennent le plus souvent leur naissance des aponévroses ou des gaines aponévrotiques extérieures, vers l'origine des tendons. Je me suis convaincu par la dissection, que ce tissu extérieur n'appartient pas à la capsule muqueuse même, & qu'il ne fait qu'en fortifier la surface extérieure; j'ai réussi plusieurs fois à séparer ces couches membraneuses accessoires de la surface même des capsules, en les enlevant peu-à-peu avec le scalpel: ce travail demande à la vérité assez de patience; mais il réussit constamment lorsqu'on y met le temps & les attentions convenables. On peut aussi, par un travail de la même nature, détacher entièrement une capsule ligamenteuse, en coupant avec précaution les fibres qui la lient au périoste, &

conserver cette capsule desséchée après l'avoir soufflée pour les démonstrations anatomiques. Mais cette dernière opération est plus difficile que la précédente ; & sur un grand nombre de capsules que l'on prépare ainsi, il en est peu qui se conservent bien entières, en raison de leur ténuité & du mucilage dont elles sont imprégnées. La macération les détruit en quelques heures ; lorsqu'on les expose à l'air pour en opérer la dessiccation, elles se ramollissent & se fondent pour ainsi dire très-promptement par la putréfaction qui y fait des progrès très-rapides, & auxquels on ne peut guère s'opposer. Le docteur *Jaucke* dit cependant avoir réussi plusieurs fois à en préparer de cette manière (*k*) ; je l'ai essayé, d'après son assertion, & outre la grande difficulté de les détacher entièrement du périoste & des tendons, de sorte à n'y faire aucun trou, ce qui empêcheroit l'insufflation, j'ai rencontré les autres obstacles annoncés ci-dessus pour leur dessiccation, obstacles dont cet anatomiste n'a fait aucune mention.

Quoique les détails dans lesquels je viens d'entrer sur la structure des capsules muqueuses des tendons, & sur leur origine, démontrent qu'elles sont souvent des productions du périoste ou de la membrane propre aux cartilages & aux ligamens, il paroît que la substance tendineuse contribue quelquefois elle-même à leur formation. Il y a deux cas où cette structure est très-manifeste ; 1.<sup>o</sup> on l'observe dans les capsules en forme de bourses situées à l'extrémité des tendons, vers leurs insertions ; ces espèces de membranes capsulaires ne glissent point sur la surface tendineuse, comme celles que nous avons appelées *vaginales* ; elles s'attachent fermement aux deux bords des tendons de la substance desquels il est impossible de les séparer, & paroissent se continuer avec les fibres tendineuses par l'une de leurs faces, tandis qu'elles se confondent par l'autre avec le tissu du

---

(*k*) Loc. citat. pag. 6. *totæ inflari, partim, quod ab his ipsis partibus, cultro, sed cautissimè ducto, separari (quod mihi quidem tentanti sæpius exsententiâ successit), & exsiccare atque in futurum usum adservari possunt.*

périoste. 2.<sup>o</sup> Dans quelques capsules vaginales, on trouve une communication bien marquée entr'elles & les faisceaux des tendons qu'elles enveloppent; cette communication & cette confusion de substance s'y démontrent par des espèces de brides aponévrotiques qui sont tendues entre la surface intérieure de ces capsules & l'extérieure des tendons. Mais cette continuation n'est ni aussi sensible ni aussi fréquente dans cette seconde circonstance que dans la première. L'on a vu aussi qu'il se détache souvent des gaines aponévrotiques voisines, des faisceaux fibreux, d'une consistance à la vérité beaucoup moins forte que leur propre tissu, & qui viennent recouvrir la surface extérieure des capsules muqueuses dont elles augmentent l'épaisseur; ainsi l'on peut avancer que ces enveloppes ou bourses membraneuses sont formées le plus souvent par le périoste, & quelquefois par les tendons où les aponévroses.

Je n'ai décrit jusqu'ici que le tissu ou la substance propre des capsules muqueuses. Il me reste à faire connoître les parties accessoiress qui se rencontrent à leur face externe ou dans leur cavité intérieure, & qui me paroissent mériter beaucoup d'attention, parce qu'elles éclairent sur leurs véritables usages. Ces détails comprennent les duplicatures membraneuses que plusieurs d'entr'elles présentent, les brides, les filamens muqueux, les graisses, le tissu glanduleux que l'on trouve dans quelques-unes, l'humeur qui les abreuve, & la communication qu'elles entretiennent entr'elles, ou avec les parties voisines.

J'entends par duplicatures membraneuses, l'adossément & l'adhérence de plusieurs des capsules muqueuses vaginales, & la multiplicité des feuillets qu'on y observe souvent. Toutes les fois que plusieurs tendons glissent ensemble dans des gouttières cartilagineuses creusées à la surface des os; comme cela a lieu dans les muscles fléchisseurs & extenseurs des doigts, on trouve plusieurs de ces capsules qui se renferment réciproquement, & qui sont collées les unes aux autres. Les trousses de ces tendons sont tous contenus

dans une capsule muqueuse commune, qui les enveloppe de toutes parts. Sous cette première membrane, qui est ordinairement fortifiée par le tissu molasse & pulpeux que j'ai décrit plus haut, on trouve une capsule particulière à chaque tendon, & quelquefois entre celle-ci & la première ou la superficielle, il en existe plusieurs autres qui renferment deux ou trois tendons écartés du premier troussseau, pour les accompagner jusqu'à l'endroit où ils se séparent l'un de l'autre, & dans lequel chacun d'eux n'a plus que sa capsule particulière. Telle est la raison pour laquelle on peut détacher, avec le scalpel, deux, trois & quelquefois quatre feuillets membraneux de dessus le paquet de tendons des fléchisseurs des doigts, situé sous le ligament annulaire du carpe, qui les retient en leur livrant passage. Le docteur *Jancke* a fait mention de cette structure, mais d'une manière trop vague & trop générale (1).

L'intérieur des capsules muqueuses offre plusieurs parties qu'il est important de bien connoître: les capsules vaginales sont entièrement mobiles sur les tendons, & ne contractent avec eux aucune adhérence; on ne remarque dans celles-ci que l'humeur mucilagineuse dont elles sont toutes abreuvées en plus ou moins grande quantité, & que j'examinerai plus bas. Mais on trouve dans plusieurs de ces premières capsules, ainsi que dans les deux autres espèces, des appendices de leur surface interne, qui tantôt ressemblent à des filamens mous & muqueux, & vont se terminer aux tendons; tantôt à des brides ou cordelettes dures, élastiques, comme aponévrotiques, qui paroissent partir des tendons pour se perdre dans la face interne des capsules muqueuses, avec la substance desquelles elles se confondent. Le docteur *Jancke* a reconnu ces brides ligamenteuses, & il les a comparées aux filets tendineux que l'on observe dans les ventricules du cœur (m). Je n'ai point trouvé dans ces

---

(1) *Loc. citat.* pag. 13 & 18.

(m) *Deinde intra earum cavitatem filamenta quædam reperiuntur, quæ*

cordelettes intérieures une ténacité qui pût être comparée à celle des filets tendineux du cœur; & je pense, d'après un examen attentif de ces parties, que cet anatomiste a pris des productions tendineuses qui se détachent des tendons & vont s'épanouir dans le périoste, pour des brides dûes aux capsules muqueuses, dont il est essentiel de les distinguer. J'ai encore observé que ces cordelettes sont moins multipliées que ne l'annonce le docteur *Jancke*, puisqu'elles ne se trouvent pas constamment dans les grandes capsules muqueuses, dans lesquelles il assure qu'on en rencontre toujours quelques-unes (*n*).

Les espèces de filamens ou prolongemens muqueux que j'ai dit exister quelquefois dans l'intérieur des capsules des tendons, & qui paroissent tenir la place des brides dont je viens de parler, sont très-remarquables dans plusieurs d'entr'elles; elles offrent des flocons visqueux ou gélatineux, qui se détachent des capsules muqueuses, & qui vont s'épanouir à la surface des tendons: on les trouve dans toutes les espèces de capsules, mais plus communément dans celles que nous avons appelées *vaginales*. Ils ne sont pas constans, & quoiqu'ils aient l'apparence d'une gelée, on y distingue cependant des membranes légères analogues à celles qui renferment le fluide lymphatique du blanc-d'œuf ou du corps vitré; il semble que ce soit un mucilage épais, contenu dans un follicule membraneux, qui va s'ouvrir à la surface du tendon. On a des exemples de ces deux espèces de productions intérieures des capsules muqueuses dans les tendons du sublime, & dans plusieurs autres dont je donnerai une description détaillée dans un

---

*sive columnas, sive trabes, sive retinacula quis vocare velit, per me licet. Hæc parva, teretia, fortia tamen & tendinea sunt, quæ non aliter atque illa in ventriculis cordis ab uno pariete ad alterum obliquè procedunt.* Jancke, loc. citat. pag. 7.

(*n*) *Et quamvis in universum modò adsint, modò desint, attamen in paulò amplioribus nunquam planè defuisse memini.* In eod. loco.



des Mémoires suivans. Au reste, ni les uns ni les autres de ces prolongemens intérieurs des capsules tendineuses, ne sont très-nombreux dans les extrémités des tendons, & on ne les observe que sur un petit nombre.

Je regarde également comme parties accessoires de ces capsules, les graisses & les grains glanduleux qui se rencontrent dans plusieurs d'entr'elles. La graisse n'existe point, à beaucoup près, dans toutes les capsules; on la trouve spécialement autour des tendons qui environnent le pied, & sur-tout des deux jambiers; elle est renfermée très-exactement dans la membrane capsulaire, & on ne l'aperçoit qu'après avoir ouvert cette dernière: cette graisse est molle, blanche, & chargée d'une grande quantité de suc mucilagineux ou lymphatique. La première fois que je l'aperçus, elle me parut fort différente de celle qui existe sous la peau, & l'ayant examinée depuis avec beaucoup d'attention, je la trouvai entièrement semblable à celle que l'on rencontre dans l'intérieur des articulations. Les petits points rougeâtres dont je la vis presque toujours parsemée, & qui sont parfaitement analogues aux glandes articulaires, confirmèrent bientôt cette ressemblance. La quantité assez considérable de liqueur onctueuse que je rencontrai dans plusieurs de ces capsules, & des paquets de véritables synoviales isolées & sans mélange de graisse, que m'offrirent presque constamment les capsules muqueuses du tendon radial du biceps, du tendon d'achille, de celui du poplité, ne me laissèrent plus de doute sur l'existence de ces organes glanduleux dans les membranes capsulaires des tendons, & sur la nature analogue de la graisse que plusieurs contiennent dans leur cavité. Au reste, la découverte des glandes synoviales dans les capsules muqueuses des tendons, est déjà assez ancienne; *Clopton Havers* en avoit parlé dans ses Observations sur les os; mais il en avoit admis beaucoup plus généralement qu'on n'en trouve réellement, & il n'avoit point spécifié

leur siège (o). *Albinus* avoit entrevu quelque chose de glanduleux dans la bourse membraneuse qui accompagne l'insertion du tendon d'achille; ce célèbre anatomiste avoit dit, en parlant de la capsule muqueuse située dans cet endroit, *eminet inter eam glandulosi quid* (p). *M. Jancke* en avoit aussi reconnu l'existence, & il les avoit regardées comme une des principales sources de l'humeur qui lubrifie les tendons; mais il n'en a fait qu'une mention générale, & il n'en a décrit aucune en particulier dans l'énumération des capsules qu'il a trouvées sur les tendons (q). *Haller* a également indiqué les glandes synoviales & des paquets graisseux que renferment les capsules muqueuses du tendon du biceps, & des tendons des fléchisseurs des doigts (r).

Je dois faire remarquer, à l'égard de ces graisses synoviales & des petits grains glanduleux qui les accompagnent, que ces parties ne se trouvent point, à beaucoup près, dans toutes les capsules muqueuses des tendons : on ne les observe qu'autour de ceux qui exécutent de grands mouvemens; & sur environ soixante capsules que je décrirai dans les Mémoires suivans, à peine y en a-t-il huit ou dix qui en contiennent, encore n'y sont-elles jamais si marquées ni si fortes que dans les articulations : ce n'est que d'après la ressemblance de leur tissu & de leur forme avec ces dernières, que j'ai cru devoir les désigner par le nom de *glandes synoviales*. Il est donc vrai de dire avec *Kaw Boërhaave*, que la liqueur qui baigne les tendons & qui facilite leurs mouvemens, vient, comme celle de

(o) *Novæ observationes de offibus*; Leydæ 1734, in-8.º quatrième discours.

(p) *Hist. musc. hom. lib. III*, cap. 207, pag. 563, sub finem descriptionis solei.

(q) *Is enim succus articularum axungie similis, partim ex poris, in facie capsulae interiore patentibus,*

*exit & in cavum ejus destillat, partim in glandulis conjicitur, quæ hinc inde in diverticulis quasi & angulis præcipuè majorum capsularum latent, eumque succum pressè emittunt.* Loc. citat. pag. 8.

(r) *Elementa physiologiæ*, in-4.º tom. IV, pag. 428, S. 15.

toutes les cavités membraneuses, de la rosée & des vapeurs qui s'exhalent des pores dont ces membranes sont remplies. Mes recherches sur les capsules muqueuses, m'ont aussi démontré que les petits paquets glanduleux se trouvent plus fréquemment dans celles qui sont situées à l'insertion de plusieurs muscles, lorsque l'extrémité de leurs tendons glisse sur des facettes osseuses, & que l'on ne rencontre que des graisses dans les capsules vaginales placées autour des tendons qui suivent la direction des os.

Quelle que soit la source de la liqueur qui lubrifie la surface des tendons, & qui est renfermée dans l'intérieur de leurs capsules, il est certain que cette liqueur est de la même nature que celle qui se sépare dans les articulations. J'en ai trouvé des gouttes très-sensibles dans celles qui sont situées au-dessous du genou à l'insertion du demi-membraneux, du grêle interne, du couturier & du demi-nerveux, dans la belle capsule radiale du biceps, dans celle qui accompagne le tendon supérieur de ce muscle le long de la gouttière bicipitale, dans les capsules muqueuses du grand pectoral, du grand dorsal, du grand rond & du tendon d'achille. En posant le doigt dans la cavité de ces capsules ouvertes, & en le retirant doucement, on voit cette humeur s'allonger en filets comme un mucilage épais, quoiqu'elle jouisse d'une assez grande fluidité. Cette liqueur m'a présenté tous les caractères de la synovie; j'en ai soumis les gouttes que j'ai pu me procurer, à des essais qui m'ont convaincu qu'elle est de nature albumineuse, ainsi que cette dernière, & non pas graisseuse ou analogue à la moëlle, comme l'ont dit beaucoup d'anatomistes. En effet, elle s'unit à l'eau & la blanchit légèrement; jetée dans l'eau bouillante, elle s'y coagule en filamens comme le blanc-d'œuf, & une portion qui s'y dissout donne une couleur laiteuse à ce fluide; elle verdit le sirop de violettes; le feu & les acides la coagulent. J'aurai occasion dans d'autres circonstances de présenter à l'Académie une analyse de la synovie, sur laquelle

je ne dois rien ajouter de plus aujourd'hui; il me suffit d'avoir démontré, par ces essais, que la liqueur qui abreuve les tendons, & qui est renfermée dans leurs capsules muqueuses, est de la même nature que celle qui lubrifie les surfaces cartilagineuses des os dans les articulations. Je ne doute point qu'elle ne soit sujette aux mêmes altérations & aux mêmes maladies que cette dernière, & les concrétions que j'ai plusieurs fois trouvées dans les capsules dont je m'occupe, m'autorisent à penser que son épaissement est la cause de ces tumeurs placées sur les tendons qui environnent le dos de la main, & que l'on connoît sous le nom de *ganglions*; mais il seroit trop éloigné de l'objet de ce Mémoire, de m'appesantir sur les détails de ces altérations de la synovie des tendons, qui méritent toute l'attention des personnes occupées de l'art de guérir. Je crois devoir cependant ajouter que l'épaississement de cette liqueur, & la nature des concrétions qu'elle dépose à la surface des tendons & dans les gaines qui les retiennent, me paroît jouer un grand rôle dans les maladies des articulations, & particulièrement dans la goutte, dont l'humeur attaque les capsules vaginales des tendons aussi souvent que les cavités articulaires. *Clopton-Havers* croyoit que cet épaissement de la synovie des tendons étoit la véritable cause du rhumatisme (a).

Le docteur *Jancke* a assuré que quelques capsules muqueuses des tendons communiquent avec l'intérieur des articulations autour desquelles elles sont situées; il dit avoir trouvé deux fois une vraie communication entre la capsule qui enveloppe les tendons réunis de l'iliaque & du psoas, & l'intérieur de la cavité articulaire de la cuisse. Il réfute *Albinus*, qui, en décrivant cette capsule, avance que sa cavité est terminée autour des tendons, & qu'elle ne s'ouvre dans aucune partie voisine. J'ai tourné mes recherches vers ce point, & j'ai examiné avec beaucoup d'attention toutes

---

(s) *Nov. observ. de affib.* 4.<sup>e</sup> Discours.

les capsules situées aux environs des articulations de l'humérus avec l'omoplate, du radius avec la première rangée des os du carpe, du fémur avec la cavité cotyloïde, des condyles du même os avec le tibia, & des os de la jambe avec l'astragale. J'ai trouvé plusieurs fois une continuation manifeste de la substance graisseuse contenue dans la capsule muqueuse placée sous le gros ligament de la rotule, avec celle de la cavité articulaire du genou; j'ai observé une communication par une ouverture large de plus d'un demi-pouce, entre la capsule particulière au tendon du muscle poplité, & le côté externe de l'articulation du genou, au-dessous du condyle externe du fémur, & au-dessus du bord postérieur du cartilage semi-lunaire du même côté. Il est étonnant que cette communication, la plus frappante & la plus aisée à démontrer de toutes celles que j'aye eu occasion de voir, n'ait point été décrite ni même indiquée par les anatomistes; aucun même n'a remarqué que le tendon du muscle poplité est plongé dans l'articulation, & fortement adhérent à la surface interne de la capsule articulaire du genou. J'ai rencontré quelquefois de légères communications entre les capsules des tendons qui environnent le pied, & les cavités articulaires des os du tarse; mais je n'ai pas pu reconnoître celle de la capsule de l'iliaque avec la cavité cotyloïde, annoncée par le docteur *Jancke*. Je suis souvent parvenu à faire passer de l'air dans la cavité articulaire de l'omoplate, en soufflant dans les capsules muqueuses qui environnent cette articulation, & sur-tout dans celle qui accompagne le tendon scapulaire du biceps. Quoique la dissection nécessaire pour ces opérations ait pu produire quelque trou dans ces endroits, quoique la force de l'air poussé par des tuyaux, ait pu aussi occasionner quelque déchirement dans les membranes capsulaires des articulations du genou & de l'omoplate, dont le tissu est assez fin dans le voisinage des capsules muqueuses; on ne peut douter de la communication qui existe entre ces parties, lorsque l'on considère la grande quantité de

capsules qui environnent ces deux articulations, l'étendue de ces capsules, la situation de la plupart d'entr'elles sur le tissu cellulaire qui revêt la surface externe des ligamens capsulaires, & sur-tout le passage de la capsule muqueuse du biceps, dans la cavité de l'articulation scapulaire, ainsi que celui du tendon du poplité dans l'intérieur de la capsule articulaire du genou.

Tels sont les différens objets relatifs à la structure des capsules muqueuses des tendons, considérées en général; il est actuellement nécessaire d'en rechercher les usages: malheureusement cette recherche est la partie la plus difficile & la moins certaine de l'anatomie, & les anatomistes exacts sont toujours plus longs en décrivant la structure des parties qu'en assignant leurs fonctions. Les utilités des capsules muqueuses qui enveloppent les tendons ou qui leur sont attachées, ne sont pas à la vérité aussi difficiles à reconnoître que celles des viscères; le siège & la structure de ces parties indiquent assez qu'elles servent à lubrifier les tendons, à faciliter leur glissement sur les os, ou sur les parties auxquelles ils sont assujettis. On ne peut douter, d'après la seule inspection, qu'elles ne soient de la plus grande utilité pour l'intégrité & l'aisance de leurs mouvemens.

L'humeur qui les abreuve sans cesse & qu'on y rencontre constamment, contribue beaucoup à leur donner ces avantages; elle sert en même temps à polir la surface des tendons, à leur communiquer ce brillant argenté qui les distingue, & à entretenir dans leurs fibres la souplesse & l'espèce de ductilité nécessaires pour leur action.

Le docteur *Jancke* leur attribue encore l'usage de fixer & de retenir les muscles dans leur situation; mais si l'on considère la ténuité & la faiblesse de leur texture, leur petitesse par rapport à l'étendue des tendons, & sur-tout, les autres moyens que la nature a employés pour attacher les tendons aux parties voisines, tels que les gaines aponévrotiques & le tissu cellulaire qui les environne de toutes parts, on reconnoîtra que cet usage n'est que secondaire.

en comparaison de celui que nous leur avons assigné : d'ailleurs, cet usage ne pourroit appartenir qu'à celles de ces capsules qui sont situées, en forme de bourses aplaties & comprimées, entre les tendons & les os ou les cartilages sur lesquels ils posent, comme nous le ferons observer dans un instant.

C'est donc spécialement à la production de l'humeur synoviale, à la conservation de cette liqueur pour la facilité & la liberté des mouvemens des tendons, que les capsules muqueuses sont destinées.

En se rappelant les différences de structure & de situation qui distinguent les capsules muqueuses des tendons, on ne peut douter que chaque espèce n'ait des usages particuliers ; ainsi celles qui enveloppent les tendons en forme de gaines mucilagineuses, ne paroissent servir qu'à les lubrifier ; celles qui entourent leurs insertions, les brident sur les os, & favorisent leur glissement sur les surfaces osseuses qui sont ordinairement enduites d'une légère couche cartilagineuse : quant aux bourses capsulaires situées au-dessus de leurs attaches, & dont la paroi antérieure adhère fortement aux tendons, tandis que leur paroi postérieure est collée au périoste ou aux ligamens orbiculaires des articulations, elles paroissent servir à assujettir les tendons aux parties sur lesquelles ils reposent, & à permettre qu'ils se meuvent avec plus de facilité sur ces parties.

Au reste, je reviendrai avec plus de détails sur ce qu'il peut y avoir de particulier dans les usages des différentes capsules muqueuses des tendons, en décrivant chacune d'elles dans les Mémoires qui suivront celui-ci.



## S E C O N D M É M O I R E

P O U R S E R V I R

À L'HISTOIRE ANATOMIQUE DES TENDONS,  
*Dans lequel on s'occupe spécialement de leurs  
 Capsules muqueuses.*

## S E C O N D E P A R T I E.

*Description particulière des Capsules muqueuses qui  
 accompagnent les tendons des muscles du corps humain.*

Par M. DE FOURCROY.

Lû  
 le 10 Mars  
 1787.

J'AI examiné, dans un premier Mémoire, la structure générale des capsules muqueuses des tendons; j'ai considéré leur forme, leur nature, leur siège, leurs différences & leurs usages généraux: ces préliminaires destinés à faire connoître des espèces de membranes auxquelles les anatomistes n'avoient point fait assez d'attention, ne suffisoient pas pour en compléter l'histoire; il faut les décrire en particulier pour confirmer la description générale & sommaire qui en a déjà été donnée dans la première partie; il faut sur-tout indiquer la position & la structure de chacune d'elles avec assez de soin & de précision, pour que l'on puisse les trouver facilement dans la dissection, & les distinguer des parties avec lesquelles il seroit aisé de les confondre, si l'on n'étoit pas averti de leur existence.

Avant d'entrer dans les détails de ces descriptions, je dois rappeler la distinction qu'il est nécessaire d'établir dans les capsules muqueuses d'après leur forme & leur siège. Quoique j'en aye distingué quatre espèces dans mon premier Mémoire, pour mieux indiquer leur situation &



leur nature, je n'en distinguerai ici que deux espèces générales d'après leur forme. Ces membranes sont placées ou le long des tendons qu'elles enveloppent en manière de gaines, ou à leurs insertions qu'elles fixent aux parties voisines ; les premières logent entièrement les tendons dans leurs cavités, les secondes ne les renferment point. Dans cette seconde espèce, ces tendons sont placés de deux manières différentes relativement aux capsules muqueuses qui les accompagnent ; en effet ou ils sont tout-à-fait au dehors de ces petits sacs membraneux qui sont situés au-dessous deux, de manière que les cordons tendineux les tiennent comprimés & aplatis ; ou bien une des faces des tendons est plongée dans la cavité de la capsule muqueuse dont la lame antérieure au lieu de glisser sous le tendon comme dans les dernières, vient s'insérer à ses bords, de sorte que la surface postérieure du tendon touche la paroi ou lame antérieure de la capsule. Telle est ordinairement la structure des capsules muqueuses placées à l'insertion des tendons, & destinées à en favoriser le glissement sur une portion des os auxquels ils s'attachent. J'ai donné aux premières le nom de *capsules* en forme de gaines, & les secondes qui avoient été appelées *bourses* par *Albinus*, & *capsules articulaires* par *Jancke*, me paroissent mériter celui de *capsules muqueuses vésiculaires*, en raison de leur forme qui présente toujours une espèce de vessie ovale ou arrondie & comprimée. Ce nom leur convient, soit qu'elles soient placées entièrement sous les tendons qui les aplattissent, soit qu'elles renferment la face postérieure des tendons dans leur cavité, parce que dans ces deux cas elles ont toujours une forme semblable.

Ces membranes capsulaires sont assez constantes ; elles varient à la vérité par leur situation plus ou moins élevée, par leur étendue plus ou moins grande, & par leur figure ; mais on les trouve toujours à peu-près dans le même lieu, & je les ai trouvées très-bien formées dans le fœtus : ainsi elles ne sont point dûes aux mouvemens répétés des

muscles, & elles entrent dans le premier plan de la nature. Je crois même que, loin de devoir leur naissance aux contractions des muscles, elles sont au contraire peu-à-peu détruites par le mouvement de ces organes, parce qu'il m'est constamment arrivé de les trouver plus nombreuses, plus dilatées, plus faciles à apercevoir dans les enfans que chez les vieillards dans lesquels je les ai vues plusieurs fois comme oblitérées & beaucoup plus difficiles à reconnoître.

Les capsules muqueuses ont été données par la nature aux tendons alongés & qui parcourent un trajet plus ou moins étendu sur les os, ou sur les parties voisines en général; aussi n'en trouve-t-on aucune dans les muscles de la tête, du cou, du thorax & de l'épine; c'est dans ceux des extrémités qu'on les rencontre le plus communément, & comme les articulations sont le rendez-vous de presque tous les tendons des muscles qui y sont situés, c'est spécialement dans leur voisinage que sont placées les capsules muqueuses, aussi pour mettre quelque ordre dans les descriptions que je vais donner, je les diviserai en six articles, suivant les articulations autour desquelles ces membranes capsulaires ont leur siège, en avertissant que je comprendrai dans chaque articulation les capsules des tendons qui s'insèrent à quelque distance, mais toujours plus près d'elle que d'une autre.

## ARTICLE PREMIER.

*Des Capsules muqueuses des tendons, placés aux environs de l'articulation de l'humérus avec l'omoplate.*

LES anatomistes modernes ont fait observer combien les tendons qui environnent de toutes parts l'articulation de l'humérus avec l'omoplate, contribuoient à la solidité de cette articulation, dont l'appareil ligamenteux est d'ailleurs très-lâche, & peu propre par lui-même à résister aux  
grands

grands efforts qui s'y passent, si les muscles ne remplissoient ici les fonctions auxquelles la nature a destiné des cordes ligamenteuses très-fortes dans les autres articulations. Tous ces tendons, qui se rapprochent les uns des autres & qui s'insèrent par un art merveilleux à des parties osseuses assez peu étendues relativement à leur nombre, présentent plusieurs capsules muqueuses qui les assujettissent, soit entr'eux, soit avec les os qu'ils recouvrent.

*Albinus* n'a décrit que deux de ces capsules, savoir, une que l'on trouve sous le deltoïde dans le voisinage de l'acromion; & l'autre qui appartient au tendon du grand rond & du grand dorsal (*a*).

*Jancke* a indiqué dix capsules qu'il assure se trouver constamment aux environs de l'épaule (*b*); mais après un grand nombre de dissections faites avec tout le soin & toutes les attentions convenables, je me suis convaincu qu'il les a trop multipliées & qu'il a pris plusieurs des divisions & des intersections qu'on y remarque, pour autant de capsules particulières.

Voici celles que je crois devoir distinguer & décrire en particulier.

1.<sup>o</sup> Lorsqu'on détache le deltoïde de bas en haut, après avoir coupé ses fibres charnues au-dessus de son insertion à l'humérus, & lorsqu'on l'enlève jusqu'auprès de l'acromion, on reconnoît qu'il tient au-dessous de cette apophyse par une bourse ou capsule membraneuse très-large, & fort différente du tissu cellulaire placé plus bas. Cette capsule muqueuse est très-étendue, c'est la plus superficielle de celles qui sont placées sur la tête de l'humérus, elle a plus d'un pouce de largeur; sa paroi supérieure & superficielle adhère au deltoïde dont on la sépare facilement; sa paroi inférieure & profonde se confond avec des productions membraneuses assez épaisses, qui recouvrent la capsule arti-

---

(*a*) *Hist. musculor.* lib. III, pag. 343, 422, 429.

(*b*) *Loc. cit.* pag. 10 & 11.

*Mém.* 1785.

culaire de l'humérus, & dont on ne peut la détacher qu'en détruisant son tissu. Sa cavité est lisse & polie, on y trouve une humeur synoviale assez abondante; elle ne renferme ni graisse ni paquets glanduleux, elle est comprimée par les fibres du deltoïde, & recouvre le tendon du sus-épineux. Cette capsule muqueuse, que l'on pourroit désigner par le nom d'*acromiale*, parce qu'elle est située en partie sous cette apophyse, & qu'elle n'appartient pas uniquement au deltoïde ni au sus-épineux, est placée plus du côté externe de l'articulation que du côté interne, & cette situation suffit pour la distinguer facilement d'avec une autre située en dedans sous l'apophyse coracoïde; elle a une forme allongée & irrégulière, la cavité ouverte paroît plus large en devant, & se rétrécit en arrière, en se prolongeant sous l'acromion. C'est la première de *Jancke*, qui l'a indiquée sans la décrire, & qui lui a donné trop d'étendue du côté interne (c). *Albinus* en annonce l'existence, mais beaucoup trop vaguement (d). *M. Sabatier* en a désigné très-exactement la place (e). Son usage paroît être d'appliquer le haut des trousseaux charnus moyens du deltoïde, sur la tête de l'humérus, & de faciliter le mouvement de ce muscle; elle a aussi le même avantage par rapport aux tendons des muscles sus-épineux & sous-épineux, elle rend plus doux le mouvement de rotation de la tête de l'humérus sous l'apophyse acromion, lorsque cet os est porté en dehors & en haut par ces trois muscles contractés en même temps. Elle sert donc spécialement à diminuer le frottement de l'extrémité supérieure de l'os du bras contre

(c) *Loc. cit.* pag. 10. a.

(d) *Hist. musculor.* pag. 422.  
 « *Cæterum huic musculo (deltoïd.)*  
 » *circa processum superiorem scapulae*  
 » *subiecta bursa insignis, qualis iliaco*  
*interno cum psoa magno.*

(e) *Traité d'Anatomie; de la Myologie*, pag. 279, (du deltoïde).

« Une capsule membraneuse assez large l'assujettit au-dessous de l'acromion à la partie supérieure, antérieure & externe de l'humérus, & aux tendons qui se fixent à la grosse tubérosité de cet os ».

l'apophyse la plus forte de l'omoplate, sur laquelle l'humérus est souvent mu avec beaucoup d'énergie.

2.<sup>o</sup> Sur les tendons situés à la surface de la grosse tubérosité de l'humérus, c'est-à-dire, sur ceux du sus-épineux, du sous-épineux & du petit rond, on trouve constamment une seconde capsule muqueuse, presque aussi grande que la première, moins longue de devant en arrière, mais plus large, qui s'étend à la partie antérieure de la précédente, quelquefois jusqu'à l'apophyse coracoïde, & qui est comprimée par le deltoïde, comme la capsule acromiale. Cette bourse capsulaire a beaucoup de rapport avec la première, mais elle en diffère en ce qu'elle se prolonge latéralement, soit en dehors, soit en dedans; elle s'étend souvent jusqu'à l'insertion des trois muscles coracoïdiens. Elle est plus large en dehors immédiatement sur les tendons du sus-épineux & du sous-épineux auxquels elle paroît plus spécialement destinée; elle se rétrécit du côté interne, & elle se termine dans le voisinage du bec coracoïde par un prolongement assez fin, qui quelquefois ne va pas tout-à-fait jusqu'à cette apophyse; elle adhère au deltoïde, aux tendons du sus-épineux & du sous-épineux. En la considérant avec attention, on y reconnoît une forme triangulaire; deux de ses angles sont en dehors, placés sur les tendons désignés, l'autre est en dedans, plus alongé, plus aigu, & regarde l'apophyse coracoïde; ce dernier passe sous le ligament placé entre l'acromion & l'apophyse coracoïde, sa plus grande largeur recouvre le tendon du sus-épineux. Cette capsule muqueuse ne contient ni graisse, ni paquets glanduleux; cependant elle est lisse, polie & humectée de liqueur synoviale.

Quelquefois elle communique avec la première auprès de laquelle elle est située; souvent elle en présente une espèce de continuation, & semble n'en point être distinguée. Elle a le même usage que la précédente, relativement au mouvement de rotation de l'os du bras; elle n'a pas été décrite par les auteurs cités ci-dessus. On pourroit l'appeler

acromiale, comme la première, en la distinguant, par le mot *externe* qui désigne la situation, tandis que la précédente seroit appelée *capsule muqueuse acromiale interne*.

3.<sup>o</sup> Un peu plus en dedans que le lieu occupé par les deux capsules précédentes, & sous l'apophyse coracoïde, on rencontre constamment une large capsule muqueuse, située entre la face inférieure de cette apophyse & la surface du tendon du sous-scapulaire. Cette capsule est une de celles qui ont été décrites avec le plus de soin par *Jancke* (f), & dont *Albinus* n'a fait aucune mention. M. *Sabatier* en a indiqué deux dans sa description du sous-scapulaire (g). Ces deux anatomistes en désignent la situation avec beaucoup d'exactitude : *Jancke* dit l'avoir vue divisée en deux & même en trois ; il assure aussi qu'il a observé que la plus antérieure s'ouvroit quelquefois dans l'articulation sur laquelle elle est placée, je n'ai jamais vu cette communication.

Quoique cette capsule muqueuse se rencontre très-constamment, elle m'a toujours présenté quelques variétés. Tantôt je l'ai trouvée ne formant qu'une bourse membraneuse assez vaste, occupant tout l'espace compris depuis la racine de l'apophyse coracoïde jusqu'au-devant de sa pointe, recouvrant entièrement le tendon du sous-scapulaire sur lequel elle est toujours située, & adhérent en haut à la face inférieure de cette éminence & au bord postérieur des muscles qui s'y insèrent en dehors, c'est-à-dire, du biceps & du coraco-brachial ; lorsqu'elle offre cette structure simple, on remarque une grande cavité irrégulièrement ovale de devant en arrière, suivant à peu-près le trajet du bec coracoïde, lubrifiée de synovie, lisse & polie, sans être brillante : on peut la détacher de dessus la surface osseuse,

(f) *Loc. cit. pag. 10. d).*

(g) *Traité d'Anat. tome I, page 285.* « On le trouve joint à la base » de l'apophyse coracoïde & aux » tendons réunis du biceps & du

coraco-brachial, par deux capsules « membraneuses de la nature de « celles qui ont été décrites précédemment ».

& plus difficilement de dessus le tendon ; elle se prolonge ordinairement en devant , sur la capsule articulaire de l'humérus , dans laquelle je ne l'ai jamais vu s'ouvrir.

Souvent , au lieu de la trouver seule , je l'ai rencontrée partagée en deux , en trois & même en quatre capsules plus petites ; collées les unes sur les autres , & placées l'une au-devant des autres , depuis la base de l'apophyse coracoïde jusqu'à sa pointe ; leurs cavités ne m'ont point paru communiquer ensemble ; leurs parois membraneuses sont adossées les unes aux autres. L'une d'elles est entièrement propre au tendon du sous-scapulaire ; les deux ou les trois autres sont alors communes à ce muscle & au tendon réuni du coraco-brachial & du biceps.

Les usages de cette grande capsule muqueuse , à laquelle je crois devoir donner le nom de *capsule coracoïdienne* , en raison du lieu qu'elle occupe constamment , paroissent être absolument les mêmes que ceux des deux capsules acromiales. Elle sert à diminuer & adoucir les frottemens qui ont lieu entre la tête de l'humérus & les deux apophyses saillantes de l'omoplate , soit qu'elle n'ait qu'une grande cavité ou qu'elle en présente plusieurs ; on y trouve une assez grande quantité de synovie : j'en ai recueilli des gouttes très-sensibles en y portant un cure-dent.

Telles sont les trois principales capsules muqueuses placées au-dessus de la tête de l'os humérus ; on pourroit les multiplier en les divisant , ou en prenant leurs divisions pour autant de capsules particulières.

Au-dessus de ces trois bourses capsulaires qui environnent le haut de l'articulation du bras , il existe sur la tête de l'humérus & à la surface de la capsule articulaire , une production membraneuse molle , que les anatomistes ne me paroissent pas avoir assez distingué , quoique *Weitbrecht* & *Tarin* en ayent dit quelque chose.

Cette enveloppe membraneuse revêt tout l'extérieur de la capsule , & se prolonge même au-delà de son insertion autour du cou de l'humérus ; elle semble être une pro-

duction des tendons , car elle se meut & s'étend lorsqu'on tire les muscles ; elle est molle , obéit facilement au mouvement qu'on lui imprime avec le doigt ou avec un instrument quelconque , son épaisseur est assez considérable , son tissu est comme spongieux & lâche ; c'est à sa surface que sont placées les capsules muqueuses acromiales & la capsule muqueuse coracoïdienne ; elle est formée d'un grand nombre de couches très-aisées à séparer les unes des autres , & semblable à du tissu cellulaire aplati en lames. Ces productions toujours humectées par une humeur pareille à celle qui a été décrite dans les capsules muqueuses , semblent remplir le même usage que ces dernières , & diminuer comme elles les grands frottemens que la tête de l'humérus éprouve sans cesse de la part des apophyses acromion & coracoïde.

4.<sup>o</sup> Outre ces trois grandes capsules qui sont constantes , on en trouve quelquefois une ou deux autres beaucoup plus petites qui accompagnent les tendons réunis du biceps & du coraco-brachial à leur face postérieure , & qui se prolongent sous l'apophyse coracoïde pour se rapprocher de la capsule muqueuse coracoïdienne décrite ci-dessus. Mais cette structure n'est pas constante ; je remarquerai encore à cette occasion , que j'ai vu dans quelques sujets le tendon du petit pectoral bien séparé de ceux du coraco-brachial & du biceps , par une capsule muqueuse , irrégulièrement arrondie , qui remplissoit l'intervalle compris entre l'insertion de ces muscles , de sorte que ce muscle en avoit alors deux vers l'attache de son tendon , l'une en devant & en bas , que je viens de décrire , l'autre en arrière & en-haut , sous le bord interne du bec coracoïdien , communiquant avec la grande capsule placée sous le tendon du sous-scapulaire & sous cette apophyse. Cette seconde capsule propre au petit pectoral , ne se rencontre pas toujours , quoique *Jancke* l'ait annoncée comme constante (*h*) , je l'ai cependant trouvée

---

(*h*) *Loc. cit.* pag. 10. *b*).



plus fréquemment que celle qui appartient au tendon réuni du coraco-brachial & du biceps que je viens d'indiquer.

5.<sup>o</sup> Au-dessous de la tête de l'os humérus, & aux deux bords de la gouttière bicipitale, on trouve plusieurs capsules muqueuses, d'une autre forme que les précédentes, & qui accompagnent les tendons qui s'insèrent dans cet endroit. La première & la plus difficile à apercevoir, à cause de la finesse de son tissu, est celle qui est attachée à la face interne du tendon du grand pectoral, vers le lieu où il s'insère, & qui est moyen entre ce tendon & celui du biceps logé dans la gouttière de l'os du bras. Les auteurs qui ont fait attention à l'existence des capsules muqueuses, n'ont point parlé de celle-ci; on ne la trouve indiquée ni dans *Winslow*, ni dans *Albinus*, ni dans l'ouvrage de M. *Sabatier*; *Jancke* lui-même, qui a beaucoup multiplié ces capsules, n'en a fait aucune mention. Ces anatomistes l'ont sans doute regardée comme du tissu cellulaire; je crois cependant qu'elle mérite d'être distinguée, puisque malgré sa ténuité elle forme une membrane continue qui recouvre la face interne du tendon du grand pectoral qui se termine en haut vers le bas de la grosse tubérosité, & qui se perd en bas sur les faisceaux aponévrotiques que le bord inférieur du tendon envoie aux muscles du bras. Elle accompagne le tendon jusqu'à sa naissance dans les chairs, elle se contourne avec lui, elle s'amincit peu-à-peu, à mesure qu'elle s'éloigne du point de l'insertion, & disparaît à environ un pouce de cette insertion; on la soulève de dessus le tendon, & lorsqu'on la fend, on trouve la surface de ce dernier beaucoup plus brillante qu'elle ne paroît au travers la membrane capsulaire. C'est une sorte de capsule vaginale qui revêt la face interne du tendon du grand pectoral, on la voit se replier sur les deux bords pour venir se terminer vers la naissance de la face externe du même tendon, très-près de ses bords; elle se confond dans cet endroit avec le tissu cellulaire voisin, dont le tissu bien plus lâche que le sien, prouve qu'elle doit en

être distinguée; en dedans, elle attache le tendon du grand pectoral à la capsule muqueuse du long tendon du biceps.

Son usage paroît être de diminuer le frottement entre ces deux tendons, elle doit porter le nom du muscle au tendon duquel elle appartient.

6.<sup>o</sup> Les capsules muqueuses placées au-dessous de la tête de l'humérus, qui méritent le plus d'attention par leur structure compliquée & par leurs usages, sont celles qui accompagnent les tendons réunis du grand rond & du grand dorsal dans le voisinage de leurs insertions. *Winslow*, qui a très-bien décrit l'extrémité de ces deux tendons, n'a point fait d'attention à ces capsules, il a seulement dit qu'ils communiquoient par quelques fibres collatérales (i). *Albinus*, qui a publié, deux ans après, son grand ouvrage sur les muscles, a décrit une capsule propre aux tendons du grand pectoral & du grand rond, dans son histoire du premier de ses muscles (k); il en a indiqué une seconde entre le tendon du grand rond & l'os humérus (l). Il est étonnant que *Jancke*, qui a fait des recherches particulières sur les capsules des tendons, n'ait rien ajouté au travail d'*Albinus*, & ait même décrit les deux capsules connues de cet anatomiste, avec beaucoup moins de précision & d'exactitude que lui (m). *M. Sabatier* a reconnu & annoncé l'existence d'un plus grand nombre de capsules muqueuses à l'insertion de ces deux tendons: en faisant la description du grand dorsal, il a parlé de la capsule membraneuse qui

(i) *Expos. anat.* in-4.<sup>o</sup> Paris. 1732, page 188; fin de la seconde colonne.

(k) *Hist. musculor.* Leydæ, 1734, in-4.<sup>o</sup> lib. III, pag. 343. « *Interque* » *extremos horum duorum (scilicet* » *latissimi dorsi & teretis majoris)* » *tendines bursa tenuis & parva,* » *utrique pertinacissimè accreta,* » *per totam eorum latitudinem.*

(l) Loc. citat. pag. 429. *Eidemque prioris parti inferiori firmiter accreta bursula, « inter partem illam humerique os interjecta ».*

(m) Loc. citat. pag. 10. f). *Inter tendines latissimi dorsi & teretis majoris, si utrique ad os humeri usque divisi sunt. g) Inter » teretem majorem os humeri, anco- » neum externum & internum ».*

unit son tendon à celui du grand rond (*n*), & de deux autres capsules semblables qui attachent les deux bords du tendon de ce dernier muscle à l'os humérus (*o*). Des dissections répétées, faites avec le plus grand soin, m'en ont offert une quatrième que je décrirai après les précédentes.

La plus grande de ces quatre capsules muqueuses est celle qui unit les bords du tendon du grand dorsal & du grand rond, dans l'endroit où le premier recouvre en devant une partie du bord supérieur du second; cette capsule est placée plus en dedans que les autres, elle est large & aplatie, elle contient une quantité notable de synovie, elle est fortement attachée au bord des deux tendons, elle adhère également au périoste devant les insertions, à l'éminence osseuse interne de la gouttière bicipitale; sa figure est fort irrégulière & présente beaucoup de variétés.

Celles qui sont placées au bord supérieur & au bord inférieur du tendon du grand rond, sont plus petites que la précédente, elles sont plus en dehors; la supérieure se perd sur la surface antérieure du tendon du grand dorsal, & l'inférieure envoie un prolongement membraneux qui se termine sur le périoste, trois ou quatre lignes plus bas que l'extrémité du tendon du grand rond. Ces deux capsules muqueuses semblent se continuer sur la surface antérieure de ce tendon, du côté de la gouttière bicipitale; elles lient entr'eux ce dernier tendon & celui du biceps: il semble que ce soit la même membrane qui les forme en devant, tandis que leur paroi postérieure paroît être

(*n*) *Traité d'anat. tome I, page 274.* « Ils sont aussi joints l'un à l'autre, du côté par lequel ils se touchent, au moyen d'une large capsule membraneuse qui y est attachée, & au dedans de laquelle on trouve une petite quantité d'humeur semblable à de la synovie ».

(*o*) *Ibid, page 284.* « Outre la capsule membraneuse qui leur est commune, celui du grand rond tient à l'humérus au voisinage de son insertion, par deux autres capsules semblables, placées l'une au-dessus de l'autre, la première vers son bord supérieur, & la seconde vers l'inférieur ».

la continuation de la membrane propre à la capsule muqueuse moyenne entre le grand dorsal & le grand rond. Les cavités de ces deux capsules muqueuses sont assez petites, elles sont terminées, en s'éloignant du bord du tendon, par une pointe assez aiguë; on y trouve de l'humeur synoviale.

La quatrième capsule que j'ai trouvée dans le même endroit, & qui est constante, se rencontre entre les deux tendons réunis de la bandelette aponévrotique située sur leur face intérieure, qui les bride, & qui a été très-bien décrite par *Winslow* (p), *Albinus* (q), & *M. Sabatier* (r). Quoiqu'elle existe dans toute la longueur de cette bandelette, entr'elle & les tendons dont elle presse l'insertion, on la trouve beaucoup mieux marquée & plus sensible dans la partie supérieure de cette bride aponévrotique & sur la face antérieure du tendon du grand pectoral; elle est irrégulièrement ovale & fort abreuvée de synovie. Je remarquerai à cette occasion, que cette bande aponévrotique est assez large en haut, vers le bas de la petite tubérosité de la tête humérale d'où elle prend sa naissance, & qu'elle s'amincit à mesure qu'elle descend jusqu'au-dessous du bord inférieur du tendon du grand rond où elle se termine dans l'os humérus, en se confondant avec les fibres du coraco-brachial dont elle est très-difficile à séparer, & dont elle semble être une production.

En disséquant avec beaucoup d'attention les capsules que je viens de décrire, j'ai observé dans le tendon du grand rond une structure particulière dont les anatomistes n'ont point parlé, & qui mérite d'être indiquée. Ce tendon, dans le lieu où il s'insère, au-dessous de celui du grand dorsal, n'est pas placé tout-à-fait sur le même plan de ce dernier; & lorsqu'on les soulève tous les deux pour exa-

(p) *Expos. anat.* pages 188 & 189, seconde colonne.

(q) *Hist. muscular.* lib. III, page 343, *ad finem*, & 344.

(r) *Traité d'anat.* tome I, page 274.

miner-leur continuité, on reconnoît que le tendon du grand rond est plus épais que celui du grand dorsal, & occupe un plus grand espace en largeur sur l'os humérus; cette épaisseur est même quelquefois indiquée sur cet os sec dans lequel le bord interne & postérieur de la gouttière bicipitale est un peu plus épais & plus raboteux en bas qu'à la partie supérieure. Pour connoître la manière dont se fait cette insertion, j'ai fendu le tendon en deux dans le sens de ses faces, & j'ai trouvé dans son intérieur une cavité irrégulière, comme triangulaire, garnie d'une membrane molle, semblable à celle des capsules muqueuses, & humectée comme elle, d'une humeur synoviale. Cette cavité a environ quatre ou cinq lignes de largeur sur l'os, & de hauteur dans la substance même du tendon où elle est creusée; je l'ai rencontrée constamment dans plus de vingt sujets où je l'ai cherchée pour m'assurer de son existence; mais elle n'a pas dans tous la même étendue ni la même forme; quelquefois j'en ai trouvé deux ou trois séparées par des cloisons dans la longueur du tendon: on la trouve toujours en enlevant avec le scalpel les couches de fibres tendineuses du côté de la gouttière bicipitale, & l'on parvient bientôt par ces sections faites très-doucement, à la cavité intérieure dont on veut connoître la forme & l'étendue. En examinant un assez grand nombre de fois le tendon du grand rond disséqué comme je viens de le dire, on reconnoît qu'à environ un demi-pouce de son insertion, ce tendon se partage en deux portions; l'une postérieure & intérieure, plus épaisse & plus étroite, s'insère par des fibres plus courtes & plus fortes, à la partie supérieure & postérieure du bord de la gouttière bicipitale; & l'autre, placée en devant & en dehors, plus large & plus mince, s'écarte de la première, & s'insère au-devant d'elle & à quelque distance, après un léger contour, sur l'os humérus; cette portion antérieure envoie les fibres qui tapissent la gouttière bicipitale, & qui vont se réunir à celles du grand pectoral; c'est l'écartement de ces deux couches ou por-

tions, qui constitue la cavité du tendon du grand rond, que j'ai cru devoir décrire avec soin, parce que je l'ai toujours rencontrée, & même dans des enfans de quelques mois, & dans des fœtus. Voilà donc une cinquième capsule muqueuse appartenant au grand rond, mais d'une espèce entièrement différente de toutes celles que j'ai indiquées & qui me restent à faire connoître, puisqu'elle est placée dans l'intérieur d'un tendon, dans une cavité particulière formée par l'écartement des fibres qui le composent. *Albinus* avoit décrit, en 1734, les deux couches du tendon du grand rond, mais il n'avoit point parlé de leur séparation & de la cavité qu'elles laissent entr'elles (f). Aucun anatomiste, d'après lui, n'a fait mention de cette structure.

7.<sup>o</sup> Le tendon de la longue portion du biceps est enveloppé dans une capsule muqueuse vaginale le long de la gouttière sur laquelle il glisse, & jusqu'à son entrée dans l'articulation. *Winslow* a parlé de cette capsule qu'il a appelée *gaine membraneuse*, & qu'il dit être une production du ligament capsulaire (t); *Albinus* n'en a point fait mention. *Jancke* paroît l'avoir indiquée, mais d'une manière fort obscure (u). *M. Sabatier* l'a décrite & l'a regardée, d'après *Winslow*, comme une gaine fournie par le ligament orbiculaire de l'humérus (x). Cette capsule a une existence bien constante & des usages très-importans; elle commence fort bas sur l'humérus, mais elle n'est très-manifeste que vers le principe inférieur de la gouttière bicipitale; elle est formée par une membrane transparente assez forte, qui est roulée sur le tendon, & qui s'attache intimement à la substance cartilagineuse aponévrotique, dont le fond de

(f) *Hist. muscular. Leydæ, 1734, in-4.<sup>o</sup> lib. III, pag. 429. « Se autem » (tendo teretis maj.) adpostremum » in duas quasi dividit portiones, » quarum prior præcipua, maximèque » tendinea, se seque inserit eminentiæ » supra dictæ; posterior angusta, » sed crassior, & ferè carnea, inse-*

*rens se juxta posteriorem partem, æ partis superioris eminentiæ ejusdem ».*

(t) *Expos. anatom. in-4.<sup>o</sup> page 193, première colonne.*

(u) *Loc. citat. pag. 11, litt. i).*

(x) *Traité d'anat. tome I, page 288.*

la gouttière est enduit. Cette capsule est fortifiée en devant par d'autres productions membraneuses que lui envoient les capsules muqueuses voisines du grand pectoral, du grand dorsal & du grand rond; aussi empêche-t-elle qu'on ne voie tout le brillant du tendon jusqu'à son entrée dans la capsule articulaire de l'os humérus. Si l'on fend cette capsule muqueuse & vaginale du biceps, on trouve sa cavité lisse & polie, enduite d'une quantité notable de synovie. En poursuivant cette section jusqu'à la tête de l'humérus, on observe que la capsule muqueuse abandonne le tendon un peu avant qu'il s'engage entre les deux tubérosités, ou plutôt que dans le lieu où ce tendon passe dans l'articulation, les fibres de la capsule articulaire sont écartées, amincies & alongées, pour donner naissance à la capsule muqueuse qui descend avec le tendon presque jusqu'au lieu où il s'implante dans la chair; de sorte que le ligament orbiculaire ou capsulaire de l'humérus ne souffre point d'interruption dans ses fibres, comme l'a très-bien remarqué M. Sabatier (y).

Le tendon du biceps plonge entièrement dans l'articulation, depuis son passage entre les deux tubérosités jusqu'à son attache au bord supérieur de la cavité glénoïdale de l'omoplate; il y est humecté par une grande quantité de synovie qui coule très-facilement dans sa capsule muqueuse, qui est communiquée dans la cavité du ligament orbiculaire dont elle n'est qu'une prolongation. On observe que, quoique cette communication soit bien démontrée par l'inspection & par l'insufflation, elle n'est pas aussi considérable qu'on pourroit l'imaginer, parce que la capsule est bridée & tendue sur le tendon au-dessus des tubérosités, de sorte qu'elle ne laisse que très-peu d'espace libre. De cette manière, l'humeur synoviale ne coule point abondamment dans la capsule muqueuse & humérale du biceps, mais elle y filtre peu-à-peu & suffisamment pour entretenir la souplesse du tendon, &

---

(y) Traité d'anatomie, tome I, page 169.

rendre ses mouvemens de glissement sur la surface osseuse, plus doux & plus faciles.

Entre les deux tubérosités de l'humérus, le tendon du biceps est bridé & retenu solidement dans le haut de la gouttière, par un ligament annulaire & transversal, long de plus d'un demi-pouce, tendu entre les deux éminences où il s'attache, & sous lequel le tendon peut se mouvoir très-facilement. *Tarin* a fait mention de ce ligament, sous le nom de *bride ligamenteuse*, d'après *Weitbecht*; mais il ne l'a point décrit convenablement (c). *Albinus* l'a aussi connu & indiqué dans sa description du biceps du bras, quoiqu'il n'ait rien dit de la capsule qui renferme le tendon de ce muscle (a). La face externe de ce ligament adhère à la capsule qu'il termine antérieurement; sa face interne est lisse & polie, & c'est de son bord inférieur que prend naissance la capsule muqueuse humérale du biceps. J'ai vu plusieurs fois naître, de la face interne de ce ligament annulaire, des prolongemens membraneux très-fins, qui remontent avec le tendon sur la tête de l'humérus, & dont quelques fibres semblent l'assujettir sur cet os; entre les deux tubérosités, même un peu au-dessus, dans l'endroit où le tendon s'écarte de l'humérus, on retrouve encore plusieurs de ces fibres liées au tendon. *Winslow* les a regardées comme une seconde gaine (b).

8.° A ces capsules muqueuses constantes au-dessous de l'articulation de l'humérus, il faut en ajouter quelques autres plus petites, sujettes à beaucoup de variétés, qui souvent n'ont point une existence bien distincte, & doivent être confondues avec le tissu cellulaire. Je ne puis qu'indiquer le siège de celles-ci, à cause des variations multipliées qu'elles présentent. On trouve des capsules de cette espèce entre les tendons du deltoïde & des muscles voisins, entre ceux

(c) Démographie. *Paris*, 1752, page 15.

(a) *Hist. musculor.* lib. III, page 432.

(b) *Expos. anat. des muscles*, page 193, seconde colonne.



du grand dorsal, du grand pectoral & des vaisseaux du bras, vers les extrémités supérieures du triceps brachial, &c. Très-souvent, la plupart de ces capsules manquent, ou on n'en trouve qu'une ou deux.

## ARTICLE SECOND.

### *Des Capsules muqueuses des tendons placés dans le voisinage de l'articulation du coude.*

L'ARTICULATION des deux os de l'avant-bras avec l'humérus est une de celles qui présentent le moins de capsules muqueuses, en raison de la petite quantité de tendons qui s'insèrent dans son voisinage. Les extrémités inférieures de l'humérus, & supérieures du radius & du cubitus, offrent un grand nombre de fibres charnues terminées aux surfaces osseuses par des espèces de pointes aponévrotiques placées les unes à côté des autres, & soit au devant soit en arrière de l'articulation; on ne voit de véritables tendons que ceux du brachial interne, du biceps & du triceps brachial; ce n'est aussi que dans ces trois insertions que l'on rencontre des capsules muqueuses.

I. La première de ces capsules est celle qui est située entre les tendons du biceps & du brachial interne; les anatomistes savent qu'après avoir passé sur le devant de la capsule articulaire, ces deux tendons s'aplatissent, se trouvent placés perpendiculairement & de champ, & que l'un se contourne en dehors pour s'attacher à la tubérosité du radius, l'autre en dedans pour s'insérer au tubercule situé au-devant de l'apophyse coronoïde du cubitus. Dans cet endroit, ces tendons se regardent & se touchent par leurs faces pareilles, entre lesquelles on trouve une petite capsule muqueuse intimement adhérente à l'une & à l'autre; elle est arrondie, ne renferme point les tendons, mais ses deux parois adhèrent à leurs faces latérales; sa cavité rétrécie contient un peu de synovie. Elle offre beaucoup de

variétés dans les différens sujets; je l'ai trouvée quelquefois assez grande, & le plus souvent au contraire elle est si affaïssée & si petite qu'on la détruit très-facilement en voulant séparer les deux tendons par le scalpel, & qu'il en reste si peu de traces qu'on est tenté de croire qu'il n'y en avoit point; tantôt elle est profonde & placée sur les ligamens communs au radius & au cubitus, tantôt on la rencontre plus superficiellement. *Winslow*, *Albinus* & *M. Sabatier* n'en ont point fait mention. *Jancke* l'a indiquée succinctement sans aucune description (c).

Cette capsule facilite le développemement de ces tendons l'un sur l'autre, qui a lieu sur-tout dans celui du biceps, lorsqu'il opère la rotation du radius de dedans en dehors dans la supination; elle fait sur-tout que l'un de ses tendons peut se mouvoir sans que l'autre soit entraîné dans ce mouvement, ce qui auroit certainement eu lieu si ces tendons avoient été immédiatement adhérens l'un à l'autre, & s'ils n'avoient pas été séparés par ce petit sac membraneux dont les deux parois glissent très-aisément l'une sur l'autre & dans tous les sens. Comme cette capsule a un usage important, & qu'elle est constante, je crois pouvoir la nommer *capsule muqueuse, cubito-radiale*, parce qu'elle est située entre ces deux os.

II. Il y a peu de muscles qui présentent une structure si intéressante & si belle dans leurs insertions, que le tendon radial du biceps. *Winslow* n'a pas fait mention de cette structure, il a seulement remarqué que ce tendon s'insère au bord postérieur de la tubérosité du radius (d). *Albinus* a décrit avec beaucoup plus d'exactitude la manière dont se fait cette insertion; il a parlé de la portion du tubercule du radius, sur laquelle glisse le tendon lorsqu'il exécute la

---

(c) Loc. citat. pag. 11, litt. b). « *Inter tendines bicipitis, brachialis, musculum supinatorem brevem, & ligamenta quæ ulnæ atque radii communia sunt* ».

(d) *Expos. anat. in-4.º page 193, seconde colonne.*

rotation de cet os en dehors, & de la capsule qui lie le biceps à ce tubercule (e) & au court supinateur. Il est étonnant que *Janke* n'ait pas plus insisté dans sa dissertation sur cette capsule très-importante à connoître, que sur toutes les autres qu'il n'a fait qu'indiquer (f). *M. Sabatier* a fait connoître la facette cartilagineuse qui est au-devant de la tubérosité du radius, & la capsule membraneuse qui accompagne l'attache de ce tendon.

Le tendon du biceps, après avoir donné naissance de son bord interne à l'aponévrose qui se répand sur l'avant-bras, s'enfonce entre le brachial interne auquel il est joint par la capsule *cubito-radiale* décrite ci-dessus, & se plonge ensuite plus profondément sous le bord interne du court supinateur; il se contourne en cet endroit, en partie sur le bord de ce dernier muscle, & en partie sur une facette cartilagineuse qui occupe la partie externe & antérieure de la tubérosité du radius. Le bord interne du court supinateur est échancré vis-à-vis ce tendon, & ses fibres entourent le bord antérieur de la facette cartilagineuse du radius; c'est dans cette échancrure même, entre la face externe du tendon du biceps & le bord interne du court supinateur, qu'est logée la capsule muqueuse qui renferme ce tendon. Pour bien connoître la forme, l'étendue & la situation de cette capsule, il faut la disséquer du côté du court supinateur, en tirant un peu le tendon du biceps vers le condyle interne de l'humérus. En écartant le bord du court supinateur, on soulève une bourse environnée de graisse à sa face externe, qui tient d'un côté à ce muscle, tandis que de l'autre elle va s'attacher au tendon du biceps: elle présente, dans cet état, une forme irrégulièrement arrondie; il faut la couper dans son milieu pour apercevoir sa cavité. Cette section offre une espèce de fosse assez profonde, dans

---

(e) *Hist. musculor.* lib. III, pag. 434.

(f) *Loc. citat.* pag. 11, a). « *Inter tendinem bicipitis, musculum brachialem & tuberculum radii anterius* ».

laquelle on observe une structure dont l'extérieur ne donnoit nulle idée; on voit au dehors, en entamant toujours le tendon du biceps élevé du côté du cubitus, une facette cartilagineuse, lisse, sans être brillante, terminée en dehors par un bord saillant & semi-lunaire, contournée légèrement en poulie du côté interne, & bordée de ce côté par l'insertion droite du tendon qui vient à angle droit couper en haut & en bas les extrémités du bord semi-lunaire externe. On peut enlever quelques couches de cartilage de cette facette; le côté interne présente la face lisse & polie du tendon, d'où l'on aperçoit le contour inférieur; car ce tendon considéré en place & sans avoir ouvert sa capsule muqueuse, présente deux légers contours, l'un en dehors sur le bord interne du court supinateur auquel il adhère; l'autre plus profond & en dedans sur la facette du tubercule radial, entre le premier & le lieu de son insertion. La cavité intérieure de la capsule muqueuse radio-bicipitale, est large; quand elle est ouverte, on observe qu'elle adhère en dehors au bord interne du court supinateur, en dedans aux bords supérieur & inférieur du tendon du biceps; sa paroi externe est foible & simplement collée aux fibres charnues du court supinateur; sa paroi interne est plus forte & tient solidement aux fibres tendineuses du biceps. Vers les deux bords de la face interne du tendon de ce dernier muscle, on trouve au-dedans de la capsule muqueuse deux enfoncemens ou fossettes, dans l'un desquels, & sur-tout le supérieur, on rencontre presque toujours un paquet de grains glanduleux rougeâtres, assez durs, adhérens à la membrane capsulaire & à la face tendineuse, & qui ont tous les caractères des glandes synoviales des articulations. *Haller* est le seul anatomiste qui ait annoncé l'existence de ces glandes à l'insertion du biceps (g).

La cavité de cette capsule muqueuse est lubrifiée par une quantité remarquable de synovie, j'en ai trouvé presque

toujours affez pour en ramasser sur un cure-dent, & pour en examiner la consistance & les qualités apparentes.

Le lieu, la forme & l'étendue de la capsule radio-bicipitale ne peuvent laisser aucun doute sur son usage; elle adoucit le frottement qui a lieu entre le tendon du biceps & la facette cartilagineuse du tubercule du radius, & facilite par-là le mouvement de rotation en dehors, imprimé à cet os par la contraction du biceps qui est un des principaux supinateurs, comme *Winflow* l'a démontré le premier en 1720 (h). C'est sans doute à la présence de la synovie contenue dans cette capsule, que sont dûs le poli & le brillant de la face du tendon du biceps qui y est plongée.

III. *Jancke* indique une capsule articulaire entre l'olécrâne & le tendon du triceps brachial, dans lequel il dit qu'il y a une assez grande partie de ce tendon enfermée (c), *Winflow*, *Albinus* & *M. Sabatier* n'en font aucune mention, quoique ces anatomistes ayent décrit avec beaucoup de soin l'insertion du triceps brachial. Je l'ai cherché aussi en vain dans un grand nombre de sujets, & j'ai toujours trouvé que le tendon adhère immédiatement à la surface osseuse, si ce n'est vers la pointe de l'olécrâne, où son adhérence est lâche, & se fait par le moyen d'un peu de tissu cellulaire assez serré; mais des deux côtés de la pointe de cete apophyse, sur la capsule articulaire, j'ai presque toujours rencontré deux petites capsules muqueuses intimement unies, d'une part au bord de la face interne du tendon, & d'une autre à la capsule articulaire: ces deux capsules sont souvent d'une inégale grandeur, elles sont humectées de synovie, leur cavité est plus profonde que large, & leur surface interne est très-lisse & très-polie; on pourroit leur donner le nom de *capsules muqueuses cubitales*, à cause de leur situation, elles facilitent le mouvement du tendon du triceps sur les bords de l'olécrâne & elles diminuent ses

---

(h) *Mémoires de l'Académie royale des Sciences, année 1720, in-4.*  
pages 91 & 92.

frottemens. On verra que la structure de ces deux capsules est parfaitement analogue à celles que l'on trouve à l'extrémité des tendons réunis du droit antérieur, du crural & des deux vastes, entre la face interne de ces tendons & les deux parties supérieures & latérales de la rotule, qui dans l'extrémité inférieure répond à l'olécrâne de l'extrémité supérieure. Je ferai voir que *Jancke* s'est également trompé sur cette dernière capsule, qu'il annonce simple & unique comme celle de l'olécrâne, quoiqu'il y en ait véritablement une de chaque côté.

IV. Il n'y a que ces quatre capsules constantes aux environs de l'articulation du coude. On en trouve quelquefois de plus petites entre la partie profonde du tendon du brachial interne & les ligamens qui unissent la partie supérieure du cubitus avec le radius, entre la tête de ce dernier os & le tendon du cubital externe, & en général dans le voisinage de l'insertion supérieure des muscles de l'avant-bras, & l'attache de ceux du bras, à la partie antérieure de l'articulation du coude. Ces petites capsules que l'on rencontre quelquefois au nombre de trois ou quatre, sont sujettes à un grand nombre de variétés, & elles ne méritent pas de description particulière.



## M É M O I R E

*Sur les Classes les plus convenables à établir parmi les Végétaux , & sur l'analogie de leur nombre avec celles déterminées dans le règne animal, ayant égard de part & d'autre à la perfection graduée des organes.*

Par M. le Chevalier DE LA MARCK.

S'IL étoit possible à l'homme d'embrasser à la fois , par l'imagination, tous les êtres naturels observés ou connus, & de descendre ensuite de l'ensemble de ces êtres jusqu'à la considération particulière de chaque individu qui le composent, sans autre secours que l'imagination même & la mémoire, alors tous les soins que les Naturalistes se sont donnés pour établir un ordre quelconque parmi les productions connues de la nature, pour former, soit des méthodes, soit des systèmes, en un mot des divisions générales, telles que des classes, des ordres, des familles, des genres, &c. tous ces soins, dis-je, pourroient être regardés comme entièrement inutiles. Mais il n'en est pas ainsi; la foiblesse de notre esprit est telle, qu'il se trouve en quelque sorte accablé sous cette multitude prodigieuse d'êtres & d'individus de toute espèce, qui lui sont offerts de toutes parts; il lui faut nécessairement des points de repos, pour qu'il puisse saisir les diverses parties du tableau qu'il entreprend de considérer, & pour l'aider ensuite à le connoître lui-même dans tous ses détails.

Ainsi, un ordre quelconque est un secours dont on ne peut se passer dans l'étude des productions de la nature; & quoique cet ordre soit toujours vraiment artificiel, je crois que, pour le former convenablement, l'on ne doit

jamais perdre de vue la considération des rapports naturels des êtres qui en sont le sujet; car tout ordre qui n'est point soumis à cette considération, ne peut offrir que des assemblages disparates & peu propres à contribuer aux progrès de l'histoire naturelle.

Sous ce point de vue, je me suis occupé de la composition d'une distribution générale des végétaux, & de la détermination des premières coupes ou des principales lignes de séparation qu'il est possible d'établir parmi ces êtres, en adoptant ceux des caractères généraux qui sont les plus favorables à la conservation des rapports naturels. Or le résultat de mes recherches m'ayant appris que, selon mes vues, les seules classes bien distinctes qu'on peut établir parmi les végétaux, se trouvoient en nombre tout-à-fait analogue à celui des classes reconnues dans le *Règne animal*, eu égard, de part & d'autre, à la perfection graduée des organes dans la disposition de ces classes; j'ai cru qu'il seroit utile de présenter à la fin de ce Mémoire, le tableau comparatif de ces mêmes classes, afin de rendre plus sensible l'analogie intéressante dont il est question.

### *De la classification des Végétaux.*

ON sait que dans toute distribution des êtres naturels, soit méthodique, soit systématique, il est indispensable de partager la série que présente cette distribution en plusieurs sortes de divisions déterminées par des caractères bien circonscrits, afin de faciliter la connoissance des êtres que cette série comprend. Aussi a-t-on publié, depuis longtemps, diverses distributions de végétaux que l'on a soumises à plusieurs sortes de divisions, telles que des classes, des ordres ou sections, des familles & des genres; & selon la nature du principe dont on s'est servi, ces distributions ont été nommées *méthodes* ou *systèmes de botanique*.

Je crois qu'on peut reprocher aux auteurs de ces ouvrages, tantôt de n'avoir pas eu assez d'égards à la conservation des



rapports dans les assemblages qu'ils ont formés, & tantôt d'avoir trop multiplié leurs classes ou premières divisions.

Les caractères qui peuvent servir à la formation des classes, doivent porter sur des considérations simples, fort générales, & susceptibles de fournir les coupes les plus grandes, les mieux détachées, & les plus naturelles possibles.

Tournefort, comme on sait, tira ses caractères classiques de la considération de la corolle en général; mais malheureusement il multiplia trop les coupes dans cette première sorte de division, & de-là, les limites de ses classes n'obtinent qu'un degré de précision fort borné. On en voit une preuve dans la distinction des corolles monopétales campaniformes, d'avec les corolles monopétales infundibuliformes, qui divise le genre très-naturel des gentianes, & en relègue les portions dans des classes différentes, &c.

Linné ensuite, tira ses caractères classiques de la considération des étamines, & l'on sait qu'il employa celle de leur présence ou de leur occultation, celle de leur proportion & de leur situation; celle de leur réunion avec les pistils dans la même fleur, ou de leur séparation des pistils, &c. &c. Mais quoiqu'il eût l'avantage d'employer une partie qui a plus d'universalité que la corolle, la trop grande diversité de ces considérations sur cette partie, & sur-tout l'attention trop marquée qu'il donna au nombre même des étamines, produisit des coupes nombreuses & très-peu naturelles; des coupes qui, la plupart n'offrent que des assemblages difformes, divisent les familles les plus universellement avouées, & contrarient les rapports les moins équivoques. D'ailleurs comme plusieurs des caractères classiques admis par ce célèbre botaniste sont extrêmement sujets à varier, son système tout ingénieux qu'il est, nous paroît d'une bien médiocre valeur, & nous pensons qu'il ne doit toute la célébrité qu'il a acquise, qu'à l'avantage qu'il a d'être le seul auquel on ait fait une application générale de toutes les plantes connues, depuis que l'on a porté la précision dans l'exposition des caractères essentiels des plantes.

On est fondé, je crois, à reprocher à ce célèbre botaniste, d'avoir, par son système, contribué à détourner l'attention d'un grand nombre de botanistes modernes, de la recherche des rapports naturels des plantes; de les avoir habitués à supporter, à admettre, & même à former des assemblages d'objets très-disparates; & de les avoir par-là comme favorisés ou portés à commettre des fautes essentielles relativement à la considération des rapports. C'est ainsi, par exemple, que M. Jacquin, dans son histoire des plantes d'Amérique (*page 68*) rapporte au genre du *chiococca*, qui est de la famille des rubiacées, une plante dont les fleurs ont l'ovaire supérieur, & qu'il nomme malgré cela *chiococca nocturna*. Il convient qu'on pourroit distinguer cette plante comme d'un genre particulier, mais il ne fait pas attention que bien loin de pouvoir la rapporter au genre du *chiococca*, elle n'est pas même de la famille de ce genre, c'est-à-dire que dans l'ordre des rapports, le genre particulier qu'il en formeroit ne pourroit pas même être placé près du *chiococca*. En effet, cette plante est un *cestrum*, & par conséquent une plante de la famille des jasmins, famille très-distincte de celle des rubiacées. M. Thunberg a fait une erreur de cette nature, dans sa Flore du Japon qui vient de paroître, en donnant le nom de *lycium Japonicum* (*page 93*) à une plante de la famille des rubiacées, qui, conséquemment ne peut être, ni un *lycium*, ni de tout autre genre de la famille à laquelle celui du *lycium* appartient. Ces deux exemples suffisent pour faire sentir combien il est important, en botanique, de s'attacher à connoître les rapports naturels des plantes, si l'on veut éviter de former des assemblages comme ceux que je viens de citer; & combien le système de Linné peut contribuer par ses principes à faire tomber dans de semblables méprises, en habituant ceux qui s'en servent, à séparer les êtres les plus ressemblans.

Avant de passer à la distribution méthodique que je propose, & à l'exposition des classes que je crois à propos d'établir

d'établir pour diviser la série générale des végétaux, je dois dire un mot de la disposition peu convenable, selon moi, de l'ensemble dans les ordres naturels, ou dans les familles qui ont été publiés jusqu'à présent. Il me semble en effet, que l'on n'a point fait encore assez d'attention à la nécessité qu'il y a de présenter aux deux bouts de l'ordre que l'on établit, des extrêmes relativement à la différence d'organisation, ou à la diversité dans le nombre & la valeur des organes des êtres que l'on doit placer. Car, enfin, quoiqu'un *lyssus* & un poirier soient deux êtres du même règne, & tous deux de véritables végétaux, la différence de leur organisation est si considérable, qu'elle indique que dans la série des êtres de cette nature, ces deux plantes doivent être proportionnellement éloignées l'une de l'autre. Or cette considération nous fait sentir que dans la formation d'une série générale la plus naturelle possible, les deux extrémités de cette série doivent offrir nécessairement les êtres les plus dissimilaires.

Rien sans doute ne seroit plus intéressant & ne sauroit être plus utile pour la botanique, que la possibilité de trouver à volonté le lieu que doit occuper à-peu-près dans la série générale des végétaux, telle plante que l'on jugeroit à propos de considérer, & par conséquent que l'établissement d'un ordre dans lequel en s'occupant des rapports naturels des plantes, on auroit en même-temps égard pour le déterminer, à la gradation, soit dans le nombre, soit dans la perfection des organes essentiels des êtres qui en seroient l'objet.

On ne peut en effet donner une juste idée d'un être naturel quelconque, qu'en montrant d'une part, tous ses rapports avec ceux qui lui ressemblent le plus à tous égards, & de l'autre, la situation la plus convenable dans la série graduée des êtres du même règne, afin que l'on puisse, comme d'une seule idée, le comparer aux autres êtres de cette série, & juger de ce qu'il est lui-même au moins à leur égard.

Dans les ouvrages publiés jusqu'à ce jour, dans la vue de faire connoître les rapports des plantes, on trouve au commencement de la série qu'ils offrent, des plantes dont les parties de la fructification sont ou indistinctes ou censées incomplètes sous certaines considérations; & à la fin de la même série, on y en rencontre qui sont encore à peu-près dans le même cas, relativement aux mêmes égards. Il y a cependant apparence que si l'on avoit suivi une gradation fondée sur la considération du nombre & de la perfection ou du complément des organes, on auroit vu aux deux extrémités de la série totale, les plantes les plus dissimilaires dans ce qu'on peut appeler la perfection des organes.

Nous n'ignorons pas néanmoins que nous sommes encore fort éloignés de connoître dans son entier, le véritable ordre de gradation dont nous venons de parler; mais notre distribution présente dans son ensemble, une esquisse de l'ordre dont il s'agit; & si, dans chacune des classes que nous allons exposer, l'ordre des familles qu'elles comprennent paroît encore trop souvent arbitraire, la disposition générale de l'ordre lui-même nous semble au moins à l'abri de ce reproche.

Enfin, le résultat de toutes nos recherches pour établir dans la série des végétaux les divisions générales les plus naturelles, les plus simples & les plus faciles à connoître, nous a déterminé à nous arrêter aux six coupes mentionnées ci-dessous. Ces coupes constituent les six classes auxquelles nous rapportons, dans notre *Dictionnaire de Botanique*, tous les genres de plantes dont nous traitons, & qui y sont rangés sous quatre-vingt-quatorze familles, la plupart à peu-près les mêmes que celles que M. de Jussieu a établies au Jardin du Roi. Ces mêmes classes forment les points de repos les plus commodes & les plus faciles à saisir dans la contemplation de l'immense quantité de végétaux qui existent; elles rappellent les principaux points de vue de la méthode de

*Tournefort*, sans avoir les inconvéniens de la multiplicité de ses divisions.

## PREMIÈRE CLASSE.

*Les Polypétalées.*

CETTE classe renferme les plantes dont les fleurs naturellement hermaphrodites, ont une corolle polypétale.

Elle offre une coupe très-considérable, qui paroît indiquée par la nature même, dont le caractère est facile à saisir & ne varie point, & qui comprend les végétaux les plus parfaits, relativement au nombre & au complément des organes. En effet, c'est à cette classe que se rapportent les plantes dont la fructification a le plus de parties, la plupart d'entr'elles ayant, outre un calice & une corolle de plusieurs pièces, un très-grand nombre d'étamines, & souvent des ovaires nombreux. On pourroit regarder cette classe comme le *maximum* de l'organisation végétale, & considérer notre sixième & dernière classe comme n'en étant que le *minimum*. Ce qu'il y a de remarquable, c'est que c'est presque uniquement dans cette même classe que se trouvent toutes les plantes susceptibles d'une irritabilité notable, telles que les *mimosa pudica*, *viva*, *sensitiva*, &c. l'*hedyssarum gyrans*, l'*oxalis sensitiva*, le *dionæa muscipula*, &c. comme si le principe de la vie se rendoit plus manifeste dans ces végétaux, & les rapprochoit en quelque sorte des autres êtres organiques en qui l'irritabilité se trouve jointe à une qualité plus parfaite qu'on nomme *sensibilité*.

Je divise cette classe en trois sections conformes aux principes établis par M. de Jussieu; savoir, 1.<sup>o</sup> en *thalamiflores*, qui réunissent les plantes dont les étamines sont attachées au réceptacle du pistil; 2.<sup>o</sup> en *caliciflores*, qui comprennent celles dont les étamines tiennent au calice; 3.<sup>o</sup> en *fructiflores*, où se rapportent celles qui ont les étamines attachées sur le pistil.

*Les Monopétalées.*

JE comprends dans cette classe tous les végétaux dont les fleurs, naturellement hermaphrodites & complètes, ont une corolle monopétale.

Cette coupe, tout aussi naturelle & aussi facile à reconnaître que la précédente, est un peu moins grande qu'elle, quoiqu'elle soit fort considérable.

Ce qui semble ensuite indiquer moins de perfection dans les organes essentiels des plantes de cette division, c'est qu'il est ici très-rare de trouver des étamines & des ovaires en nombre indéfini dans la même fleur, comme on l'observe dans un grand nombre de plantes de la division des poly-pétalées. C'est un phénomène de trouver une fleur monopétale qui ait plus de dix étamines, & même les trois quarts des plantes de cette classe n'en ont pas plus de cinq. Presque toujours ici les étamines tiennent à la corolle, au lieu que dans la classe ci-dessus, il est fort rare d'observer ce caractère. C'est pourquoi dans la classe dont il s'agit, c'est l'insertion de la corolle qui sert à déterminer les sections; M. de Jussieu la nomme *insertion médiate*. À cette considération je joins celle de la présence ou de l'absence du péricarpe.

Ainsi je partage les monopétalées en quatre sections; savoir, 1.<sup>o</sup> en *fructiflores*, ou celles qui ont la corolle attachée sur le pistil; 2.<sup>o</sup> en *caliciflores*, ou celles dont la corolle tient au calice; 3.<sup>o</sup> en *thalamiflores angiospermes*, ou celles qui ont la corolle attachée au réceptacle du pistil, & les graines dans un péricarpe; 4.<sup>o</sup> en *thalamiflores gymnospermes*, ou celles qui ont aussi la corolle attachée au réceptacle du pistil, mais dont les graines sont nues.

## T R O I S I È M E C L A S S E.

*Les Composées.*

CETTE division très-remarquable des végétaux, com-

prend ceux dont les fleurs sont ramassées plusieurs ensemble dans un calice commun, & ont leur corolle portée sur le pistil qui se change en une semence dépourvue de péricarpe.

La diminution dans le nombre ou la perfection des organes essentiels, est ici bien plus marquée que dans la classe précédente. Les fleurs y sont presque toutes dépourvues de calice propre; leur fruit est une graine solitaire & entièrement nue; souvent plusieurs d'entr'elles avortent ou sont constamment stériles; enfin, la nature semble avoir cherché à obvier au peu de perfection de ces parties essentielles, en les multipliant & les ramassant sur un réceptacle commun, & les environnant d'une enveloppe qui les garantit contre ce qui peut les endommager. Ces amas de petites fleurs sont tels qu'on les prend vulgairement pour autant de fleurs particulières.

Je partage cette classe en trois sections très-naturelles & bien détachées l'une de l'autre; savoir, 1.<sup>o</sup> en *composées distinctes*, c'est-à-dire celles dont les fleurs ont les étamines entièrement libres; 2.<sup>o</sup> en *syngénésiques tubuleuses*, ou celles dont les étamines sont réunies par les anthères, & qui ont des fleurons avec ou sans mélange de demi-fleurons à la circonférence; 3.<sup>o</sup> en *syngénésiques ligulaires*, ou celles dont les étamines sont réunies par les anthères, & qui n'ont constamment que des demi-fleurons.

#### QUATRIÈME CLASSE.

##### *Les Incomplètes.*

Les fleurs des plantes de cette division ont constamment & naturellement quelques parties de moins que les fleurs parfaites; presque toutes n'ont point de corolle, mais seulement un calice ou des écailles; on les nomme *fleurs apétales*. Il s'en trouve quelquefois qui sont munies d'une véritable corolle, mais ces fleurs sont assujetties constamment à des séparations de sexe, qui constituent leur sorte d'imperfection. Les séparations sexuelles dont il s'agit, ne sont point

des avortemens de parties, ou des hermaphrodites stériles; comme dans les plantes de la polygamie de Linné; mais ces séparations sont décisives par le défaut complet de l'un des sexes dans toutes les fleurs, comme dans la plupart des plantes monoïques & dioïques du même botaniste.

Il est remarquable que le plus grand nombre des plantes de cette classe ne porte que de très-petites fleurs, qui sont la plupart d'une couleur herbacée & sans éclat, & dont on a souvent beaucoup de peine à examiner les parties-

Je divise cette classe en quatre sections, relativement à la considération, soit de l'insertion des étamines, soit de leur séparation des pistils; savoir, en *thalamiflores* ou à étamines attachées au réceptacle du pistil; en *caliciflores*, ou à étamines attachées au calice; en *diclynes*, ou à étamines séparées du pistil dans des fleurs différentes; en *gynandres*, ou à étamines attachées sur le pistil même.

#### CINQUIÈME CLASSE.

##### *Les Unilobées.*

Je comprends dans cette classe toutes les plantes dont l'embryon de la semence n'a qu'un seul lobe ou cotyledon.

Cette classe qui est très-naturelle, & qu'on ne sera jamais tenté de démembrer, selon moi, dans toute distribution où l'on aura le moindre égard aux rapports des plantes; avoit déjà été indiquée par M. Adrien Van-Royen; mais c'est à M. de Jussieu que l'on doit la connoissance du véritable lieu qu'elle doit occuper dans la série des végétaux; devant être placée immédiatement à côté des *cryptogames*, comme le prouvent les rapports des palmiers avec les fougères.

Il me semble que le caractère des *unilobées*, présente un nouveau genre d'imperfection, puisque dans les quatre classes précédentes l'embryon de la semence a (au moins) deux lobes ou cotyledons distincts. Aussi M. de Jussieu, (*Mém. de l'Acad. année 1774, page 183*), comparant la



considération des lobes de la semence dans les végétaux, à celle des ventricules du cœur dans les animaux, donne-t-il lieu de remarquer que les animaux les plus parfaits, ayant, comme on fait, un cœur à deux ventricules, sont en quelque sorte comparables aux plantes les plus parfaites qui ont une semence à deux lobes ou cotyledons; & que conséquemment les unilobées dans les végétaux, & les animaux dont le cœur n'a qu'un seul ventricule, peuvent être considérées, chacun dans leur règne, comme des êtres à organisation moins parfaite ou moins complète que les premiers dont je viens de parler. D'ailleurs, presque toutes les plantes *unilobées* portent des fleurs dépourvues de calice, ou si l'on veut, des fleurs qui n'ont point de corolle, mais un calice coloré qui en a l'aspect.

Je divise les unilobées en deux sections; savoir, 1.<sup>o</sup> en *fructiflores*, ou celles dont les fleurs sont portées sur le pistil, c'est-à-dire, ont l'ovaire inférieur; 2.<sup>o</sup> en *thalamiflores*, qui comprennent celles dont les fleurs ont l'ovaire supérieur, c'est-à-dire, situé sur le même réceptacle que le calice.

## SIXIÈME CLASSE.

### *Les Cryptogames.*

CETTE sixième & dernière classe comprend les plantes dont les fleurs sont indistinctes, c'est-à-dire, n'ont point de pistil ni d'étamines conformés, comme dans les cinq classes qui précèdent.

C'est à M. Linné que l'on doit la meilleure exposition & détermination de cette classe, ainsi que le véritable lieu qu'elle doit occuper dans la série des végétaux. Les plantes qui la composent sont plus simples que les autres & présentent une organisation plus imparfaite ou moins complète, sur-tout celles qui forment les dernières sections, & que l'on pourroit regarder comme de simples ébauches de végétaux.

Je divise cette classe, comme M. Linné, en quatre

448 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
 sections; savoir, 1.<sup>o</sup> les fougères, 2.<sup>o</sup> les mousses, 3.<sup>o</sup> les  
 algues, 4.<sup>o</sup> les champignons.

TABLEAU des classes & des familles de plantes, auxquelles  
 sont rapportés les genres & les espèces mentionnés dans  
 mon dictionnaire de Botanique.

CLASSES.	SECTIONS.	FAMILLES.
I. Polypétalées.	1. Thalamiflores.	1. les anones. 2. les tilleuls. 3. les cacaoyers. 4. les hermanes. 5. les malvacées. 6. les renonculés. 7. les pavots. 8. les crucifères. 9. les capriers. 10. les vignes. 11. les malpighies. 12. les vinetiers. 13. les violettes. 14. les fabagelles. 15. les rues. 16. les cistes. 17. les fablines. 18. les œillets.
	2. Caliciflores.	19. les saxifrages. 20. les joubarbes. 21. les pourpiers. 22. les cactiers. 23. les onagres.

CLASSES.	SECTIONS.	FAMILLES.
I. Polypétalées.	2. Caliciflores.	24. les mirtes. 25. les salicaires. 26. les rosiers. 27. les poiriers. 28. les pruniers. 29. les nerpruns. 30. les légumineuses. 31. les érables. 32. les balsamiers. 33. les citronniers.
	3. Fructiflores.	34. les aralies. 35. les ombellifères.
		36. les chevre-feuilles. 37. les rubiacées. 38. les campanules.
II. Monopétalées.	1. Fructiflores.	39. les bruyères.
	2. Caliciflores.	40. les sapotilles. 41. les apocins. 42. les gentianes. 43. les lisérons. 44. les scébestiers. 45. les lysimachies. 46. les jasmins. 47. les solanées. 48. les personnées. 49. les plantains. 50. les gatilliers.
	3. Thalamiflores angiospermes.	51. les labiées. 52. les borraginées. 53. les niétages.
	4. Thalamiflores gymnospermes.	

CLASSES	SECTIONS.	FAMILLES.
II. Monopétalées.	4. Thalamiflores gymnospermes.	54. les globulaires.
III. Composées.	1. Distinctes.	55. les diplacées.
	2. Singénésiques tubuleuses.	56. les cinarocéphales.
		57. les corymbifères.
	3. Syngénésiques ligulaires.	58. les semi-flosculeuses.
IV. Incomplètes.	1. Thalamiflores.	59. les amarantes.
		60. les arroches.
	2. Caliciflores.	61. les polygonées.
		62. les pimprenelles.
		63. les garous.
		64. les chalefs.
		65. les lauriers.
	3. Diclynes.	66. les pistachiers.
		67. les julifères.
		68. les conifères.
		69. les figuiers.
		70. les orties.
		71. les euphorbes.
		72. les cucurbitacées.
		73. les tamiers.
	4. Gynandres.	74. les aristoloches.
V. Unilobées.	1. Fructiflores.	75. les morènes.
		76. les orchidées.
		77. les balisiers.
		78. les bananiers.
		79. les iris.
		80. les narcisses.
		81. les ananas.

CLASSES.	SECTIONS.	FAMILLES.
V. Unilobées.	2. Thalamiflores.	82. les asphodèles. 83. les lys. 84. les asperges. 85. les joncs. 86. les gouets. 87. les naïades. 88. les fouchets. 89. les graminées. 90. les palmiers. 91. les fougères. 92. les mouffes. 93. les algues. 94. les champignons.
VI. Cryptogames.		

La grande difficulté que je trouve à ranger convenablement les familles dans plusieurs classes, me porte à croire qu'il nous en manque encore beaucoup ; & de-là, je présume que les familles à découvrir pourroient me faire trouver le moyen de graduer moins imparfaitement la série de végétaux que je présente ici, soit parce qu'elles rempliroient des vides qui y occasionnent des difformités, soit parce qu'elles me feroient apercevoir une meilleure manière de disposer les familles entr'elles dans leurs classes. Mais la disposition même des classes que je viens d'exposer, ne me paroît nullement susceptible d'un changement qui puisse être plus convenable.

Quant au nombre de ces classes, je me suis assuré qu'on ne peut l'augmenter qu'aux dépens de la valeur des coupes qui les constituent. D'ailleurs je suis persuadé qu'un grand nombre de classes nuit considérablement à leur objet direct ; & je vois avec plaisir que celui que je viens d'établir, fait

# 452 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

un pendant parfait avec les grandes coupes qui divisent le règne animal, comme on peut le remarquer dans le tableau ci-joint, qui présente l'ordre naturel des êtres vivans.

*ÊTRES organiques, vivans, assujettis à la mort, & qui ont la faculté de se reproduire eux-mêmes.*

ANIMAUX.	VÉGÉTAUX.
1. Les Quadrupèdes.	1. Les Polypétalées.
1. terrestres onguiculés.	1. thalamiflores.
2. terrestres ongulés.	2. caliciflores.
3. marins.	3. fructiflores.
2. Les Oiseaux.	2. Les Monopétalées.
1. Terrestres.	1. fructiflores.
2. aquatiques à cuisses nues.	2. caliciflores.
3. aquatiques nageans.	3. Thalamiflores.
3. Les Amphibies.	3. Les Composées.
1. tétrapodes testacés.	1. distinctes.
2. tétrapodes nus.	2. tubuleuses.
3. apodes.	3. ligulaires.
4. Les Poissons.	4. Les Incomplètes.
1. cartilagineux.	1. thalamiflores.
2. épineux.	2. caliciflores.
5. Les Insectes.	3. diclynes.
1. tétraptères.	4. gynandres.
2. diptères.	5. Les Unilobées.
3. aptères.	1. fructiflores.
6. Les Vers.	2. thalamiflores.
1. nus.	6. Les Cryptogames.
2. testacés.	1. épiphytlospermes.
3. lithophytes.	2. urnigères.
4. zoophytes.	3. membraneuses.
	4. fongueuses.

Ce tableau présente, selon moi, l'idée la plus juste que l'on puisse se former de l'ensemble des êtres vivans qui habitent notre globe; il indique la nature de leurs rapports, l'ordre de gradation relatif à la perfection de leurs organes, & fait sentir la valeur des six coupes que je propose pour diviser la série des végétaux.

*ÊTRES organiques, vivans, assujettis à la mort, & qui ont la faculté de se reproduire eux-mêmes.*

ANIMAUX.	VÉGÉTAUX.
1. Les Quadrupèdes.	1. Les Polypétalées.
2. Les Oiseaux.	2. Les Monopétalées.
3. Les Amphibies.	3. Les Composées.
4. Les Poissons.	4. Les Incomplètes.
5. Les Insectes.	5. Les Unilobées.
6. Les Vers.	6. Les Cryptogames.



## O B S E R V A T I O N S .

*Sur la comparaison de la nouvelle Laine superfine de France, avec la plus belle Laine d'Espagne, dans la fabrication du Drap.*

Par M. DAUBENTON.

Là  
le 16 Nov.  
1785.

**P**OUR constater un fait de physique dans les Arts, il faut observer long-temps & multiplier les épreuves; c'est d'après ces principes que j'ai travaillé à l'amélioration des laines de France au degré du superfin. J'ai commencé par bien m'assurer que j'avois amélioré des troupeaux de laines grossières au degré de finesse du superfin, & que j'avois maintenu dans cet état les laines d'une race de moutons de Roussillon, pendant dix-huit ans, & celles d'une race de moutons d'Espagne pendant neuf ans. Ensuite j'ai fait faire plusieurs essais de ces laines dans la fabrication du drap aux manufactures de Château-du-parc, d'Abbeville & de Louviers, pour savoir si elles pourroient suppléer les laines d'Espagne, qui, jusqu'à présent ont été absolument nécessaires pour faire des draps fins.

J'ai déjà rendu compte à l'Académie de la fabrication d'un drap fait à la manufacture de Château-du-parc en Berry, avec la laine que j'ai améliorée dans ma bergerie en Bourgogne. Le manufacturier a reconnu que cette laine avoit plus de force & de nerf que la laine d'Espagne, avec la même finesse à l'œil & la même douceur au toucher; non-seulement elle s'étoit tirée plus fin à la filature, mais aussi elle avoit souffert un tors beaucoup plus considérable sans se casser, & la chaîne du drap s'étoit trouvée plus nerveuse & plus forte. Quoique la laine eût été filée & tissue au fort de l'hiver, le drap avoit pris un foulage très-ferme & étoit devenu plus fort que les draps de laine d'Espagne



faits en France, dans l'été. Le même manufacturier fabriqua avec la même laine améliorée dans ma bergerie, un drap plus souple & aussi doux que ceux qui sont faits avec la laine d'Espagne.

On a fabriqué d'autres draps avec la même laine, à Abbeville & à Louviers. M. Bertier, Intendant de la généralité de Paris, qui s'occupe à réunir dans l'École royale d'Alfort, toutes les parties de l'art vétérinaire & de l'économie rurale, me demanda, sur la fin de 1783, des bêtes à laine de ma bergerie, pour faire des expériences à l'École vétérinaire, sur l'amélioration des troupeaux. Indépendamment de l'intérêt que je prends au succès de cette École, & du desir que j'ai de pouvoir y contribuer, je souhaitois qu'il y eût près de Paris un petit troupeau des bêtes à laine que j'ai améliorées au point du superfin, & que j'y ai maintenues. J'ai cité pour preuves de ces deux faits, dans mon Instruction pour les Bergers, les troupeaux de ma bergerie; mais comme elle est à cinquante lieues de Paris, je desirois que l'on pût voir plus près de cette ville, au moins une petite partie de ces troupeaux.

Je fis venir à la ménagerie de l'École vétérinaire quatre béliers & neuf brebis de ma bergerie. Ce petit troupeau ayant été tondue en 1784, M. Bertier desira d'en faire une épreuve pour la fabrication du drap, & envoya chez M. Van-Robais, à Abbeville, le produit de cette tonte qui étoit de trente-sept livres de laine en toisons entières lavées à dos. On en fabriqua une pièce de Royale de vingt-six aunes un quart, sur cinq huitièmes de large; elle fut remise à M. Bertier, qui la fit voir à la Société d'agriculture. Ce drap fut présenté au Roi par M. le Contrôleur général des finances, comme un drap de laine superfine du crû de la France. M. Van-Robais avoit écrit à M. Bertier, que le déchet de cette laine avoit été à peu près le même que celui de la laine d'Espagne, & le filage & l'apprêt absolument les mêmes; & qu'en comparant la Royale qu'il avoit faite, avec une Royale semblable,

fabriquée avec la laine d'Espagne, il faudroit être connoisseur pour en constater la différence. Toujours est-il certain, ajoute M. Van-Robais, qu'il n'y en a aucune tant sur le flage que sur l'apprêt.

J'ai envoyé à M. Jean-Baptiste de Cretôt, manufacturier à Louviers, soixante-deux livres de la laine de ma bergerie. M. de Cretôt voulant faire, avec la plus grande attention, un essai de cette laine, pour la fabrication du drap, s'est proposé de la comparer à la laine d'Espagne, dans toutes les opérations nécessaires pour cette fabrique; afin de donner à cette expérience la plus grande authenticité, il a appelé l'Inspecteur & les Gardes-Jurés de la manufacture de Louviers, pour en être témoins. On a pris trois échantillons de la laine de ma bergerie, en suint; l'un a été remis à l'Inspecteur, l'autre au bureau de la manufacture, & le troisième à M. de Cretôt.

Les mêmes opérations ont été faites sur la plus belle des laines d'Espagne, que l'on appelle *Léonoïse impériale*, & qui s'est vendue, cette année, cent quinze sous la livre, & sur une autre laine d'Espagne, de qualité inférieure, que l'on appelle *Moline*, & qui se vend trente sous par livre moins que l'Impériale. On a pris de chacune de ces deux laines d'Espagne, des quantités égales à celles de la laine de ma bergerie; elles ont été traitées toutes les trois séparément par les mêmes procédés, avec les mêmes quantités des mêmes drogues, par les mêmes ouvriers & dans le même temps, afin qu'il n'y eût aucune différence dans la main-d'œuvre, ni aucun changement dans la température de l'air, qui pût influencer sur la préparation de ces laines.

La laine de ma bergerie a eu plus de déchet au dégrais que celle d'Espagne; elle a très-bien pris la teinture, elle s'est très-bien filée & même un peu plus fin que la *Léonoïse impériale*. La laine *Moline* d'Espagne s'est plus mal filée que la mienne & que l'Impériale.

On a fait une pièce de drap avec chacune des trois laines mises en expérience. Ces trois draps ont été foulés dans la même foulerie & dans la même pile, c'est-à-dire, dans la même vafe, à la suite les uns des autres, pour ne pas risquer qu'un changement de température causât dans la manière de fouler, d'autres variations que celles qui viendroient de la différence des laines & des filatures. Le drap fait avec la laine de ma bergerie a foulé aussi facilement & a mis le même temps à fouler que le drap fait avec la laine Léonoise impériale; celui-ci avoit, après cette opération, une demi-aune de plus que le mien. L'expérience dont il s'agit n'est pas encore terminée, comme M. de Cretôt me l'avoit promis, pour l'apprêt des draps; mais il vient de m'écrire qu'il peut m'annoncer dès-à-présent que mon drap prend un bel apprêt.

Il résulte de cet exposé, que la laine de ma bergerie a foulé aussi facilement & dans le même temps, que la plus belle laine d'Espagne, qui est la Léonoise impériale, & qu'elle l'a surpassée pour la filature, puisqu'elle a filé plus fin; elle a pris un aussi bel apprêt. Son déchet a été à peu près le même, suivant M. Van-Robais; mais elle a plus perdu, suivant M. de Cretôt: je vais faire voir les causes de cette différence.

Les laines sont lavées avec l'eau simple, dans des corbeilles, après la tonte, ou sur le corps du mouton avant qu'il soit tondue; ensuite le manufacturier dégraisse les laines avec l'urine pour en ôter le suint, parce que l'eau ne peut le dissoudre. En même temps que le dégrais emporte le suint, il enlève aussi ce qui peut être resté de matières étrangères dans la laine après le lavage; par conséquent si la laine Impériale a été mieux lavée que celle de ma bergerie, elle a dû perdre moins de son poids par le dégrais, sans être de meilleure qualité. Cette différence de poids, après le dégrais, doit donc varier comme le lavage, & comme la quantité & la qualité du suint dont la laine étoit chargée. Aussi M. Van-Robais a-t-il observé que la laine du petit

troupeau que j'ai fait venir pour l'École vétérinaire, avoit eu à peu-près le même déchet que la laine d'Espagne.

Il m'a paru que le suint étoit plus abondant sur les laines superfines que sur les laines grossières, & je crois que cette graisse rend la laine plus onctueuse, plus douce & peut-être plus fine; mais je ne fais qu'elle influence elle peut avoir dans la fabrication des draps: je n'ai point fait d'expériences à ce sujet, ainsi je n'ai point d'opinion.

Il y a encore une autre cause de la différence de poids qui s'est trouvée entre les deux laines dont il s'agit, après le dégrais; c'est que la laine de ma bergerie n'avoit point été triée, les toisons étoient entières. On n'en avoit pas ôté, comme on le fait en Espagne, la seconde laine & la tierce qui sont les plus grosses, pour ne laisser que la prime que l'on appelle *mère-laine*, parce que c'est la plus belle & la plus fine. La laine la plus grossière d'un mouton est aussi la plus sale, parce qu'elle se trouve sur les parties de son corps qui portent sur la terre & le fumier lorsqu'il se couche, & qui sont salies par ses excréments. Cette laine doit perdre au dégrais, plus de son poids que la prime; il ne faut donc pas être surpris que la laine de ma bergerie qui avoit la seconde & la tierce, ait plus perdu que l'impériale dans une épreuve qui en a été faite, & que son déchet ait été à peu-près le même dans une autre épreuve. M. de Cretôt m'a prévenu pour cette explication; il ajoute que le défaut du triage dans ma laine, a aussi été cause que le drap qui en a été fait, avoit une demi-aune de moins que celui de la laine impériale; mais il y a lieu d'être surpris de ce que la laine de ma bergerie, sans avoir été triée, ait filé plus fin que la plus belle prime d'Espagne.

Les soins que j'ai mis pendant nombre d'années à l'amélioration des troupeaux, m'ont toujours donné de la satisfaction. J'en ai beaucoup aujourd'hui par les preuves authentiques que je viens de rapporter, & qui constatent que la laine de ma bergerie a égalé & même surpassé, à quelques égards, la plus belle laine d'Espagne dans la fabri-

cation des draps. Ce succès de mes expériences m'encourage à continuer mes soins pour l'amélioration des troupeaux de la France. On trouve toujours quelque opposition mal fondée lorsqu'on propose au public des choses nouvelles, quoiqu'elles soient fort utiles & bien prouvées; mais dans le genre dont il s'agit, les raisonnemens sont superflus : il me suffit de montrer les troupeaux à laine superfine, que j'ai améliorés, & les draps que l'on a faits avec cette laine.

Je vois avec plaisir que beaucoup de particuliers s'occupent de cette amélioration. J'exhorte les propriétaires de terres & les fermiers, à donner de l'attention à leurs troupeaux; le soin qu'ils y mettront leur profitera beaucoup par la valeur des moutons, le prix des laines, le produit du parcage & les fumiers faits en plein air, dont l'activité pour fertiliser les terres est plus grande que celle des fumiers qui se font dans des étables.

*ADDITION au Mémoire précédent.*

**M.** DE CRETÔT, manufacturier à Louviers, ayant terminé toutes les opérations & les observations qu'il se proposoit de faire, pour comparer le drap fabriqué avec la laine de ma bergerie aux laines d'Espagne, Moline & Léonoise impériale, m'a écrit la lettre suivante.

M. « J'ai différé de quelques jours à vous faire passer le « résumé que je vous avois annoncé, parce que je voulois « voir, avant de le faire, l'effet de la presse sur le drap « d'Impériale, & sur celui de la Moline. Vous aurez vu fa- « cilement par vous-même qu'il résulloit de tous les détails « de mes deux lettres, 1.<sup>o</sup> que votre laine dégraissoit bien, « c'est-à-dire, qu'elle lâchoit facilement son suint. «

2.<sup>o</sup> Qu'après le dégrais, le battage & le triage, elle « tombe environ aussi près du tiers, que la laine d'Espagne « tombe près du quart; ce qui fait une différence d'environ « un dixième à l'avantage de l'Impériale. Cette différence « doit provenir, au moins en très-grande partie, des «

» secondes & des tierces, qui n'ont point été retirées dans  
 » votre bergerie, comme elles le sont en Espagne, dans la  
 » proportion du quart au cinquième.

» 3.<sup>o</sup> Que votre laine a bien pris la teinture.

» 4.<sup>o</sup> Qu'elle s'est très-bien filée, & même d'environ un  
 » vingt-cinquième plus fin que l'Impériale.

» 5.<sup>o</sup> Que le Tisserand en a fait une très-belle toile.

» 6.<sup>o</sup> Qu'elle s'est foulée aussi facilement & dans le même  
 » temps, mais moins fort que celle d'Espagne; ce qui n'est  
 » pas étonnant, vu que les secondes & tierces, lorsqu'elles  
 » sont grossières, ne foulent pas aussi fort, & ne garnissent  
 » pas autant que les primes.

» 7.<sup>o</sup> Que votre demi-pièce s'est très-bien apprêtée, mais  
 » qu'il a fallu la ménager au Tondeur, un peu plus que  
 » l'Impériale, qui ayant feutré davantage, a fourni plus de  
 » laine dans les apprêts.

» Les nuances de ces trois draps diffèrent un peu, &  
 » cependant ils sont teints sur la même dose : cela vient ou  
 » d'un peu plus ou moins de chaleur, ou d'un peu plus ou  
 » moins d'eau dans la chaudière, ou de ce que les laines y  
 » sont restées un peu plus ou moins de temps.

» Il est bon d'observer que la teinture de cette couleur  
 » (d'olive légère des trois draps) ne fatigue pas les laines,  
 » mais qu'elle en laisse aussi beaucoup plus voir les défauts  
 » de qualité & de fabrication, que les couleurs très-foncées  
 » qui les couvrent, & qui, en attendrissant les laines fortes  
 » ou sèches, les raffinent & leur font rendre le même effet  
 » que celles qui sont plus fines. La vôtre a très-bien supporté  
 » cette épreuve, & peut être assimilée aux laines d'Espagne  
 » de la première classe.

» Comme vous le voyez par votre coupon que je vous  
 » envoie, votre drap est très-fin & bien beau; comme il a  
 » foulé moins fort que celui de la laine de l'Impériale, il est  
 » un peu dans le genre des Royales, ou draps d'été. Il étoit  
 » question d'un essai comparatif, & non pas d'une opération  
 » particulière sur votre laine : mais je vois par l'expérience,

que, pour en faire des draps forts & garnis, il faudroit, «  
1.<sup>o</sup> en retirer les secondes & tierces, opération qui se feroit «  
plus facilement sur la toison entière dans votre bergerie, «  
que dans notre manufacture, puisqu'elle consiste à mettre «  
de côté les laines du ventre, des pattes, du dessous de la «  
croupe, du dessous des cuisses & des épaules. «

2.<sup>o</sup> Il faudroit faire fouler les draps plus long-temps & «  
plus fort; c'est ce que je ferai sur la pièce que je dois mettre «  
en fabrication. » J'ai l'honneur d'être, &c.

Ayant fait fabriquer des draps avec la laine de ma bergerie, dans les manufactures de Berry, d'Abbeville & de Louviers, pour savoir si elle en feroit d'aussi fins que la laine d'Espagne, j'ai encore voulu savoir si elle étoit susceptible d'une aussi belle teinture que celle de l'écarlate. Pour en faire l'essai, j'ai remis à M. Oger, aux Gobelins, cent livres de la laine de ma bergerie. M. Oger, après en avoir fabriqué une pièce de drap écarlate, m'a fait part de ses observations par la lettre suivante.

M. « La pièce de drap écarlate que nous vous avons promis de faire fabriquer dans notre manufacture, avec les « cent livres de laine provenant de la toison de vos moutons, « vient de sortir des presses, & nous vous avouons avec « plaisir, que nous y voyons si peu de différence d'avec celles « fabriquées de laine prime Léonoise d'Espagne, qu'il faut être « très-connoisseur pour l'apercevoir. «

Il y a même lieu de croire que si votre laine qui s'est « déchargée de son suint avec la plus grande facilité, & s'est « trouvée par conséquent de la blancheur éclatante dont nous « avons besoin pour donner le feu à nos écarlates, avoit été « triée & lavée par prime, seconde & tierce, comme on le « fait en Espagne, la différence n'auroit pu être qu'en faveur « de votre laine de première qualité. «

Nous sommes persuadés que si vous voulez prendre la « peine de faire faire ce triage & lavage à l'avenir, nous « n'éprouverons pas plus de déchet que celui que nous avons « sur les laines d'Espagne, qui perdent dix livres sur cent «

« livres, au lieu de vingt que les vôtres ont perdues; ce que  
 » nous attribuons aux tierces & secondes particulièrement,  
 » qui se trouvant beaucoup plus courtes, s'échappent au bat-  
 » tage, & nous ont fait une différence d'environ un vingtième  
 » de moins sur la longueur de la pièce, quoique nous ayons  
 » mis autant de trame & de chaîne que dans nos autres draps  
 » fabriqués en laine prime Léonoise, dont la finesse contribue  
 » à faire entrer plus de trame.

« Quoi qu'il en soit, nous vous payons cette laine le même  
 » prix que celle d'Espagne, & nous vous retenons toutes celles  
 » que vous pourrez avoir par la suite, dont nous vous aurions  
 » obligation de nous donner la préférence.

« Nous désirons bien sincèrement que tous les propriétaires  
 » de troupeaux aient connoissance de cette épreuve, & fassent  
 » leur possible pour vous imiter dans les soins que vous avez  
 » pris pour arriver à ce point de perfection. Ce sera payer  
 » en quelque sorte le tribut d'éloge qui vous en est dû, & dont  
 » toutes les manufactures vous seront éternellement recon-  
 » noissantes; d'autant plus que même en se soumettant à payer  
 » les droits énormes que l'on impose tous les jours en Es-  
 » pagne, elles ne sont pas sûres d'en avoir long-temps pour  
 » leur consommation. » Nous sommes avec respect, &c.

Les toisons employées pour la fabrication des draps dans  
 les manufactures de Berry, d'Abbeville, de Louviers & des  
 Gobelins, venoient de béliers & de brebis de Roussillon &  
 d'Espagne, & de ces races alliées avec des brebis d'Auxois,  
 de Flandre, d'Angleterre, de Maroc & du Tibet, dont les  
 laines ont été améliorées dans ma bergerie, au degré du  
 superfin de Roussillon & d'Espagne. La race de Roussillon  
 s'est maintenue à ce degré depuis 1767 jusqu'à présent, &  
 la race d'Espagne, depuis 1777, sans que pour les soutenir  
 j'aie introduit dans ma bergerie aucun nouveau bélier, ni  
 aucune nouvelle brebis de Roussillon ni d'Espagne, afin  
 que l'on ne puisse attribuer la durée de l'état de superfin  
 des laines, au renouvellement des races primitives tirées  
 de Roussillon & d'Espagne.



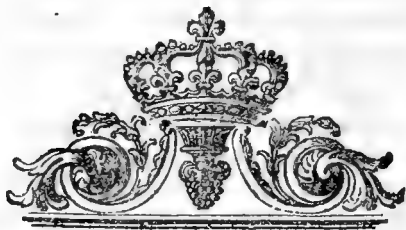
Quoique la laine de ma bergerie, dont on a fait des draps, n'ait pas été triée, ni aussi bien lavée que la laine d'Espagne, cependant elle a filé plus fin dans la manufacture de M. de Cretôt à Louviers, & elle a pris un aussi beau blanc au dégrais, & ensuite une aussi belle teinture d'écarlate à la manufacture de Julienne aux Gobelins. Les manufacturiers, au premier coup-d'œil, en la recevant, n'en avoient pas de si belles espérances, parce qu'ils n'y voyoient pas les mêmes apparences que dans la laine d'Espagne; en effet, ce n'étoit pas de la laine d'Espagne, mais de la laine de France, recueillie en Bourgogne au milieu du royaume. Ces fausses apparences venoient de ce que cette laine n'étoit pas triée; on avoit laissé dans les toisons la laine la plus grossière & la plus sale, que l'on appelle *seconde & tierce*, qui ont été supprimées des toisons de laine que l'on ne reçoit d'Espagne qu'en prime, qui est la plus fine & la plus blanche de chaque toison.

Dans les manufactures où l'on ne fabrique que des draps fins, comme celles d'Abbeville, de Louviers & des Gobelins, on n'est pas exercé à faire le triage des laines; aussi a-t-on employé, contre mon intention, celles de ma bergerie, sans les avoir triées. Cependant elles ont filé plus fin; elles sont devenues aussi blanches, & elles ont pris une aussi bonne teinture que les laines d'Espagne les mieux triées. J'ai donc lieu de présumer qu'elles auront encore de meilleures qualités lorsque je les aurai fait trier à ma bergerie, à la tonte prochaine, au lieu de m'en rapporter aux manufacturiers pour cette opération.

En faisant laver les laines de ma bergerie avec autant de soin qu'elles le sont en Espagne, j'empêcherai certainement, de l'aveu même des manufacturiers, qu'elles n'éprouvent plus de déchet au dégrais que les laines d'Espagne, comme le disent M.<sup>rs</sup> de Cretôt & Oger; cependant M. Van Robais a assuré que leur déchet étoit à peu-près le même que celui des laines d'Espagne, & qu'il n'y avoit aucune différence, tant sur le filage que sur l'apprêt. Au fond, la

différence de déchet a moins de rapport aux qualités essentielles des laines, qu'à l'intérêt pécuniaire, parce que le manufacturier perd sur les laines qu'il a achetées, le poids des matières étrangères à cette marchandise, qui auroient dû être emportées par le lavage avant que la laine eût été vendue.

Je ne pouvois prévoir les petits inconvéniens dont j'ai fait mention, qu'après avoir été instruit par les observations des manufacturiers, dans les épreuves qu'ils ont faites de ma laine pour la fabrication du drap. Je ne négligerai pas de prévenir ces inconvéniens, mais je ne suis pas fâché qu'ils soient arrivés, puisqu'ils prouvent que cette laine mal lavée & sans aucun triage, s'est soutenue dans la comparaison qui en a été faite avec la plus belle laine d'Espagne, qui est la Léonoise impériale; qu'elle l'a même surpassée pour la finesse, ayant filé plus fin d'un vingt-cinquième, & enfin, puisqu'elle a été estimée & payée au même prix que la laine d'Espagne.



# RECHERCHES D'ANALYSE INDÉTERMINÉE.

Par M. LE GENDRE.

Nous diviserons ces recherches en quatre articles qui contiendront,

1.<sup>o</sup> Une méthode pour résoudre en nombres entiers l'équation

$$Ay = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \&c.$$

2.<sup>o</sup> Une méthode fondée sur l'analyse indéterminée, pour trouver les diviseurs des équations numériques.

3.<sup>o</sup> Un théorème pour juger de la possibilité ou de l'impossibilité d'une équation indéterminée du second degré.

4.<sup>o</sup> Divers théorèmes relatifs aux nombres premiers.

Nous devons prévenir, au sujet du premier article, que M. Euler l'a traité en partie dans quelques-uns de ses mémoires intitulés: *Theoremata circa residua ex divisione potestatum relicta*, & dans le vol. I de ses *Opusc. analyt.* On sait combien il est peu d'objets sur lesquels ce grand géomètre n'ait répandu une clarté nouvelle, & que la théorie des nombres en particulier, est une de celles qu'il a cultivées avec le plus de plaisir.

## ARTICLE I.

### *Des Équations indéterminées linéaires.*

PARMI les équations indéterminées linéaires, je ne considérerai que celles qui admettent une infinité de solutions en nombres entiers, & qui peuvent être représentées par la formule

$$Ay = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + dx^{n-3} + \&c.$$

J'insisterai particulièrement sur l'équation  $Ay = x^n - B$ , qui m'a paru offrir quelques théorèmes assez remarquables, & que M. de la Grange a déjà traitée dans le cas de  $n = 2$ .

*Mém. 1785.*

Nnn

1. S'il y a une valeur de  $x$  qui rende le polynome  $ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \&c.$  divisible par  $A$ , cette valeur augmentée ou diminuée d'un multiple quelconque de  $A$ , aura encore la même propriété. Je ne considérerai par cette raison que les valeurs de  $x$  comprises entre les limites  $+\frac{1}{2}A$  &  $-\frac{1}{2}A$ , & je les appellerai *solutions* ou *racines* de l'équation proposée.

On peut sans aucune méthode résoudre facilement les équations dont il s'agit; il n'y a qu'à substituer pour  $x$  tous les nombres entiers compris depuis  $+\frac{1}{2}A$  jusqu'à  $-\frac{1}{2}A$ , & voir ceux qui rendent  $ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \&c.$  divisible par  $A$ . Mais ce tâtonnement pourroit devenir long; je me propose de l'éviter ou de l'éclaircir de plus qu'il sera possible.

2. Pour exprimer que  $P$  est divisible par  $A$ , ou que  $\frac{P}{A}$  est un entier, j'écrirai  $\frac{P}{A} = e$ . On peut omettre dans le cours du calcul tous les multiples de  $A$ : ainsi les coefficients  $a, b, c, \&c.$  & généralement tous les nombres sur lesquels on opérera, ne surpasseront jamais  $\frac{1}{2}A$  en plus ou en moins. D'après cette omission on peut écrire indifféremment  $\frac{P}{A} = e$ , ou  $P = o$ , pourvu que dans le dernier cas, on ne perde pas de vue le nombre  $A$  dont on rejette les multiples. Je supposerai aussi que le nombre  $A$  est toujours un nombre premier, car on conçoit que tous les autres cas se ramènent facilement à celui-là.

Cela posé, je rappellerai deux propositions qui me sont nécessaires, & que M. de la Grange a démontrées dans les Mémoires de Berlin, années 1768 & 1775.

3. Il ne peut y avoir au plus que  $n$  valeurs de  $x$  qui rendent un polynome du degré  $n$ ,  $ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \&c.$  divisible par  $A$ .

Je ne parle ici & dans la suite que des valeurs comprises entre les limites  $+\frac{1}{2}A$  &  $-\frac{1}{2}A$ . En effet, si  $x$  est une des valeurs de  $x$ , on aura à la fois

$$\frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots + bc.}{A} = e, \& \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots + bc.}{A} = e.$$

Donc

$$\frac{a(x^n - \alpha^n) + b(x^{n-1} - \alpha^{n-1}) + c(x^{n-2} - \alpha^{n-2}) + \dots + bc.}{A} = e.$$

Or, en divisant le premier membre par  $x - \alpha$ , le quotient sera un polynome du degré  $n - 1$ , qui doit être divisible par  $A$ , si toutefois il y a d'autres valeurs de  $x$  qui satisfassent à la question. Donc un polynome du degré  $n$  ne peut donner pour  $x$  qu'une valeur de plus qu'un polynome du degré  $n - 1$ . En continuant ainsi jusqu'au degré zéro, la proposition sera démontrée.

4. *A étant un nombre premier, &  $x$  non divisible par  $A$ , on sait que  $x^{A-1} - 1$  est toujours divisible par  $A$ . Il y a donc  $A - 1$  valeurs de  $x$ ; savoir, tous les nombres entiers compris entre les limites  $+\frac{1}{2}A$  &  $-\frac{1}{2}A$ , qui rendent le binome  $x^{A-1} - 1$  divisible par  $A$ .*

*Cela posé, si la quantité  $x^{A-1} - 1$  a pour facteur un polynome  $P$  du degré  $m$ , je dis qu'il y aura  $m$  valeurs de  $x$  qui rendront ce polynome divisible par  $A$ .*

Car, puisque le nombre  $A$  est premier, & que la quantité  $x^{A-1} - 1$  est décomposable en deux facteurs, l'un du degré  $m$ , l'autre du degré  $A - 1 - m$ , il faut que chaque valeur de  $x$  comprise entre  $+\frac{1}{2}A$  &  $-\frac{1}{2}A$ , rende l'un ou l'autre de ces facteurs divisible par  $A$ . Mais, suivant l'art. 3, un polynome du degré  $A - 1 - m$  ne peut être divisible par  $A$  que le nombre de fois  $A - 1 - m$  au plus. Donc le facteur du degré  $m$  doit admettre la division par  $A$  un nombre  $m$  de fois.

5. *Remarque 1.* Le théorème précédent a lieu, non-seulement pour les polynomes qui divisent exactement  $x^{A-1} - 1$ , mais aussi pour ceux qui le diviseroient en rejetant les multiples de  $A$ . Par exemple, le produit des quantités  $x^5 + 1$ ,  $x^5 + 13$ ,  $x^5 - 14$ , est  $x^{15} + 1$ , en rejetant les multiples de 61; d'ailleurs,  $x^{15} + 1$  lui-même est facteur de  $x^{60} - 1$ . On peut donc regarder

$x^5 + 13$  &  $x^5 - 14$  comme facteurs de  $x^{60} - 1$ , & assurer qu'il y a cinq valeurs de  $x$  qui rendent chacun de ces facteurs divisible par 61.

*Remarque II.* La quantité  $x^A - 1 - 1$  ne peut avoir que des facteurs inégaux.

## THÉORÈME I.

6. L'équation  $\frac{x^n - B}{A} = e$ , dans laquelle  $A$  est un nombre premier, n'admettra de solution qu'autant qu'on aura

$$\frac{\frac{A-1}{B} \omega - 1}{A} = e, \omega \text{ étant le commun diviseur de } n$$

& de  $A - 1$ . Si cette condition est remplie, l'équation proposée aura un nombre  $\omega$  de solutions qui seront renfermées dans

l'équation  $\frac{x^n - B^p}{A} = e$ , où  $p$  est le moindre entier positif qui satisfasse à l'équation  $pn - q(A - 1) = \omega$ .

Si l'équation proposée est résoluble, on aura à la fois

$\frac{x^n - B}{A} = e$  &  $\frac{x^{A-1} - 1}{A} = e$ , ou pour abrégé,  $x^n = B$ , &  $x^{A-1} = 1$ . Les deux nombres  $n$  &  $A - 1$ , ayant pour commun diviseur  $\omega$ , il est facile de trouver deux autres nombres positifs,  $p$  &  $q$ , tels qu'on ait

$$pn - q(A - 1) = \omega;$$

mais les équations précédentes donnent  $x^{n^p} = B^p$ ,  $x^{q(A-1) + \omega} = x^\omega$ ; donc  $x^\omega = B^p$ , ou

$$\frac{x^\omega - B^p}{A} = e.$$

On voit déjà que l'équation proposée n'est susceptible que d'un nombre  $\omega$  de solutions. Il faut examiner maintenant si l'équation  $x^\omega = B^p$  satisfera aux deux premières

$x^n = B$ , &  $x^{A-1} = 1$ . Soit donc  $\frac{n}{\omega} = n'$ , &

$\frac{A-1}{\omega} = A'$ ; on aura en substituant,  $B^{n'p} = B$   
&  $BA'^p = 1$ .

Comme  $B$  n'est point divisible par  $A$ , l'équation  $B^{n'p} = B$  donne  $B^{n'p-1} = 1$  ou  $BA'^q = 1$ , à cause de  $pn' - qA' = 1$ . Il faut donc que  $B$  satisfasse à ces deux conditions  $BA'^p = 1$ ,  $BA'^q = 1$ . On en déduit  $BA'^{n'p} = 1$ , &  $BA'^{A'q} = 1$ , & puisque  $pn' = qA' + 1$ , on aura  $BA' = 1$ . Cette condition tirée des équations  $BA'^p = 1$ ,  $BA'^q = 1$ , satisfait à toutes les deux. Donc, pour que l'équation proposée soit résoluble, il faut qu'on ait

$$\frac{\frac{A-1}{2}}{B-1} = e.$$

C'est la seule condition nécessaire; toutes les fois qu'elle sera remplie, l'équation proposée aura un nombre  $\omega$  de solutions qui seront contenues dans la formule

$$\frac{x^\omega - B^p}{A} = e;$$

il n'est pas douteux que celle-ci n'ait effectivement un nombre  $\omega$  de solutions, suivant l'analyse précédente; mais on s'en convaincra tout d'un coup par le n.<sup>o</sup> 4, en observant que  $x^\omega - B^p$  est facteur de  $x^{A'\omega} - B^{A'p}$  qui revient à  $x^{A-1} - 1$ .

Remarquez que si, dans l'équation proposée,  $n$  est plus grand que  $A - 1$ , on peut ôter de cet exposant les multiples de  $A - 1$ , & ne conserver que le reste, pourvu qu'il soit positif. En effet,  $x^{A-1}$  est divisible par  $A$  avec le reste 1, & par conséquent  $x^{\lambda(A-1)+m}$  donne le même reste que  $x^m$ .

7. Il suit du *théorème précédent*, que l'équation  $\frac{x^n - B}{A} = e$

aura toujours une solution, quel que soit  $B$ , lorsque  $n$  &  $A - 1$  seront premiers entr'eux. Soit  $p$  le plus petit nombre positif qui satisfasse à l'équation

$$pn - q(A - 1) = 1,$$

cette solution sera  $x = B^p$ .

En général, ce théorème a l'avantage d'indiquer tout-à-la-fois si l'équation proposée est résoluble, combien elle a de solutions, & quelle est l'équation la plus simple qui contient toutes ces solutions. Si on l'applique à l'équation du second degré  $\frac{x^2 - B}{A} = c$ , déjà traitée par M. de la Grange, on trouvera, comme cet illustre géomètre, qu'une

telle équation est résoluble lorsque  $B \frac{A-1}{2} - 1$  est divisible par  $A$ ; alors elle aura deux solutions qui ne pourront être renfermées dans une équation plus simple que la proposée, puisque celle-ci ne contient pas de racine inutile.

8. Je me propose maintenant de trouver toutes les solutions de l'équation  $\frac{x^n - B}{A} = c$ ,  $n$  étant diviseur de  $A - 1$ . Or, il est facile de voir que si on connoît une des valeurs de  $x$ , on les aura toutes en multipliant la valeur connue par les différentes racines de l'équation  $\frac{x^n - 1}{A} = c$ . Je commencerai donc par m'occuper de celle-ci.

9. Si  $n$  n'étoit pas diviseur de  $A - 1$ , l'équation  $\frac{x^n - 1}{A} = c$  n'auroit qu'un nombre  $\omega$  de solutions,  $\omega$  étant le commun diviseur de  $n$  & de  $A - 1$ . Alors ces solutions seroient renfermées dans l'équation  $\frac{x^\omega - 1}{A} = c$ . Il en est de même de l'équation  $\frac{x^n + 1}{A} = c$ , si  $n$  est impair; car, dans ce cas, les solutions sont les mêmes, au signe près, que celles de l'équation  $\frac{x^n - 1}{A} = c$ . Mais si  $n$  est pair,



l'équation  $\frac{x^n + 1}{A} = e$  ne sera résoluble qu'autant que  $\frac{A-1}{\omega}$  sera pair,  $\omega$  étant toujours le commun diviseur de  $n$  & de  $A-1$ . Alors elle aura un nombre  $\omega$  de solutions qui seront renfermées dans l'équation  $\frac{x^\omega + 1}{A} = e$ .

## THÉORÈME II.

10. Étant proposé l'équation  $\frac{x^n - 1}{A} = e$ , dans laquelle le nombre premier  $A = 1 + A'n$ ,

1.° On aura  $x = u^{A'}$ ,  $u$  étant un nombre quelconque non-divisible par  $A$ .

2.° Si  $a$  est une valeur de  $x$ ,  $a^m$  en sera une aussi, quel que soit  $m$ .

3.° Si le nombre  $a$  est tel qu'on n'ait point  $a^{\frac{n}{v}} = 1$ ,  $v$  étant un diviseur premier de  $n$ , la formule  $x = a^m$  contiendra toutes les valeurs de  $x$ , qui seront  $1, a, a^2, \dots, a^{n-1}$ .

4.° Non-seulement il y a plusieurs nombres  $a$  qui jouissent de cette propriété, mais le nombre en est  $n \left(1 - \frac{1}{v}\right) \left(1 - \frac{1}{v'}\right) \left(1 - \frac{1}{v''}\right)$ , &c.  $v, v', v''$ , &c. étant les différens nombres premiers qui peuvent diviser  $n$ .

Car, 1.° si on fait  $x = u^{A'}$ , on aura

$$x^n - 1 = u^{A'n} - 1 = u^{A-1} - 1,$$

quantité toujours divisible par  $A$ .

2.° Si  $x = a$ , on a  $a^n = 1$ , & supposant  $x = a^m$ , on aura aussi  $x^n = a^{mn} = 1$ , quel que soit  $m$ .

3.° L'équation proposée devant avoir  $n$  solutions, la formule  $x = a^m$  les donnera toutes, si dans la suite

$$1, a, a^2, \dots, a^{n-1} = 1,$$

il n'y a pas deux termes égaux. Or, supposons  $\alpha^\mu = \alpha^\lambda$ , il en résultera  $\alpha^\theta = 1$ ,  $\theta$  étant  $\mu - \lambda$  ou  $\lambda - \mu$ , & par conséquent moindre que  $n$ . Mais comme on a déjà  $\alpha^n = 1$ , si on appelle  $\sigma$  le commun diviseur de  $n$  & de  $\theta$ , & qu'on résolve en nombres entiers l'équation  $ny - \theta z = \sigma$ , on aura  $\alpha^{ny} = 1$ ,  $\alpha^{\theta z} = 1$ ,  $\alpha^{\theta z + \sigma} = \alpha^\sigma$ . Donc  $\alpha^\sigma = 1$ . Or cette équation est impossible; car ayant supposé qu'on

ne pouvoit avoir  $\alpha^{\frac{n}{v}} = 1$ ,  $v$  étant quelque'un des diviseurs premiers de  $n$ , il en résulte qu'on ne peut jamais avoir  $\alpha^\sigma = 1$ ,  $\sigma$  étant un diviseur de  $n$  autre que lui-même.

4.<sup>o</sup> Soit  $v$  l'un des diviseurs premiers de  $n$ ; de même qu'il n'y a que  $n$  valeurs de  $x$  qui satisfassent à l'équation

$$\frac{x^n - 1}{A} = e, \text{ il n'y a aussi que } \frac{n}{v} \text{ valeurs de } \alpha, \text{ qui}$$

donnent  $\alpha^{\frac{n}{v}} = 1$ . Donc sur  $n$  valeurs que doit avoir  $\alpha$  dans l'équation  $\alpha^n = 1$ , il y en a  $n - \frac{n}{v}$ , qui ne donnent

pas  $\alpha^{\frac{n}{v}} = 1$ , il y en a pareillement  $n - \frac{n}{v'}$ , qui ne

donnent pas  $\alpha^{\frac{n}{v'}} = 1$ , &c. Donc il y en a

$$n \left( 1 - \frac{1}{v} \right) \left( 1 - \frac{1}{v'} \right) \left( 1 - \frac{1}{v''} \right), \text{ \&c.}$$

qui sont telles, qu'aucune des quantités

$$\alpha^{\frac{n}{v}}, \alpha^{\frac{n}{v'}}, \alpha^{\frac{n}{v''}}, \text{ \&c.}$$

n'est égale à l'unité ( en omettant toujours les multiples de  $A$  ).

11. Donc, si  $n$  est un nombre premier, il suffira d'avoir une valeur de  $x$  autre que l'unité, & ses puissances donneront toutes les autres valeurs de  $x$ .

Si

Si  $n$  est une puissance du nombre premier  $v$ , pour que  $\alpha$ , qui satisfait à l'équation  $x^n = 1$ , en donne la solution

complète, il faudra que  $\alpha^{\frac{n}{v}}$  ne soit pas égale à  $+1$ . Alors on aura  $x = \alpha^m$ .

Enfin, si  $n$  est de la forme  $v^a v'^b v''c$ , &c, comme on peut le supposer dans tous les cas, je fais

$$v^a = \mu, v'^b = \mu', v''c = \mu'', \&c.$$

& je résous séparément les équations

$$\frac{x^\mu - 1}{A} = e, \frac{x^{\mu'} - 1}{A} = e, \frac{x^{\mu''} - 1}{A} = e, \&c.$$

Soient  $x = \zeta^m, x = \gamma^m, x = \delta^m$ , &c. les solutions complètes de ces équations, je dis qu'en prenant  $\alpha = \zeta \gamma \delta$  &c.

la solution complète de l'équation  $\frac{x^n - 1}{A} = e$  fera  $x = \alpha^m$ .

C'est un moyen qu'on pourra mettre en usage pour résoudre cette équation, lorsqu'on n'aura pas rencontré tout d'un coup le nombre  $\alpha$  qui la résout complètement.

#### EXEMPLE I.

12. On demande les sept valeurs que doit avoir  $x$  dans l'équation  $\frac{x^7 - 1}{379} = e$ .

Puisque  $\frac{379 - 1}{7} = 54$ , j'aurai  $x = u^{54}$ ,  $u$  étant un nombre quelconque non-divisible par 379. Soit  $u = 2$ , j'aurai, en rejetant les multiples de 379, à mesure qu'ils se présentent,

$$u^6 = 64, u^{12} = -73, u^{24} = 23, u^{48} = 150, u^{54} = 125.$$

Donc  $x = 125$ , & comme 7 est un nombre premier, toutes les valeurs de  $x$  sont comprises dans la formule  $x = 125^m$ , qui donne les nombres suivans :

$$1, 125, 86, 138, -184, 119, 94.$$

Mém. 1785.

000

Ces solutions feroient pareillement comprises dans la formule plus simple  $\alpha = 86^m$ .

La moindre valeur de  $x$  étant 86, on voit combien le tâtonnement auroit été long en essayant successivement les nombres  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ ,  $\pm 3$ , &c. à la place de  $x$ .

## E X E M P L E I I.

13. SOIT l'équation  $\frac{x^{27} - 1}{379} = e$ , dans laquelle on demande les vingt-sept valeurs de  $x$ , ou seulement le nombre  $\alpha$  qui les contient dans ses puissances successives.

Puisque  $\frac{379 - 1}{27} = 14$ , j'ai  $x = u^{14}$ . Soit  $u = 5$ , on trouve  $u^{14}$  ou  $x = -52$ . Cette valeur étant nommée  $\alpha$ , on a  $\alpha^2 = 51$  &  $\alpha^3 = 1$ ; à plus forte raison  $\alpha^9 = 1$ . Donc le nombre  $\alpha$  ne peut donner que trois valeurs de  $x$ , savoir; 1,  $-52$ , 51: ce sont les trois qui résoudroient complètement l'équation  $\frac{x^{27} - 1}{379} = e$ .

Je fais donc une nouvelle supposition, par exemple,  $u = 6$ . Il en résulte  $u^{14}$  ou  $x = 180$ . Cette valeur étant nommée  $\alpha$ , on a  $\alpha^3 = -52$  &  $\alpha^9 = 1$ . Donc, suivant la troisième partie du *théorème II*, le nombre  $\alpha$  ne peut encore résoudre complètement l'équation proposée. Il en résulte cependant neuf valeurs de  $x$ , qui sont

1, 180, 185,  $-52$ , 115,  $-145$ , 51, 84,  $-40$ ,

& ces valeurs satisferoient à l'équation  $\frac{x^9 - 1}{379} = e$ .

Maintenant, si l'on trouve une valeur de  $x$  qui ne soit pas comprise dans les neuf précédentes, on sera sûr qu'elle peut être prise pour  $\alpha$ , & que la formule  $\alpha^m$  renfermera les vingt-sept valeurs demandées.

Soit donc  $u = 2$ , & l'on trouve  $u^{14} = 87$ ; ce qui donne la solution générale  $x = 87^m$  qui renferme les suivantes.

$i^{\circ}$ , 87, — 11, 180, 121, — 85, 185, 177, — 140,  
 — 52, 24, — 186, 115, 151, — 128, — 145,  
 — 108, 79, 51, — 111, — 182, 84, 107,  
 — 166, — 40, — 69, 61.

Je remarquerai qu'il y a plusieurs moyens de trouver ces différentes puissances, sans faire continuellement la multiplication par 87. Par exemple, de ce que  $a^{11} = -186$ , &  $a^6 = 185$ , on conclut  $a^{11} = -a^6 = -1$ , & de-là  $a^{11} = -a^7 = a$ , &c. On auroit dès le commencement  $a^2 = -\frac{a-1}{8}$ , & de-là  $a^3 = -\frac{a^2-a}{8}$ , &c: les divisions se font en ajoutant des multiples de 379.

Les solutions étant ainsi développées, on voit quelle est la formule la plus simple qui les renferme toutes; c'est dans ce cas (— 11)<sup>m</sup>, ou 24<sup>m</sup> si l'on veut éviter l'embarras des signes. Nous avons marqué d'une \* les nombres

qui satisfont à l'équation  $\frac{x^3 - 1}{379} = e$ ; ils se comptent de trois en trois dans la suite précédente. Parmi ces nombres ceux qui ont un double signe satisfont à l'équation  $\frac{x^3 - 1}{379} = e$ , & se comptent de neuf en neuf.

Au reste, si dans la solution de cet exemple nous avons supposé  $u = 5$  &  $u = 6$ , c'est que nous avons voulu faire voir comment on doit s'y prendre, lorsque le nombre trouvé d'abord pour  $x$  ne peut pas donner toutes les solutions. Il eût été plus naturel de prendre  $u = 2$ , & nous aurions eu tout d'un coup la solution  $x = 87^m$  qui est complète parce que  $87^9$  ne donne pas l'unité de reste.

#### EXEMPLE III.

14. ÉTANT proposé l'équation  $\frac{x^{43} - 1}{379} = e$ , on peut  
 Ooo ij

suivant l'art. 11, résoudre les équations  $\frac{x^9 - 1}{379} = e$ ,  
 $\frac{x^7 - 1}{379} = e$ . Ayant trouvé leurs solutions complètes

$x = 180^m$ ,  $x = 125^m$ , on en conclura celle de la  
 proposée  $x = (180 \times 125)^m$ , ou  $x = 139^m$ . Et  
 comme le carré de 139 donne  $-8$ , on a plus sim-  
 plement  $x = (-8)^m$ .

La même équation auroit donné immédiatement  $x = u^6$ .  
 Soit  $u = 2$ , on aura  $x = 64$ ; & comme les diviseurs  
 premiers de 63 sont 3 & 7, il faut voir si  $64^{21}$  &  $64^9$   
 ne donneront pas  $+1$ . On trouve en effet que ces puis-  
 sances ne se réduisent pas à  $+1$ ; donc  $64^m$  est encore  
 la solution complète de notre équation.

### T H É O R È M E . I I I .

15. ÉTANT proposée l'équation  $\frac{x^{2n} + 1}{A} = e$ , dans  
 laquelle  $4n$  doit être diviseur de  $A - 1$ , on résoudra l'équation  
 $\frac{x^{4n} - 1}{A} = e$  qui sera toujours possible. Soit  $x = a^m$  la  
 solution complète de celle-ci, je dis que la solution de la pro-  
 posée sera  $x = a^{2\mu + 1}$ ,  $\mu$  étant un nombre quelconque.

Car  $a^m$  étant une valeur quelconque de  $x$  dans l'équation  
 $\frac{x^{4n} - 1}{A} = e$ ,  $a^{2m}$  sera aussi une valeur quelconque de  $x$   
 dans l'équation  $\frac{x^{2n} - 1}{A} = e$ . Restent donc les puissances  
 impaires de  $a$  pour résoudre l'équation  $\frac{x^{2n} + 1}{A} = e$ .

### E X E M P L E .

16. SOIT proposée l'équation  $\frac{x^{36} + 1}{433} = e$  qui est  
 résoluble, parce que  $\frac{433 - 1}{36}$  est un nombre pair.

Je me servirai pour cela de l'équation  $\frac{x^{72} - 1}{433} = e$ , qui donne  $x = u^6$ . Soit  $u = 5$ , on aura  $u^6$  ou  $x = 37$ . Cette valeur étant nommée  $a$  on a  $a^{36} = -1$ , &  $a^{24} = 198$ . Donc  $a^m$  est la solution complète de l'équation  $\frac{x^{72} - 1}{433} = e$ , & par conséquent  $a^{2\mu + 1}$  est celle de la proposée  $\frac{x^{36} + 1}{433} = e$ . Voici les trente-six solutions qui en résultent.

37, — 8, — 127, 203, — 79, 99, 2, 140, — 159  
128, — 133, 216, — 35, 148, — 32, — 75, — 54, 117.  
— 37, 8, 127, — 203, 79, — 99, — 2, — 140, 159  
— 128, 133, — 216, 35, — 148, 32, 75, 54, — 117.

Les mêmes valeurs seroient renfermées plus simplement dans la formule  $x = 2^{2\mu + 1}$ .

## THÉOREME IV.

17. Étant proposé l'équation  $\frac{x^n - B}{A} = e$ , dans laquelle  $B^m = \pm 1$ ,  $m$  étant diviseur de  $\frac{A - 1}{n}$ ; 1.° si  $n$  &  $m$  sont premiers entr'eux, & qu'on cherche les nombres positifs  $p$  &  $q$ , tels que  $pn - qm = 1$ , je dis qu'on aura  $x = B^p y$ ,  $y$  étant une racine quelconque de l'équation  $\frac{y^n - (\pm 1)^q}{A} = e$ .

2.° Si  $n$  &  $m$  ont un commun diviseur  $\omega$  moindre que  $n$ , soit  $n = v\omega$ , &  $pv - qm = 1$ , on aura  $x^\omega = B^p y$ , on  $\frac{x^\omega - B^p y}{A} = e$ ,  $y$  étant une racine quelconque de l'équation  $\frac{y^v - (\pm 1)^q}{A} = e$ .

Car en faisant, dans ce dernier cas,  $x^\omega = B^p y$ , on a

$x^{\omega}$  ou  $x^n = B^p y^q = B^{i+qm} (\pm 1)^i = B$ .

Le premier cas est d'ailleurs une suite du second.

Ce théorème offre déjà un très-grand nombre de cas où l'on peut rappeler immédiatement l'équation  $\frac{x^n - B}{A} = e$  à la forme  $\frac{x^n \pm 1}{A} = e$ . Il indique en même temps une infinité d'autres cas où l'équation  $\frac{x^n - B}{A} = e$ , se décompose d'elle-même en un nombre  $v$ , d'équations de degrés inférieurs  $\frac{x^{\omega} - B^p y}{A} = e$ .

### EXEMPLE I.

18. Si on applique ce théorème aux équations du second degré  $\frac{x^2 - B}{A} = e$ , on trouvera les mêmes propositions que M. de la Grange a déjà démontrées dans les Mémoires de Berlin, années 1767 & 1768.

1.° La possibilité de l'équation  $\frac{x^2 - B}{A} = e$  exigeant qu'on ait  $B^{\frac{A-1}{2}} = 1$ , si 2 &  $\frac{A-1}{2}$  sont premiers entr'eux, c'est-à-dire, si le nombre premier  $A$  est de la forme  $4a - 1$ , on aura  $x = \pm B^a$ . Voilà donc un cas fort étendu, où l'on peut résoudre sans aucun tâtonnement l'équation  $\frac{x^2 - B}{A} = e$ .

2.° Quel que soit le nombre premier  $A$ , si l'on a  $B^{2k+1} = 1$ , on en déduira  $B^{2k+2} = B$ , & par conséquent  $x = B^{k+1}$ ; c'est aussi ce que donneroit notre théorème.

3.° Enfin si on a  $B^{2k+1} = -1$ , on fera, suivant le même théorème,  $x = B^{k+1}y$ , & on déterminera  $y$  par l'équation  $\frac{y^2 + 1}{A} = e$ .



Cette équation se résout facilement par le *théorème III*, mais voici un moyen encore plus simple. Soit plus générale-

ment  $\frac{x^2 + C^2}{A} = e$ ; comme le nombre  $A$  doit être alors

de la forme  $4a + 1$ , on peut supposer  $A = f^2 + g^2$ .

Soient  $u$  &  $z$  des entiers, tels que  $C = gu - Az$ , & il est clair qu'on aura  $x = fu$ . Par exemple, ayant à

résoudre l'équation  $\frac{x^2 + 25}{181} = e$ , je décompose 181

en deux carrés  $10^2 + 9^2$ , & je résous l'équation  $5 = gu - 181z$ . Je trouve  $u = 81$ ; donc  $x = 81 \times 10 = 86$ .

Il y a donc très-peu de cas où l'équation  $\frac{x^2 + B}{A} = e$

ne puisse pas se résoudre immédiatement par les principes précédens; c'est lorsque le nombre premier  $A$  est de la forme  $4a + 1$ , & qu'en même temps on ne trouve aucune puissance impaire de  $B$  égale à  $\pm 1$ .

#### EXEMPLE II.

19. Soit l'équation  $\frac{x^3 + 49}{223} = e$ , qui est résoluble parce que  $(-49)^{74} \equiv 1$ , les nombres 3 & 74 étant premiers entr'eux, on aura, suivant le *théorème précédent*,  $x = (-49)^{25} y = -66y$ ,  $y$  étant une racine de l'équation  $\frac{y^3 - 1}{223} = e$ .

Remarquez que si on eût proposé l'équation  $\frac{x^3 + 7}{223} = e$ , il eût été facile de voir que  $x = 6$ . Or il suit de-là, que dans l'équation  $\frac{x^3 + 49}{223} = e$ , on a  $x = -36$ . En effet, les trois racines de cette équation sont  $-36$ ,  $-66$ ,  $102$ .

En général, si  $\alpha$  satisfait à l'équation  $\frac{\alpha^n - B}{A} = e$ , il est clair que  $\alpha^k$  satisfera à l'équation  $\frac{\alpha^n - B^k}{A} = e$ .

## EXEMPLE III.

20. Soit proposé l'équation  $\frac{x^6 + 20}{61} = e$ , dans laquelle  $B = -20$ ,  $B' = -1$ . Puisque 6 & 5 sont premiers entr'eux, on aura, suivant le théorème,

$$x = -20 y, \& \frac{y^6 + 1}{61} = e.$$

Or l'équation  $\frac{y^{12} - 1}{61} = e$  a pour solution complète  $y = 29^m$ ; donc  $x = -20.29^{2m} + 1 = 30.13^m$ ; les nombres qui en résultent sont  $\pm 7$ ,  $\pm 24$ ,  $\pm 30$ .

## EXEMPLE IV.

21. Soit l'équation  $\frac{x^{10} - 5}{601} = e$ , on trouve  $B^6 = -1$ . Mais comme 10 & 6 ont pour commun diviseur 2, on fera, suivant la seconde partie du théorème,  $x^2 = B'y$  &  $\frac{y^5 - 1}{601} = e$ . Celle-ci donne  $y = (-169)^m$ ; ainsi l'équation proposée peut se décomposer en cinq du second degré, qui sont,

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 120}{601} = e, \quad \frac{x^2 - 154}{601} = e, \quad \frac{x^2 + 183}{601} = e, \\ \frac{x^2 - 276}{601} = e, \quad \frac{x^2 - 234}{601} = e. \end{aligned}$$

Mais cette décomposition est peu avantageuse en général, car, il suffit d'avoir une valeur de  $x$  pour la multiplier par les racines de l'équation  $\frac{y^{10} - 1}{601} = e$ . Il n'est donc pas nécessaire d'avoir toutes ces équations du second degré, on peut s'en tenir à la première & la résoudre d'une manière quelconque. Au reste, on voit que la troisième de ces équations est la plus facile à résoudre, parce qu'elle peut se mettre sous la forme  $\frac{x^2 + 28^2}{601} = e$ .

## THÉORÈME V.

## THÉORÈME V.

22. SOIT l'équation à résoudre  $\frac{x^n - B}{A} = e$ , dans laquelle  $B^\omega = 1$ ,  $\omega$  étant diviseur de  $\frac{A-1}{n}$ ; soit  $x = a^m$  la solution complète de l'équation  $\frac{x^{n\omega} - 1}{A} = e$ ;  $B$  devant être un des nombres  $a^n, a^{2n}, \dots, a^{(\omega-1)n}$ , je suppose  $B = a^{n\mu}$  & la solution complète de l'équation proposée sera  $x = a^{m\omega + \mu}$ .

En effet, cette valeur de  $x$  donne  $x^n = B$ , quel que soit  $m$ . Il suffit donc de faire voir que  $B$  se trouvera toujours parmi les nombres  $a^n, a^{2n}, \dots, a^{(\omega-1)n}$ . Mais, puisque  $a^m$  est la solution complète de l'équation

$$\frac{x^{n\omega} - 1}{A} = e, \text{ on aura } a^{mn} \text{ pour celle de l'équation}$$

$\frac{x^\omega - 1}{A} = e$ ; & puisque  $B^\omega = 1$ , il est clair que  $B$  doit être un des nombres représentés par  $a^{mn}$ .

Cette méthode, pour résoudre l'équation  $\frac{x^n - B}{A} = e$ , n'est sujette à aucune exception; mais il peut y avoir plus ou moins de longueur à chercher  $B$  dans la suite  $a^n, a^{2n}, \&c$ ; & pour qu'elle réussisse complètement, il faut que le nombre  $\omega$  ne soit pas bien grand: alors elle pourra être applicable, même aux équations du second degré. Si l'équation  $B^\omega = 1$  résulteroit de l'équation  $B^{\frac{1}{2}\omega} = -1$ , il ne faudroit chercher  $B$  que dans la suite  $a^n, a^{3n}, a^{5n}, \&c$ .

## EXEMPLE I.

23. SOIT l'équation  $\frac{x^2 - 43}{193} = e$ , je trouve  $B^4 = -1$ , donc l'équation est possible; & à plus forte raison  $B^{36} = 1$ : or ayant  $x^2 = B$  &  $B^8 = 1$ , il en résulte  $x^{16} = 1$ , ou  $\frac{x^{16} - 1}{193} = e$ . Celle-ci a pour solution complète

$x = 50^m$ ; donc  $B$  est compris dans la formule  $\dots 50^{2\mu}$ ,  $\mu$  étant impair, puisque  $B^4 = -1$ ; on trouve qu'il faut faire  $\mu = 3$ ; donc  $x = 50^{3+8m} = \pm 64$ .

## EXEMPLE II.

24. SOIT l'équation  $\frac{x^{10} - 5}{601} = e$ , déjà traitée par le théorème précédent, mais qui n'a pu se décomposer qu'en facteurs du second degré. On a

$x^{10} = B$ ,  $B = 5$ ,  $B^6 = -1$ ,  $B^{12} = 1$ ; donc  $x^{120} = 1$ . Maintenant, pour résoudre l'équation  $\frac{x^{120} - 1}{601} = e$ , je décompose ( $n^o 11$ ) le nombre 120 en ses facteurs  $5 \cdot 3 \cdot 2^3$ , & je considère séparément les équations

$$\frac{x^5 - 1}{601} = e, \quad \frac{x^3 - 1}{601} = e, \quad \frac{x^8 - 1}{601} = e.$$

Elles donnent respectivement  $x = u^{120}$ ,  $x = u^{200}$ ,  $x = u^{75}$ . Il faut donc prendre  $u$  de manière que les valeurs de  $x$  qui en résulteront, & que j'appelle  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  donnent les solutions complètes de ces équations. Il suffit pour cela que  $\beta$  &  $\gamma$  soient différens de l'unité, mais il faut que  $\delta^4$  ne soit pas  $-1$ .

Dans le cas présent, il est bon d'essayer le même nombre  $u$  pour les trois équations; s'il ne satisfait pas à l'une, il pourra satisfaire à l'autre. Soit donc  $u = 2$ ; on trouve

$$u^5 = 32, \quad u^{10} = -178, \quad u^{20} = -169, \\ u^{25} = 1, \quad u^{120} = -169;$$

donc  $\epsilon = -169$ . La même valeur de  $u$  ne donne ni  $\gamma$  ni  $\delta$ , puisque  $u^{75} = 1$ .

Soit  $u = 3$ ; on aura

$$u^5 = 243, \quad u^{10} = 151, \quad u^{20} = -37, \quad u^{75} = 24, \\ u^{50} = -25, \quad u^{75} = 1, \quad u^{150} = 1, \quad u^{200} = -25.$$

Donc  $\gamma = -25$ , & cette valeur de  $u$  ne peut point encore donner  $\delta$ .

Il est inutile d'essayer 4, puisque 2 n'a pas réussi. Soit  $u = 5$ ; on aura  $u^6 = -1$ ,  $u^{75}$  ou  $\delta = 125$ . Mais cette valeur ne donne pas la solution complète, parce qu'ayant  $\delta = u^3$ , il s'ensuit  $\delta^4 = u^{12} = +1$ . Soit donc  $u = 7$ , & on aura  $u^{75}$  ou  $\delta = 59$ , qui satisfait, parce que  $\delta^4 = -1$ .

Je conclus de-là que  $(\beta\gamma\delta)^m$  ou  $(-140)^m$  est la solution complète de l'équation  $\frac{x^{10} - 1}{601} = e$ .

Maintenant, puisque  $B^5 = -1$ ,  $B$  sera une des valeurs de  $x$  dans l'équation  $\frac{x^{12} - 1}{601} = e$ , & par conséquent sera compris dans la formule  $(-140)^{10\mu}$  ou  $120^\mu$ ,  $\mu$  étant impair. On trouve qu'il faut faire pour cela  $\mu = 5$ ; donc la solution complète de l'équation  $\frac{x^{10} - 1}{601} = e$  est  $x = (-140)^{5 + 12m}$ , ou  $x = 214(169)^m$ . Les valeurs qui en résultent sont  $\pm 214$ ,  $\pm 106$ ,  $\pm 116$ ,  $\pm 229$ ,  $\pm 237$ .

Je n'insisterai pas davantage sur les équations de la forme  $\frac{x^n - B}{A} = e$ , j'observerai seulement que l'équation  $\frac{Cx^n - D}{A} = e$  se ramèneroit immédiatement à la précédente, en la multipliant par un nombre  $\mu$ , tel que  $\frac{C\mu \pm 1}{A} = e$ .

25. En général, soit proposé de résoudre l'équation  $\frac{ax^n + x^{n-1} + \&c.}{A} = e$ ,  $A$  étant un nombre premier autre que 2, on dégagera  $x^n$  de son coefficient, comme il vient d'être dit, & on aura une nouvelle équation de la forme  $\frac{x^n + ax^{n-1} + bx^{n-2} + \&c.}{A} = e$ , ou

$x^n = -a'x^{n-1} - b'x^{n-2} - \&c.$  On cherchera par

le moyen de cette équation, la valeur de  $x^{\frac{A-1}{2}}$  exprimée en puissances de  $x$  inférieures à  $x^n$ , & on égalera cette valeur à  $+1$  &  $-1$  successivement, ce qui donnera deux équations du degré  $n-1$ , que l'on pourra combiner avec la proposée. Les communs diviseurs résultant de cette combinaison, seront des équations de degrés moindres, qui contiendront toutes les racines possibles de la proposée.

Nous avons déjà suivi cette méthode dans les équations de la forme  $\frac{x^n - B}{A} = e$ ; mais elle est généralement applicable à toutes les équations qui font l'objet de cet article. Il faut cependant examiner à quoi tient son succès, & quels sont les cas qui pourroient lui échapper.

26. Toutes les fois que l'équation proposée aura des racines de deux espèces, les unes au nombre de  $p$ , don-

nant  $x^{\frac{A-1}{2}} = 1$ , les autres au nombre de  $q$ , donnant

$x^{\frac{A-1}{2}} = -1$ ; la séparation en sera faite par la méthode précédente, & on aura deux communs diviseurs des degrés  $p$  &  $q$ , qui contiendront ces deux espèces de racines. C'est déjà un avantage réel que d'avoir réduit l'équation du degré  $n$  à deux autres des degrés  $p$  &  $q$ , qui ne renferment aucune racine inutile; & le succès de cette méthode sera toujours sûr, tant que l'équation proposée contiendra ainsi deux espèces de racines.

Mais si toutes les racines de l'équation donnent la même valeur pour  $x^{\frac{A-1}{2}}$ , il faut distinguer trois cas.

1.<sup>o</sup> S'il y a des racines inutiles ou plutôt impossibles; en sorte que l'équation du degré  $n$  ne soit susceptible

que d'un nombre de solutions inférieur à  $n$ , l'une des

deux équations du degré  $n - 1$ ,  $x^{\frac{A-1}{2}} = 1$ ,

$x^{\frac{A-1}{2}} = -1$ , aura avec la proposée un commun diviseur qui contiendra toutes les racines possibles de celle-ci. Ainsi, dans ce cas, on aura au moins écarté les racines inutiles, & on fera sûr que l'équation réduite a toutes les racines possibles.

2.° S'il n'y a point de racine impossible dans la proposée, mais qu'il y en ait d'égales entr'elles, alors l'équation du

degré  $n - 1$ , à laquelle se réduit  $x^{\frac{A-1}{2}} = +1$ ,

ou  $x^{\frac{A-1}{2}} = -1$ , sera assez élevée pour contenir toutes les racines de la proposée, & le commun diviseur de ces équations les contiendra en effet, débarrassées de

toute multiplicité; condition nécessaire, parce que  $x^{A-1} - 1$  ne peut avoir que des facteurs simples (5).

3.° Enfin, si toutes les valeurs de  $x$  sont possibles & inégales, elles ne peuvent être comprises dans une équation du degré  $n - 1$ , & par conséquent le calcul ne peut offrir

que  $+1$  ou  $-1$  pour la valeur de  $x^{\frac{A-1}{2}}$ . On éprouveroit la même difficulté si on vouloit décomposer par cette voie les communs diviseurs trouvés dans les cas précédens, parce qu'ils ont toutes leurs racines possibles & inégales.

27. En général, on saura au moins par cette méthode, combien l'équation proposée a de racines réelles de chaque espèce, & quelles sont les équations les plus simples qui peuvent les contenir. C'est ce que le *théorème I* nous a fait connoître à l'égard des équations de la forme  $\frac{x^n - B}{A} = e$ .

On ne peut être arrêté dans l'application de cette méthode, que lorsqu'on rencontre  $x^m = B$  dans la formation des puissances supérieures à  $x^n$ . Il n'y auroit même aucun embarras si  $m$  n'étoit pas diviseur de  $A - 1$ . Mais dès que le calcul offre une équation de cette espèce, il est inutile d'aller plus loin, & on peut faire usage des principes précédens.

On verra d'abord si l'équation  $x^m = B$  est possible; & au cas que  $m$  ne soit pas diviseur de  $A - 1$ , quelle est l'équation plus simple  $x^\omega = C$  qui renferme toutes les solutions. D'abord  $\omega$  peut être moindre que  $n$ , & alors on combinera l'équation  $x^\omega = C$  avec la proposée; le commun diviseur en renfermera toutes les racines.

En second lieu, si  $\omega$  est plus grand que  $n$ , on prendra à l'ordinaire la valeur de  $x^\omega$  exprimée en  $x^{n-1}$ ,  $x^{n-2}$ , &c. Égalant cette valeur à  $C$ , on aura une équation du degré  $n - 1$ , qu'il faudra toujours combiner avec la proposée. Mais il peut se faire que la valeur de  $x^\omega$  ainsi trouvée ne contienne pas de  $x$ , & soit précisément  $C$ ; d'où il n'y auroit rien à conclure, sinon que l'équation proposée a toutes ses racines réelles, & qu'elles se trouvent comprises parmi celles de l'équation  $x^\omega = C$ ; équation qu'on auroit trouvée immédiatement, si dans la suite des puissances qu'on a

formées pour arriver à  $x^{\frac{A-1}{2}}$ , on avoit calculé le terme  $x^\omega$ .

28. Pour peu qu'on y fasse attention, on verra que tous les cas possibles dépendent de celui où les racines d'une équation étant toutes réelles & inégales, les racines sont comprises dans l'équation  $x^\omega = C$  qui elle-même a toutes les racines possibles. On peut résoudre cette dernière par les principes précédens, & voir parmi ces différentes racines celles qui satisfont à l'équation proposée. Mais comme  $\omega$  peut être beaucoup plus grand que  $n$ , pour éviter les tâtonnemens qui deviendroient trop longs, on



peut faire  $x = y \pm k$ ,  $k$  étant à volonté, & résoudre l'équation en  $y$  par les mêmes principes. Il est difficile qu'on rencontre encore  $y^\omega = C$ , ou qu'on soit arrêté par une difficulté semblable; mais un moyen encore plus simple, c'est de décomposer l'équation  $x^\omega = C$ , si  $\omega$  n'est pas un nombre premier.

D'abord, si on avoit  $x^\omega = 1$ ,  $\omega$  étant pair, on feroit immédiatement  $x^{\frac{\omega}{2}} = + 1$  &  $x^{\frac{\omega}{2}} = - 1$ . Cette décomposition est la plus simple de toutes. Mais si on a en général  $x^\omega = C$ , soit  $\theta$  le plus petit diviseur de  $\omega$ , & soit résolue l'équation  $\frac{y^\theta - C}{A} = e$ , dont j'appelle les racines  $y, y', y'', \&c.$  Faisant  $\omega = \theta \omega'$ , on aura un nombre  $\theta$  d'équations  $x^{\omega'} = y, x^{\omega'} = y', \&c.$  qu'il faudra combiner avec la proposée, & il en résultera certainement une décomposition de celle-ci. Car, je suppose qu'étant tombé sur l'équation  $x^\omega = C$ , on s'est assuré qu'il ne peut y en avoir de plus simples comme seroit  $x^{\omega'} = C'$ ,  $\omega'$  étant sous-multiple de  $\omega$ . Dès-lors il est clair que toutes les racines de l'équation proposée ne peuvent être comprises dans une seule des équations

$$x^{\omega'} = y, x^{\omega'} = y', x^{\omega'} = y'', \&c.$$

C'est ainsi qu'on peut procéder dans tous les cas sans le secours d'aucune transformation, à moins que  $\omega$  ne soit un nombre premier.

#### EXEMPLE I.

29. RÉSOUDRE l'équation  $\frac{20y^3 + 31y^2 - 82y + 72}{211} = e$   
 j'ôte le coefficient du premier terme & faisant pour abrégé,  
 $y = x + 3$ , j'ai  $\frac{x^3 - 10x + 85}{211} = e$ ; d'où je conclus

$$\begin{aligned}
x^3 &= 10x - 85 \\
x^5 &= -85x^2 + 100x - 6, \\
x^{10} &= -75x^3 + 17x - 103, \\
x^{20} &= 38x^2 - 94x - 99, \\
x^{25} &= 36x^2 - 62x + 61, \\
x^{40} &= -73x^3 - 16x + 77, \\
x^{80} &= 104x^3 + 59x + 12, \\
x^{105} &= 46x^3 + 75x + 77.
\end{aligned}$$

Je combine maintenant l'équation  $46x^3 + 75x + 77 \pm 1 = 0$  avec la proposée. Prenant le signe supérieur on trouve le commun diviseur  $x - 100 = 0$ ; avec le signe inférieur, on ne trouve rien. Donc l'équation proposée n'a qu'une racine  $y = 103$ , ou bien elle en a trois égales à  $103$  (*n.º 26*); mais il est aisé de voir que ce dernier cas n'a pas lieu.

## EXEMPLE II.

30. ÉTANT proposée l'équation

$$\frac{x^4 + x^3 + 4x^2 - 21x + 16}{53} = e,$$

je trouve

$$\begin{aligned}
x^4 &= -x^3 - 4x^2 + 21x - 16, \\
x^5 &= -3x^3 + 25x^2 + 16x + 16, \\
x^6 &= -25x^3 - 25x^2 + 6x - 5, \\
x^8 &= -24x.
\end{aligned}$$

Je m'arrête à l'équation  $x^8 = -24x$ , ou  $x^7 = -24$ ; & comme 7 n'a que 1 pour commun diviseur avec 52, il n'y a qu'une solution de l'équation  $x^7 = -24$ . On trouve (*n.º 7*), que cette racine est  $x = (-24)^{\frac{1}{7}} = 7$ , & cette valeur satisfait à l'équation proposée; c'est donc la seule solution dont elle soit susceptible.

## EXEMPLE III.

## EXEMPLE III.

31. SOIT encore l'équation  $\frac{x^3 + x^2 - 2x + 19}{59} = e$ ;  
on trouvera

$$x^3 = -x^2 - 2x - 19,$$

$$x^4 = 3x^2 - 21x + 19,$$

$$x^8 = -24.$$

Or, le commun diviseur de 8 & de 58 étant 2, j'en conclus d'abord que l'équation  $x^8 = -24$  ne peut avoir que deux solutions. Je trouve ensuite, par le *Théorème I*, que ces deux solutions sont possibles & renfermées dans l'équation  $\frac{x^2 - 5}{59} = e$ ; celle-ci donne au premier coup-d'œil  $x = \pm 8$ ; mais sans s'embarasser de cette solution, on combinera l'équation  $x^2 = 5$  avec la proposée, & on aura pour commun diviseur  $x = -8$ .

## EXEMPLE IV.

32. L'ÉQUATION  $\frac{x^3 + 14x^2 + 24x + 23}{61} = e$ ,  
donne successivement

$$x^3 = -14x^2 - 24x - 23,$$

$$x^4 = -11x^2 + 8x + 17,$$

$$x^5 = -21x^2 - 24x + 9,$$

$$x^{10} = 23x^2 + 10x + 10,$$

$$x^{15} = 11.$$

Je m'arrête ici; & comme l'équation  $x^{15} = 11$  a toutes ses racines possibles, (6) la proposée doit avoir trois solutions (27 & 3). Pour les trouver, on pourroit résoudre l'équation  $x^{15} = 11$ , & essayer celles qui satisferoient à la proposée. Mais il est plus simple de suivre la méthode du n.<sup>o</sup> 28.

Soit  $y^3 = 11$  ou  $\frac{y^3 - 11}{61} = e$ , & on aura  $x^5 = y$ .

Or, il est facile d'avoir une valeur de  $y$  (*théor. IV*); car ayant  $y^3 = 11$ , &  $11^4 = 1$ , il en résulte  $y^3 = 11^9$ , & par conséquent  $y = 11^3$ , ou  $y = -11$ . On trouve ensuite la solution complète  $y = -11 (-14)^m$ , qui renferme les trois valeurs  $-11$ ,  $-29$ ,  $-21$ .

Je laisse  $y$  indéterminé; & l'équation  $x^5 = y$  donnant

$$-21x^2 - 24x + 9 - y = 0,$$

ou  $x^2 - 25x + 17 - 29y = 0$ , je fais  $17 - 29y = z$ , & les trois valeurs de  $z$  seront  $-4$ ,  $-16$ ,  $30$ . J'aurai donc  $x^2 - 25x + z = 0$ . Combinant cette équation avec la proposée, on a

$$(23 + z)x + 23 - 22z = 0;$$

mettant successivement les trois valeurs de  $z$ , on trouve

$$x = 7, x = -10, x = -11,$$

qui sont les trois solutions demandées.

## ARTICLE II.

### *Usage de l'Analyse indéterminée dans la recherche des Diviseurs des Équations.*

Il semble qu'on peut, au moins dans certains cas, tirer quelque parti de l'analyse indéterminée dans la recherche des diviseurs des équations; nous en donnerons un essai dans les exemples suivans, & nous commencerons par les diviseurs du premier degré, quoiqu'à leur égard la méthode de Newton ne laisse rien à désirer.

#### EXEMPLE I.

1. On demande un diviseur rationnel de l'équation

$$x^3 - 292x^2 - 2170221x + 6656000 = 0.$$

Je représente le premier membre par  $P$ , & son diviseur par  $x + a$ . Le terme de  $P$  n'ayant pour facteurs simples que les nombres premiers 2, 5, 13, je cherche si  $a$  ne seroit pas divisible par 13, ou si l'on ne pourroit pas faire  $a = 13y$ . D'abord je divise  $P$  par  $x$ , à l'ordinaire,

$$\frac{x^3 - 292x^2 - 2170221x + 6656000}{\text{Reste} + 6656000} \left\{ \frac{x}{x^2 - 292x - 2170221} \right.$$

Je fais ensuite le dividende

$$P = (x + 13y)(x^2 - 292x - 2170221 + 13z);$$

d'où je tire, en réduisant & divisant par 13,

$$512000 = y(x^2 - 292x - 2170221) + xz + 13yz,$$

omettant dans cette équation les multiples de 13, elle devient

$$-5 = y(x^2 - 6x - 1) + xz;$$

$y$  est une constante, mais  $z$  est de la forme  $ax + c$ . Sans m'embarrasser de ces indéterminées, je fais  $x = 0$ ; il en résulte  $y = 5$ , c'est-à-dire plus exactement,  $y = 5 + 13y'$ . Le diviseur  $x + a$  devient  $x + 65 + 169y'$ , c'est pourquoi je divise  $P$  par  $x + 65$ ,

$$\frac{x^3 - 292x^2 - 2170221x + 6656000}{\text{reste} + 146212040} \left\{ \frac{x + 65}{x^2 - 357x - 2147016} \right.$$

Soit

$$P = (x + 65 + 169y')(x^2 - 357x - 2147016 + 169z').$$

J'aurai en réduisant & divisant par 169,

$$865160 = (x^2 - 357x - 2147016)y' + (x + 65)z' + 169y'z'.$$

Omettant les multiples de 169, on a

$$49 = (x^2 - 19x - 40)y' + (x + 65)z'.$$

$$\text{Soit } x = -65, \text{ on aura } 49 = 12y', \text{ ou } \frac{12y' - 49}{169} = e_e$$

Q q q ij

il résulte de-là  $y' = -10$ , ou plutôt  $y' = -10 + 169y''$ .  
Donc le diviseur de  $P$  deviendra

$$x - 1625 + (169)^2 y''.$$

Mais, si on continuoit l'opération & qu'on divisât  $P$  par  $x - 1625$ , on trouveroit le quotient exact

$$x^2 + 1333x - 4096.$$

Ainsi il n'est pas nécessaire d'aller plus loin, &  $x - 1625$  est le diviseur demandé.

Dans tous les cas l'opération se terminera plutôt si on considère que  $a$  doit être un diviseur du dernier terme de l'équation.

### E X E M P L E I I.

2. SOIT l'équation

$$x^3 - 157x^2 - 380x - 16000 = 0;$$

dont on demande le diviseur  $x + a$ ,  $a$  étant supposé multiple de 5.

A cause du pénultième terme qui est divisible par 5, on ne peut pas commencer cette opération comme la précédente; mais soit  $x = 5y$ , on aura en substituant, divisant par 25, & omettant les multiples de 5.

$$-2y'' - y = 0;$$

c'est-à-dire  $y = 0$  &  $y = 2$ , valeurs qu'il faut examiner séparément.

La première  $y = 0$  indique que  $y$  lui-même est un multiple de 5, & qu'on doit supposer  $x = 25y'$ . Cette valeur étant substituée dans l'équation proposée, on pourra diviser tous les termes par 125, rejetant ensuite tous les multiples de 5, on aura

$$-y' + 2 = 0.$$

Donc  $y' = 2$ , ou plus exactement  $y' = 2 + 5y''$ , & par conséquent  $x = 50 + 125y''$ ; on peut main-

tenant reprendre la méthode de l'exemple précédent, & diviser le premier membre  $P$  de l'équation proposée par  $x - 50$ .

$$\frac{x^3 - 157x^2 - 380x - 16000}{\text{reste} = 302500} \left\{ \frac{x - 50}{x^2 - 107x - 5730} \right\}.$$

On fera ensuite

$$P = (x - 50 + 125y'')(x^2 - 107x - 5730 + 125y'').$$

Réduisant, divisant par 125, puis rejetant les multiples de 125, on aura

$$-45 = (x^2 + 18x + 20)y'' + (x - 50)z';$$

soit  $x = 50$ , on aura  $45y'' + 45 = 0$ , ou

$$\frac{5(y'' + 1)}{125} = e,$$

d'où l'on tire  $y'' = -1 + 25y'''$ . Le diviseur de  $P$  devient donc

$$x - 175 + 3125y''.$$

Mais sans aller plus loin, il est aisé de voir que cette forme de diviseur ne peut avoir lieu; car si elle étoit vraie, il faudroit qu'en donnant à  $y''$  une certaine valeur,

$$\frac{16000}{3125y'' - 175} \text{ ou } \frac{640}{125y'' - 7}$$

fût un entier, ce qui n'est pas possible.

Je passe à la seconde valeur

$$y = 2 + 5y', \text{ ou } x = 10 + 25y'.$$

& je divise  $P$  par  $x - 10$ .

$$\frac{x^3 - 157x^2 - 380x - 16000}{\text{reste} = 34500} \left\{ \frac{x - 10}{x^2 - 147x - 1850} \right\}$$

je fais ensuite

$$P = (x - 10 + 25y')(x^2 - 147x - 1850 + 25y')$$

d'où je tire en réduisant, divisant par 25, & omettant les multiples de 25,

$$-5 = y'(x^2 + 3x) + z'(x - 10)$$

soit  $x = 10$ , on aura

$$5y' + 5 = 0, \text{ ou } y' = -1 + 5y''.$$

Le facteur cherché devient  $x - 35 + 125y''$ . Je divise donc  $P$  par  $x - 35$ ; & opérant à l'ordinaire, je trouve  $y'' = -1 + 25y'''$ , & par conséquent le diviseur sera  $x - 160 + 3125y'''$ . Or si l'équation proposée admet un diviseur de cette forme, ce ne peut être que  $x - 160$  qui en effet est le diviseur demandé. On le trouveroit aussi en continuant l'opération plus loin, puisqu'il faudroit diviser d'abord l'équation par  $x - 160$ .

### EXEMPLE III.

3. SOIT proposé maintenant de trouver un diviseur de deux dimensions de la quantité

$$P = x^5 - 14x^4 - 233x^3 + 442x^2 + 500x - 840.$$

Je représente ce diviseur par  $x^2 + ax + b$ , & je suppose  $b$  multiple de 7. En rejetant les multiples de 7, on aura  $x + a$  pour diviseur de  $x^4 - 2x^2 + x + 3$ ; il faut donc voir s'il y a une valeur rationnelle de  $x$ , telle que  $\frac{x^4 - 2x^2 + x + 3}{7} = e$ ; or on trouve par les prin-

cipes précédens, qu'il existe en effet une telle valeur de  $x$ , mais une seule; savoir  $-3$ , de sorte que le diviseur  $xx + ax + b$  prend déjà la forme  $xx + 3x + 7y$ .

Je divise  $P$  par  $xx + 3x$ ; j'ai pour quotient  $x^3 - 17x^2 - 182x + 988$ , & pour reste  $-2464x - 840$ .

Je fais

$$P = (xx + 3x + 7y)(x^3 - 17x^2 - 182x + 988 + 7z);$$



d'où résulte

$$- 352x - 120 = y(x^3 - 17x^2 - 182x + 988) \\ + (x^2 + 3x)z + 7yz,$$

& en omettant les multiples de 7

$$- 2x - 1 = y(x^3 - 3x^2 + 1) + (x^2 + 3x)z,$$

soit

$$x^2 + 3x = 0, \text{ \& } y = ax + 6,$$

$$\text{donc } - 2x - 1 = (3a - 36)x + 6,$$

$$6 = -1, a = 3 \text{ \& } y = 3x - 1.$$

Le diviseur devient  $x^2 + 24x - 7 + 49y'$ ; je divise donc  $P$  par  $x^2 + 24x - 7$ ; & conformément au quotient qui en résulte, je suppose

$$P = (x^3 + 24x - 7 + 49y') (x^3 - 38x^2 \\ + 686x - 16288 + 49z')$$

réduisant, divisant par 49, & supprimant les multiples de 49, j'ai

$$x + 8 = y' (x^3 + 11x^2 - 20) + z' (x^2 + 24x - 7).$$

Je fais  $y' = a'x + 6'$ , & supposant  $x^2 + 24x - 7 = 0$ , je trouve  $a' = 1$ ,  $6' = -1$ , & le diviseur devient

$$x^2 - 25x + 42 + 2401y''.$$

La grandeur du nombre 2401, eu égard au dernier terme de  $P$ , ne permet pas de continuer plus loin l'opération; & si  $P$  a un diviseur de la forme supposée, ce ne peut être que  $x^2 - 25x + 42$ . En effet, la division réussit, & le quotient est  $x^3 + 11x^2 - 20$ .

#### EXEMPLE IV.

4. ENFIN, pour dernier exemple, proposons-nous de décomposer la quantité

$x^6 + x^5 - 54x^4 - 181x^3 + 21x^2 + 262x - 120$ ,  
en deux facteurs rationnels du troisième degré.

Je représente cette quantité par  $P$ , & l'un de ses facteurs par  $x^3 + ax^2 + bx + c$ ; si la décomposition est possible, l'un des deux facteurs aura son dernier terme divisible par 5; ainsi on peut supposer que  $c$  est multiple de 5. Rejetant donc les multiples de 5 dans la quantité  $P$  & dans son diviseur, on verra que  $x^5 + x^4 + x^3 - x^2 + x + 2$  doit être divisible par  $x^2 + ax + b$ .

Reste donc à chercher les diviseurs de deux dimensions que peut avoir

$$x^5 + x^4 + x^3 - x^2 + x + 2$$

en rejetant les multiples de 5. Ces diviseurs sont au nombre de deux, savoir:

$$x^2 - x + 2, \text{ \& } x^3 - 2x - 1.$$

Ainsi jusqu'à présent le diviseur de  $P$  est susceptible des deux formes

$$x^3 - x^2 + 2x + 5y, \text{ \& } x^3 - 2x^2 - x + 5y.$$

Je me contenterai d'examiner la seconde.

Or, en divisant  $P$  par  $x^3 - 2x^2 - x$ , & faisant, conformément au quotient,

$$P = (x^3 - 2x^2 - x + 5y) \\ (x^3 + 3x^2 - 47x - 272 + 5z),$$

on a d'abord

$$-114x^2 - 2x - 24 = y(x^3 + 3x^2 - 47x - 272) \\ + z(x^3 - 2x^2 - x) + 5yz,$$

puis omettant les multiples de 5,

$$x^2 - 2x + 1 = y(x^3 - 2x^2 - 2x - 2) \\ + z(x^3 - 2x^2 - x).$$

Prenant ensuite  $y = ax^2 + 6x + \gamma$ , & supposant

$$x^3 - 2x^2$$

$x^3 - 2x^2 - x = 0$ , on trouve par l'identité des deux membres

$$\alpha = 2, \beta = -1, \gamma = 1;$$

donc

$$y = 2x^2 - x + 1 + 5y',$$

& le diviseur de  $P$  devient

$$x^3 - 7x^2 - 11x + 10 + 25y'.$$

Si on vouloit ensuite pousser l'opération plus loin, il faudroit diviser  $P$  par

$$x^3 - 7x^2 - 11x + 10,$$

mais on trouve que la division réussit exactement, & que le quotient est

$$x^3 + 8x^2 + 13x - 12.$$

Ce sont donc les deux facteurs demandés.

5. Il reste à faire voir comment, dans cet exemple, on a trouvé les facteurs de deux dimensions de

$$x^5 + x^4 + x^3 - x^2 + x + 2$$

en rejetant les multiples de 5. On trouve, par les principes précédens, que cette quantité est divisible par  $x - 1$ , & qu'elle donne au quotient

$$x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 2;$$

celle-ci n'a plus de facteurs du premier degré, sans quoi on combinerait ces facteurs deux à deux, & on auroit des facteurs de la forme  $x^2 + ax + b$ . Le facteur simple  $x - 1$  devient donc inutile; & la question se réduit à chercher si la quantité

$$x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 2$$

n'est pas décomposable en deux facteurs du second degré,

$$xx + ax + b, \quad xx + a'x + b',$$

toujours dans l'hypothèse où l'on rejette les multiples de

5. Or, comme les nombres  $a, a', b, b'$  ne doivent pas surpasser  $\pm 2$ , on reconnoît bientôt après quelques tentatives, que les diviseurs cherchés sont

$$x^2 - x + 2, \text{ \& } x^2 - 2x - 1.$$

Je dis *après quelques tentatives*, parce qu'il est plus simple de faire des suppositions sur la valeur d'un coefficient, que de déterminer directement ce coefficient par l'élimination.

Il est inutile d'ajouter que si, dans cet exemple, on n'eût point trouvé de diviseur du second degré pour la quantité

$$x^5 + x^4 + x^3 - x^2 + x + 2,$$

il auroit fallu en conclure que la quantité proposée  $P$  n'admettoit aucun facteur de trois dimensions.

### *Recherche d'une espèce particulière de diviseurs irrationnels.*

ON trouve dans l'arithmétique universelle de Newton, des méthodes fort ingénieuses pour ramener, lorsque cela est possible, les équations de degré pair à la forme  $M^2 - a N^2 = 0$ ,  $M$  &  $N$  étant des fonctions rationnelles de  $x$ , &  $a$  un nombre non-carré. Je vais faire voir que ces réductions peuvent s'opérer aussi par une méthode analogue à la précédente & qui s'étendrait aux équations de la forme  $M^n - a N^n = 0$ . Mais avant tout il faut démontrer la proposition suivante.

6. Si la quantité

$$x^{2m} + Ax^{2m-1} + Bx^{2m-2} + Cx^{2m-3} \dots + K,$$

dont les coefficients sont des nombres entiers, peut se ramener à la forme

$$(x^m + ax^{m-1} + bx^{m-2} \dots + k)^2 \\ - n (a'x^{m-1} + b'x^{m-2} \dots + k')^2,$$

dans laquelle tous les coefficients sont rationnels, chacun de ces coefficients, ou tout au moins son double, sera un entier.

Soit, par exemple, la quantité

$$x^6 + Ax^5 + Bx^4 + Cx^3 + Dx^2 + Ex + F,$$

qui ait pour facteurs simples

$$x + a, x + \mathcal{C}, x + \gamma, x + \mathcal{D}, x + \epsilon, x + \zeta;$$

& supposons qu'on veuille d'abord lui donner la forme

$$(x^3 + ax^2 + bx + c)^2 - (px^2 + qx + r)^2,$$

ou la décomposer en deux facteurs du troisième degré.

$$\begin{array}{rcl} x^3 + ax^2 + bx + c & x^3 + ax^2 + bx + c \\ + p & + q & + r, \quad - p \quad - q \quad - r. \end{array}$$

Sans chercher par l'élimination les équations qui détermineroient  $a, b, c, p, q, r$ , on peut juger d'avance du degré & de la forme de ces équations. En effet, pour nous borner aux coefficients  $b$  &  $q$ , on auroit, entr'autres valeurs,

$$\begin{aligned} b + q &= a\mathcal{C} + a\gamma + \mathcal{C}\gamma, \\ b - q &= \mathcal{D}\epsilon + \mathcal{D}\zeta + \epsilon\zeta, \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} 2b &= (a\mathcal{C} + a\gamma + \mathcal{C}\gamma) + (\mathcal{D}\epsilon + \mathcal{D}\zeta + \epsilon\zeta), \\ 2q &= (a\mathcal{C} + a\gamma + \mathcal{C}\gamma) - (\mathcal{D}\epsilon + \mathcal{D}\zeta + \epsilon\zeta). \end{aligned}$$

Et comme on peut faire à volonté la permutation des quantités  $a, \mathcal{C}, \gamma, \mathcal{D}, \epsilon, \zeta$ , il est clair que l'équation qui détermine  $2b$  est du dixième degré, & celle qui détermine  $2q$  du vingtième. La dernière ne contenant que des puissances paires de l'inconnue, si on fait  $2b = y$  &  $4q^2 = z$ , les équations en  $y$  &  $z$  feront l'une & l'autre du dixième degré: de plus, comme les coefficients  $A, B, C$ , &c, sont des entiers, il faudra que ceux des équations en  $y$  &  $z$  le soient aussi. Donc si  $y$  &  $z$  sont rationnels, ce seront des entiers; & comme  $p^2, q^2, r^2$  tiennent lieu de  $na'^2, nb'^2, nc'^2$ , il faudra que  $b$  &  $b'$  soient des entiers ou des fractions,

Rrr ij

dont le dénominateur est 2. On voit d'ailleurs que le même raisonnement s'étendrait à des quantités d'un nombre quelconque de dimensions.

*R E M A R Q U E S.*

1.<sup>o</sup> Si la quantité  $x^{2m} + Ax^{2m-2} + Bx^{2m-4} \dots + K$  peut se ramener à la forme  $M^2 - aN^2$ , on peut toujours supposer

$$M = x^m + \frac{A}{2} x^{m-2} + bx^{m-4} + \&c.$$

$$\& N = a'x^{m-1} + b'x^{m-3} + \&c.$$

il ne seroit pas plus général de prendre

$$M = fx^m + gx^{m-2} + hx^{m-4} + \&c.$$

$$\& N = f'x^m + g'x^{m-2} + h'x^{m-4} + \&c.$$

2.<sup>o</sup> Le nombre  $a$  peut toujours être regardé comme entier, & exempt de tout facteur carré.

3.<sup>o</sup> Si quelqu'un des coefficients alternatifs  $A, C, E, \&c.$  qui affectent les puissances impaires de  $x$ , est impair, il faut nécessairement que parmi les nombres  $a, b, c, a', b', c', \&c.$  il y en ait de fractionnaires; car s'ils étoient tous des entiers, il est évident qu'en développant l'expression

$$(x^m + ax^{m-2} + bx^{m-4} + \&c.)^2$$

$$= a(a'x^{m-1} + b'x^{m-3} + \&c.)^2,$$

les coefficients des puissances impaires de  $x$  seroient toujours pairs.

4.<sup>o</sup> Dans le même cas où quelqu'un des coefficients  $A, C, E, \&c.$  est impair, il faut que le nombre  $a$  soit de la forme  $4h + 1$ , & que deux coefficients correspondans, comme  $a$  &  $a'$ ,  $b$  &  $b'$ ,  $c$  &  $c'$ , &c. soient ou tous deux entiers, ou tous deux fractionnaires: car  $a^2 = aa'^2$ ,  $b^2 = ab'^2$ ,  $c^2 = ac'^2$ , &c. doivent être des entiers; si donc  $b$ , par exemple, est fractionnaire, il faut que  $b'$  le soit aussi. De plus, en faisant  $b = \frac{2\lambda + 1}{2}$  &  $b' = \frac{2\lambda' + 1}{2}$ ,

on voit facilement que  $b^2 - ab'^2$  ne sauroit être un entier, à moins que  $\frac{a-1}{4}$  ne le soit aussi; donc  $a$  est alors de la forme  $4h + 1$ .

Newton avoit supposé ces préliminaires sans les démontrer; c'est pourquoi nous sommes entrés dans quelques détails à ce sujet: passons aux exemples.

## EXEMPLE I.

7. SOIT proposé de ramener l'équation

$$x^4 - 9x^3 + 15x^2 - 27x + 9 = 0,$$

à la forme  $M^2 - aN^2 = 0$ .

A cause du coefficient impair 9 ou 27, je vois déjà que  $M$  &  $N$  contiendront des fractions. Pour les éviter, je multiplie par 4 le premier membre  $P$  de mon équation, & j'extrait à l'ordinaire la racine du produit; je trouve que cette racine est  $2x^2 - 9x - \frac{21}{4}$ , avec le reste

$$- \frac{405}{2}x + \frac{135}{16}.$$

Sans connoître le nombre  $a$ , on voit qu'en rejetant les multiples de  $a$ , la quantité  $4P$  ou  $4M^2 - 4aN^2$  deviendrait un carré parfait. Il faut donc que la suppression des multiples de  $a$  fasse disparaître le reste

$$- \frac{405}{2}x + \frac{135}{16},$$

& par conséquent  $a$  est un diviseur commun des coefficients

$\frac{405}{2}$  &  $\frac{135}{16}$ . Le diviseur commun de ces deux nombres est 135 ou  $5 \cdot 3^3$ . Mais comme  $a$  ne doit contenir que des diviseurs simples & de la forme  $4m + 1$ , on a nécessairement  $a = 5$ .

La racine  $2x^2 - 9x - \frac{21}{4}$  peut maintenant être mise sous une forme entière, en restituant les multiples

de 5. A la place de  $\frac{-21}{4}$ , il n'y a qu'à prendre

$$\frac{-21 + 25}{4} \text{ ou } +1. \text{ On supposera donc}$$

$$4P = (2x^2 - 9x + 1 + 5y)^2 - 5N^2,$$

ce qui donne

$$0 = 5x^2 + 18x - 7 + 2y(2x^2 - 9x + 1) + 5y^2 - N^2$$

rejetant les multiples de 5, on a

$$0 = -2x - 2 + y(-x^2 + 2x + 2) - N^2;$$

or  $y =$  une constante, &  $N = \delta x + \epsilon$ ; soit  $x^2 = 2x + 2$ , afin de faire disparaître  $y$ , & on aura

$$0 = 2x + 2 + (2\delta\epsilon + 2\delta^2)x + \epsilon^2 + 2\delta^2;$$

d'où résulte

$$2\delta^2 + 2\delta\epsilon = -2, \epsilon^2 + 2\delta^2 = -2;$$

soustrayant l'une de l'autre, on a  $\epsilon = 0$ , ou  $\epsilon = 2\delta$ .

Cette seconde valeur ne peut satisfaire, puisqu'il en résulteroit  $\epsilon^2 + 2\delta^2 = 6\delta^2 = -2$ , ou  $\delta^2 = -\frac{1}{3}$ , ce qui est impossible. Il faut donc que  $\epsilon = 0$ , & par conséquent  $\delta^2 = -1$ ,  $\delta = \pm 1$ , &  $y = 1$ . Mais comme le signe de  $\delta$  est arbitraire, & que  $\delta$  doit être impair, je puis prendre  $\delta = -1 + 5 = 4$ , & j'ai, en substituant,

$$4P = (2x^2 - 9x + 6 + 25y')^2 - 5(3x + 5z')^2;$$

si on vouloit ensuite déterminer les valeurs de  $y'$  & de  $z'$ , on trouveroit dès en commençant, que ces valeurs sont nulles, & qu'on a exactement

$$4P = (2x^2 - 9x + 6)^2 - 5(3x)^2,$$

ou  $P = (x^2 - \frac{9}{2}x + 3)^2 - 5(\frac{3}{2}x)^2$ , comme l'a trouvé *Newton*, par une voie très-différente.

Dans cet exemple, on peut remarquer que tout a été déterminé d'une manière directe & sans tâtonnement. Il n'en est pas de même dans les degrés plus élevés, & la



première valeur de  $N$  pourra exiger quelques essais, si on ne veut pas avoir recours à l'élimination. Voici cependant un nouvel exemple encore tiré de *Newton*, où le calcul réussit complètement, quoique l'équation soit du huitième degré.

## EXEMPLE II.

8. ON propose de ramener l'équation

$$\begin{aligned} x^8 + 4x^7 - x^6 - 10x^5 + 5x^4 - 5x^3 \\ - 10x^2 - 10x - 5 = 0 \end{aligned}$$

à la forme

$$(x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 7x + 8)^2 - a(4x^3 + 5x^2 + 7x + 8)^2 = 0;$$

à cause du coefficient impair  $-5$ , qui affecte la puissance impaire  $x^3$ , je vois que  $a$  doit être de la forme  $4m + 1$ , & que les coefficients  $6, 7, 8$ , &c, ne sont pas tous des nombres entiers. J'extrait donc la racine de  $4P$ , qui est

$$2x^4 + 4x^3 - 5x^2 - \frac{5}{4},$$

& je trouve le reste

$$-10x^3 - \frac{105}{2}x^2 - 40x - \frac{345}{16},$$

le diviseur commun de tous ces coefficients est  $5$ ; donc  $a = 5$ . Soit

$$4P = (2x^4 + 4x^3 + 5y)^2 - 5z^2,$$

on aura

$$\begin{aligned} z^2 - 2y(2x^4 + 4x^3) - 5y^2 &= 4x^6 + 8x^5 \\ &- 4x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 8x + 4. \end{aligned}$$

Omettant les multiples de  $5$ , on a

$$\begin{aligned} z^2 + y(x^4 + 2x^3) &= -x^6 - 2x^5 \\ + x^4 - x^3 - 2x^2 - 2x - 1 : \end{aligned}$$

or, de ce que le multiplicateur de  $y$  ne contient point de puissance de  $x$  inférieure à la troisième, il en résulte une simplification remarquable qui va faire connoître tout de suite la valeur de  $z$ . En effet, si on élimine les puissances

de  $x$  supérieures à la troisième, par l'équation  $x^4 = -2x^3$ , qui donne  $x^5 = -x^3$ ,  $x^6 = 2x^3$ , & qu'on fasse

$$z = a' + \zeta' x + \gamma' x^2 + \delta' x^3,$$

on aura

$$\begin{aligned} a'a' + 2a'\zeta'x + 2a'\gamma'x^2 + 2a'\delta'x^3 &= -1 - 2x - 2x^2 + 2x^3 \\ &+ \zeta'\zeta' + 2\zeta'\gamma' \\ &+ \zeta'\delta' \\ &- 2\gamma'\gamma' \\ &- 2\gamma'\delta' \\ &+ 2\delta'\delta'; \end{aligned}$$

d'où l'on tire  $a'a' = -1$ , ou  $a' = 2$ , ensuite  $\zeta' = 2$ ,  $\gamma' = 1$ , &  $2\delta'\delta' + 4\delta' = 0$ . Celle-ci donne  $\delta' = 0$ , ou  $\delta' = -2$ .

J'examine d'abord cette seconde valeur de  $\delta'$ ; elle donne

$$z = 2 + 2x + x^2 - 2x^3;$$

de-là résulte  $y = 2x - 1$ , & par conséquent

$$\begin{aligned} 4P &= (2x^4 + 4x^3 + 10x - 5 + 25y')^2 \\ &- 5(2x^3 - x^2 - 2x - 2 + 5z')^2. \end{aligned}$$

Mais comme les coefficients d'une même puissance de  $x$  doivent être tous deux pairs ou tous deux impairs, à la place de  $2x^3 - x^2 - 2x - 2$ , on peut prendre

$$2x^3 + 4x^2 - 2x + 3,$$

& on aura

$$\begin{aligned} 4P &= (2x^4 + 4x^3 + 10x - 5 + 25y')^2 \\ &- 5(2x^3 + 4x^2 - 2x + 3 + 5z')^2. \end{aligned}$$

Or, en poussant l'opération plus loin, on verroit qu'elle est déjà terminée, & qu'on a exactement

$$P = (x^4 + 2x^3 + 5x - \frac{5}{2})^2 - 5(x^3 + 2x^2 - x + \frac{3}{2})^2.$$

Si

Si on eût pris la première valeur de  $N'$ , savoir  $N' = 0$ , la décomposition eût encore été possible, & on auroit trouvé  $P = (x^4 + 2x^3 - \frac{5}{2}x^2)^2 - 5(\frac{1}{2}x^2 + x + 1)^2$ ; la première décomposition est la seule que *Newton* ait indiquée; s'il s'en trouve une seconde également possible dans cet exemple, c'est que la quantité  $P$  est le produit des deux facteurs

$x^2 - x - 1$  &  $x^6 + 5x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 5x^2 + 5x + 5$ , qui sont chacun de la forme  $M^2 - 5N^2$ .

## EXEMPLE III.

9. Enfin, soit proposé de décomposer de la même manière l'équation

$$x^6 - 10x^5 - 21x^4 - 573x^3 - 743x^2 + 262x + 38 = 0.$$

Je commence par extraire la racine du premier membre  $P$ , je trouve  $x^3 - 5x^2 - 23x - \frac{803}{2}$  avec le reste

$$- 5287x^2 - 18207x - \frac{644657}{4}, \text{ dont les coefficients ont pour commun diviseur } 17; \text{ donc } n = 17.$$

Le double de la racine, en omettant les multiples de 17, est  $2x^3 - 10x^2 + 5x - 4$ ; ainsi on aura

$$4P = (2x^3 - 10x^2 + 5x - 4 + 17y)^2 - 17z^2;$$

réduisant, divisant par 17, & omettant les multiples de 17, on a

$$z^2 - y(4x^3 - 3x^2 - 7x - 8) + 5x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 4x + 8 = 0.$$

Pour chasser  $y$ , soit

$$x^3 = 5x^2 + 6x + 2,$$

on aura

$$z^2 = 3x^2 - 6.$$

Or si on fait

$$z = a(x^2 + 6x + \gamma),$$

on trouve

$$a^2(6^2 + 106 + 2\gamma - 3) = 3$$

$$6\gamma + 66 - 1 = 0$$

$$a^2(\gamma^2 + 46 - 7) = 0;$$

d'où résulte, pour déterminer 6, l'équation

$$26^2 + 76^3 - 6^2 - 86 + 1 = 0;$$

celle-ci n'offre qu'une valeur de 6, savoir,  $6 = -5$ ; de-là,

$$\gamma = 4, a = 4, z = 4(x^2 - 5x + 4) = 4x^2 - 3x - 1,$$

enfin  $y = x + 1$ . Ainsi en représentant  $4P$  par  $M^2 - 17N^2$ , on aura

$$M = 2x^3 - 10x^2 + 22x + 13 + 17^2y',$$

$$\& N = 4x^2 - 3x - 1 + 17z';$$

mais comme les coëfficiens d'une même puissance de  $x$  dans  $M$  & dans  $N$ , doivent être ou tous deux pairs ou tous deux impairs, à la place de  $-3x$ , je mets  $-3x + 17x$ , ou  $14x$  (je pourrois mettre aussi  $-3x - 17x$ , ou  $-20x$ , le calcul suivant redresseroit cette supposition si elle n'étoit pas exacte): je supposerai donc

$$4P = (2x^3 - 10x^2 + 22x + 13 + 289y')^2 - 17(4x^2 + 14x - 1 + 17z')^2;$$

mais on verra tout de suite que  $y'$  &  $z'$  sont zéro, & qu'on a exactement

$$P = (x^3 - 5x^2 + 11x + \frac{13}{2})^2 - 17(2x^2 + 7x - \frac{1}{2})^2.$$

Ces méthodes sont fort imparfaites, mais l'utilité de leur objet nous a engagés à les insérer ici, quelque petit

que soit le nombre des cas où on peut s'en servir avec succès. D'ailleurs, l'idée de rejeter graduellement les multiples d'une quantité, peut faciliter d'autres recherches.

## ARTICLE III.

*Théorème sur la possibilité des Équations indéterminées du second degré.*

1. TOUTE équation de cette espèce peut se réduire d'abord à la forme

$$x^2 - By^2 = A,$$

$B$  &  $A$  étant des entiers positifs ou négatifs, dégagés l'un & l'autre de tout facteur carré. On réduira ensuite cette équation, suivant la méthode ingénieuse de M. de la Grange, en la faisant dépendre d'équations semblables, où les coefficients diminuent continuellement, jusqu'à ce que l'un d'eux soit réduit à l'unité positive.

Soit  $A > B$ , comme on peut toujours le supposer, & soient pris les entiers  $\alpha$ ,  $\alpha'$ ,  $\alpha''$ , &c. de manière qu'on ait

$$\alpha^2 - B = A A' k^2,$$

$$\alpha'^2 - B = A' A'' k'^2,$$

$$\alpha''^2 - B = A'' A''' k''^2,$$

&c.

la première équation est la seule qui ne soit pas résolue immédiatement; elle suppose qu'on a déterminé l'entier  $\alpha$

qui donne  $\frac{\alpha^2 - B}{A} = e$ ;  $\alpha$  étant trouvé, les autres s'ensuivent par les formules

$$\alpha' = \mu A' \pm \alpha,$$

$$\alpha'' = \mu' A'' \pm \alpha',$$

&c.

D'ailleurs, les carrés  $k^2$ ,  $k'^2$ ,  $k''^2$ , &c. sont ceux qui peuvent

être facteurs de  $\alpha^2 \equiv B$ ,  $\alpha'^2 \equiv B$ , &c. & qu'on a soin de mettre à part, afin que  $A'$ ,  $A''$ , &c. ne contiennent que des facteurs simples, ainsi que  $A$  &  $B$ . On prendra aussi les entiers arbitraires  $\mu$ ,  $\mu'$ ,  $\mu''$ , &c. de manière que  $\alpha$ ,  $\alpha'$ ,  $\alpha''$ , &c. ne soient pas plus grands que  $\frac{1}{2} A$ ,  $\frac{1}{2} A'$ ,  $\frac{1}{2} A''$ , &c. respectivement. Par ce moyen, la suite  $A$ ,  $A'$ ,  $A''$ , &c. diminuera le plus rapidement qu'il est possible jusqu'à un terme  $A''$  moindre que  $B$ . Cela posé, l'équation  $x^2 - By^2 \equiv A$  dépendra des équations successives,

$$\begin{aligned} x^2 - By^2 &\equiv A', \\ x^2 - By^2 &\equiv A'', \\ &\vdots \\ x^2 - By^2 &\equiv A''; \end{aligned}$$

& comme  $x$  &  $y$  sont considérés simplement comme rationnels, la dernière équation peut se mettre sous la forme

$$x^2 - A''y^2 \equiv B.$$

On peut donc procéder semblablement à la diminution de  $B$  par les équations successives,

$$\begin{aligned} x^2 - A''y^2 &\equiv B', \\ x^2 - A''y^2 &\equiv B'', \\ &\text{\&c.} \end{aligned}$$

en continuant la suite décroissante  $B$ ,  $B'$ ,  $B''$ , &c. jusqu'à un terme  $B''' < A''$ . Enfin, lorsqu'on arrivera à une transformée, où l'un des deux coefficients sera l'unité positive, la question sera résolue.

2. Il est aisé de voir qu'on ne sera arrêté nulle part dans le cours de cette opération, lorsque dans une transformée quelconque

$$x^2 - Fy^2 \equiv G,$$

on aura à la fois

$$\frac{\mu^2 - F}{G} \equiv e, \quad \frac{\nu^2 - G}{F} \equiv e,$$

$\mu$  &  $\nu$  étant des entiers. Or il suffit que ces deux conditions

se trouvent remplies dans l'équation proposée  $x^2 - By^2 = A$ , & dans la première transformée  $x^2 - By^2 = A'$ ; & je vais prouver qu'elles le seront dans toutes les autres. Alors rien n'arrêtera la diminution des coefficients, & l'équation proposée sera nécessairement résoluble.

Je suppose donc que les deux conditions mentionnées ont lieu dans les deux premières équations

$$x^2 - By^2 = A$$

$$x^2 - By^2 = A',$$

c'est-à-dire qu'il y a des entiers  $a, a', c, c'$ , tels que

$$\frac{a^2 - B}{A}, \frac{a'^2 - B}{A'}, \frac{c^2 - A}{B}, \frac{c'^2 - A'}{B},$$

sont des entiers; & je dis que les conditions semblables auront lieu pour la transformée suivante

$$x^2 - By^2 = A''.$$

Or, comme on a déjà

$$\frac{a'' a'' - B}{A''} = A' k^2,$$

il suffit de faire voir qu'il existe un entier  $c''$ , tel que

$$\frac{c'' c'' - A''}{B} = e.$$

3. Soit  $\theta$  un facteur premier de  $B$ , on a déjà

$$\frac{c^2 - A}{\theta} = e, \quad \frac{c'^2 - A'}{\theta} = e.$$

Cherchons, d'après cela, un nombre  $\lambda$  tel que

$$\frac{\lambda^2 - A''}{\theta} = e.$$

Si  $A''$  est divisible par  $\theta$ , il n'y a pas de difficulté. Soit donc  $A''$  premier à  $\theta$ , je distingue deux cas, selon que  $A'$  &  $\theta$  seront ou ne seront pas premiers entr'eux.

1°. Si  $\theta$  divise  $A'$ , il divisera  $a$  &  $a'$  suivant les équations

$$a^2 - B = A A' k^2, \quad a' = \mu A' \pm a.$$

D'ailleurs,  $k, k',$  &c. ne peuvent avoir aucun diviseur

commun avec  $B$ ; car si cela étoit,  $B$  auroit un facteur carré. Donc  $\frac{\zeta^2 - A}{\theta}$  ne peut être un entier, à moins que les quantités suivantes ne le soient aussi,

$$\frac{k^2 \zeta^2 - A k^2}{\theta}, \quad \frac{k^2 \zeta^2 - A'' k' k'}{\theta}, \quad \frac{k'^2 n^2 - A'' k'^2}{\theta}, \quad \frac{n^2 - A''}{\theta};$$

j'ai substitué au lieu de  $A k^2$ , la valeur prise de l'équation

$$A'' k' k' = \frac{\alpha'^2 - B}{A'} = \frac{(\mu A' \pm \alpha)^2 - B}{A'} = \mu^2 A' \pm 2 \mu \alpha + A k' k',$$

dans laquelle les termes  $\mu^2 A'$  &  $2 \mu \alpha$  sont divisibles par  $\theta$ . Ensuite  $k'$  étant premier à  $B$ , & par conséquent à  $\theta$ , on peut supposer  $k \zeta = n k' - p \theta$ ; d'où résulte la troisième expression, & de-là la quatrième, que nous voulions démontrer.

2.<sup>o</sup> Si  $\theta$  est premier à  $A'$ , & par conséquent à  $\zeta'$ , on aura

$$\frac{\zeta' \zeta' - A'}{\theta} = e, \quad \frac{A'' \zeta' \zeta' k' k' - A' A'' k' k'}{\theta} = e, \quad \frac{A'' \zeta' \zeta' k' k' - \alpha' \alpha'}{\theta} = e;$$

mais  $\zeta' k'$  &  $\theta$  étant premiers entr'eux, on peut faire

$$\alpha' = n \zeta' k' - p \theta,$$

ce qui donnera

$$\frac{n^2 - A''}{\theta} = e.$$

D'après cette démonstration qui a lieu pour tous les facteurs de  $B$ , on voit que non-seulement l'équation

$$\frac{\zeta'' \zeta'' - A''}{B} = e \text{ est résoluble, mais même qu'il est facile}$$

d'avoir directement la valeur de  $\zeta''$ ; donc toutes les équations  $x^2 - B y^2 = A''$ ,  $x^2 - B y^2 = A'''$ , &c. où  $B$  est toujours le même, ne donnent aucun signe d'impossibilité. Nous allons faire voir maintenant que la même chose a lieu dans le second système de transformées, où en conservant  $A''$ , on fait parcourir à  $B$  la suite décroissante  $B'$ ,  $B''$ , &c: alors la démonstration sera complète.



4. Nous pouvons partir des deux équations

$$x^2 - By^2 = A^{n-1}$$

$$x^2 - By^2 = A^n,$$

qui satisfont déjà aux conditions

$$\frac{\alpha^2 - B}{A^{n-1}} = e, \quad \frac{\zeta^2 - A^{n-1}}{B} = e,$$

$$\frac{\alpha'^2 - B}{A^n} = e, \quad \frac{\zeta' \zeta' - A^n}{B} = B' f^2;$$

il faudra que dans la transformée suivante,

$$x^2 - A^n y^2 = B'$$

les équations  $\frac{u^2 - A^n}{B'} = e, \quad \frac{u'^2 - B'}{A^n} = e$ , soient

résolubles : or la première condition est immédiatement

remplie par l'équation  $\frac{\zeta' \zeta' - A^n}{B'} = B' f^2$ ; il reste donc

à faire voir qu'on peut toujours satisfaire à la seconde,

$$\frac{u'^2 - B'}{A^n} = e. \text{ Soit } \theta \text{ un facteur premier de } A^n, \text{ \&}$$

cherchons le nombre  $\psi$ , tel que  $\frac{\psi^2 - B'}{\theta} = e$ . Si  $B'$  est

divisible par  $\theta$ , il n'y a aucune difficulté; soit donc  $\theta$  premier par rapport à  $B'$ , il y aura deux suppositions à faire par rapport à  $B$ .

1.<sup>o</sup> Soit  $\theta$  diviseur de  $B$ , il le sera de  $\alpha$  & de  $\zeta'$ ; & à cause de  $\alpha^2 - B = A^n A^{n-1} k^2$ , on pourra établir cette suite d'entiers,

$$\frac{\zeta^2 - A^{n-1}}{\theta} = e, \quad \frac{k^2 \zeta^2 A^n - k^2 A^n A^{n-1}}{\theta \theta} = e,$$

$$\frac{k^2 \zeta^2 A^n + B}{\theta^2} = e, \quad \frac{(\zeta' \zeta' - B' f^2) k^2 \zeta^2 + B}{\theta^2} = e,$$

$$\frac{B B' f^2 k^2 \zeta^2 - B}{\theta^2} = e, \quad \frac{B' f^2 k^2 \zeta^2 - 1}{\theta^2} = e,$$

$$\frac{B' B' f^2 k^2 \zeta^2 - B'}{\theta} = e.$$

Faisant donc  $\psi = B' f k \zeta$ , on aura  $\frac{\psi^2 - B'}{\theta} = e$ .

2.° Soit  $\theta$  premier par rapport à  $B$ , il le sera de même par rapport à  $a$  &  $C'$ : on aura donc

$$\frac{a^2 - B}{\theta} = e, \frac{a^2 f^2 B' - B B' f^2}{\theta} = e, \frac{a^2 f^2 B' - C' C'}{\theta} = e;$$

mais  $af$  &  $\theta$  étant premiers entr'eux, on peut supposer  $C' = naf - p\theta$ , ce qui donnera  $\frac{n^2 - B'}{\theta} = e$ ; donc l'équation  $\frac{\psi^2 - B'}{\theta} = e$  est toujours possible; il en est

de même par conséquent de l'équation  $\frac{u^2 - B'}{A^n} = e$ .

5. Donc l'équation  $x^2 - By^2 = A$  sera résoluble en nombres entiers, si l'on peut satisfaire aux deux conditions  $\frac{a^2 - B}{A} = e, \frac{C^2 - A}{B} = e$ , & si de plus, dans la première transformée,  $x^2 - By^2 = A'$ , on a encore  $\frac{C' C' - A'}{B} = e$ .

Cette troisième condition seroit superflue si les deux coefficients  $A$  &  $B$  étoient premiers entr'eux; mais la proposition générale est susceptible d'être présentée d'une manière plus simple & plus élégante.

Toute équation indéterminée du second degré peut être ramenée à la forme

$$ax^2 + by^2 = cz^2,$$

$a, b, c$ , étant positifs, premiers entr'eux & dégagés de tout facteur carré. Cette formule étant comparée à celle que nous avons adoptée, on aura  $B = bc, A = ac$ , & les deux premières conditions seront

$$\frac{a^2 - bc}{ac} = e, \frac{C^2 - ac}{bc} = e.$$

Soit  $a = c\mu, C = c\nu$ , ces conditions deviendront

$$\frac{c\mu^2 - b}{a} = e, \frac{c\nu^2 - a}{b} = e.$$

Pour

Pour exprimer la troisième  $\frac{c'c' - A'}{B} = e$ , observons qu'on a  $a^2 - B = AA'k^2$ , ou  $c\mu^2 - b = aA'k^2$ ; & comme  $ak^2$  n'a point de commun diviseur avec  $bc$ , la dernière condition sera remplie si on a

$$\frac{ak^2c'c' - c\mu^2 + b}{bc} = e;$$

or, pour que le numérateur soit divisible par  $b$ , il suffit que  $ak^2c'c' - c\mu^2$  le soit, ou bien, mettant  $c\nu^2$  à la place de  $a$ , suivant la seconde condition, il faudra que  $k^2\nu^2c'c' - \mu^2$  soit divisible par  $b$ , ce qui est toujours possible en déterminant  $c'$  par l'équation  $\frac{k\nu c' \pm \mu}{b} = e$ .

Il reste donc à faire en sorte que le même numérateur soit divisible par  $c$ , ce qui donne cette nouvelle condition,

$$\frac{ak^2c'c' - c\mu^2 + b}{c} = e, \text{ ou simplement } \frac{a\lambda^2 + b}{c} = e. \text{ Voici}$$

donc un théorème général, d'après lequel il est facile de reconnoître si une équation indéterminée du second degré est résoluble ou non.

6. *Étant proposé l'équation  $ax^2 + by^2 = cz^2$ , dans laquelle  $a, b, c$  sont positifs, premiers entr'eux, & dégagés de tout facteur carré, cette équation sera résoluble si on peut trouver trois entiers,  $\lambda, \mu, \nu$ , tels que les trois quantités*

$$\frac{a\lambda^2 + b}{c}, \frac{c\mu^2 - b}{a}, \frac{c\nu^2 - a}{b} \text{ soient des entiers.}$$

Il est clair que ces conditions se réduiroient à deux, si l'un des coefficients  $a, b, c$ , étoit égal à l'unité.

## ARTICLE IV.

### *Contenant divers Théorèmes sur les Nombres premiers.*

ON doit regretter beaucoup que Fermat, qui avoit cultivé avec un grand succès la théorie des nombres, ne nous ait pas laissé la démonstration des théorèmes auxquels

il étoit parvenu. À la vérité, M.<sup>rs</sup> Euler & de la Grange, qui n'ont pas dédaigné ce genre de recherches, ont démontré la plupart de ces théorèmes, & ont même substitué des théories très-étendues aux propositions isolées de Fermat; mais il en est plusieurs qui ont résisté à leurs efforts, soit que Fermat n'en eût pas réellement une démonstration solide, ce qui est difficile à croire, soit que l'instrument pour y parvenir nous soit encore tout-à-fait inconnu. Parmi ces propositions non démontrées, on doit remarquer sur-tout les deux suivantes : *tout nombre est composé de trois triangulaires au plus : tout nombre premier de la forme  $8n - 1$ , est de la forme  $p^2 + q^2 + 2r^2$ , ou, ce qui revient au même, son double est la somme de trois carrés.* Mais j'observe à l'égard de celle-ci, qu'elle ne caractérise nullement les nombres premiers de la forme  $8n - 1$ , car il n'est aucun nombre impair, simple ou composé, qui ne soit de la forme mentionnée, & même qui ne soit à la fois des deux formes  $p^2 + q^2 + r^2$ ,  $p^2 + q^2 + 2r^2$ , excepté seulement les nombres (premiers ou non) de la forme  $8n - 1$ , qui ne peuvent être de la première forme  $p^2 + q^2 + r^2$ , mais qui sont toujours de la seconde  $p^2 + q^2 + 2r^2$ . Néanmoins la proposition de Fermat seroit d'autant plus intéressante à démontrer, qu'il en résulteroit, d'une manière fort directe, que tout nombre est la somme de quatre carrés : en effet, les nombres premiers  $8n - 3$  sont de la forme  $p^2 + q^2$ , les nombres premiers  $8n + 3$  sont de la forme  $p^2 + 2q^2$ , les nombres premiers  $8n + 1$  sont à la fois des deux formes  $p^2 + q^2$ ,  $p^2 + 2q^2$ . Ces propositions sont connues & démontrées : si donc les nombres premiers  $8n - 1$  sont de la forme  $p^2 + q^2 + 2r^2$ , il s'en suivra qu'un nombre quelconque est la somme de quatre carrés au plus; car on sait d'ailleurs que le produit des deux formules  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ , &  $p^2 + q^2 + r^2 + s^2$ , est également la somme de quatre carrés.

Au reste, il n'y a pas de doute que tout nombre ne

soit composé de quatre carrés, puisque cette proposition a été démontrée par M. de la Grange, dans les Mémoires de Berlin, *année 1772*; & ensuite un peu plus simplement par M. Euler, dans les actes de Léipsick, *année 1773*. Mais il est remarquable que cette proposition suive également de l'une ou de l'autre des deux déjà citées; car si l'on suppose que tout nombre est la somme de trois triangulaires, il s'ensuivra que tout nombre de la forme  $8n + 3$  est la somme de trois carrés  $p^2 + q^2 + r^2$ ; donc on peut toujours supposer  $8n + 4 = p^2 + q^2 + r^2 + 1$ ; d'où il suit que  $2n + 1$ , c'est-à-dire, tout nombre impair sera la somme de quatre carrés, & conséquemment aussi tout nombre pair.

Mais je dis plus, les quatre carrés peuvent se réduire à trois, ou au moins deux des quatre peuvent être supposés égaux. De sorte que *tout nombre, ou au moins son double, est la somme de trois carrés*; souvent même le nombre & son double seront à la fois la somme de trois carrés; c'est ce qui arrive généralement aux nombres impairs, comme nous l'avons déjà dit, excepté ceux de la forme  $8n - 1$ , dont le double seulement est la somme de trois carrés. Ces propositions que j'indique en passant, acquerront par la suite un plus grand degré de probabilité; mais ce n'est pas l'objet principal que j'ai en vue.

M. de la Grange a considéré d'une manière générale (*Mém. de Berlin 1773 & 1775*), les diviseurs de la formule  $t^2 \pm au^2$ , & il en a déduit par rapport aux nombres premiers une multitude de théorèmes intéressans. Les recherches de ce grand géomètre, m'ont engagé à considérer plus particulièrement le cas où  $a$  est un nombre premier dans la formule  $t^2 + au^2$ , & à l'aide du théorème de l'article III, je suis parvenu à démontrer des propositions très-générales sur les nombres premiers, propositions qui paroissent avancer cette partie de l'analyse & mériter l'attention des géomètres.

1. Comme il sera principalement question des nombres

premiers dans ce qui suit, & que leurs différentes formes donnent lieu à différentes propriétés, nous désignerons par  $A, a, \alpha, A'$  &c. ceux de la forme  $4n + 1$ , par  $B, b, \zeta, B'$ , &c. ceux de la forme  $4n - 1$ , & par les autres lettres, ceux dont la forme n'est pas déterminée. Nous

avertissons aussi que cette expression  $\partial \frac{c-1}{2} = 1$  ou  $-1$ , suppose qu'on a rejeté les multiples de  $c$  dans le premier membre. Or, quel que soit  $\partial$ , premier ou non, pourvu qu'il ne soit pas multiple du nombre premier  $c$ ,

on doit avoir ou  $\partial \frac{c-1}{2} = 1$ , ou  $\partial \frac{c-1}{2} = -1$ .

De sorte que, par rapport au nombre premier  $c$ , tous les nombres non divisibles par  $c$ , se partagent en deux classes également nombreuses, l'une qui satisfait à l'é-

quation  $\partial \frac{c-1}{2} = 1$ , l'autre qui satisfait à l'équation

$\partial \frac{c-1}{2} = -1$ . Enfin, nous rappellerons ce qui est démontré fort au long dans l'article I, que si la formule  $t^2 + \partial u^2$  est divisible par le nombre premier  $c$ , il faut

qu'on ait  $(-\partial) \frac{c-1}{2} = +1$ . Donc, si on avoit

$(-\partial) \frac{c-1}{2} = -1$ , on seroit sûr que  $c$  ne peut pas diviser la formule  $t^2 + \partial u^2$ , formule où l'on suppose toujours  $t$  &  $u$  des indéterminées, telles cependant que  $t$  &  $\partial u$  n'ont point de commun diviseur.

#### T H É O R È M E I.

Si  $b \frac{a-1}{2} = 1$ , il s'ensuit  $a \frac{b-1}{2} = 1$ .

#### T H É O R È M E II.

Si  $a \frac{b-1}{2} = -1$ , il s'ensuit  $b \frac{a-1}{2} = -1$ .

Si  $a^{\frac{A-1}{2}} = 1$ , il s'ensuit  $A^{\frac{a-1}{2}} = 1$ .

THÉORÈME IV.

Si  $a^{\frac{A-1}{2}} = -1$ , il s'ensuit  $A^{\frac{a-1}{2}} = -1$ .

THÉORÈME V.

Si  $a^{\frac{b-1}{2}} = 1$ , il s'ensuit  $b^{\frac{a-1}{2}} = 1$ .

THÉORÈME VI.

Si  $b^{\frac{a-1}{2}} = -1$ , il s'ensuit  $a^{\frac{b-1}{2}} = -1$ .

THÉORÈME VII.

Si  $b^{\frac{B-1}{2}} = 1$ , il s'ensuit  $B^{\frac{b-1}{2}} = -1$ .

THÉORÈME VIII.

Si  $b^{\frac{B-1}{2}} = -1$ , il s'ensuit  $B^{\frac{b-1}{2}} = 1$ .

Ces Théorèmes ainsi détaillés, sont encore d'une grande généralité, mais on auroit pu les comprendre tous dans l'énoncé suivant.

$c$  &  $d$  étant deux nombres premiers, les expressions  $c^{\frac{d-1}{2}}$ ,  $d^{\frac{c-1}{2}}$  ne seront de différens signes que lorsque  $c$  &  $d$  seront tous deux de la forme  $4n - 1$ ; dans tous les autres cas, ces expressions auront toujours le même signe.

On fait d'ailleurs que chacune en particulier, ne peut être que  $+1$  ou  $-1$ , ainsi il n'y a pas d'embarras sur le sens de ce théorème.

*Démonstration de ces Théorèmes.*

2. L'équation  $Ax^2 + ay^2 = bz^2$  est impossible, & plus généralement l'équation  $(4m + 1)x^2 + (4n + 1)y^2 = (4p - 1)z^2$  : car le premier membre est toujours de l'une des formes  $4n + 1$  &  $4n + 2$ , tandis que le second ne peut être que de celles-ci  $4n$  ou  $4n - 1$ . Or, par le théorème de l'article III, nous savons que l'équation  $Ax^2 + ay^2 = bz^2$  seroit résoluble si on pouvoit satisfaire à la fois aux trois conditions...

$$a \frac{A-1}{2} b \frac{A-1}{2} = 1, A \frac{a-1}{2} b \frac{a-1}{2} = 1,$$

$$A \frac{b-1}{2} a \frac{b-1}{2} = -1 \dots\dots (7);$$

il faut donc que ces conditions soient incompatibles entr'elles.

Soit  $A = 1$ , la première condition aura lieu d'elle-même, & les deux autres seront

$$b \frac{a-1}{2} = 1, a \frac{b-1}{2} = -1.$$

Donc, puisqu'elles ne peuvent avoir lieu en même-temps,

$$1.^{\circ} \text{ Si } b \frac{a-1}{2} = 1, \text{ on aura } a \frac{b-1}{2} = 1.$$

$$2.^{\circ} \text{ Si } a \frac{b-1}{2} = -1, \text{ on aura } b \frac{a-1}{2} = -1.$$

D'ailleurs on voit que cette seconde proposition est une suite de la première.

3. Soit maintenant

$$b \frac{a-1}{2} = 1, \text{ \& } A \frac{b-1}{2} = -1,$$



on aura, en vertu des deux théorèmes précédens,

$$a^{\frac{b-1}{2}} = 1, \& b^{\frac{A-1}{2}} = -1.$$

La troisième des équations (7) aura lieu d'elle-même, & les deux autres donneront

$$a^{\frac{A-1}{2}} = -1, A^{\frac{a-1}{2}} = 1.$$

Celles-ci ne peuvent avoir lieu en même temps; donc,

$$3.^{\circ} \text{ Si } a^{\frac{A-1}{2}} = +1, \text{ il s'ensuit } A^{\frac{a-1}{2}} = +1.$$

$$4.^{\circ} \text{ Si } A^{\frac{a-1}{2}} = -1, \text{ il s'ensuit } a^{\frac{A-1}{2}} = -1.$$

On voit encore que ces deux propositions sont une suite l'une de l'autre, à cause de la similitude des nombres  $a$  &  $A$ : d'ailleurs, le nombre auxiliaire  $b$ , qui a servi à établir ces conclusions, est du nombre de ceux qui satisfont aux deux

conditions  $b^{\frac{a-1}{2}} = 1, A^{\frac{b-1}{2}} = -1$ . On peut s'assurer qu'il y en a une infinité; mais voici une démonstration directe qui écarte toute difficulté.

4. L'équation  $x^2 + Ay^2 = abz^2$  est impossible par les mêmes raisons que ci-dessus. Soit  $ab$  diviseur de  $Ax^2 + y^2$ ,

c'est-à-dire, soit  $A^{\frac{a-1}{2}} = 1, A^{\frac{b-1}{2}} = -1$ , il fera impossible que  $A$  soit diviseur de  $x^2 - abz^2$ , sans quoi l'équation seroit possible par le théorème de l'art. III;

donc on aura  $a^{\frac{A-1}{2}} b^{\frac{A-1}{2}} = -1$ . Mais, de ce

que  $A^{\frac{b-1}{2}} = -1$ , il suit (th. II) que  $b^{\frac{A-1}{2}} = -1$ ;

donc  $a^{\frac{A-1}{2}} = 1$ . Ainsi ayant supposé  $A^{\frac{a-1}{2}} = 1$ ,

on voit qu'il s'ensuit  $a^{\frac{A-1}{2}} = 1$ ; d'où il résulte qu'en

supposant  $A^{\frac{a-1}{2}} = -1$ , on aura  $a^{\frac{A-1}{2}} = -1$ ;

car si on avoit  $a^{\frac{A-1}{2}} = +1$ , il s'ensuivroit

$A^{\frac{a-1}{2}} = +1$ , contre l'hypothèse. Dans cette démonstration, nous avons supposé seulement qu'il y avoit un nombre premier  $b$  de la forme  $4n - 1$ , qui pouvoit diviser la formule  $x^2 + Ay^2$ .

5. Je reviens aux équations générales (7), & je fais

$$a^{\frac{A-1}{2}} = -1, A^{\frac{b-1}{2}} = -1,$$

il en résultera, suivant les *théorèmes II & IV*,

$$A^{\frac{a-1}{2}} = -1, b^{\frac{A-1}{2}} = -1.$$

Donc la première des équations (7) est remplie, & les deux autres seront

$$b^{\frac{a-1}{2}} = -1, a^{\frac{b-1}{2}} = +1,$$

lesquelles ne doivent point avoir lieu à la fois. Donc,

$$5.^{\circ} \text{ Si } a^{\frac{b-1}{2}} = 1, \text{ il s'ensuit } b^{\frac{a-1}{2}} = 1.$$

$$6.^{\circ} \text{ Si } b^{\frac{a-1}{2}} = -1, \text{ il s'ensuit } a^{\frac{b-1}{2}} = -1.$$

Ces propositions sont encore une suite l'une de l'autre, & d'ailleurs elles sont les inverses des *théorèmes I & II*; mais elles n'en exigeoient pas moins une démonstration particulière.

6. Je considère maintenant l'équation  $Bx^2 + by^2 = az^2$  qui est encore impossible, parce que les deux membres ne sont jamais de la même forme. Il faut donc que les trois conditions suivantes n'aient jamais lieu à la fois :

$$a \frac{B-1}{2} b \frac{B-1}{2} = 1, a \frac{b-1}{2} B \frac{b-1}{2} = 1, \\ B \frac{a-1}{2} b \frac{a-1}{2} = 1.$$

Soit d'abord  $a = 1$ ; la troisième condition sera remplie, &

les deux autres seront  $b \frac{B-1}{2} = 1, B \frac{b-1}{2} = 1$ . Donc

$$7.^{\circ} \text{ Si } b \frac{B-1}{2} = 1, \text{ il s'ensuit } B \frac{b-1}{2} = -1.$$

Je suppose dans les mêmes équations  $a \frac{B-1}{2} = -1,$

&  $a \frac{b-1}{2} = -1$ ; j'aurai, par le *théorème II*,

$B \frac{a-1}{2} = -1, b \frac{a-1}{2} = -1$ . Donc la troisième équation sera remplie, & les deux autres seront

$$b \frac{B-1}{2} = -1, B \frac{b-1}{2} = -1,$$

lesquelles ne doivent point avoir lieu à la fois. Donc

8.<sup>o</sup> Si  $b \frac{B-1}{2} = -1$ , il s'ensuit  $B \frac{b-1}{2} = 1$ ; c'est l'inverse du *théorème VII*.

On pourroit déduire encore les *théorèmes V & VI* de ces mêmes équations. En effet, soit  $b \frac{B-1}{2} = 1$ , ce qui

donneroit  $B \frac{b-1}{2} = -1$ . Soit aussi  $a \frac{b-1}{2} = -1$ ;

& par conséquent  $b \frac{a-1}{2} = -1$ . La seconde équation aura lieu, & les deux autres seront

$$a \frac{B-1}{2} = 1, B \frac{a-1}{2} = -1.$$

Celles-ci ne peuvent avoir lieu à la fois. Donc

$$9.^{\circ} \text{ Si } a \frac{B-1}{2} = 1, \text{ il s'en suit } B \frac{a-1}{2} = -1.$$

$$10.^{\circ} \text{ Si } B \frac{a-1}{2} = -1, \text{ il s'en suit } a \frac{B-1}{2} = 1.$$

7. On pourroit considérer beaucoup d'autres équations impossibles, & en tirer des conclusions semblables; mais elles seroient toujours renfermées dans nos théorèmes généraux. Par exemple, si on distingue les nombres premiers  $a$  en deux classes, les uns de la forme  $8n - 3$  que j'appelle  $a$ , les autres de la forme  $8n + 1$  que j'appelle  $a'$ , on verra aisément que l'équation  $ay^2 - a'x^2 = \pm 2bz^2$  est toujours impossible. Or comme  $a'$  est de la forme  $p^2 + 2q^2$ , & que  $a$  n'en est pas, on a

$$2 \frac{a'-1}{2} = 1, \text{ \& } 2 \frac{a-1}{2} = -1; \text{ d'où l'on peut}$$

tirer plusieurs conséquences, mais nous nous bornerons à une seule. L'équation  $ay^2 - x^2 = 2by^2$  étant impos-

sible, il faut qu'on n'ait point à la fois  $(2b) \frac{a-1}{2} = 1$

&  $a \frac{b-1}{2} = 1$ . Donc si  $a \frac{b-1}{2} = 1$ , il s'en suit

$$b \frac{a-1}{2} = 1; \text{ \& si } b \frac{a-1}{2} = -1, \text{ il s'en suit}$$

$a \frac{b-1}{2} = -1$ : conclusions qui sont renfermées dans les théorèmes *VI* & *VI*, qui n'ont pas été démontrées

aussi directement que nous venons de le faire pour les nombres  $a$  en particulier.

## R E M A R Q U E.

8. Au moyen des *théorèmes précédens*, on peut démontrer, si je ne me trompe, tous ceux que M. Euler a trouvés par induction dans ses *Opuscules analytiques* (*tome I, pages 176, 281, 295, &c.*): en voici un cependant qu'on trouve à la *page 216* du même ouvrage, & qui ne paroît pas suivre aussi immédiatement de nos propositions. Si l'équation  $fx x + gyy = hzz$  est possible, dit M. Euler,  $f, g, h$  étant des nombres connus, premiers entr'eux, & dégagés de tout facteur carré, l'équation  $fx x + gyy = (h \pm 4nfg)zz$  sera possible aussi, pourvu que  $h \pm 4nfg$  soit un nombre premier. Cette proposition est vraie, & même susceptible d'être généralisée par les principes précédens; mais comme la démonstration qui exige qu'on décompose  $f$  &  $g$  en leurs facteurs simples, & qu'on ait égard à différens cas, seroit trop longue, nous nous contenterons d'indiquer ici le résultat suivant.

Si l'équation  $fx x \pm gyy = hzz$  est possible, l'équation  $fx x \pm gyy = (h \pm fgn)zz$  sera possible aussi, quelque valeur qu'ait l'indéterminée  $n$ , positive ou négative, pourvu que  $h \pm fgn$  soit un nombre premier, & que cette équation ne présente pas l'impossibilité manifeste qui auroit lieu si on prenoit l'indéterminée  $n$ , de manière que, par rapport aux multiples de 4 ou de 8, les deux membres ne fussent pas de la même forme.

Ce théorème renferme celui de M. Euler, en prenant pour  $n$  un multiple de 4, ce qui satisfait à notre restriction; mais il est plus général, en ce que  $n$  peut avoir d'autres valeurs, & qu'il n'est pas nécessaire de supposer toujours  $h$  impair, comme le fait tacitement M. Euler: voici deux exemples.

1. L'équation  $2xx + 3yy = 341zz$  est possible.  
Uuu ij

Soit le nombre premier  $c = 341 \pm 6n$ , & l'équation  $2xx + 3yy = cz^2$  sera possible aussi, pourvu qu'en rejetant les multiples de 8 (& non de 4, parce que  $fg$  est pair), on ait les deux membres identiques. Or il n'est pas nécessaire pour cela de connoître les valeurs de  $x, y, z$ ; on voit que  $z$  doit toujours être impair, ainsi que  $y$ ; donc, selon que  $x$  sera pair ou impair,  $c$  sera de la forme  $3 + 8m$  ou  $5 + 8m$ . Il reste à concilier chacune de ces formes avec celle-ci,  $341 \pm 6n$ , & on trouvera ces deux valeurs de  $c$ :

$$c = 341 \pm 24n,$$

$$c = 347 \pm 24n;$$

la première est la seule que donne le théorème de M. Euler.

II. L'équation  $7x^2 - 15y^2 = 82z^2$  est possible. Prenons  $c = 82 \pm 105n$ , & l'équation  $7x^2 - 15y^2 = cz^2$  sera possible aussi, pourvu que les deux membres soient de la même forme, en rejetant les multiples de 4. Or il faut que  $x$  soit pair &  $y$  impair, ou *vice versa*; donc  $c$  est de la forme  $4m + 1$  ou  $4m - 1$ , ce qui n'exclut aucun nombre premier; donc on aura

$$c = -23 \pm 210n;$$

tous les nombres premiers positifs contenus dans cette formule, conviendront à l'équation  $7x^2 - 15y^2 = cz^2$ ; & tous les nombres négatifs à l'équation  $15y^2 - 7x^2 = cz^2$ . Le théorème de M. Euler ne donneroit rien dans ce cas-ci, parce que  $h$  est pair.

### THÉORÈME IX.

9. Soit  $P$  un diviseur  $4n + 1$  de la formule  $t^2 + au^2$ ,  $Q$  un diviseur  $4n - 1$  de la même formule; on aura

$$P^{\frac{a-1}{2}} = 1, Q^{\frac{a-1}{2}} = -1, \text{ quels que soient}$$

les nombres  $P$  &  $Q$  simples ou composés, pourvu que  $t^2$  &  $au^2$  soient premiers entr'eux.

Car, si nous représentons par  $A$  un diviseur premier  $4n + 1$ , & par  $B$  un diviseur  $4n - 1$ , de la formule

$$t^2 + au^2, \text{ on aura } a^{\frac{A-1}{2}} = 1, \text{ \& } a^{\frac{B-1}{2}} = -1.$$

Donc, suivant les *théorèmes III* & *II*, on en conclura

$$A^{\frac{a-1}{2}} = 1, B^{\frac{a-1}{2}} = -1. \text{ Mais le diviseur}$$

$P$ , pour être de la forme  $4n + 1$ , doit résulter du produit de plusieurs diviseurs simples  $A$  par un nombre

pair de diviseurs  $B$ ; donc on aura toujours  $P^{\frac{a-1}{2}} = 1.$

De même le diviseur  $Q$  doit être composé du produit d'un nombre quelconque de facteurs  $A$  par un nombre

impair de facteurs  $B$ ; donc on aura  $Q^{\frac{a-1}{2}} = -1;$

donc l'équation  $x^2 + ay^2 = Pz^2$  sera toujours possible en nombres entiers.

#### THÉORÈME X.

10. Tout nombre premier  $A$  de la forme  $4ax + m$ ,  $m$  étant l'une des valeurs qui satisfont à l'équation

$m^{\frac{a-1}{2}} = 1$ , sera diviseur de la formule  $t^2 + au^2$ , & sera par conséquent de la forme  $py^2 + 2qyz + rz^2$ , dans laquelle  $pr - q^2 = a$ , & où l'on peut supposer  $zq$  non plus grand que  $p$  &  $r$ .

Pareillement tout nombre premier  $B$  de la forme  $4ax$

$+ n$ ,  $n$  étant déterminé par l'équation  $n^{\frac{a-1}{2}} = -1,$

sera diviseur de la formule  $t^2 + au^2$ , & sera par conséquent d'une forme déterminée pour chaque nombre  $a$ .

Car, 1.<sup>o</sup> on aura

$$A^{\frac{a-1}{2}} = 1; \text{ donc (Th. III) } a^{\frac{A-1}{2}} = 1.$$

Donc  $A$  est diviseur de  $t^2 + au^2$ .

2.<sup>o</sup> On aura

$$B^{\frac{a-1}{2}} = -1; \text{ donc (Th. VI) } a^{\frac{B-1}{2}} = -1.$$

Donc  $B$  est diviseur de  $t^2 + au^2$ .

Remarquez que les valeurs de  $m$  qui satisfont à l'équation  $m^{\frac{a-1}{2}} = 1$ , sont au nombre de  $\frac{a-1}{2}$  en les prenant plus petites que  $\frac{a}{2}$ . Mais, comme on peut les augmenter ou les diminuer d'un multiple de  $a$ , on pourra réduire chacune de ces valeurs à la forme  $4h + 1$ , & on aura toujours un pareil nombre  $\frac{a-1}{2}$  de ces valeurs moindres que  $2a$ . Il y a donc  $\frac{a-1}{2}$  formes tant pour  $A$  que pour  $B$ .

### T H É O R È M E X I.

II. Soit  $M$  un diviseur quelconque impair de la formule  $t^2 + bu^2$ , on aura toujours  $M^{\frac{b-1}{2}} = 1$ .

Car soient  $A$  &  $B$  des diviseurs simples de la formule  $t^2 + bu^2$ , on aura

$$b^{\frac{A-1}{2}} = 1, \text{ \& } b^{\frac{B-1}{2}} = -1.$$



Donc, suivant les *théorèmes I & VIII*, on a

$$A \frac{b-1}{a} = 1, \text{ \& } B \frac{b-1}{a} = 1;$$

donc  $M$  étant un produit de plusieurs des nombres  $A$  &  $B$ ,

on aura toujours  $M \frac{b-1}{a} = 1$ .

Donc, si  $M$  est un diviseur de  $t^2 + b u^2$ , l'équation  $x^2 + b y^2 = M z^2$  sera toujours possible en nombres entiers.

## THÉORÈME XII.

12. TOUT nombre premier  $c$  de la forme  $2 b x + 1$ ,

$x$  satisfaisant à l'équation  $x \frac{b-1}{a} = 1$ , sera diviseur de la formule  $t^2 + b u^2$ , & aura par conséquent l'une des formes qui conviennent aux diviseurs de cette formule.

Car on aura  $c \frac{b-1}{a} = 1$ . Soit 1.<sup>o</sup>  $c = A$ , ou de la forme  $4 n + 1$ , puisque  $A \frac{b-1}{a} = 1$ , on aura, par le *théorème V*,  $b \frac{A-1}{a} = 1$ ; donc  $A$  sera diviseur de  $t^2 + b u^2$ . Soit 2.<sup>o</sup>  $c = B$ , puisque  $B \frac{b-1}{a} = 1$ , on aura, par le *théorème VII*,  $b \frac{B-1}{a} = -1$ ; donc  $B$  est diviseur de  $t^2 + b u^2$ .

Ces propriétés vont devenir plus sensibles par l'inspection des tables dont nous allons nous occuper. Elles contiennent les diverses formes que peuvent avoir les diviseurs de la formule  $t^2 + c u^2$ ,  $c$  étant un nombre

premier. Il y a quatre tables suivant les quatre formes des nombres premiers; qui sont

$$8n - 3, 8n + 1, 8n + 3, 8n - 1.$$

Or il a été démontré par M. de la Grange, dans les *Mémoires de Berlin*, 1773, qu'un diviseur de la formule  $t^2 + cu^2$ , quel que soit  $c$ , est toujours de la forme  $py^2 + 2qyz + rz^2$ ,  $y$  &  $z$  étant des indéterminées, tandis que  $p, q, r$ , ne sont susceptibles que d'un certain nombre de valeurs constantes tirées de l'équation

$pr - q^2 = a$ , où l'on peut supposer en même-temps que  $zq$  ne surpasse ni  $p$  ni  $r$ .

### TABLE I.

13. POUR faire mieux comprendre l'usage de cette table, qui renferme un grand nombre de théorèmes singuliers, nous allons développer tout au long le premier exemple où il s'agit des diviseurs de  $t^2 + 5u^2$ .

Ces diviseurs que nous supposons toujours impairs, se partagent en deux classes, les uns de la forme  $4n + 1$ , que j'appelle  $P$ ; les autres de la forme  $4n - 1$ , que j'appelle  $Q$  dans cet exemple & dans tous les suivans. La forme qui leur convient à tous étant  $py^2 + 2qyz + rz^2$ , il faut déterminer  $p, q, r$ , d'après l'équation  $pr - q^2 = 5$ , avec cette condition que  $zq$  ne surpasse ni  $p$ , ni  $r$ . On verra bientôt qu'il n'en résulte que deux formes, savoir,

$$y^2 + 5z^2 \text{ \& } 2y^2 + 2yz + 3z^2.$$

La première représente toujours des nombres de la forme  $4n + 1$ ; la seconde de la forme des nombres  $4n - 1$ . Ainsi on aura, dans cet exemple,

$$P = y^2 + 5z^2, \quad Q = 2y^2 + 2yz + 3z^2:$$

telle est la forme des diviseurs  $P$  &  $Q$ . La seconde n'est pas la même que la première, mais elle peut y être ramenée en la multipliant par 2; on auroit alors  $2Q = (2y + z)^2$

$$+ 5z^2;$$

$+ 5z^2$ , ou en changeant les indéterminées,  $2Q = y^2 + 5z^2$ . En général, si le diviseur  $M = py^2 + 2qyz + rz^2$  n'est pas de la forme  $y^2 + az^2$ , il peut toujours y être ramené en le multipliant par  $p$ , puisqu'on a  $Mp = (py + qz)^2 + az^2$ , ou simplement  $Mp = y^2 + az^2$ .

Puisque dans ce cas-ci,  $P$  ne peut être que de la forme

$y^2 + az^2$ , on a  $P^{\frac{a-1}{2}} = y^{a-1} = 1$ , ce qui est conforme au *théorème IX*. De même, puisque  $2Q = y^2 + az^2$ , & qu'en général pour tous les nombres de la première table,

$2^{\frac{a-1}{2}} = -1$ , on aura  $Q^{\frac{a-1}{2}} = -1$ , ce qui est encore conforme au *théorème IX*.

Maintenant, pour trouver la forme des nombres  $P$  par rapport aux multiples de  $4a$ , il faut faire  $P = 4ax + m$ ,

& résoudre l'équation  $m^{\frac{a-1}{2}} = 1$ ; elle devient, dans ce cas  $m^2 = 1$ ; d'où résulte  $m = \pm 1$ . Ces deux valeurs réduites à la forme  $4h + 1$ , deviennent  $m = 1$ ,  $m = 9$ . Donc le diviseur  $P$  qui est déjà de la forme  $y^2 + 5z^2$ , doit être en même temps de l'une des formes

$$20x + 1, 20x + 9.$$

Mais la proposition essentielle qui résulte de-là, suivant le *théorème X*, c'est que tous les nombres premiers des formes

$$20x + 1, 20x + 9,$$

sont diviseurs de  $v^2 + 5u^2$ , & sont par conséquent aussi de la forme  $y^2 + 5z^2$ .

Si on représente pareillement les diviseurs  $Q$  par la formule  $4ax + n$ , on déterminera  $n$  par l'équation  $n^2 = -1$ ; ou, ce qui est plus simple, les formes de  $P$  donneront tout de suite, par voie d'exclusion, celles de  $Q$  qui seront

$$20x + 3, 20x + 7.$$

Mém. 1785.

Xxx

Donc, suivant le *théorème X*, tout nombre premier de l'une de ces formes sera diviseur de  $t^2 + 5u^2$ , & sera par conséquent de la forme  $2y^2 + 2yz + 5z^2$ .

R E M A R Q U E.

14. Ces deux propositions s'accordent avec celles que M. de la Grange a trouvées dans les *Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1775. Mais il n'est parvenu à la première concernant les nombres premiers des formes  $20x + 1$  &  $20x + 9$ , qu'à l'aide d'une méthode particulière qui ne paroît pas applicable à d'autres cas. En général, tous les théorèmes qui se trouvent dans nos tables, par rapport aux nombres premiers de la forme  $4n + 1$ , sont entièrement nouveaux, excepté ceux que nous venons de citer, & ceux encore qui concernent les diviseurs des formules  $t^2 + 3u^2$  &  $t^2 + 7u^2$ . Les nombres premiers de la forme  $4n - 1$ , paroissent offrir moins de difficulté, parce que ces nombres divisent nécessairement l'une ou l'autre des formules  $t^2 + cu^2$ ,  $t^2 - cu^2$ ; de sorte qu'en considérant les diviseurs de chacune, on peut conclure avec certitude que les formes qui ne divisent pas  $t^2 - cu^2$ , divisent nécessairement  $t^2 + cu^2$ . C'est ainsi que M. de la Grange a trouvé que les nombres premiers des formes  $20x + 3$ ,  $20x + 7$ , divisent nécessairement  $t^2 + 5u^2$ , & sont par conséquent de la forme  $2y^2 + 2yz + 3z^2$ . C'est ainsi qu'on peut trouver une infinité de théorèmes semblables sur les nombres de la forme  $4n - 1$ . Mais la même méthode n'apprendroit rien par rapport aux nombres premiers de la forme  $4n + 1$ .

15. On voit à présent quel est l'usage de la *table I.<sup>re</sup>* Par exemple, les diviseurs  $P$  ou  $4n + 1$  de la formule  $t^2 + 29u^2$ , sont de l'une des formes

$$y^2 + 29z^2$$

$$5y^2 + 2yz + 6z^2;$$

& ces mêmes diviseurs considérés par rapport aux multiples de  $4a$ , sont aussi de l'une des formes

$$\begin{aligned} 116x + 1, 116x + 5, 116x + 9, 116x + 13, \\ 116x + 25, 116x + 33, 116x + 45, 116x + 49, \\ 116x + 53, 116x + 57, 116x - 51, 116x - 35, \\ 116x - 23, 116x - 7. \end{aligned}$$

Réciproquement, tout nombre premier compris dans l'une de ces quatorze formes, sera toujours diviseur de  $z^2 + 29u^2$ , & sera par conséquent de l'une des formes

$$\begin{aligned} y^2 + 29z^2 \\ 5y^2 + 2yz + 6z^2. \end{aligned}$$

Donc s'il n'est pas déjà de la forme  $y^2 + 29z^2$ , il le deviendra en le multipliant par 5.

La seconde colonne de la table offriroit de semblables propriétés pour les diviseurs de la forme  $4n - 1$ .

Voici maintenant quelques remarques assez singulières que m'a fournies l'examen de la *table I.<sup>re</sup>*; on peut les regarder comme autant de théorèmes, car quoique je n'en donne pas la démonstration complète, ils sont fondés au moins sur une induction très-étendue.

16. Prop. I. *Il y a autant de formes pour les diviseurs P que pour les diviseurs Q, & le nombre de ces formes est égal au nombre de manières dont a peut être partagé en trois carrés.* Ainsi 101 peut être partagé en trois carrés de ces quatre manières :

$$\begin{aligned} 10^2 + 1^2 + 0^2, \\ 9^2 + 4^2 + 2^2, \\ 8^2 + 6^2 + 1^2, \\ 7^2 + 6^2 + 4^2; \end{aligned}$$

d'où je conclus qu'il y a quatre formes possibles, tant pour  $P$  que pour  $Q$ , & c'est ce qu'on trouve dans la table.

De même, 109 ne peut se décomposer en trois carrés que de ces deux manières :

$$10^2 + 3^2 + 0^2,$$

$$8^2 + 6^2 + 3^2.$$

Aussi il n'y a que deux formes pour les diviseurs de chaque espèce.

On peut démontrer facilement que  $P$  &  $Q$  sont susceptibles chacun du même nombre de formes ; car si on a

$$P = py^2 + 2qyz + rz^2,$$

l'un au moins des deux nombres  $p$  &  $r$  sera de la forme  $4n + 1$ . Supposons que ce soit  $p$ , alors il pourra arriver que  $r$  soit pair ou qu'il ne le soit pas. Dans le premier cas, la forme de  $P$  en donnera une de  $Q$ , savoir,

$$Q = 2py^2 + 2qyz + \frac{1}{2}rz^2.$$

Dans le second cas, qui a lieu lorsque  $q$  est pair, à cause de l'équation  $pr - q^2 = a$ , on fera  $y = y' + z$ , & dans la transformée, le coefficient de  $z^2$  sera pair. On peut donc, dans tous les cas, tirer une forme du diviseur  $Q$ , d'une forme connue du diviseur  $P$ , & réciproquement ; donc il y a autant de formes pour l'un que pour l'autre. On ne voit pas aussi aisément pourquoi le nombre de ces formes est précisément égal au nombre de manières dont  $a$  peut se partager en trois carrés. La seconde propriété pourra répandre quelque lumière sur celle-ci.

17. Prop. II. *L'expression  $py^2 + 2qyz + rz^2$ , qui représente une des formes du diviseur  $P$ , peut toujours se décomposer en trois carrés, de sorte qu'on aura, quels que soient  $y$  &  $z$ ,*

$$P = (my + nz)^2 + (m'y + n'z)^2 + (m''y + n''z)^2.$$

*Le double du diviseur  $Q$  se décomposera aussi de la même manière, de sorte que  $Q$  sera toujours de la forme  $x^2 + y^2 + 2z^2$ .*

Cette seconde partie de la proposition est une suite de la première ; car comme on peut supposer toutes les formes

du diviseur  $P$  arrangées de manière que  $r$  soit pair, en même temps qu'on aura

$$P = py^2 + 2qyz + rz^2,$$

on aura pour la forme correspondante de  $Q$ ,

$$Q = 2py^2 + 2qyz + \frac{r}{2}z^2.$$

Donc

$$2Q = 4py^2 + 4qyz + rz^2;$$

donc si  $P$  se décompose, comme nous l'avons dit, il suffira de mettre  $2y$  à la place de  $y$ , & on aura

$$2Q = (2my + nz)^2 + (2m'y + n'z)^2 + (2m''y + n''z)^2.$$

Tout se réduit donc à prouver la décomposition de  $P$ : or, la première forme de  $P$ , qui est toujours  $y^2 + az^2$ , se décompose en trois carrés, puisque  $a$  est de la forme  $f^2 + g^2$ ; mais il paroît difficile de démontrer la même chose pour toutes les autres formes; cependant on ne sauroit douter de cette propriété qui a lieu dans tous les exemples de la *table I*, & que j'ai vérifiée beaucoup plus loin. On voit, par exemple, que les diviseurs  $P$  de la formule  $t^2 + 149u^2$ , peuvent se décomposer ainsi:

$$y^2 + 149z^2 = y^2 + 100z^2 + 49z^2,$$

$$5y^2 + 2yz + 30z^2 = (y + 5z)^2 + z^2 + (2y - 2z)^2,$$

$$6y^2 + 2yz + 25z^2 = (y + 4z)^2 + (y - 3z)^2 + 4y^2,$$

$$9y^2 + 4yz + 17z^2 = (2y - z)^2 + (y + 4z)^2 + 4y^2.$$

Il résulte donc de cette proposition, que les diviseurs  $P$  &  $Q$  de la formule  $t^2 + au^2$ , sont toujours le premier de la forme  $x^2 + y^2 + z^2$ , le second de la forme  $x^2 + y^2 + 2z^2$ .

18. Puisque nous ne pouvons pas démontrer directement cette proposition, supposons qu'elle ait lieu, & voyons les conséquences qui en résulteront.

Soit donc  $py^2 + 2qyz + rz^2$ , ou

$$P = (my + nz)^2 + (m'y + n'z)^2 + (m''y + n''z)^2,$$

$$\begin{aligned} p &= m^2 + m'^2 + m''^2, \\ q &= mn + m'n' + m''n'', \\ r &= n^2 + n'^2 + n''^2; \end{aligned}$$

d'où l'on tire, à cause de  $pr - q^2 = a$ ,

$$a = (mn' - m'n)^2 + (m'n'' - m''n')^2 + (m''n - m n'')^2.$$

Donc la supposition que nous avons faite exige que  $a$  soit décomposable en trois quarrés, ce qui a rapport à la proposition qui nous restoit à démontrer dans l'article 16. Réciproquement, nous pouvons partir d'une décomposition connue du nombre  $a$ , pour déterminer les quantités  $m, n, m',$  &c. Soit donc

$$a = f^2 \mu^2 \nu^2 + g^2 \lambda^2 \nu^2 + h^2 \lambda^2 \mu^2,$$

& cette forme nous permettra de regarder  $f, g, h, \lambda, \mu, \nu$  comme premiers entr'eux. Nous pourrons prendre

$$m n' - m' n = h \lambda \mu$$

$$m' n'' - m'' n' = f \mu \nu$$

$$m'' n - m n'' = g \lambda \nu;$$

& il faudra faire, à cause des diviseurs communs

$$m = \lambda \delta, \quad m' = \mu \delta', \quad m'' = \nu \delta''$$

$$n = \lambda \epsilon, \quad n' = \mu \epsilon', \quad n'' = \nu \epsilon'',$$

ce qui donnera

$$\delta \epsilon' - \delta' \epsilon = h$$

$$\delta' \epsilon'' - \delta'' \epsilon' = f$$

$$\delta'' \epsilon - \delta \epsilon'' = g.$$

On peut en conserver une, & à la place des deux autres, prendre celles-ci,

$$f \delta + g \delta' + h \delta'' = 0$$

$$f \epsilon + g \epsilon' + h \epsilon'' = 0.$$



Cela posé, le diviseur  $P$  se réduira à la forme

$$P = \lambda^2 (\delta y + \varepsilon z)^2 + \mu^2 (\delta' y + \varepsilon' z)^2 + \nu^2 (\delta'' y + \varepsilon'' z)^2;$$

ou en changeant les indéterminées

$$P = \lambda^2 x^2 + \mu^2 x'^2 + \nu^2 x''^2.$$

Mais alors il y aura une relation entre  $x, x', x''$ , savoir :

$$f x + g x' + h x'' = 0;$$

de sorte qu'il n'est plus question des quantités  $\delta, \varepsilon$ , &c. Il est remarquable que la valeur de  $P$  resteroit la même, en permutant entr'elles les quantités  $\lambda, \mu, \nu$ , ainsi que leurs correspondantes  $f, g, h$ ; de sorte qu'une décomposition du nombre  $a$  en trois carrés ne répond qu'à une seule forme du diviseur  $P$ .

Réduisons maintenant les indéterminées  $x, x', x''$  à deux; & pour cela, supposons qu'on ait

$$f + g \zeta + h \theta = 0;$$

ce qui est toujours possible, puisque  $f, g, h$  sont premiers entr'eux, nous aurons, en prenant une nouvelle indéterminée  $y$ ,

$$x' + \zeta x = h y$$

$$x'' + \theta x = - g y.$$

Donc, la valeur de  $P$  deviendra

$$P = \lambda^2 x^2 + \mu^2 (h y - \zeta x)^2 + \nu^2 (g y + \theta x)^2.$$

Et si on fait

$$p' = \mu^2 h^2 + \nu^2 g^2,$$

$$q' = \nu^2 g \theta - \mu^2 h \zeta,$$

$$r' = \lambda^2 + \mu^2 \zeta^2 + \nu^2 \theta^2,$$

on aura, sous la forme ordinaire,

$$P = p' y^2 + 2 q' x y + r' x^2.$$

Le coëfficient  $P'$ , dans cette formule, seroit donc la somme

536 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
de deux carrés premiers entr'eux, & il se trouveroit direc-  
tement par l'équation,

$$a = f^2 \mu^2 v^2 + p' \lambda^2;$$

celle-ci donne évidemment  $p' \frac{a-1}{2} = 1$ , & puisque  $Pp'$

est de la forme  $y^2 + a z^2$ , on a en général  $P \frac{a-1}{2} = 1$ .  
D'ailleurs,  $2Q$  pouvant être ramené à la même forme  
que  $P$ , on a

$$(2Q) \frac{a-1}{2} = 1, \text{ ou } Q \frac{a-1}{2} = 2 \frac{a-1}{2} = -1.$$

Nous retombons ainsi sur les propriétés connues des divi-  
seurs  $P$  &  $Q$ , ce qui donne un grand poids à notre  
hypothèse, que  $P$  est décomposable en trois carrés.

On pourroit suivre une marche inverse, & après avoir  
fait  $a = f^2 \mu^2 v^2 + g^2 v^2 \lambda^2 + h^2 \lambda^2 \mu^2$ , &  $p' = \mu^2 h^2$   
 $+ v^2 g^2$ , on verroit que  $p'$  doit diviser la formule  $t^2 \pm a u^2$ ;  
d'où il suit qu'une des formes de  $P$  est  $p' y^2 + 2 q' x y$   
 $+ r' x^2$ . On a toujours  $p' r' - q' q' = a$ ; & à cause  
de  $a = f^2 \mu^2 v^2 + p' \lambda^2$ , il faudroit que  $p'$  divisât  $q' q'$   
 $+ f^2 \mu^2 v^2$ , & que le quotient fût aussi la somme de deux  
carrés. Cette condition détermine  $q$  &  $r$  comme ci-dessus,  
& on peut mettre par conséquent la valeur de  $P$  sous  
cette forme,

$$P = A^2 x^2 + \mu^2 (h y - \zeta x)^2 + v^2 (g y + \theta x)^2.$$

On trouveroit une valeur qui ne différeroit point essen-  
tiellement de celle-ci, en permutant entr'elles les quantités  
 $\lambda, \mu, v$ ; car la valeur précédente pourroit représenter aussi

$$f^2 \mu^2 + g^2 v^2, \text{ & } f^2 v^2 + h^2 \lambda^2.$$

Mais cela se voit encore plus clairement, si on met  $P$  sous  
la forme

$$P = \lambda^2 x^2 + \mu^2 x'^2 + v^2 x''^2,$$

avec

avec la condition  $fx + gx' + hx'' = 0$ . Il est donc prouvé que chaque décomposition de  $a$  en trois carrés, conduit à une valeur de  $P$ , & seulement à une, décomposable aussi en trois carrés. Nous avons vu d'ailleurs que chaque décomposition de  $P$  en trois carrés, suppose une pareille décomposition de  $a$ . Donc la proposition qui restoit à démontrer dans l'article 16, est une suite de celle de l'article 17.

## TABLE II.

19. Les nombres premiers de la forme  $8n + 1$  sont à la fois des deux formes  $p^2 + q^2$ ,  $p^2 + 2q^2$ , tandis que ceux de la première table ne sont que de la forme  $p^2 + q^2$ . De-là résulte quelque différence entre les formes & les propriétés des diviseurs de la formule  $t^2 + au^2$ .

$P$  étant un diviseur  $4n + 1$ , &  $Q$  un diviseur  $4n - 1$  de cette formule, on a toujours

$P^{\frac{a-1}{2}} = 1$ ,  $Q^{\frac{a-1}{2}} = -1$ , quels que soient  $P$  &  $Q$  simples ou composés. Réciproquement, tous les nombres pre-

miers  $A$  &  $B$ , tels que  $A^{\frac{a-1}{2}} = 1$ ,  $B^{\frac{a-1}{2}} = -1$ , diviseront la formule  $t^2 + au^2$ , & seront par conséquent de l'une des formes qui conviennent à ses diviseurs. Ainsi, on voit par le premier exemple de cette table, que tous les nombres premiers des formes

$68x + 1$ ,  $68x + 9$ ,  $68x + 13$ ,  $68x + 21$ ,  
 $68x + 25$ ,  $68x + 33$ ,  $68x - 19$ ,  $68x - 15$ ,  
sont toujours de l'une des formes

$$y^2 + 17z^2,$$

$$2y^2 + 2yz + 9z^2,$$

la dernière étant la même que  $\frac{y^2 + 17z^2}{2}$ . On peut

Mém. 1785.

Yyy

multiplier ces théorèmes particuliers tant qu'on voudra, en prolongeant les tables plus loin; mais ils sont une suite de nos théorèmes généraux. Voici maintenant quelques propriétés particulières aux diviseurs de la *table II*. Nous tâcherons encore de réduire au plus petit nombre les choses qui restent à démontrer.

20. PROP. I. *Il y aura toujours une forme de plus pour les diviseurs P que pour les diviseurs Q; & le nombre des formes de P sera égal au nombre de manières dont a peut être décomposé en trois carrés.*

21. PROP. II. *Le diviseur P sera toujours décomposable en trois carrés; il en sera de même de son double, & par conséquent P sera à la fois des deux formes*

$$y^2 + z^2 + u^2, y^2 + z^2 + 2u^2.$$

On voit, par exemple, que dans la formule  $t^2 + 89u^2$ , les quatre formes des diviseurs *P* se décomposent ainsi:

$$\begin{aligned} y^2 + 89z^2 &= y^2 + 25z^2 + 64z^2 \\ 2y^2 + 2yz + 45z^2 &= (y + 5z)^2 + (y - 4z)^2 + 4z^2 \\ 5y^2 + 2yz + 18z^2 &= (2y + z)^2 + (y - z)^2 + 16z^2 \\ 9y^2 + 2yz + 10z^2 &= (2y - z)^2 + (y + 3z)^2 + 4y^2. \end{aligned}$$

On décomposeroit semblablement  $2P$ ; mais cette seconde partie de la proposition peut se déduire généralement de la première. Car si  $py^2 + 2qyz + rz^2$  est une des formes du diviseur *P*, on pourra toujours supposer *q* impair, puisque s'il ne l'étoit pas, on le rendroit tel en faisant  $y = y' \pm z$ , ce qui ne changeroit point essentiellement la valeur de *P*. Cela posé, l'un des nombres *p* & *r* sera pair, & toutes les formes de *P* pourront être représentées par la formule

$$py^2 + 2qyz + 25z^2.$$

Alors

$$2py^2 + 2qyz + 5z^2$$

se trouvera aussi parmi ces formes, puisque  $2 \frac{a-1}{2} = 1$ , par la nature du nombre  $a$ . Supposons, ce qui est la première partie de notre proposition, que toutes les formes de  $P$  soient décomposables en trois carrés; on aura

$$2 p y^2 + 2 q y z + 5 z^2 = (m y + n z)^2 + (m' y + n' z)^2 + (m'' y + n'' z)^2.$$

Mettant  $2 \cdot z$  à la place de  $z$ , le premier membre deviendra le double de  $p y^2 + 2 q y z + 2 5 z z$ , c'est-à-dire le double d'une forme quelconque de  $P$ . Ainsi on aura

$$2 P = (m y + 2 n z)^2 + (m' y + 2 n' z)^2 + (m'' y + 2 n'' z)^2;$$

au reste, il paroît que la *Proposition II* peut conduire à la *Proposition I*, comme dans l'*art. 18*.

22. PROP. III. *Les diviseurs Q, ni leurs doubles, ne seront jamais décomposables en trois carrés, à moins d'attribuer des valeurs particulières aux indéterminées y & z. Ainsi, on ne pourra avoir ni Q ni 2 Q de la forme*

$$(m y + n z)^2 + (m' y + n' z)^2 + (m'' y + n'' z)^2.$$

Cette proposition peut se démontrer rigoureusement. Et d'abord il est clair que  $Q$  ne peut pas être en général la somme de trois carrés, puisque cette propriété ne convient à aucun nombre de la forme  $8 n - 1$ . Voyons donc si  $2 Q$  seroit susceptible de cette décomposition sans attribuer de valeur aux indéterminées  $y$  &  $z$ .

On peut faire voir, comme dans l'*article précédent*, que toutes les valeurs de  $Q$  peuvent se mettre sous la forme

$$p y^2 + 2 q y z + 2 5 z^2.$$

Chacune de ces formes est accompagnée de celle-ci,

$$2 p y^2 + 2 q y^2 + 5 z^2;$$

ce qui ne suppose cependant pas que le nombre des formes de  $Q$  soit toujours pair, car il peut arriver que  $p$  &  $s$  soient égaux.

Si donc toutes les valeurs de  $2Q$  sont décomposables en trois carrés, on aura aussi

$$4p y^2 + 4q y z + 2s z^2 = (m y + n z)^2 \\ + (m' y + n' z)^2 + 4(m'' y + n'' z)^2.$$

J'ai supposé que l'un de ces carrés étoit pair; car les trois ne peuvent pas être à la fois impairs. Mettant  $2z$  à la place de  $z$ , & divisant par 4, on aura

$$p y^2 + 2q y z + 2s z^2,$$

ou

$$Q = \frac{(m y + 2n z)^2 + (m' y + 2n' z)^2}{4} + (m'' y + 2n'' z)^2.$$

Mais lorsque la somme de deux carrés est divisible par 4, ils sont nécessairement pairs tous les deux, & par conséquent la valeur de  $Q$  seroit toujours décomposable en trois carrés, ce qui est impossible. Donc, ni  $Q$ , ni  $2Q$  ne peuvent être *en général* la somme de trois carrés. Je dis *en général*, & sans attribuer de valeur aux indéterminées; car nous savons qu'en nombres, la valeur particulière de  $Q$  sera toujours la demi-somme de trois carrés.

### T A B L E III.

23. Soit  $M$  un diviseur quelconque de la formule

$t^2 + bu^2$ , on aura toujours  $M^{\frac{b-1}{2}} = 1$ . Cette propriété a été démontrée dans le *théorème XI*, & elle a lieu par conséquent pour tous les diviseurs des *tables III & IV*. Réciproquement, suivant le *théorème XII*, tout nombre

premier  $c$ , tel que  $C^{\frac{b-1}{2}} = 1$ , est un diviseur de la formule  $t^2 + bu^2$ , & par conséquent est de l'une des formes qui conviennent à ses diviseurs.

Dans la *table III*, le nombre  $b$  qui est de la forme  $8n + 3$ , est en même temps de la forme  $p^2 + 2q^2$

Pour diminuer le nombre des formes qui conviennent aux diviseurs de la formule  $t^2 + bu^2$ , au lieu de la forme ordinaire  $py^2 + 2qyz + rz^2$ , nous avons pris celle-ci,  $py^2 + qyz + rz^2$ , dans laquelle tous les coefficients sont impairs & assujettis à l'équation  $4pr - q^2 = a$ . Voici comment on y parvient directement.

Soit  $M$  un diviseur de la formule  $t^2 + bu^2$ , en sorte que  $\frac{t^2 + bu^2}{M}$  soit égal à un entier, on pourra toujours supposer que  $t$  &  $u$  sont impairs, & faire en conséquence

$$t^2 + bu^2 = 4Mp.$$

Or,  $u$  &  $2p$  sont premiers entr'eux, sans quoi  $t$  &  $u$  auroient un commun diviseur; on peut donc faire  $t = 2py + qu$ , ce qui donnera

$$M = py^2 + qyu + \frac{q^2 + b}{4p} u^2.$$

Soit  $q^2 + b = 4pr$ , & mettons, comme à l'ordinaire,  $z$  à la place de  $u$ , nous aurons

$$M = py^2 + qyz + rz^2,$$

dans laquelle  $p, q, r$  seront impairs & assujettis à la condition  $4pr - q^2 = b$ .

Soit  $p$  le moindre des coefficients  $p$  &  $r$ ; si  $q$  étoit plus grand que  $p$ , en faisant  $y = y' + mz$ , on pourroit prendre  $m$  de manière que dans la transformée,  $q$  fût plus petit que  $p$ , ou tout au plus égal à  $p$ . En procédant ainsi, on peut toujours faire en sorte que  $q$  ne surpasse ni  $p$  ni  $r$ , & alors  $q$  sera moindre que  $\sqrt{\frac{b}{3}}$ ; mais comme  $q$  ne peut être qu'impair, le nombre des formes du diviseur  $M$  sera fort limité.

24. Dans le premier exemple de la *table III*, on a  $b = 3$ , & il en résulte cette seule forme  $M = y^2 + yz + z^2$ , qui ne diffère pas de celle-ci,  $y^2 + 3z^2$ ; car si l'un des deux nombres  $y$  &  $z$  est pair, ou s'ils sont tous deux impairs,

on trouvera, dans les deux cas, que  $y^2 + yz + z^2$  se représente plus simplement par  $y'y' + 3z'z'$ .

Réciproquement, tout nombre premier  $c$ , tel que

$c \frac{b-1}{2} = 1$ , c'est-à-dire, dans ce cas, tout nombre premier de la forme  $3m + 1$  sera diviseur de la formule  $t^2 + 3u^2$ , & sera par conséquent de la même forme  $y^2 + 3z^2$ . Cette propriété convient donc à la fois aux nombres  $A$  de la forme  $12x + 1$  & aux nombres  $B$  de la forme  $12x - 5$ .

Si on fait  $b = 11$ , on trouve encore pour la seule forme de  $M$ ,  $M = y^2 + yz + 3z^2$ . Résolvant ensuite

l'équation  $c \frac{b-1}{2} = 1$ , on trouve d'après la formule  $2bx + c$  que tous les nombres premiers des formes  $22x + 1$ ,  $22x + 3$ ,  $22x + 5$ ,  $22x - 7$ ,  $22x + 9$  sont diviseurs de  $t^2 + 11u^2$ , & sont par conséquent de la forme  $y^2 + yz + 3z^2$  qui revient à  $\frac{y^2 + 11z^2}{4}$ .

25. Voici maintenant quelques propriétés générales des diviseurs de la table III.

PROP. I. *Il y a autant de formes du diviseur M, que de manières de partager le nombre b en trois carrés.*

PROP. II. *Le double du diviseur M est toujours la somme de trois carrés.*

Par exemple, il y a deux manières de décomposer 107, en trois carrés, savoir :

$$81 + 25 + 1$$

$$49 + 49 + 9$$

Aussi le diviseur  $M$  est susceptible des deux formes

$$y^2 + yz + 27z^2 = \frac{(y + 2z)^2 + (y - z)^2 + 49z^2}{2}$$

$$3y^2 + yz + 9z^2 = \frac{(2y - z)^2 + (y - z)^2 + (y + 4z)^2}{2}$$



dont le double, comme on voit, est la somme de trois carrés.

On pourroit faire voir à peu-près, comme dans l'*art.* 18, que la première proposition est une suite de la seconde.

## TABLE IV.

26. Nous avons déjà dit, à l'occasion de la *table III*, qu'un diviseur quelconque  $M$  de la formule  $t^2 + bu^2$ ,

satisfaisoit toujours à cette condition  $M^{\frac{b-1}{2}} = 1$ . Réciproquement, tout nombre premier  $c$ , tel que

$c^{\frac{b-1}{2}} = 1$  est diviseur de  $t^2 + bu^2$ , & doit avoir l'une des formes qui conviennent aux diviseurs de cette formule. Ces formes ne peuvent guère être réduites comme celles de la *table III*; aussi les avons-nous laissées telles que les donne l'équation  $pr - q^2 = b$ , en observant les conditions ordinaires.

Dans le premier exemple, on voit que les nombres premiers des formes  $14x + 1$ ,  $14x - 3$ ,  $14x - 5$  sont diviseurs de la formule  $t^2 + 7u^2$ , & sont par conséquent de la forme  $y^2 + 7z^2$ . Cette proposition est donc applicable aux deux espèces de nombres premiers, l'une qui comprend les formes

$$28x + 11, 28x - 13, 28x - 5;$$

l'autre qui comprend les formes

$$28x + 1, 28x + 9, 28x - 3.$$

On ne connoissoit cette propriété que par rapport aux nombres de la forme  $28x + 1$ , & on voit combien il est facile maintenant de multiplier ces sortes de théorèmes.

Au reste, il ne se rencontre point dans cette table, des propriétés analogues à celles que nous avons remarquées

dans les autres. Les diviseurs  $M$  ni leurs doubles ne peuvent plus se décomposer en trois carrés; il paroît seulement qu'on pourroit leur donner la forme  $p^2 + q^2 + r^2 + 2s^2$ , semblable à la formule elle-même  $t^2 + bu^2$ , où l'on peut supposer  $b = f^2 + g^2 + 2h^2$ . Mais cette forme est trop vague pour mériter quelque attention.

*Remarque I sur les Nombres premiers de la Forme  $8n - 1$ .*

27. Nous avons déjà dit, d'après Fermat, que les nombres premiers de cette forme sont toujours la demi-somme de trois carrés; & quoique cette propriété ne soit point particulière aux nombres premiers de la forme  $8n - 1$ , puisque nous nous proposons de faire voir qu'elle convient à tous les nombres impairs, cependant on n'en a point encore de démonstration solide.

Les nombres premiers de la forme  $8n - 1$ , considérés par rapport aux multiples de 3, sont compris dans les deux formes  $24n - 1$  &  $24n + 7$ . Mais suivant la *table III*, tous les nombres premiers de la forme  $12n - 5$ , qui comprend  $24n + 7$ , sont de la forme  $y^2 + 3z^2$ . Ils sont donc la demi-somme de trois carrés, & la proposition à démontrer ne regarde plus que les nombres premiers de la forme  $24n - 1$ . Ceux-ci considérés par rapport aux multiples de 5, sont susceptibles des quatre formes,

$120n - 1$ ,  $120n + 23$ ,  $120n - 49$ ,  $120n + 47$ : or, suivant la *table I*, tous les nombres premiers des formes

$20n + 3$ ,  $20n + 7$ , sont de la forme  $\frac{x^2 + 5z^2}{2}$ , qui est la demi-somme de trois carrés. Il ne s'agit plus que de démontrer la proposition pour les deux formes restantes,

$$120n - 1, \quad 120n - 49.$$

Développant celles-ci par rapport aux multiples de 11, ce qui présenteroit vingt formes, en excluant les deux divisibles par 11, on trouve par les diviseurs de  $t^2 + 11u^2$  (*table III*),

(table III), que dix de ces formes ont la propriété à démontrer, & que les dix autres sont

$$11 \times 120n \left\{ \begin{array}{l} -1, \quad -49, \quad -169, \quad -289, \quad -361, \\ -529, \quad +479, \quad +431, \quad +359, \quad +239. \end{array} \right.$$

On pourroit continuer ainsi, & réduire toujours à moitié le nombre des formes sur lesquelles la proposition n'est pas encore démontrée; mais cette méthode ne seroit bonne que pour s'assurer de la vérité de la proposition jusqu'à une limite donnée comme 20000 ou 100000, &c. Considérons les choses plus généralement.

28. Nous avons observé que tous les diviseurs de la table III, & seulement ceux de la forme  $4n - 1$  dans la table I, sont toujours la demi-somme de trois carrés. Cette proposition étant supposée, nous allons en tirer une démonstration très-simple de celle de Fermat.

Soit  $a$  un nombre premier  $8n - 3$ ,  $b$  un nombre premier  $8n + 3$ , &  $B$  le nombre premier, dont il s'agit de la forme  $8n - 1$ . Si  $B$  est diviseur, soit de la formule  $t^2 + au^2$ , soit de la formule  $t^2 + bu^2$ , il sera de la forme mentionnée  $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2}$ . Faisons donc voir qu'il

est impossible que  $B$  ne divise pas quelqueune des formules  $t^2 + au^2$ ,  $t^2 + bu^2$  des tables I & III.

1.<sup>o</sup> Si  $B$  ne divisoit aucune des formules  $t^2 + au^2$ ,

on auroit  $a \frac{B-1}{2} = 1$ , & par conséquent  $B \frac{a-1}{2} = 1$ , c'est-à-dire, que  $a$  seroit toujours diviseur de la formule  $t^2 + Bu^2$ . Donc, parmi les diviseurs  $P$  ou  $4n + 1$  de cette formule, on trouveroit

$$8Bx \left\{ \begin{array}{l} -3, \quad +5, \quad -11, \quad +13, \\ -19, \quad +21, \quad -27, \quad \&c. \end{array} \right.$$

ce qui fait  $B - 1$  formés en excluant le terme divisible par  $B$ , & prolongeant ces nombres tant qu'ils sont au-dessous de  $2B$ . Or, on voit déjà qu'il est impossible que

Mém. 1785.

Z z z

toutes ces formes aient lieu à la fois; car il n'y a pas de différence entre les formes des diviseurs simples & celles des diviseurs composés d'une formule quelconque  $t^2 + Bu^2$ ; c'est-à-dire, que si  $8Bx + \mu$ ,  $8Bx + \mu'$ , &c. représentent toutes les formes possibles des diviseurs simples ou composés de  $t^2 + Bu^2$ , chacune de ces formes  $8Bx + \mu$ , par exemple, peut être censée contenir une infinité de nombres premiers. Donc, si on a toutes les formes  $8Bx + \mu$ ,  $8Bx + \mu'$ , &c. des nombres premiers qui peuvent diviser  $t^2 + Bu^2$ , ces mêmes formes conviennent aussi aux diviseurs composés de  $t^2 + Bu^2$ .

Mais avec un peu d'attention, ou simplement par l'inspection de nos tables, on voit que les diviseurs  $4n + 1$  de la formule  $t^2 + Bu^2$ , étant réduits à la forme  $8Bx + \mu$ , feroient au nombre de  $B - 1$ . Nous avons déjà  $B - 1$  formes,

$$8Bx \begin{cases} - 3, + 5, - 11, + 13, \&c. \end{cases}$$

qui conviennent aux diviseurs  $4n + 1$  de la formule  $t^2 + Bu^2$ . Nous avons donc toutes les formes, ce qui est absurde, car dans la suite précédente, il n'y a que des diviseurs de la forme  $8n - 3$ , & aucun de la forme  $8n + 1$ ; cependant deux diviseurs de la forme  $8n - 3$ , en donnent un de la forme  $8n + 1$ . On voit encore que s'il existe des diviseurs de la forme

$$8Bx - 3, 8Bx + 5, \&c.$$

il doit y en avoir des formes

$$8Bx + 9, 8Bx - 15, \&c.$$

qui pourtant ne sont pas contenues dans les formes supposées, & d'où résulte par conséquent l'impossibilité de ces formes.

2.<sup>o</sup> On pourroit se dispenser d'aller plus loin; mais prouvons la même chose par la table III. Si  $B$  ne divisoit

aucune des formules  $t^2 + bu^2$  de cette Table, on auroit, quel que fût  $b$ ,  $b \frac{B-1}{2} = 1$ , & par conséquent

$B \frac{b-1}{2} = -1$ ; donc tous les nombres  $b$  de la table III diviseroient encore la formule  $t^2 + Bu^2$ . Il résulte de-là, comme dans le cas précédent, que la formule  $t^2 + Bu^2$  auroit des diviseurs de chacune des formes suivantes:

$$8Bx \{ + 3, - 5, + 11, - 13, + 19, \&c.$$

Cette suite renferme encore  $B - 1$  termes, & contient par conséquent tous les diviseurs  $4n - 1$  de la formule  $t^2 + Bu^2$ . Mais ici l'opposition est bien manifeste avec les formes des diviseurs du cas précédent; car si  $8Bx + \mu$  est un diviseur quelconque de  $t^2 + Bu^2$ , il faut que

$\mu \frac{B-1}{2} = 1$ ; il est donc bien certain que  $8Bx - \mu$  ne peut être alors un diviseur de la même formule: ainsi, non-seulement les deux suites de diviseurs que nous avons trouvées,

$$8Bx \{ + 3, - 5, + 11, - 13, \&c.$$

$$8Bx \{ - 3, + 5, - 11, + 13, \&c.$$

ne peuvent pas convenir à la formule  $t^2 + Bu^2$ , mais même il est impossible qu'il y en ait deux correspondans, tels que  $8Bx + 3$  &  $8Bx - 3$ , qui aient lieu à la fois. Donc il est impossible que le nombre  $B$  ne divise pas quelqu'une des formules des tables I & III, ou même qu'il n'en divise pas une infinité dans chaque table; donc le nombre  $B$  est la demi-somme de trois carrés. Il ne reste plus qu'à démontrer d'une manière générale les propriétés qui ont lieu dans tous les exemples de nos tables, propriétés dont nous avons fait apercevoir la liaison, & qui jouissent déjà d'un très-grand degré de probabilité.

Zzz ij

*Remarque II, sur les Nombres en général.*

29. Il ne seroit pas difficile de prouver par des raisonnemens semblables aux précédens, qu'un nombre impair quelconque est toujours diviseur de quelqu'une des formules prises dans les tables. On peut même démontrer qu'il en divise une infinité dans chaque table: car il y a une infinité de nombres premiers compris dans la formule  $2nx + v$ ,  $v$  &  $2n$  étant premiers entr'eux, &  $x$  étant une indéterminée.

Cela posé, 1.° si  $P$  est de la forme  $4n + 1$ , & qu'il divise une formule  $t^2 + au^2$  de la première table, on conclura que  $P$  est la somme de trois carrés. *Donc tout nombre de la forme  $4n + 1$  est la somme de trois carrés.*

2.° Si  $M$  est un nombre impair quelconque, & qu'il divise une formule  $t^2 + bu^2$  de la table III, il faudra, par la propriété de cette table (25), que  $M$  soit la demi-somme de trois carrés. *Donc le double de tout nombre impair est la somme de trois carrés.*

Ces deux propriétés sont confirmées par la table II; car si le nombre  $P$  de la forme  $4n + 1$ , divise une formule  $t^2 + au^2$  de cette table, le nombre  $P$  & son double seront tous deux la somme de trois carrés, (art. 21).

Quant aux nombres de la forme  $4n - 1$ , ils se divisent en deux classes, les uns de la forme  $8n - 1$ , les autres de la forme  $8n + 3$ ; ceux-ci sont toujours la somme de trois carrés impairs, ce qui revient à dire que tout nombre est composé de trois triangulaires. Mais il est singulier que cette proposition de Fermat ne suive nullement des propriétés précédentes, & demande une toute autre route pour être démontrée. Cependant, comme personne n'en doute, nous croyons pouvoir établir cette conclusion:

*Tout nombre impair, est à la fois des deux formes  $x^2 + y^2 + z^2$ ,  $x^2 + y^2 + 2z^2$ , excepté les nombres de la forme  $8n - 1$  qui ne sont que de la seconde; d'où il suit que, tout nombre ou son double est la somme de trois carrés.*

*Autres Théorèmes sur les nombres premiers.*

M. de la Grange a démontré le premier, dans le *tome IV. des Mémoires de Turin*, que l'équation  $x^2 - cy^2 = 1$ ,  $c$  étant un nombre quelconque non carré, est toujours susceptible d'une infinité de solutions en nombres entiers. Ce théorème a lieu, à plus forte raison, lorsque  $c$  est un nombre premier; mais les différentes formes de ce nombre donnent lieu à d'autres propositions que nous allons démontrer, & qui ont de l'analogie avec celles de nos tables.

## THÉORÈME XIII.

30. Si  $a$  est un nombre premier de la forme  $4n + 1$ , l'équation  $x^2 - ay^2 = -1$  sera toujours possible en nombres entiers; d'où il suit que tout nombre qui est de la forme  $t^2 - au^2$  fera aussi de la forme  $au^2 - t^2$ , & réciproquement.

En effet, soient  $p$  &  $q$ , les plus petits nombres (autres que 1 & 0) qui satisfont à l'équation  $p^2 - aq^2 = 1$ ;  $q$  doit être pair, sans quoi  $aq^2 + 1$  seroit de la forme  $qn + 2$  qui ne peut convenir à un carré. On fera donc  $p^2 - 1 = 4ar^2$ , & cette équation ne pourra se partager que de ces six manières, où l'on suppose  $r = mn$ :

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} p + 1 = 4am^2 \\ p - 1 = n^2 \end{array} \right\} (1) \quad \left. \begin{array}{l} p + 1 = 4m^2 \\ p - 1 = an^2 \end{array} \right\} (2) \quad \left. \begin{array}{l} p + 1 = am^2 \\ p - 1 = 4n^2 \end{array} \right\} (3) \\ \left. \begin{array}{l} p + 1 = m^2 \\ p - 1 = 4n^2 \end{array} \right\} (4) \quad \left. \begin{array}{l} p + 1 = 2an^2 \\ p - 1 = 2m^2 \end{array} \right\} (5) \quad \left. \begin{array}{l} p + 1 = 2m^2 \\ p - 1 = 2an^2 \end{array} \right\} (6) \end{array}$$

Or, la troisième & la quatrième combinaison ne peuvent avoir lieu, puisqu'on en tireroit  $2 = am^2 - 4n^2$  &  $2 = m^2 - 4n^2$ ; il faudroit donc que  $m$  fût pair, & alors le second membre seroit divisible par 4. La première & la deuxième ne peuvent avoir lieu par la même raison. La sixième donneroit  $m^2 - an^2 = 1$ ; équation qui ne peut avoir lieu, puisque nous avons supposé que  $p$  &  $q$

étoient les plus petits nombres qui satisfaisoient à l'équation  $p^2 - aq^2 = 1$ , & qu'alors  $m$  &  $n$  feroient beaucoup plus petits. Donc il reste seulement la cinquième combinaison qui donne  $1 = an^2 - m^2$ , & qui prouve la possibilité de l'équation  $x^2 - ay^2 = -1$ . Elle fait voir en même temps, comment on déduit les nombres  $m$  &  $n$  des plus petits de ceux qui satisfont à l'équation  $x^2 - ay^2 = 1$ ; c'est en faisant  $\sqrt{(p + q\sqrt{a})} = m + n\sqrt{a}$ , ou  $m = \sqrt{(\frac{p-1}{2})}$ ,  $n = \sqrt{(\frac{p+1}{2a})}$ .

31. Lorsque  $a$  n'est pas premier, mais qu'il est la somme de deux carrés, il peut arriver que l'équation  $x^2 - ay^2 = -1$  soit possible, & cela a lieu dans un grand nombre de cas; mais la règle n'est pas générale, comme semble le croire M. de la Grange, *tome IV des Mémoires de Turin, page 88*, & on la trouve en défaut, lorsque  $a = 34, 205, 221$ , &c. Ainsi, quoique  $a$  soit de la forme  $f^2 + g^2$ , on ne peut pas dire généralement que tout nombre de la forme  $x^2 - ay^2$  soit en même-temps de la forme  $ay^2 - x^2$ ; mais cette proposition est vraie, lorsque  $a$  est un nombre premier; car si on a  $M = x^2 - ay^2$  &  $-1 = m^2 - an^2$ , on en conclut  $-M = (x^2 - ay^2)(m^2 - an^2)$ , produit qui est, comme on fait, de la même forme que les facteurs.

#### THÉORÈME XIV.

32. Si  $b$  est un nombre premier de la forme  $8n + 3$ , l'équation  $bx^2 - y^2 = 2$  sera toujours possible en nombres entiers.

Soient toujours  $p$  &  $q$  les moindres nombres qui satisfont à l'équation  $p^2 - bq^2 = 1$ . Si  $q$  est impair, & qu'on fasse  $q = mn$ , on aura ces deux combinaisons,

$$\left. \begin{array}{l} p + 1 = bm^2 \\ p - 1 = n^2 \end{array} \right\} (1). \quad \left. \begin{array}{l} p + 1 = m^2 \\ p - 1 = bn^2 \end{array} \right\} (2).$$



Il résulteroit de la seconde  $2 = m^2 - bn^2$ , équation impossible; elle l'est évidemment lorsque l'un des deux nombres  $m$  &  $n$  est pair: lorsqu'ils sont impairs, le second membre est de la forme  $8n + 1 = (8n + 3)(8n + 1)$ , ou  $8n - 2$ , qui ne peut se réduire à 2. La première combinaison donneroit  $2 = bm^2 - n^2$ , ce qui est la proposition à démontrer. Mais voyons si d'autres combinaisons ne pourroient pas avoir lieu: en supposant  $q$  pair &  $= 2mn$ , on pourra faire ces deux combinaisons,

$$\left. \begin{array}{l} p + 1 = 2bm^2 \\ p - 1 = 2n^2 \end{array} \right\} (1). \quad \left. \begin{array}{l} p + 1 = 2m^2 \\ p - 1 = 2bn^2 \end{array} \right\} (2);$$

d'où résulteroit  $1 = bm^2 - n^2$ ;  $1 = m^2 - bn^2$ . La seconde ne peut avoir lieu, puisque  $p$  &  $q$  sont par hypothèse les plus petits nombres qui satisfassent à l'équation  $p^2 - bq^2 = 1$ . La première,  $1 = bm^2 - n^2$  n'est pas possible non plus, parce que  $b$  n'est pas la somme de deux carrés. Donc enfin il n'y a de possible, parmi les quatre combinaisons examinées, que l'équation  $2 = bm^2 - n^2$ .

#### THEOREME XV.

33. Si  $b$  est un nombre premier de la forme  $8n - 1$ , l'équation  $2 = y^2 - bx^2$  sera toujours possible en nombres entiers.

Soient toujours  $p$  &  $q$  les plus petits nombres qui satisfont à l'équation  $p^2 - bq^2 = 1$ ; selon qu'on fait  $q = mn$  ou  $q = 2mn$ , on aura les quatre cas à considérer;

$$\left. \begin{array}{l} p + 1 = bm^2 \\ p - 1 = n^2 \end{array} \right\} (1). \quad \left. \begin{array}{l} p + 1 = m^2 \\ p - 1 = bn^2 \end{array} \right\} (2). \\ \left. \begin{array}{l} p + 1 = 2bm^2 \\ p - 1 = 2n^2 \end{array} \right\} (3). \quad \left. \begin{array}{l} p + 1 = 2m^2 \\ p - 1 = 2bn^2 \end{array} \right\} (4).$$

Le troisième donneroit  $1 = bm^2 - n^2$ , ce qui supposeroit  $b$  de la forme  $4h + 1$ .

Le quatrième donneroit  $1 = m^2 - bn^2$ ; ainsi  $p$  &  $q$  ne

seroient pas les plus petits nombres qui satisfont à l'équation  $p^2 - bq^2 = 1$ , ce qui est contre l'hypothèse.

La première donne  $2 = bm^2 - n^2$  ce qui est impossible, parce que les deux membres ne sont pas de la même forme. Il reste donc la seconde combinaison qui donne  $2 = m^2 - bn^2$ , & qui a lieu nécessairement.

34. *Remarque.* Il seroit peut-être nécessaire de démontrer rigoureusement une chose que nous avons supposée dans plusieurs endroits de cet article, savoir, qu'il y a une infinité de nombres premiers compris dans toute progression arithmétique, dont le premier terme & la raison sont premiers entr'eux, ou, ce qui revient au même, dans la formule  $2mx + \mu$ , lorsque  $2m$  &  $\mu$  n'ont point de commun diviseur. Cette proposition est assez difficile à démontrer, cependant on peut s'assurer qu'elle est vraie, en comparant la progression arithmétique dont il s'agit, à la progression ordinaire 1, 3, 5, 7, &c. Si on prend un grand nombre de termes de ces progressions, le même dans les deux, & qu'on les dispose, par exemple, de manière que le plus grand terme soit égal & à la même place de part & d'autre; on verra qu'en omettant de chaque côté les multiples de 3, 5, 7, &c. jusqu'à un certain nombre premier  $p$ , il doit rester des deux côtés le même nombre de termes, ou même il en restera moins dans la progression 1, 3, 5, 7, &c. Mais comme dans celle-ci, il reste nécessairement des nombres premiers, il en doit rester aussi dans l'autre. Je me contente d'indiquer ce moyen de démonstration qu'il seroit trop long de détailler, d'autant plus que ce Mémoire passe déjà les bornes ordinaires.

## TABLE I.

*Diviseurs de la formule  $t^2 + au^2$ ,  $a$  étant un nombre premier de la forme  $8n - 3$ .*

Formule.	Diviseurs $P$ ou $4n + 1$ , tels que $P^{\frac{a-1}{2}} = 1, P = p^2 + q^2 + r^2$ .	Diviseurs $Q$ ou $4n - 1$ , tels que $Q^{\frac{a-1}{2}} = 1, 2Q = p^2 + q^2 + r^2$ .
$t^2 + 5u^2$	$y^2 + 5z^2$ , $20x + 1, 20x + 9$ .	$2y^2 + 2yz + 3z^2$ , $20x + 3, 20x + 7$ .
$t^2 + 13u^2$	$y^2 + 13z^2$ , $52x$ $+ 1, + 9, + 17, + 25, - 23,$ $- 3$ .	$2y^2 + 2yz + 7z^2$ , $52x$ $+ 7, + 11, + 15, + 19,$ $- 5, - 21$ .
$t^2 + 29u^2$	$y^2 + 29z^2$ $5y^2 + 2yz + 6z^2$ $116x$ $+ 1, + 5, + 9, + 13, + 25,$ $+ 33, + 45, + 49, + 53, + 57,$ $- 51, - 35, - 23, - 7$ .	$2y^2 + 2yz + 15z^2$ , $3y^2 + 2yz + 10z^2$ , $116x$ $+ 3, + 11, + 15, + 19,$ $+ 27, + 31, + 39, + 43,$ $+ 47, + 55, - 41, - 37,$ $- 21, - 17$ .
$t^2 + 37u^2$	$y^2 + 37z^2$ , $148x$ $+ 1, + 9, + 17, + 21, + 25,$ $+ 33, + 41, + 49, + 53, + 57,$ $+ 65, + 73, - 71, - 63, - 47,$ $- 27, - 11, - 3$ .	$2y^2 + 2yz + 19z^2$ , $148x$ $+ 7, + 15, + 19, + 23,$ $+ 31, + 35, + 39, + 43,$ $+ 51, + 55, + 59, + 67,$ $- 69, - 61, - 45, - 29,$ $- 13, - 5$ .

*Mém. 1785.*

Aaaa

## Suite de la Table I.

$i^2 + 53n^2$	$y^2 + 53z^2,$ $6y^2 + 2yz + 9z^2,$ $212x$ $+ 1, + 9, + 13, + 17, + 25,$ $+ 29, + 37, + 49, + 57, + 69,$ $+ 77, + 81, + 89, + 93, + 97,$ $+ 105, - 99, - 95, - 91, - 63,$ $- 59, - 47, - 43, - 15, - 11,$ $- 7.$	$2y^2 + 2yz + 27z^2$ $3y^2 + 2yz + 18z^2$ $212x$ $+ 3, + 19, + 23, + 27,$ $+ 31, + 35, + 39, + 51,$ $+ 55, + 67, + 71, + 75,$ $+ 79, + 83, + 87, + 103,$ $- 101, - 85, - 73, - 65,$ $- 61, - 45, - 41, - 33,$ $- 21, - 5.$
$i^2 + 61n^2$	$y^2 + 61z^2,$ $5y^2 + 4yz + 13z^2,$ $244x$ $+ 1, + 5, + 9, + 13,$ $+ 25, + 41, + 45, + 49,$ $+ 57, + 65, + 73, + 77,$ $+ 81, + 97, + 109, + 113,$ $+ 117, + 121, - 119, - 107,$ $- 103, - 95, - 83, - 75,$ $- 47, - 39, - 27, - 19,$ $- 15, - 3.$	$2y^2 + 2yz + 31z^2,$ $7y^2 + 6yz + 10z^2,$ $244x$ $+ 7, + 11, + 23, + 31,$ $+ 35, + 43, + 51, + 55,$ $+ 59, + 63, + 67, + 71,$ $+ 79, + 87, + 91, + 99,$ $+ 111, + 115, - 105, - 101,$ $- 93, - 89, - 85, - 69,$ $- 53, - 37, - 33, - 29,$ $- 21, - 17.$
$i^2 + 101n^2$	$y^2 + 101z^2,$ $6y^2 + 2yz + 17z^2,$ $5y^2 + 4yz + 21z^2,$ $9y^2 + 8yz + 13z^2,$ $404x + \&c.$	$2y^2 + 2yz + 51z^2,$ $3y^2 + 2yz + 34z^2,$ $7y^2 + 4yz + 15z^2,$ $10y^2 + 6yz + 11z^2,$ $404x + \&c.$
$i^2 + 109n^2$	$y^2 + 109z^2,$ $5y^2 + 2yz + 22z^2,$ $436x + \&c.$	$2y^2 + 2yz + 55z^2,$ $10y^2 + 2yz + 11z^2,$ $436x + \&c.$

$t^2 + 149u^2$	$y^2 + 149z^2,$ $5y^2 + 2yz + 30z^2,$ $6y^2 + 2yz + 25z^2,$ $9y^2 + 4yz + 17z^2.$	$2y^2 + 2yz + 75z^2,$ $3y^2 + 2yz + 50z^2,$ $10y^2 + 2yz + 15z^2,$ $11y^2 + 8yz + 15z^2.$
$t^2 + 157u^2$	$y^2 + 157z^2,$ $13y^2 + 10yz + 14z^2.$	$2y^2 + 2yz + 79z^2,$ $7y^2 + 4yz + 23z^2.$
$t^2 + 173u^2$	$y^2 + 173z^2,$ $6y^2 + 2yz + 29z^2,$ $13y^2 + 6yz + 14z^2,$ $9y^2 + 8yz + 21z^2.$	$2y^2 + 2yz + 87z^2,$ $3y^2 + 2yz + 58z^2,$ $7y^2 + 6yz + 26z^2,$ $11y^2 + 10yz + 18z^2.$
&c.	&c.	&c.

TABLE II.

Diviseurs de la formule  $t^2 + au^2$ ,  $a$  étant un nombre premier  
de la forme  $8n + 1$ .

Formule.	Diviseurs $P$ ou $4n + 1$ , tels que $P^{\frac{a-1}{2}} = 1, \quad \left. \begin{matrix} P \\ 2P \end{matrix} \right\} = p^2 + q^2 + r^2.$	Diviseurs $Q$ ou $4n - 1$ , tels que $Q^{\frac{a-1}{2}} = -1.$
$t^2 + 17u^2$	$y^2 + 17z^2$ $2y^2 + 2yz + 9z^2$ $68x$ $+ 1, + 9, + 13, + 21, + 25,$ $+ 33, - 19, - 15.$	$3y^2 + 2yz + 6z^2$ $68x$ $+ 3, + 7, + 11, + 23, + 27,$ $+ 31, - 29, - 5.$

Aaaa ij

$i^2 + 41u^2$	$y^2 + 41z^2$ $2y^2 + 2yz + 21z^2$ $5y^2 + 4yz + 9z^2$ $164x$ $+ 1, + 5, + 9, + 21, + 25,$ $+ 33, + 37, + 45, + 49, + 57,$ $+ 61, + 73, + 77, + 81, - 59,$ $- 51, - 43, - 39, - 31, - 23.$	$3y^2 + 2yz + 14z^2$ $6y^2 + 2yz + 7z^2$ $164x$ $+ 3, + 7, + 11, + 15, + 19,$ $+ 27, + 35, + 47, + 55, + 63,$ $+ 67, + 71, + 75, + 79, - 69,$ $- 65, - 53, - 29, - 17, - 13.$
$i^2 + 73u^2$	$y^2 + 73z^2$ $2y^2 + 2yz + 37z^2$ $292x$ $+ 1, + 9, + 25, + 37,$ $+ 41, + 49, + 57, + 61,$ $+ 65, + 69, + 77, + 81,$ $+ 85, + 89, + 97, + 105,$ $+ 109, + 121, + 137, + 145,$ $- 143, - 127, - 123, - 119,$ $- 111, - 91, - 79, - 75,$ $- 71, - 67, - 55, - 35,$ $- 27, - 23, - 19, - 3.$	$7y^2 + 4yz + 11z^2$ $292x$ $+ 7, + 11, + 15, + 31,$ $+ 39, + 43, + 47, + 51,$ $+ 59, + 63, + 83, + 87,$ $+ 95, + 99, + 103, + 107,$ $+ 115, + 131, + 135, + 139,$ $- 141, - 133, - 129, - 125,$ $- 117, - 113, - 101, - 93,$ $- 53, - 45, - 33, - 29,$ $- 21, - 17, - 13, - 5.$
$i^2 + 89u^2$	$y^2 + 89z^2$ $2y^2 + 2yz + 45z^2$ $5y^2 + 2yz + 18z^2$ $9y^2 + 2yz + 10z^2$ $356x + \&c.$	$3y^2 + 2yz + 30z^2$ $6y^2 + 2yz + 15z^2$ $7y^2 + 6yz + 14z^2$ $356x + \&c.$
$i^2 + 97u^2$	$y^2 + 97z^2$ $2y^2 + 2yz + 49z^2$ $388x + \&c.$	$7y^2 + 2yz + 14z^2$ $388x + \&c.$

## TABLE III.

Diviseurs de la formule  $t^2 + bu^2$ ,  $b$  étant un nombre premier de la forme  $8n + 3$ .

Formule.	Diviseurs $M$ , tels que $M^{\frac{b-1}{2}} = 1$ , & $2M = p^2 + q^2 + r^2$ .
$t^2 + 3u^2$	$y^2 + yz + z^2 = y'y' + 3z'z'$ $6x + 1.$
$t^2 + 11u^2$	$y^2 + yz + 3z^2$ $22x + 1, + 3, + 5, + 9, - 7.$
$t^2 + 19u^2$	$y^2 + yz + 5z^2$ $38x + 1, + 5, + 7, + 9, + 11, + 17,$ $- 15, - 13, - 3.$
$t^2 + 43u^2$	$y^2 + yz + 11z^2$ $172x$ $+ 1, + 9, + 11, + 13, + 15, + 17, + 21,$ $+ 23, + 25, + 31, + 35, + 41, - 39, - 37,$ $- 33, - 29, - 27, - 19, - 7, - 5, - 3.$
$t^2 + 59u^2$	$y^2 + yz + 15z^2$ $3y^2 + yz + 5z^2$ $236x$ $+ 1, + 3, + 5, + 7, + 9, + 15, + 17,$ $+ 19, + 21, + 25, + 27, + 29, + 35, + 41,$ $+ 45, + 49, + 51, + 53, + 57, - 55, - 47,$ $- 43, - 39, - 37, - 33, - 31, - 23, - 13,$ $- 11.$

$t^2 + 67u^2$	$y^3 + yz + 17z^2$ $268x$ $+ 1, + 9, + 15, + 17, + 19, + 21, + 23,$ $+ 25, + 29, + 33, + 35, + 37, + 39, + 47,$ $+ 49, + 55, + 59, + 65, - 63, - 61, - 57,$ $- 53, - 51, - 45, - 43, - 41, - 31, - 27,$ $- 13, - 11, - 7, - 5, - 3.$
	$y^3 + yz + 21z^2$ $3y^2 + yz + 7z^2$ $332x + \&c.$

TABLE I-V.

Diviseurs de la formule  $t^2 + bu^2$ ,  $b$  étant un nombre premier de la forme  $8n - 1$ .

Formule.	Diviseurs $M$ , toujours tels que $M^{\frac{b-1}{2}} = 1$ .
$t^2 + 7u^2$	$y^3 + 7zz$ $28x$ $+ 1, - 3, - 5.$
$t^2 + 23u^2$	$y^3 + 23z^2$ $3y^2 + 2yz + 8z^2$ $92x$ $+ 1, + 3, - 5, - 7, + 9, - 11, + 13,$ $- 15, - 17, - 19, - 21.$



## Suite de la Table IV.

$x^2 + 31u^2$	$y^2 + 31z^2$ $5y^2 + 4yz + 7z^2$ $124x$ $+ 1, - 3, + 5, + 7, + 9, - 11, - 13,$ $- 15, - 17, + 19, - 21, - 23, + 25, - 27,$ $- 29.$
$x^2 + 47u^2$	$y^2 + 47z^2$ $3y^2 + 2yz + 16z^2$ $7y^2 + 6yz + 8z^2$ $188x$ $+ 1, + 3, - 5, + 7, + 9, - 11, - 13,$ $- 15, + 17, - 19, + 21, - 23, + 25, + 27,$ $- 29, - 31, - 33, - 35, + 37, - 39, - 41,$ $- 43, - 45.$
$x^2 + 71u^2$	$y^2 + 71z^2$ $3y^2 + 2yz + 24z^2$ $8y^2 + 2yz + 9z^2$ $5y^2 + 4yz + 15z^2$ $284x$ $+ 1, + 3, + 5, - 7, + 9, - 11, - 13,$ $+ 15, - 17, + 19, - 21, - 23, + 25, + 27,$ $+ 29, - 31, - 33, - 35, + 37, - 39, - 41,$ $+ 43, + 45, - 47, + 49, - 51, - 53, - 55,$ $+ 57, - 59, - 61, - 63, - 65, - 67, - 69.$
$x^2 + 71u^2$	$y^2 + 79z^2$ $5y^2 + 2yz + 16z^2$ $8y^2 + 6yz + 11z^2$ $316x + \&c.$



# DESCRIPTION

## D'UNE BOUSSOLE,

*Dont l'Aiguille est suspendue par un fil de soie.*

Par M. COULOMB.

DANS une addition aux Recherches sur les aiguilles aimantées, imprimées dans le XI<sup>e</sup> volume des Savans étrangers, j'ai décrit, *page 215*, une boussole à suspension de fil de soie, destinée à déterminer les variations diurnes. Celle que je présente aujourd'hui est construite d'après les mêmes principes ; mais elle est plus simple dans sa construction, plus commode dans ses usages.

Il faut se ressouvenir qu'il est prouvé, *page 205* & *suivantes* du Mémoire que je viens de citer, qu'en prenant les précautions qui y sont indiquées, la force de torsion d'un fil de soie ne peut influer que d'une manière insensible, sur la direction d'une aiguille aimantée suspendue à ce fil.

Il est également prouvé, *page 209* & *suivantes*, que la résistance de l'air n'influe pas sur la direction de l'aiguille, ou n'y influe que pour une quantité que l'on peut négliger.

Enfin, il est démontré, *page 221* & *suivantes*, de ce même Mémoire, que lorsqu'une lame aimantée est suspendue horizontalement, si l'on trace une ligne quelconque sur cette lame, & que l'on observe la direction de cette ligne, avant & après le renversement de la lame, la direction de la ligne méridienne magnétique partagera en deux parties égales l'angle formé entre les deux directions observées.

La *figure 1.*<sup>re</sup> représente en perspective toutes les parties de notre nouvelle boussole.

ABCD

*ABCD* est un bloc de pierre taillé à angles droits & qui sert de semelle à la boussole : cette pierre a vingt-quatre pouces de longueur, neuf pouces de largeur & quatre à cinq pouces d'épaisseur ; le long côté *BD* se pose à peu-près dans la direction du méridien magnétique du lieu où se fait l'observation. A dix pouces de distance du côté *AB*, l'on fixe en *ac* parallèlement à ce côté *AB*, une lame de cuivre rouge de dix-huit lignes de largeur, de cinq pouces de longueur & de deux à trois lignes d'épaisseur ; cette lame est noyée & cimentée dans une échancrure faite à la pierre. Sur cette plaque, s'élève perpendiculairement une fourchette *df*, fixée par ses talons *da*, sur la première plaque de cuivre, au moyen des vis que l'on voit à la figure. Dans la partie supérieure de cette fourchette, en *f*, est la pince de suspension que l'on voit en détail à la deuxième figure ; le bouton *a* sert à tourner cette pince ; en *b*, est la fente qui saisit le fil de suspension ; en *c*, est l'anneau qui serre la pince : en *f*, figure 1, au haut de la fourchette, l'on place un petit cercle horizontal dont le centre répond au centre du trou de la pince, ce cercle divisé en degrés, servira, si l'on veut, à connoître de combien un angle de torsion donné, pourra éloigner l'aiguille de son méridien magnétique.

La *fig. 3* représente une seconde pince suspendue au fil de soie par sa partie supérieure *a*, & qui, par sa partie inférieure *b*, saisit l'aiguille aimantée, qui, par ce moyen, se trouve suspendue de champ. L'aiguille aimantée est représentée, *fig. 1* en *hi* ; elle a six pouces de longueur depuis *h* jusqu'en *k*, où est son point de suspension, & douze pouces depuis ce point *k*, jusqu'à son autre extrémité *i* ; en sorte qu'elle a en tout dix-huit pouces de longueur. En *h*, est un coulant qui sert de contre-poids pour établir l'aiguille dans une position horizontale ; en *i*, est une petite plaque d'argent soudée horizontalement au-dessus de l'aiguille, & sur laquelle on trace un trait dans la direction *hi*, milieu de l'épaisseur de l'aiguille. Cette aiguille doit être de bon

acier, bien dressée, trempée d'abord très-roide, & revenue à la consistance de ressort; aimantée ensuite par la méthode de la double touche, l'on peut lui donner d'autres dimensions que celles que je viens d'indiquer, pourvu que l'on proportionne la force du fil de suspension à son poids. Celle dont je me sers a dix lignes de largeur à l'extrémité *h*, trois lignes à l'extrémité *i*, & trois quarts de ligne d'épaisseur uniformément.

Pour observer la variation de cette aiguille, l'on se sert, *figure 1*, du micromètre *lmnpq* de cuivre rouge; il est composé d'une semelle *lp*; de deux montans *lm*, *pn*; d'un châssis horizontal *nm*; d'un curseur *s*, qui porte à son centre une lunette microscopique à deux verres *rt*: le foyer de cette lunette microscopique est placé à douze pouces de distance du fil de suspension *fk*. Le châssis *mn* du micromètre, est représenté en détail & en plan à la *fig. 4*. L'on voit que le côté *ab* de ce châssis, est divisé de chaque côté, à partir de son milieu *o*, en huit parties égales, dont les deux ou trois premières de chaque côté représentent des degrés, parce que l'arc, le sinus & la tangente se confondent dans les premiers degrés. Chacun de ces degrés est divisé en quatre parties, qui sont par conséquent égales chacune à quinze minutes.

Chaque côté *od*, *og* du curseur, correspond à trois degrés & demi, & est divisé en quinze parties, dont chacune, par conséquent, égale quatorze minutes, ou diffère d'une minute de chaque division du châssis, ce qui forme un nonius qui mesure les minutes. Comme dans les variations diurnes, l'aiguille a rarement plus de trente minutes de mouvement, l'on peut sans erreur sensible dans l'observation, prendre les divisions pour des degrés: si cependant les variations étoient considérables, ou si dans les variations que l'aiguille auroit éprouvées, depuis le commencement des observations, elle étoit arrivée à deux ou trois degrés de distance de la première division *o*, l'on pourroit, si l'on vouloit une plus grande précision,

calculer les variations angulaires, d'après les mesures données par la tangente divisée ici en parties égales.

La lunette microscopique a deux fils de soie très-fins recroisés à son foyer; il faut tourner cette lunette qui sert à observer le trait de l'aiguille en *i*, de manière que ce trait se peigne au foyer de la lunette, suivant l'alignement d'un des fils: l'on fait suivre au curseur (*fig. 4*) *q k p d*, les mouvemens de l'aiguille, au moyen d'une vis *eg*, & d'une rainure taillée en biseau sur les côtés intérieurs du châssis, dans laquelle rainure le curseur glisse.

Je n'étendrai pas plus loin cette description, d'autant plus que les proportions de la plupart des parties de cette boussole, changées dans l'exécution, n'altèrent pas son effet, pourvu que la mobilité de l'aiguille reste la même.

Les fils de soie ne demandent aucune préparation; on les réunit en jetant plusieurs cocons dans l'eau bouillante, & en les dévidant à la croisée, comme on le pratique dans les manufactures, ou seulement en les froissant au sortir de l'eau bouillante entre les deux doigts. Quoique la force de chaque fil de soie varie beaucoup, elle est rarement moindre que quatre-vingts grains; mais il ne faut compter dans la pratique, après leur réunion, que sur une force de cinquante grains pour chacun. L'on peut, si l'on veut, suppléer à l'eau bouillante, & réunir plusieurs fils de soie en les trempant dans de l'eau gommée; quoiqu'ils prennent par cette opération un peu plus de roideur que par le premier moyen, cette roideur n'est pas assez considérable pour déplacer sensiblement l'aiguille.

Avant de placer notre aiguille dans la pince de suspension *ab*, *fig. 3*, il faut, comme nous l'avons dit dans le Mémoire déjà cité, y suspendre d'abord une lame, soit de plomb, soit de cuivre, qui puisse tourner dans la fourchette de suspension, & qui ait absolument le même poids que l'aiguille que l'on y substituera, lorsque le premier corps suspendu s'étant arrêté naturellement à

peu-près dans le méridien magnétique, annoncera qu'il n'y a plus aucune force de torsion dans la suspension.

La fourchette, *fig. 1*, aura dix-huit pouces de hauteur; cette hauteur est suffisante pour donner au fil de suspension douze à quinze pouces de longueur.

Toutes les parties que nous venons de décrire, sont celles qui constituent essentiellement la boussole; mais la grande sensibilité de l'aiguille ainsi suspendue, rendroit toute observation impraticable, si cette aiguille étoit découverte & exposée à tous les mouvemens de l'air de la chambre où se fait l'observation. La boîte, *fig. 5*, nous a paru dans la pratique assez commode, pour couvrir notre boussole; elle est construite de manière qu'on peut, lorsqu'il y a quelque chose à rétablir, la démonter & remonter, sans toucher à aucune des parties de la boussole : cette boîte est formée, *fig. 5*, de deux pièces; la première *AadDBbC*, a vingt-deux pouces de longueur, cinq pouces & demi de largeur, & quatre pouces de hauteur; elle est entièrement ouverte à son fond, son couvercle est ouvert dans la partie *bd*, pour y placer une glace *1234*, à travers laquelle l'on doit observer l'aiguille. L'autre extrémité *ac* de la boîte est échancrée en *xy*, jusqu'en *zu*, sur neuf pouces de longueur; c'est dans cette échancrure que se trouve placée la fourchette *df* de la *figure 1*, lorsque l'on fait glisser cette boîte dessous le micromètre, de manière que l'extrémité *ac*, *fig. 5*, dépasse d'un pouce l'extrémité *h* de l'aiguille, *fig. 1*.

La partie supérieure de la fourchette est recouverte par une seconde boîte, *fig. 5*, qui a trois pouces & demi de largeur en tous sens, sur dix-huit à vingt pouces de hauteur, & qui au moyen du cadre *egh*, qui termine sa partie inférieure, se lie par quatre vis sur le couvercle *ab*. Lorsque la boussole est ainsi couverte par la boîte, l'on bouche l'échancrure avec deux petites règles, l'on colle ensuite du papier sur tous les joints pour empêcher l'air de pénétrer dans l'intérieur de la boîte.

L'on conçoit, ainsi qu'il est prouvé dans le Mémoire déjà cité, que d'après le genre de suspension que nous avons employé pour notre aiguille, elle a une très-grande mobilité, qu'elle obéit facilement à la plus petite action, que le moindre ébranlement la met en oscillation, ce qui exige des précautions de la part de l'observateur; l'on pourroit cependant diminuer en grande partie cette mobilité, par le moyen suivant: l'on soudera, *figure 1*, sous l'aiguille & suivant son plan, une lame de cuivre ou d'argent, très-légère, de trois ou quatre pouces de hauteur, d'un quart de ligne d'épaisseur; sa longueur pourroit être de huit ou dix lignes seulement à sa partie supérieure, où elle est jointe à l'aiguille; mais elle iroit en augmentant à sa partie inférieure, où elle seroit de trois à quatre pouces. L'on feroit plonger cette lame dans un vase rempli d'eau, posé sous l'aiguille, mais qui lui laisse en entier la liberté de ses mouvemens: au moyen d'un petit tuyau, l'on entretiendrait l'eau du vase toujours au même niveau. Nous avons fait voir dans le *volume de l'Académie de 1784*, par des expériences qui paroissent décisives, que la cohérence de l'eau contre les corps ne pouvoit influer sur leur position, lorsqu'ils parvenoient à l'état de repos; ainsi il résulte de ces expériences & de la construction qui précède, que la lame de cuivre, plongée dans l'eau, arrêtera rapidement les oscillations de l'aiguille, sans altérer la direction du méridien magnétique. L'on pourroit souder un second plan de cuivre vertical, perpendiculairement au premier, ou au plan de l'aiguille; ces deux plans arrêteroient très-promptement dans tous les sens les différens mouvemens de l'aiguille: mais quoique le moyen qui précède, doive diminuer sensiblement les inconvéniens de la grande mobilité dûe à notre suspension, il ne faut négliger aucune des autres précautions qui peuvent faciliter les observations. C'est ce qui m'a déterminé à fixer d'une manière invariable toutes les parties de ma boussole, sur une pierre très-pesante; à séparer en entier le micromètre de la fourchette de suspension, de manière qu'en tournant

doucement la vis du micromètre, il n'en pût résulter aucun mouvement dans l'aiguille. L'on doit observer de placer, s'il est possible, cette boussole à un rez-de-chaussée, ou au moins sur une voûte d'un bâtiment très-solide, & que cet emplacement soit tel que les différentes parties de la boîte ne puissent pas acquérir des degrés de température différens; autrement il se forme des courans circulaires d'air, qui déplacent & mettent l'aiguille en oscillation.

Enfin il faut, dans le moment de l'observation, s'approcher doucement de la tête de la boussole, & ramener légèrement au moyen de la vis du micromètre, le foyer de la lunette microscopique, sur le trait de l'aiguille.

Si malgré toutes ces précautions, il arrive quelquefois qu'au moment de l'observation, l'on trouve l'aiguille en mouvement, ce mouvement doit être occasionné par l'état plus ou moins électrique, la position, la température des différens corps, ou même des masses d'air qui avoisinent l'aiguille; il faut, dans ce cas, peu compter sur les observations, la force magnétique étant probablement pour lors altérée par des forces étrangères au magnétisme: sans cela, il seroit assez facile de déterminer la véritable position de l'aiguille en oscillation, en mesurant au moyen du micromètre, l'amplitude totale de l'oscillation; la moitié de cette amplitude donneroit la véritable position de l'aiguille, lorsqu'elle cessera d'osciller.

D'après les remarques qui précèdent, & qui annoncent que les aiguilles sont quelquefois agitées par des forces étrangères au magnétisme, j'avois proposé, en 1778, d'avoir toujours en observation deux aiguilles absolument semblables, mais dont les forces aimantaires fussent très-différentes, dans le rapport, par exemple, de 4 à 1, ce qui se détermine facilement par le nombre des oscillations. Lorsque des forces étrangères au magnétisme agiroient sur ces aiguilles, celle qui seroit plus faiblement magnétisée, seroit déplacée dans la raison inverse de la force directrice.

Je ne comparerai pas cette nouvelle suspension avec



celle par des chapes sur des pivots, dont j'ai détaillé une partie des défauts, en 1777, dans le IX.<sup>me</sup> volume des *Savans étrangers* (a).

*Détermination du Méridien magnétique.*

La boussole destinée à déterminer le méridien magnétique, est construite d'après les mêmes principes que celle que nous venons de décrire; mais son aiguille qui a dix-huit pouces de longueur, est de la même largeur & de la même épaisseur dans toute cette longueur. On la suspend par son milieu, comme on peut le voir, *fig. 6*; il faut qu'elle soit parfaitement dressée & suspendue par son champ bien verticalement: par le milieu de son épaisseur, l'on tire un trait d'une extrémité à l'autre, & l'on observe les deux extrémités de ce trait, au moyen des deux micro-mètres, comme l'indique la *figure 6*.

Comme notre aiguille est par-tout d'une épaisseur égale & très-petite, comme on la suppose bien dressée, qu'elle est suspendue de champ, le plan qui partage son épaisseur, vu verticalement par la ligne tracée sur son champ, sera à très-peu-près dans le méridien magnétique. Ainsi les deux foyers des microscopes se trouveront, après l'observation, dans cette ligne méridienne; ainsi en tendant un fil d'argent sous ces deux foyers, après avoir ôté l'aiguille, & prolongeant ce fil d'argent jusqu'à une ligne méridienne tracée dans le lieu de l'observation, il sera facile de déterminer l'angle que formera le fil d'argent prolongé avec cette méridienne; & par conséquent il sera facile d'avoir l'angle du méridien avec le méridien magnétique. L'on

---

(a) M. de Cassini se sert, depuis plusieurs années, pour observer les variations diurnes, de boussoles construites d'après les principes que je viens d'exposer. Il rend compte tous les ans du résultat de ses observations, des précautions qu'il prend pour en assurer l'exactitude. J'ai cru nécessaire de suspendre la publication de ce Memoire, jusqu'au moment où le travail d'un observateur aussi intelligent eût assuré le succès de la boussole que je viens d'y décrire, & eût prescrit la manière de s'en servir.

pourra , au lieu de cette opération graphique , se servir avantageusement d'un secteur  $BACD$ , *fig. 9* , sur lequel le trait de la première division partagera la branche  $AB$  par le milieu ; cette branche dépassant le limbe du secteur , d'une longueur  $CB$  , de deux à trois pieds ; l'on fera glisser cette branche sous les microscopes , de manière que la ligne  $AB$  se trouve répondre aux deux foyers : le secteur étant placé horizontalement au moyen de la lunette  $LV$  , l'on relèvera quelque point à l'horizon , dont le gisement , relativement au lieu où l'on fait l'observation , sera déterminé.

#### R E M A R Q U E.

Comme , dans la pratique , il est assez difficile de pouvoir se procurer une lame d'acier peu épaisse , qui soit parfaitement dressée , l'on peut , si l'on veut , se servir d'une aiguille (*figure 7*) suspendue horizontalement dans une boîte  $A$  , dont on voit le profil à la *figure 8* ; aux deux extrémités de la lame , sont soudés deux petits anneaux  $n$  ,  $s$  d'argent ou de cuivre ; l'on tend un fil de soie ou d'argent très-fin , de  $n$  en  $s$  , dont on observe la direction , au moyen des deux micromètres , avant & après avoir retourné l'aiguille : la moitié de la différence des deux directions observées , déterminera le méridien magnétique.



Fig. 4.

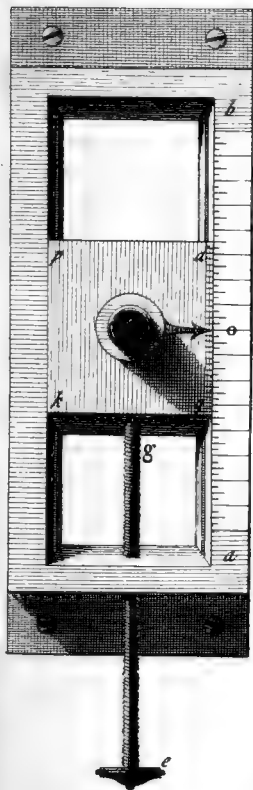


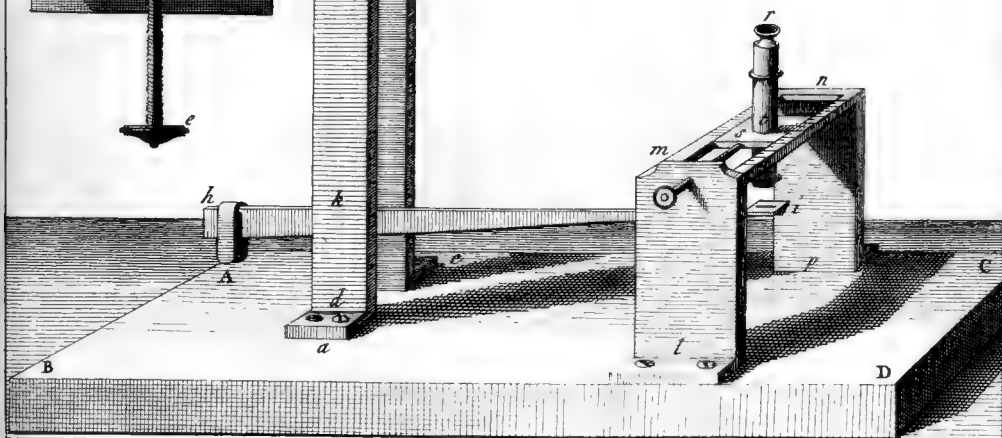
Fig. 3.

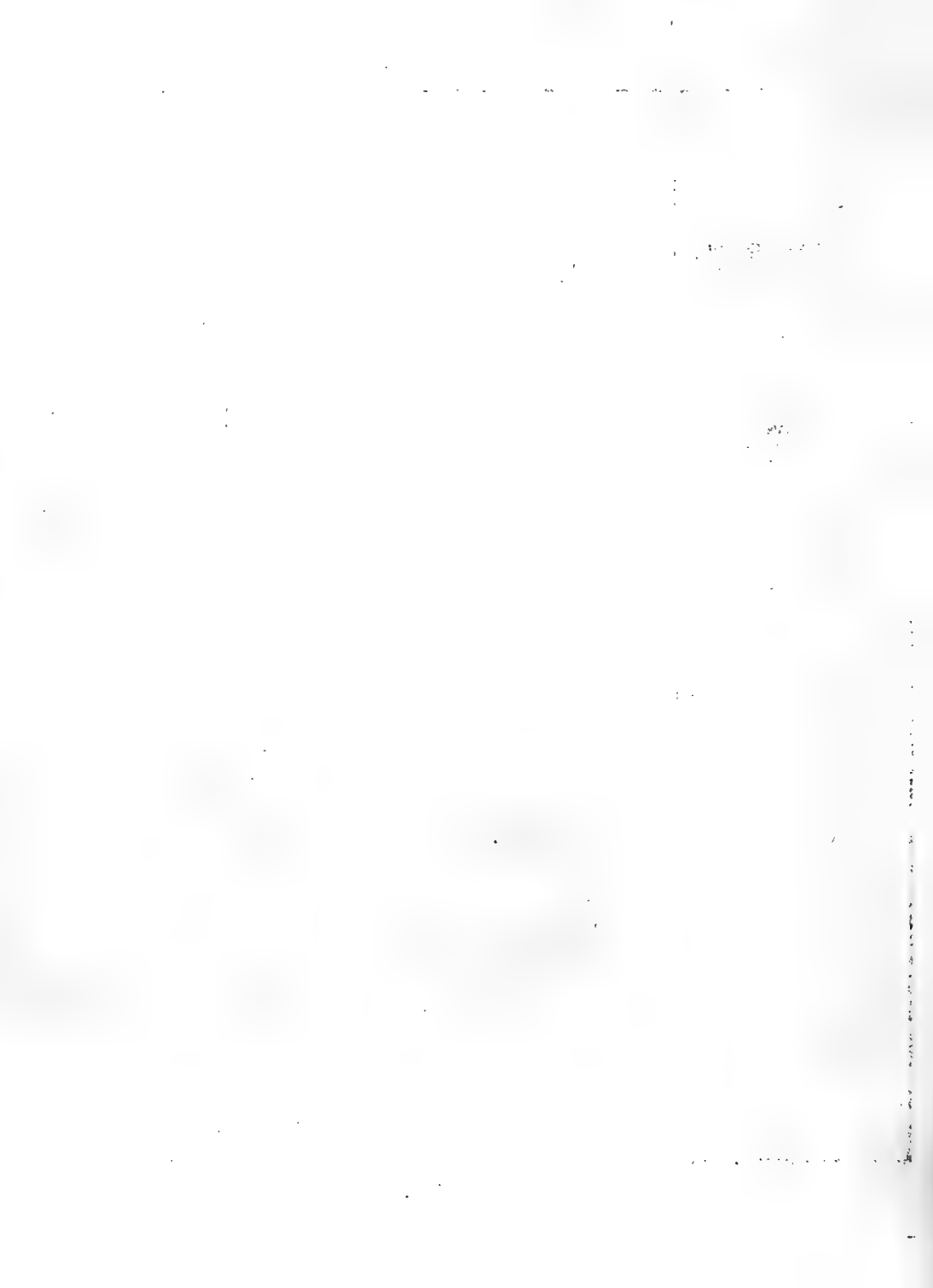


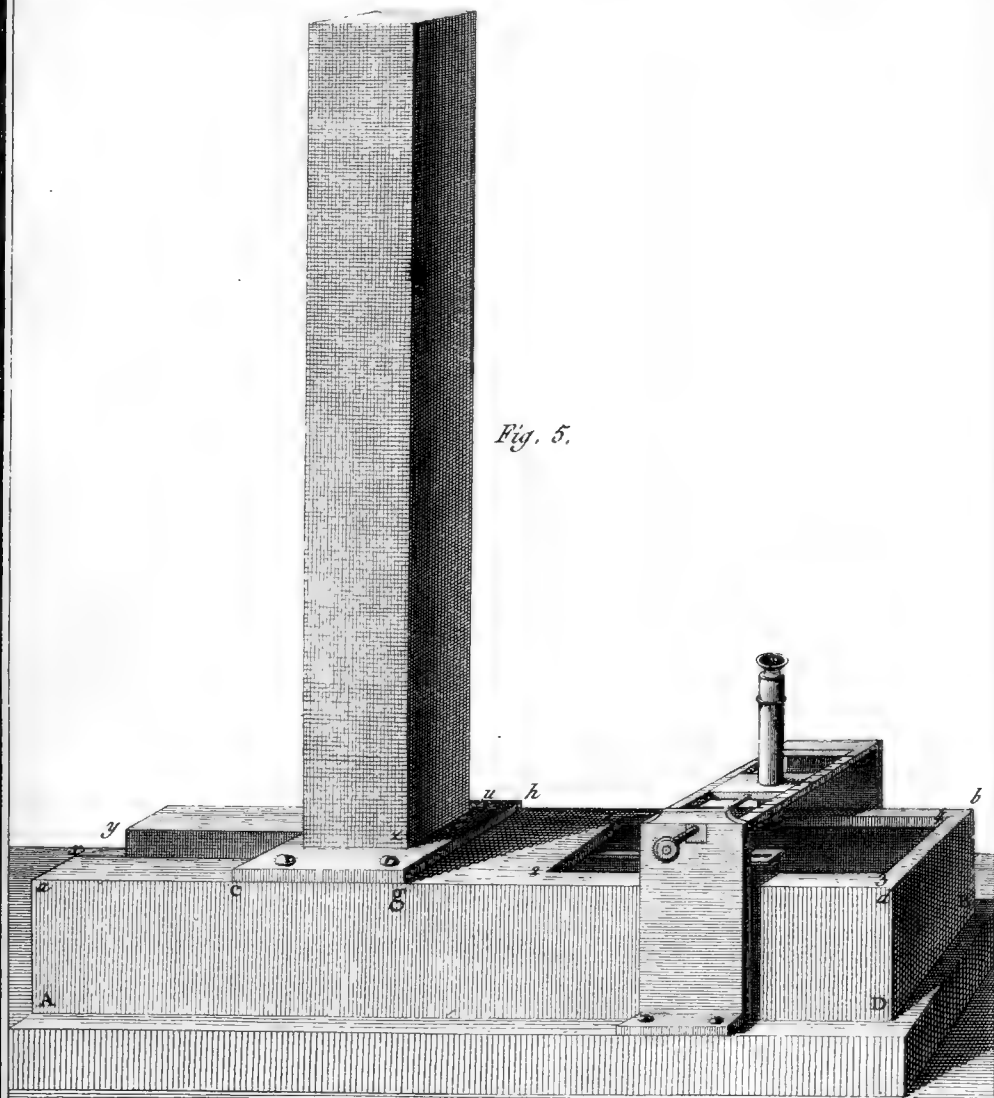
Fig. 2.



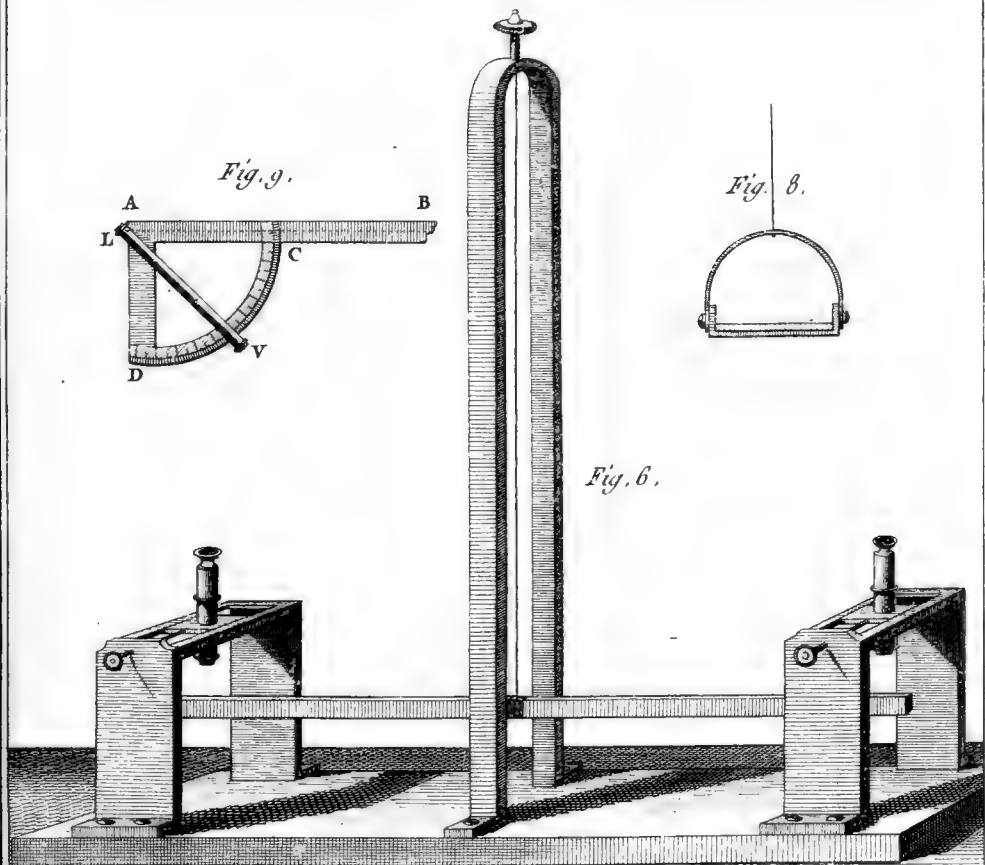
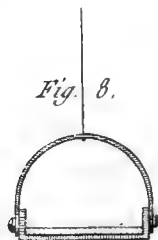
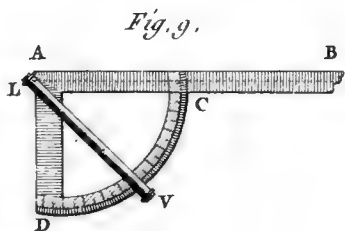
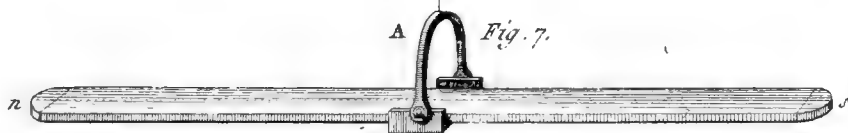
Fig. 1.





*Fig. 5.*









*PREMIER MÉMOIRE*  
*SUR*  
*L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.*

Par M. COULOMB.

*Construction & usage d'une Balance électrique ,  
fondée sur la propriété qu'ont les Fils de métal ,  
d'avoir une force de réaction de Torsion propor-  
tionnelle à l'angle de Torsion.*

*Détermination expérimentale de la loi suivant laquelle les  
éléments des Corps électrisés du même genre d'Électricité ,  
se repoussent mutuellement.*

DANS un Mémoire donné à l'Académie , en 1784 , j'ai déterminé , d'après l'expérience , les loix de la force de torsion d'un fil de métal , & j'ai trouvé que cette force étoit , en raison composée de l'angle de torsion , de la quatrième puissance du diamètre du fil de suspension & de l'inverse de sa longueur , en multipliant le tout par un coefficient constant qui dépend de la nature du métal , & qui est facile à déterminer par l'expérience.

J'ai fait voir dans le même Mémoire , qu'au moyen de cette force de torsion , il étoit possible de mesurer avec précision des forces très-peu considérables , comme , par exemple , un dix millième de grain. J'ai donné dans le même Mémoire une première application de cette théorie , en cherchant à évaluer la force constante attribuée à l'adhérence dans la formule qui exprime le frottement de la surface d'un corps solide en mouvement dans un fluide.

Je mets aujourd'hui sous les yeux de l'Académie , une balance électrique construite d'après les mêmes principes ;

*Mém. 1785.*

Cccc

elle mesure avec la plus grande exactitude l'état & la force électrique d'un corps, quelque foible que soit le degré d'électricité.

*Construction de la Balance.*

Quoique la pratique m'ait appris que, pour exécuter d'une manière commode plusieurs expériences électriques, il faut corriger quelques défauts dans la première balance de ce genre que j'ai fait faire; cependant, comme c'est jusqu'ici la seule dont je me sois servi, j'en vais donner la description, en avertissant que la forme & la grandeur peuvent & doivent être variées suivant la nature des expériences que l'on a dessein de faire. La figure première représente en perspective cette balance, dont voici le détail.

Sur un cylindre de verre  $ABCD$ , de 12 pouces de diamètre & de 12 pouces de hauteur, l'on place un plateau de verre de 13 pouces de diamètre, qui recouvre en entier le vaisseau de verre; ce plateau est percé de deux trous de 20 lignes à peu-près de diamètre, l'un au milieu, en  $f$ , sur lequel s'élève un tuyau de verre de 24 pouces de hauteur; ce tuyau est cimenté sur le trou  $f$ , avec le ciment en usage dans les appareils électriques: à l'extrémité supérieure du tuyau en  $h$ , est placé un micromètre de torsion que l'on voit en détail à la figure 2. La partie supérieure, n.<sup>o</sup> 1, porte le bouton  $b$ , l'index  $io$ , & la pince de suspension  $q$ ; cette pièce entre dans le trou  $G$  de la pièce n.<sup>o</sup> 2; cette pièce, n.<sup>o</sup> 2 est formée d'un cercle  $ab$  divisé sur son champ en 360 degrés, & d'un tuyau de cuivre  $\Phi$  qui entre dans le tuyau  $H$ , n.<sup>o</sup> 3, soudé à l'intérieur de l'extrémité supérieure du tuyau ou de la tige  $fh$  de verre de la figure 1.<sup>re</sup>. La pince  $q$ , figure 2, n.<sup>o</sup> 1, a à peu-près la forme de l'extrémité d'un porte-crayon solide, qui peut se serrer au moyen de l'anneau  $q$ ; c'est dans la pince de ce porte-crayon, qu'est saisie l'extrémité d'un fil d'argent très-fin; l'autre extrémité du fil d'argent est saisie (fig. 3) en  $P$ , par la pince d'un cylindre  $Po$  de cuivre ou de fer,

dont le diamètre n'a guère qu'une ligne, & dont l'extrémité  $P$  est fendue, & forme une pince qui se serre par le moyen du coulant  $\Phi$ . Ce petit cylindre est renflé & percé en  $C$ , pour y faire glisser (*fig. 1*) l'aiguille  $ag$ : il faut que le poids de ce petit cylindre soit assez considérable pour tendre le fil d'argent sans le rompre. L'aiguille que l'on voit (*fig. 1*) en  $ag$ , suspendue horizontalement à la moitié à peu-près de la hauteur du grand vase qui la renferme, est formée, ou d'un fil de soie enduit de cire d'Espagne, ou d'une paille également enduite de cire d'Espagne, & terminée depuis  $q$  jusqu'en  $a$ , sur 18 lignes de longueur, par un fil cylindrique de gomme-laque: à l'extrémité  $a$  de cette aiguille, est une petite balle de sureau de deux à trois lignes de diamètre; en  $g$ , est un petit plan vertical de papier passé à la térébenthine, qui sert de contre-poids à la balle  $a$ , & qui ralentit les oscillations.

Nous avons dit que le couvercle  $AC$  étoit percé d'un second trou en  $m$ ; c'est dans ce second trou que l'on introduit un petit cylindre  $m\Phi t$ , dont la partie inférieure  $\Phi t$  est de gomme-laque; en  $t$ , est une balle également de sureau; autour du vase, à la hauteur de l'aiguille, l'on décrit un cercle  $zQ$  divisé en 360 degrés: pour plus de simplicité, je me sers d'une bande de papier divisée en 360 degrés, que je colle autour du vase, à la hauteur de l'aiguille.

Pour commencer à opérer avec cet instrument, je fais à peu-près, en plaçant le couvercle, répondre le trou  $m$  à la première division, ou au point  $o$  du cercle  $z o q$  tracé sur le vase. Je place l'index  $oi$  du micromètre sur le point  $o$  ou la première division de ce micromètre; je fais ensuite tourner tout le micromètre dans le tube vertical  $fh$ , jusqu'à ce qu'en regardant par le fil vertical qui suspend l'aiguille, & le centre de la balle, l'aiguille  $ag$  se trouve répondre à la première division du cercle  $z o q$ . J'introduis ensuite par le trou  $m$  l'autre balle  $t$  suspendue au fil  $m\Phi t$ , de manière qu'elle touche la balle  $a$ , & qu'en regardant par le centre

du fil de suspension & la balle  $t$ , l'on rencontre la première division  $o$  du cercle  $z o q$ . La balance est actuellement en état de se prêter à toutes les opérations; nous allons en donner pour exemple, le moyen dont nous nous sommes servi pour déterminer la loi fondamentale suivant laquelle les corps électrisés se repoussent.

*Loi fondamentale de l'Électricité.*

*La force répulsive de deux petits globes électrisés de la même nature d'électricité, est en raison inverse du carré de la distance du centre des deux globes.*

E X P É R I E N C E.

L'on électrise, *fig. 4.* un petit conducteur, qui n'est autre chose, qu'une épingle à grosse tête, qui se trouve isolée en enfonçant sa pointe dans l'extrémité d'un bâton de cire d'Espagne; l'on introduit cette épingle dans le trou  $m$ , & on lui fait toucher la balle  $t$ , en contact avec la balle  $a$ : en retirant l'épingle, les deux balles se trouvent électrisées de la même nature d'électricité, & elles se chassent mutuellement, à une distance que l'on mesure, en regardant par le fil de suspension & le centre de la balle  $a$ , la division correspondante du cercle  $z o q$ : tournant ensuite l'index du micromètre dans le sens,  $p n o$ , l'on tord le fil de suspension  $l p$ , & l'on produit une force proportionnelle à l'angle de torsion, qui tend à rapprocher la balle  $a$  de la balle  $t$ . L'on observe, par ce moyen, la distance à laquelle différens angles de torsion ramènent la balle  $a$  vers la balle  $t$ , & en comparant les forces de torsions avec les distances correspondantes des deux balles, l'on détermine la loi de répulsion.

Je prétenterai seulement ici, quelques essais qui sont faciles à répéter, & qui mettront tout de suite sous les yeux, la loi de la répulsion.

*Premier Essai.* Ayant électrisé les deux balles avec la

tête d'épingle, l'index du micromètre répondant à 0, la balle *a* de l'aiguille s'est éloignée de la balle *t* de 36 degrés.

*Deuxième Essai.* Ayant tordu le fil de suspension, au moyen du bouton 0 du micromètre de 126 degrés, les deux balles se sont rapprochées & arrêtées à 18 degrés de distance l'une de l'autre.

*Troisième Essai.* Ayant tordu le fil de suspension de 567 degrés, les deux balles se sont rapprochées à 8 degrés & demi.

*Explication & résultat de cette expérience.*

Lorsque les balles ne sont pas encore électrisées, elles se touchent, & le centre de la balle *a*, suspendue à l'aiguille, n'est éloigné du point où la torsion du fil de suspension est nulle, que de la moitié des diamètres de deux balles. Il faut être averti que le fil d'argent *lp*, qui formoit la suspension, avoit 28 pouces de longueur, & ce fil étoit si fin, que le pied de longueur de ce fil ne pesoit que  $\frac{1}{6}$  de grains. En calculant la force qu'il falloit pour tordre ce fil, en agissant au point *a*, éloigné de quatre pouces du fil *lp* ou du centre de suspension, j'ai trouvé, par les formules expliquées dans un Mémoire sur les loix de la force de torsion des fils de métal, imprimé dans le volume de l'Académie pour 1784. que pour tordre ce fil de 360 degrés, il ne falloit employer au point *a*, en agissant avec le levier *an*, de quatre pouces de longueur, qu'une force de  $\frac{1}{340}$  de grains: ainsi comme les forces de torsion sont, comme il est prouvé dans ce Mémoire, comme les angles de torsion, la moindre force répulsive entre les deux balles, les éloignoit sensiblement l'une de l'autre.

Nous trouvons dans notre première expérience, où l'index du micromètre est sur le point 0, que les balles sont éloignées de 36 degrés, ce qui produit en même temps une force de torsion de  $36^d = \frac{1}{3400}$  de grain; dans le

second essai, la distance des balles est de 18 degrés, mais comme l'on a tordu le micromètre de 126 degrés, il en résulte qu'à une distance de 18 degrés, la force répulsive étoit 144 degrés: ainsi à la moitié de la première distance, la répulsion des balles est quadruple.

Dans le troisième essai, l'on a tordu le fil de suspension de 567 degrés, & les deux balles ne se trouvent plus éloignées que de 8 degrés & demi. La torsion totale, étoit par conséquent, 576 degrés, quadruple de celle du deuxième essai, & il ne s'en falloit que d'un demi-degré que la distance des deux balles dans ce troisième essai, ne fut réduite à la moitié de celle où elle étoit au deuxième. Il résulte donc de ces trois essais, que l'action répulsive que les deux balles électrisées de la même nature d'électricité exercent l'une sur l'autre, suit la raison inverse du carré des distances.

### *Première Remarque.*

En répétant l'expérience qui précède, l'on observera, qu'en se servant d'un fil d'argent, aussi fin que celui que nous avons employé, qui ne donne pour la force de torsion d'un angle de 5 degrés, qu'un 24 millième de grain, à peu-près, quelque calme que soit l'air, & quelques précautions que l'on prenne, l'on ne pourra répondre de la position naturelle de l'aiguille, lorsque la torsion est nulle, qu'à 2 ou 3 degrés près. Ainsi, pour avoir un premier essai à comparer avec les suivans, il faut, après avoir électrisé les deux balles, tordre le fil de suspension de 30 à 40 degrés, ce qui réuni à la distance des deux balles observées, donnera une force de torsion assez considérable, pour que les 2 ou 3 degrés d'incertitude dans la première position de l'aiguille, lorsque la torsion est nulle, ne produisent pas dans les résultats une erreur sensible. Il faut d'ailleurs être averti, que le fil d'argent, dont je me suis servi dans cette expérience, est si fin, qu'il casse au moindre ébranlement: j'ai trouvé dans la suite, qu'il étoit plus com-

mode d'employer dans les expériences un fil de suspension d'un diamètre presque double, quoique sa flexibilité de torsion fût de quatorze à quinze fois moins grande que celle du premier. Il faut avoir soin, avant de faire usage de ce fil d'argent, de le tenir pendant deux ou trois jours tendu par un poids qui soit à peu-près la moitié de celui qu'il peut porter sans se rompre; il faut encore avertir, qu'en employant ce dernier fil d'argent, il ne faut jamais le tordre au-delà de 300 degrés, parce que passé ce terme de torsion, il commence à s'écrouir, & ne réagit plus, ainsi que nous l'avons prouvé dans le Mémoire déjà cité, imprimé en 1784, qu'avec une force moindre que l'angle de torsion.

### *Deuxième Remarque.*

L'électricité des deux balles diminue un peu pendant le temps que dure l'expérience; j'ai éprouvé que, le jour où j'ai fait les essais qui précèdent, les balles électrisées se trouvant par leur répulsion à 30 degrés de distance l'une de l'autre, sous un angle de torsion de 50 degrés, elles se sont rapprochées d'un degré dans trois minutes; mais comme je n'ai employé que deux minutes à faire les trois essais qui précèdent, l'on peut, dans ces expériences, négliger l'erreur qui résulte de la perte de l'électricité. Si l'on desire une plus grande précision, où lorsque l'air est humide, & que l'électricité se perd rapidement, l'on doit, par une première observation, déterminer la doit ou la diminution de l'action électrique des deux balles dans chaque minute, & se servir ensuite de cette première observation, pour corriger les résultats des expériences que l'on voudra faire ce jour-là.

### *Troisième Remarque.*

La distance des deux balles, lorsqu'elles sont éloignées l'une de l'autre par leur action répulsive réciproque, n'est pas précisément mesurée par l'angle qu'elles forment, mais par la corde de l'arc qui joint leur centre; de

même que le levier à l'extrémité duquel s'exerce l'action, n'est pas mesuré par la moitié de la longueur de l'aiguille, ou par le rayon, mais par le cosinus de la moitié de l'angle formé par la distance des deux balles; ces deux quantités, dont l'une est plus petite que l'arc, & diminue par conséquent la distance mesurée par cet arc, dans le temps que l'autre diminue le levier, se compensent en quelque façon; & dans les expériences du genre de celles dont nous sommes occupés, l'on peut sans erreur sensible, s'en tenir à l'évaluation que nous avons donnée, si la distance des deux balles ne passe pas 25 à 30 degrés; dans les autres cas, il faut en faire le calcul rigoureusement.

#### *Quatrième Remarque.*

Comme l'expérience prouve, que dans une chambre bien fermée, l'on peut déterminer avec le premier fil d'argent à 2 ou 3 degrés près, la position de l'aiguille, quand la torsion est nulle, ce qui donne, d'après le calcul des forces de torsion, proportionnelles à l'angle de torsion, une force tout au plus d'un quarante millième de grains, les plus foibles degrés de l'électricité se mesureront facilement avec cette balance. Pour cette opération, l'on fait passer, *fig. 5*, à travers un bouchon de cire d'Espagne, un petit fil de cuivre *c d*, terminé en *c* par un crochet, & en *d*, par une petite balle de sureau dorée, & l'on met le bouchon *A* dans le trou *m* de la balance *fig. 1*, de manière que le centre de la balle *d*, vue par le fil de suspension, répond au point *o* du cercle *z o q*; en approchant ensuite un corps électrisé du crochet *c*, quelque foible que soit l'électricité de ce corps, la balle *a* se séparant de la balle *d*, donne des signes de l'électricité, & la distance des deux balles en mesure la force, d'après le principe de la raison inverse du carré des distances.

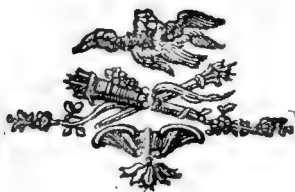
Mais je dois prévenir que, depuis ces premières expériences, j'ai fait exécuter différens petits électromètres,  
d'après







d'après les mêmes principes de la force de torsion, en me servant pour le fil de suspension, d'un fil de soie, tel qu'il sort du cocon, ou d'un poil de chèvre d'Angora. Un de ces électromètres qui a à peu-près la même forme que la balance électrique, décrite dans ce Mémoire, est beaucoup plus petit; il n'a que 5 à 6 pouces de diamètre, une tige d'un pouce; l'aiguille est un petit fil de gomme-laque de 12 lignes de longueur, terminé en *a* par un petit cercle très-léger de clinquant. L'aiguille & le clinquant pèsent à peu-près un quart de grain; le fil de suspension, tel qu'il sort du cocon, ayant 4 pouces de longueur, a une flexibilité telle, qu'en agissant avec un bras de levier d'un pouce, il ne faut qu'un soixante millième de grain pour le tordre d'un cercle entier ou de 360 degrés: en présentant dans cet électromètre au crochet *C* de la *figure 5*, un bâton ordinaire de cire d'Espagne, électrisé par frottement à 3 pieds de distance de ce crochet, l'aiguille est chassée à plus de 90 degrés. Nous décrirons plus en détail dans la suite cet électromètre, lorsque nous voudrons déterminer la nature & le degré d'électricité de différens corps, qui en frottant l'un contre l'autre, prennent un degré d'électricité très-foible.



## SECONDE MÉMOIRE

SUR

L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME,

*Où l'on détermine, suivant quelles loix le Fluide magnétique, ainsi que le Fluide électrique, agissent, soit par répulsion, soit par attraction.*

Par M. COULOMB.

**L**A balance électrique que j'ai présentée à l'Académie, au mois de Juin 1785, mesurant avec exactitude, & d'une manière simple & directe, la répulsion de deux balles qui ont une électricité de même nature, il a été facile de prouver, en se servant de cette balance, que l'action répulsive de deux balles électrisées de la même nature d'électricité, & placées à différentes distances, étoit très-exactement en raison inverse du carré des distances; mais lorsque j'ai voulu me servir du même moyen pour déterminer la force attractive des deux balles chargées d'une électricité de différente nature, j'ai rencontré, en me servant de cette balance pour mesurer l'attraction des deux balles, un inconvénient dans la pratique, qui n'a pas lieu dans l'opération pour mesurer la répulsion. La difficulté pratique tient à ce que, lorsque les deux balles se rapprochent en s'attirant, la force d'attraction qui croît, comme nous allons bientôt le voir, dans le rapport de la raison inverse du carré des distances, croît souvent dans un plus grand rapport que la force de torsion qui croît seulement comme l'angle de torsion; en sorte que ce n'est qu'après avoir manqué beaucoup d'expériences, que l'on vient à bout d'empêcher les balles qui s'attirent, de se toucher, à moins d'opposer un obstacle idio-électrique au

mouvement de l'aiguille; mais comme notre balance est souvent destinée à mesurer des actions de moins d'un millièmè de grains, la cohérence de l'aiguille avec cet obstacle, trouble les résultats, & oblige à un tâtonnement, pendant lequel une partie de l'électricité se perd.

La figure 1, & le calcul qui va suivre, vont faire sentir en quoi consistent les difficultés de l'opération, & montreront en même temps les limites dans lesquelles il faut renfermer les expériences pour en assurer le succès.

Que  $aca'$  soit la position naturelle de l'aiguille, lorsque le fil de suspension n'est pas encore tordu;  $a$  représente la balle de fureau, attachée à l'aiguille  $aa'$  de nature idio-électrique;  $b$  est la balle suspendue dans le trou de la balance. Que l'on électrise les deux balles, l'une de l'électricité que l'on nomme *positive*, l'autre de l'électricité que l'on nomme *negative*, elles s'attireront mutuellement; la balle  $a$  de l'aiguille tendant à s'approcher du globe  $b$ , prendra la position  $\Phi c\Phi'$ ; cette position sera telle, que la force de réaction de torsion représentée par  $ac\Phi$ , angle dont le fil de suspension aura été tordu, sera égale à la force attractive des deux balles; & si cette force attractive étoit proportionnelle à la raison inverse du carré des distances, comme nous l'avons trouvée pour la force répulsive, dans notre premier Mémoire, l'on auroit, en faisant  $ab = a$ ,  $a\Phi = x$ ,  $D =$  le produit de la masse électrique des deux balles, & les arcs  $a$  &  $x$  assez petits pour qu'ils pussent mesurer la distance des deux balles (autrement il faudroit prendre la corde de cet arc pour la distance, & le cosinus de la moitié pour le bras de levier); l'on auroit, dis-je, d'après ces suppositions, pour l'équilibre entre l'attraction des deux balles & la réaction de la torsion, la formule

$$nx = \frac{D}{(a - x)^2},$$

ou  $D = nx(a - x)^2$ ; d'où il résulte que lorsque  $x = a$  ou 0, la valeur de  $D$  sera nulle, qu'ainsi il y a un point  $\Phi$  entre  $a$  &  $b$ , où la quantité  $D$  est un *maximum*;

D d d d ij

le calcul donne pour ce point  $x = \frac{1}{3} a$ . En substituant cette valeur de  $x$  dans la formule qui représente  $D$  dans le cas d'équilibre, l'on aura  $D = \frac{4}{27} n a^3$ ; & par conséquent toutes les fois que  $D$  sera plus grand que  $\frac{4}{27} n a^3$ , il n'y aura pas entre  $a$  &  $b$  de position  $\Phi$ , où l'aiguille puisse rester en équilibre, & les balles se toucheront nécessairement: mais il faut observer que dans la pratique, quoique  $D$  soit plus petit que  $\frac{4}{27} n a^3$ , les balles se joignent souvent, parce que la flexibilité des suspensions de l'aiguille permet à l'aiguille d'osciller, & que, passé  $\frac{1}{3} a$ , la force d'attraction augmente dans un plus grand rapport que la force de torsion; en sorte que lorsque la balle  $\Phi$  arrive, par l'amplitude de son oscillation, à une distance  $x$ , où  $D$  est plus grand que  $n x.(a - x)^2$ , les deux balles continuent à s'approcher jusqu'à ce qu'elles se touchent.

C'est en me conduisant d'après cette théorie, que je suis parvenu à mettre en équilibre, à différentes distances, la force attractive des deux balles électrisées, avec la force de torsion de mon micromètre; en comparant ensuite les différentes expériences, j'en ai conclu que la force attractive des deux balles électrisées, l'une de l'électricité que l'on nomme *positive*, l'autre de celle que l'on nomme *negative*, étoit en raison inverse du carré des distances du centre de ces deux balles, même rapport déjà trouvé pour la force répulsive.

Pour assurer ce résultat, j'ai tenté, pour le cas d'attraction, un autre moyen qui, quoique moins simple & moins direct que le premier, demande moins de soins & de précautions pour réussir; il a d'ailleurs l'avantage apparent de présenter des expériences faites avec des globes d'un très-grand diamètre, au lieu que l'on ne peut opérer dans la balance, qu'avec des globes peu considérables; mais cet avantage n'est qu'apparent, & l'on verra par la suite, dans les différens Mémoires que je présenterai successivement à l'Académie, qu'avec des balles de deux ou trois lignes de diamètre, & au moyen de la balance, telle

que nous l'avons décrite dans notre premier Mémoire, l'on peut, non-seulement mesurer la masse totale du fluide électrique contenue dans un corps d'une figure quelconque, mais encore la densité électrique de chaque partie de ce corps.

*Deuxième Méthode expérimentale, pour déterminer la loi suivant laquelle un globe d'un ou deux pieds de diamètre, attire un petit corps électrisé d'une électricité de nature différente de la sienne.*

La méthode que nous allons suivre, est analogue à celle que nous avons employée dans le septième volume des *Savans Étrangers*, pour déterminer la force magnétique d'une lame d'acier, relativement à sa longueur, son épaisseur & sa largeur. Elle consiste à suspendre une aiguille horizontalement, dont l'extrémité seulement soit électrisée, & qui, présentée à une certaine distance d'un globe électrisé, d'une nature différente d'électricité, est attirée, & oscille en vertu de l'action de ce globe: l'on détermine ensuite par le calcul, d'après le nombre des oscillations dans un temps donné, la force attractive à différentes distances, comme l'on détermine la force de la gravité par les oscillations du pendule ordinaire.

Voici quelques observations qui nous ont dirigé dans les expériences qui vont suivre. Un fil de soie, tel qu'il sort du cocon, & qui peut porter jusqu'à 80 grains sans se rompre, a une flexibilité de torsion, telle, que si à un pareil fil de 3 pouces de longueur, l'on suspend horizontalement dans le vide une petite plaque circulaire, dont le poids & le diamètre soient connus, l'on trouvera par le temps des oscillations de la petite plaque, d'après les formules expliquées dans un Mémoire sur la force de torsion, imprimé dans le volume de l'*Académie pour 1784*, qu'en agissant avec un levier de 7 à 8 lignes, pour tordre la soie autour de son axe de suspension il ne faudra, pour un cercle entier de torsion, employer le plus souvent qu'une

force d'un soixante millième de grain; & si le fil de suspension, a une longueur double ou de six pouces, il ne faudra qu'un cent-vingt millième de grain. Ainsi, en suspendant horizontalement une aiguille à cette soie, lorsque l'aiguille sera parvenue à l'état de repos, ou que la soie sera entièrement détordue. Si, par le moyen d'une force quelconque, l'on fait faire des oscillations à cette aiguille, dont l'amplitude ne s'éloigne que de 20 à 30 degrés de la ligne, où la torsion est nulle; la force de torsion ne pourra influer que d'une manière insensible sur la durée des oscillations, quand même la force qui produiroit les oscillations ne seroit que d'un centième de grain. D'après cette première donnée, voici comme l'on s'y est pris pour déterminer la loi de l'attraction électrique.

L'on suspend, *fig. 2*, une aiguille *lg* de gomme-laque, à un fil de soie *sc* de 7 à 8 pouces de longueur, d'un seul brin, tel qu'il sort du cocon; à l'extrémité *l*, l'on fixe perpendiculairement à ce fil un petit cercle de 8 à 10 lignes de diamètre, mais très-léger & tiré d'une feuille de papier doré; le fil de soie est attaché en *s*, à l'extrémité inférieure d'une petite baguette *st*, séchée au four, & enduite de gomme-laque ou de cire d'Espagne; cette baguette est saisie en *t*, par une poupée à pince qui coule le long de la règle *oE*, & s'arrête à volonté au moyen de la vis *v*.

*G* est un globe de cuivre ou de carton, couvert d'étain, porté par quatre pilliers de verre, enduits de cire d'Espagne, & surmontés chacun, pour rendre l'isolement plus parfait, de quatre bâtons de cire d'Espagne, de trois à quatre pouces de longueur; ces quatre pilliers sont fixés par leur partie inférieure à un plateau, que l'on place sur une petite tablette à coulisse, qui peut, ainsi que l'indique la figure, s'arrêter à la hauteur la plus commode pour l'expérience; la règle *EO*, peut aussi, au moyen de la vis *E*, s'arrêter à la hauteur convenable.

Tout étant ainsi préparé, l'on place le globe *G*, de



manière que son diamètre horizontal *Gr*, réponde au centre de la plaque *l*, qui en est éloignée de quelques pouces. L'on donne une étincelle électrique au globe, au moyen de la bouteille de Leyde, l'on présente un corps conducteur à la plaque *l*, & l'action du globe électrisé sur le fluide électrique de la plaque non électrisée, donne à cette plaque, une électricité de différente nature de celle du globe; en sorte que, en retirant le corps conducteur, le globe & la plaque agissent l'un sur l'autre par attraction.

## E X P É R I E N C E.

Le globe *G* avoit un pied de diamètre, la plaque *l* avoit 7 lignes, l'aiguille de gomme-laque *lg*, 15 lignes de longueur; le fil de suspension *sc*, étoit une soie telle qu'elle sort du cocon, de 8 lignes de longueur: lorsque la poupée étoit au point *o*, la plaque *l* touchoit le globe en *r*, & à mesure que l'on éloignoit la poupée vers *E*, la plaque s'éloignoit du centre du globe de la quantité donnée par les divisions 0, 3, 6, 9, 12 pouces, & le globe étant électrisé d'une électricité appelée *électricité positive*, la plaque de l'électricité négative, par le procédé indiqué: l'on a eu,

- 1.<sup>re</sup> Essai. La plaque *l*, placée à... 3<sup>pouces</sup> de distance de la surface du globe; ou à 9<sup>p</sup> de son centre, a donné  
..... 15 oscillations en... 20".
- 2.<sup>me</sup> Essai. La plaque *l*, éloignée de 18<sup>pouces</sup> du centre du globe, l'on a eu..... 15 oscillations en... 40".
- 3.<sup>me</sup> Essai. La plaque *l*; éloignée à 24<sup>pouces</sup> du centre du globe, l'on a eu..... 15 oscillations en... 60".

*Explication & résultat de cette expérience.*

Quand tous les points d'une surface sphérique, agissent par une force attractive ou répulsive en raison inverse du carré des distances, sur un point placé à une distance quelconque de cette surface, l'on sait que l'action est la même, que si toute la surface sphérique étoit concentrée au centre de la sphère.

Mais comme dans notre expérience, la plaque  $l$  n'a que 7 lignes de diamètre, & que dans les essais, la moindre distance au centre de la sphère, a été de 9 pouces, l'on peut, sans erreur sensible, supposer toutes les lignes qui vont du centre de la sphère à un point de la plaque, parallèles & égales; & par conséquent, l'action totale de la plaque, peut être supposée réunie à son centre, ainsi que l'action du globe; en sorte que, dans les petites oscillations de l'aiguille, l'action qui fait osciller l'aiguille, sera une quantité constante pour une distance donnée, & agira suivant la direction qui joint les deux centres. Ainsi, si l'on nomme  $\phi$  la force,  $T$  le temps d'un certain nombre d'oscillations, l'on aura  $T$  proportionnel à  $\frac{1}{\sqrt{\phi}}$ : mais si  $d$  est la distance  $GI$  du centre du globe, au centre de la plaque, & que les forces attractives soient proportionnelles à l'inverse du carré des distances ou à  $\frac{1}{d^2}$ , il en résultera que  $T$  sera proportionnel à  $d$  ou à la distance; en sorte qu'en faisant dans nos essais, varier la distance, le temps d'un même nombre d'oscillations a dû être comme la distance du centre de la plaque au centre du globe: comparons cette théorie avec l'expérience.

1. <sup>er</sup> Essai.	Distance des centres...	9 pouces,	15 oscillations en	20".
2. <sup>me</sup> Essai.....	18.....			41".
3. <sup>me</sup> Essai.....	24.....			60".

Les distances sont ici comme les nombres..... 3, 6, 8.

Les temps d'un même nombre d'oscillations::... 20, 41, 60.

Par la théorie, ils auroient dû être::..... 20, 40, 54.

Ainsi dans ces trois essais, la différence entre la théorie & l'expérience, est de  $\frac{1}{10}$  pour le dernier essai comparé au premier, & presque nulle pour le second comparé au premier; mais il faut remarquer qu'il a fallu à peu-près quatre minutes pour faire les trois essais; que quoique l'électricité tint assez long-temps le jour de cette expérience,

expérience, elle perdoit cependant  $\frac{1}{40}$  d'action par minute. Nous verrons, dans un Mémoire qui suivra celui que je présente aujourd'hui, que lorsque la densité électrique n'est pas très-forte, l'action électrique de deux corps électrisés diminue dans un temps donné, exactement comme la densité électrique, ou comme l'intensité de l'action; ainsi, puisque nos essais ont duré quatre minutes, & que l'action électrique perdoit  $\frac{1}{40}$  par minute, du premier au dernier essai, l'action due à l'intensité de la densité électrique, indépendante de la distance, a dû être diminuée à peu-près d'un dixième; par conséquent, pour avoir le temps de la durée corrigée des 15 oscillations dans le dernier essai, il faut faire  $\sqrt{10} : \sqrt{9} :: 60'' : \text{est à la quantité cherchée}$ , que l'on trouvera de 57 secondes, qui ne diffère que de  $\frac{1}{20}$  du nombre 60 secondes trouvé par l'expérience.

Nous voici donc parvenus, par une méthode absolument différente de la première, à un résultat semblable; ainsi nous pouvons en conclure que l'attraction réciproque du fluide électrique appelé *positif*, sur le fluide électrique nommé ordinairement *negatif*, est en raison inverse du carré des distances; de même que nous avons trouvé, dans notre premier Mémoire, que l'action réciproque d'un fluide électrique de même nature, est en raison inverse du carré des distances.

### *Première Observation.*

L'ON sent qu'il est très-facile, en employant la méthode qui précède, d'avoir, au moyen des oscillations de l'aiguille électrique, les loix de la force répulsive, ainsi que nous venons de déterminer celle de la force attractive. En effet, si l'on fait toucher la plaque au globe électrisé, elle prendra une électricité de la même nature que celle du globe; & sera repoussée; en sorte que l'aiguille oscillera en vertu de cette répulsion, dans une position absolument opposée à la première, & le nombre des oscillations, dans un temps donné, comparé avec la distance du centre de la plaque,

*Mém. 1785.*

E e e e

au centre du globe, feront connoître la force répulsive, par le même calcul que nous venons de suivre pour avoir la force attractive : cependant nous devons dire que toutes les expériences où l'on veut faire agir le fluide électrique par la force répulsive, s'exécutent, comme nous le verrons dans la suite, d'une manière plus simple, plus exacte & plus commode, au moyen de la balance que nous avons décrite dans notre premier Mémoire.

*Seconde Observation.*

Si l'on vouloit se servir de la même méthode pour déterminer la quantité d'électricité qui se partage entre un globe électrisé & un corps conducteur d'une figure quelconque, mis en contact avec ce globe, voici comme l'on pourroit s'y prendre : après avoir électrisé le globe, & déterminé, dans ce premier état, au moyen des oscillations, son action électrique sur la plaque de l'aiguille, pour une distance donnée, l'on feroit tout de suite toucher le globe par le corps conducteur qui doit prendre une portion de l'électricité du globe ; & en séparant ce corps du globe, l'on détermineroit de nouveau, par les oscillations de l'aiguille, la quantité d'électricité qui reste au globe ; & la différence de cette quantité avec celle que le globe avoit avant le contact, mesurera celle qu'a pris le corps mis en contact. Il est inutile d'avertir que de pareilles expériences ne peuvent bien réussir que dans les jours très-secs, où les corps isolés perdent lentement leur électricité ; qu'il faut avoir égard à cette diminution d'électricité dans la réduction des expériences qui se succèdent ; qu'il faut éviter qu'il ne se forme aucun courant d'air dans la chambre où l'on opère, & éloigner tout corps conducteur au moins à trois pieds du globe électrisé, & même de l'aiguille : mais nous répétons que lorsque nous déterminerons dans la suite, par l'expérience & par la théorie, la manière dont le fluide électrique se distribue dans les différentes parties des corps, l'on verra que toutes ces expériences réussissent beaucoup

mieux avec la balance électrique, que par la méthode des oscillations que nous venons d'expliquer.

*EXPÉRIENCES pour déterminer la loi suivant laquelle le fluide magnétique agit, soit par attraction, soit par répulsion.*

LES corps aimantés agissant l'un sur l'autre par attraction & par répulsion à des distances finies, ainsi que les corps électrisés, le fluide magnétique, paroît avoir, si ce n'est par sa nature, au moins par cette propriété, de l'analogie avec le fluide électrique; & d'après cette analogie, l'on peut présumer que ces deux fluides agissent suivant les mêmes loix: dans tous les autres phénomènes d'attraction ou de répulsion que nous présente la Nature, soit dans la cohérence des corps, soit dans leur élasticité, soit dans les affinités chimiques, les forces d'attraction & de répulsion ne paroissent s'exercer qu'à de très-petites distances; d'où il sembleroit résulter, qu'elles ne suivent pas les mêmes loix que l'électricité & le magnétisme. En effet, la théorie & le calcul de l'attraction & répulsion des élémens des corps, nous apprennent que toutes les fois que les molécules élémentaires des corps s'attirent ou se repoussent par des forces qui diminuent dans le rapport, ou dans un rapport moindre que le cube des distances, par exemple, comme les distances, les corps peuvent agir l'un sur l'autre à des distances finies; mais que dans le cas où l'action des molécules diminue dans le rapport, ou dans un plus grand rapport que le cube des distances, pour lors les corps ne peuvent agir l'un sur l'autre, qu'à des distances infiniment petites (a).

---

(a) *De l'action attractive & répulsive des Corps, suivant la loi des distances.*

La figure *aa* représente un cône ou une petite pyramide très-aiguë, dont toutes les parties attirent le point *C*, suivant la raison inverse ( $n + 2$ ) des distances.

E e e e ij

Nous aurons peut-être lieu de revenir sur cet objet; dans la suite de nos Mémoires sur l'électricité.

Nous avons employé dans cette nouvelle recherche, deux méthodes, pour déterminer par l'expérience, suivant quelle loi le fluide magnétique agit. La première de ces méthodes, consiste à suspendre une aiguille aimantée, à

Soit  $x = cp$ , l'action de la zone circulaire  $p'm$  sur le point  $C$ , sera  $\frac{m \partial x x^a}{x^2 + n}$ , dont l'intégrale sera  $\frac{m}{1-n} (k + x^{1-n})$ ; pour avoir  $k$ , il faut supposer la pyramide tronquée, ou que l'action s'évanouit en  $D$  lorsque  $x = CD = A$ , ce qui donne pour l'intégration complète  $\frac{m}{1-n} (-A^{1-n} + x^{1-n})$ , où il faut remarquer que lorsque  $A$  est égal à 0, si  $n$  est plus grand que 1,  $A^{1-n}$  sera égal à  $\frac{1}{n}$ , ou infini; si  $n$  est plus petit que l'unité, pour lors  $A^{1-n}$  sera égal à 0; ou, si l'on veut, toute la force attractive sera 
$$= \frac{m x^{1-n}}{(1-n)}.$$

C'est-à-dire que, dans le cas où  $n$  est plus grand que l'unité, ou lorsque la répulsion ou l'attraction diminue dans un rapport égal ou plus grand que le cube des distances, la valeur de la constante est infinie relativement à la valeur de la variable qui exprime la plus ou moins grande étendue du cône; & qu'ainsi l'attraction ou répulsion n'a lieu que dans le point de contact, & que celle des parties éloignées est infiniment petite relativement à celle du contact; mais dans le cas où  $n$  est plus petite que l'unité, c'est-à-dire, toutes les fois que l'action décroît dans un rapport moindre que le cube des distances, pour lors l'action des parties éloignées influe sur l'attraction totale, qui est nulle pour une pyramide infiniment petite & proportionnelle à  $x^{1-n}$ , pour la pyramide dont la longueur est  $x$ .

Il paroît résulter de ce calcul, que la cohésion, l'élasticité & toutes les affinités chimiques où les élémens des corps ne paroissent avoir d'action que très-près du point de contact, & où l'attraction élective paroît dépendre de la figure de ces élémens, ne peuvent agir entr'elles que dans un rapport très-approché de la raison inverse du cube des distances. Peut-être au surplus toutes les affinités chimiques dépendent-elles de deux actions, l'une répulsive, l'autre attractive, analogues à celles que nous trouvons dans l'électricité & le magnétisme.

lui présenter dans son méridien magnétique une autre aiguille aimantée, placée convenablement, & à déterminer par le calcul & l'observation, à différentes distances, avec quelle force le fluide magnétique d'une des aiguilles, agit sur le fluide magnétique de l'autre. Dans la deuxième méthode, l'on se sert d'une balance magnétique, à peu-près semblable à notre balance électrique, décrite dans le premier Mémoire; mais avant de rapporter le détail de nos expériences, il faut rappeler quelques propriétés connues des aiguilles aimantées, qui nous seront utiles.

Une aiguille, depuis 0 jusqu'à 24 pouces de longueur, de bon acier, fortement trempée, aimantée par la méthode de la double touche, telle que M. Œpinus l'a décrite & pratiquée d'après son excellente théorie du magnétisme & de l'électricité, prend un pôle à chaque extrémité; son centre aimantaire se place à peu-près vers son milieu.

Dans deux aiguilles aimantées, les pôles du même nom se repoussent, & les pôles d'un nom différent s'attirent. Cette attraction ou répulsion augmente à mesure que la distance où l'on présente les extrémités des aiguilles l'une à l'autre, diminue.

Si l'on suspend horizontalement une aiguille aimantée, en sorte qu'elle puisse tourner librement autour de son centre, elle se placera toujours dans la même direction, que l'on appelle son *méridien magnétique*; ce méridien formera un angle avec le méridien du monde, cet angle variera un peu dans le courant de la journée, suivant l'heure du jour, par une espèce de mouvement périodique: il variera tous les ans, par un autre mouvement probablement également périodique, mais dont la durée, pour chaque point de la Terre, nous est encore inconnue.

Si une aiguille, ainsi suspendue horizontalement, est mise en oscillation, elle s'éloignera également des deux côtés de son méridien magnétique; & elle y fera toujours ramenée, par une force facile à déterminer, si l'on observe la durée des oscillations, & que l'on connoisse la figure &

590 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE  
 le poids de l'aiguille. *Voyez le septième volume des Savans  
 étrangers, Mémoires de l'Académie.*

### Préparation aux Expériences.

J'AI pris un fil d'excellent acier, tiré à la filière, il avoit 25 pouces de longueur, &  $1\frac{1}{2}$  ligne de diamètre; je l'ai aimanté par la méthode de la double touche, son centre magnétique s'est trouvé à peu-près vers son milieu. J'ai ensuite suspendu, au moyen d'un fil de soie, tel qu'il sort du cocon, de trois lignes de longueur, une aiguille aimantée de 3 pouces de longueur; & lorsque cette aiguille s'est arrêtée, j'ai tracé son méridien magnétique, que j'ai prolongé jusqu'à deux pieds de distance du centre de suspension. J'ai ensuite élevé (*fig. 3*), des perpendiculaires sur ce méridien magnétique; j'ai placé mon fil d'acier le long de ces perpendiculaires, & je l'ai fait glisser jusqu'à ce que l'aiguille *na* reprît la direction de son méridien magnétique, comme elle y étoit placée naturellement avant que le fil d'acier lui fut présenté; & j'ai observé ensuite, suivant que mon fil aimanté étoit plus ou moins éloigné de l'aiguille suspendue, de combien l'extrémité de ce fil dépassoit, ou étoit en-deçà du méridien magnétique, lorsque l'aiguille s'arrêtoit sur son méridien.

### PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

<i>1.<sup>re</sup> Essai.</i>	Le fil placé à la distance de l'extrémité de l'aiguille.	1 pouce	L'extrémité dépasse le Méridien magnétique de.....	+	10 <sup>lignes</sup>
<i>2.<sup>me</sup> Essai.....</i>		2.....		+	9
<i>3.<sup>me</sup> Essai.....</i>		4.....		+	8
<i>4.<sup>me</sup> Essai.....</i>		8.....		—	4
<i>5.<sup>me</sup> Essai.....</i>		16.....		—	42

### SECONDE EXPÉRIENCE.

L'ON a suspendu horizontalement une aiguille aimantée de deux pouces de longueur par son centre: libre & sollicitée seulement par la force magnétique du globe de la



Terre, elle faisoit 34 oscillations en 60 secondes. L'on s'est encore servi du même fil aimanté de l'expérience qui précède, qui avoit 25 pouces de longueur; mais, au lieu de le placer horizontalement & perpendiculairement au méridien magnétique, comme tout-à-l'heure, on l'a placé verticalement dans ce méridien à 2 pouces de distance de l'extrémité de l'aiguille suspendue. Le pôle sud du fil vertical, répondant au pôle nord de l'aiguille, & ensuite en la faisant baisser verticalement, toujours à la distance de 2 pouces de l'extrémité de l'aiguille, l'on a compté le nombre d'oscillations que faisoit l'aiguille dans 60 secondes, suivant que l'extrémité du fil d'acier étoit plus ou moins baissée au-dessous du niveau de l'aiguille: voici le résultat de cette expérience.

1. <sup>re</sup> Essai.	L'extrémité du fil au niveau de l'aiguille. . . . .	120 oscillations en. . . . .	60".
2. <sup>me</sup> Essai.	L'extrémité baissée de 6 lig. . . . .	122. . . . .	60".
3. <sup>me</sup> Essai. . . . .	1 pouce . . . . .	122. . . . .	60".
4. <sup>me</sup> Essai. . . . .	2. . . . .	115. . . . .	60".
5. <sup>me</sup> Essai. . . . .	3. . . . .	112. . . . .	60".
6. <sup>me</sup> Essai. . . . .	4. . . . .	98. . . . .	60".
7. <sup>me</sup> Essai. . . . .	8. . . . .	39. . . . .	60".

## TROISIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a suspendu une aiguille de 4 lignes de longueur à la place de la première; le fil d'acier a été placé à 3 pouces de l'extrémité de cette aiguille, verticalement, comme dans l'expérience qui précède, dont on a suivi tous les procédés. L'aiguille libre n'étant sollicitée que par la force magnétique de la Terre, fait 53 oscillations en 60".

1. <sup>re</sup> Essai.	L'extrémité du fil d'acier au niveau de l'aiguille. . . . .	fait 152 oscillations en. . . . .	60".
2. <sup>me</sup> Essai.	En dessous de. . . . .	1 pouce 152. . . . .	60".
3. <sup>me</sup> Essai. . . . .	2. . . . .	148. . . . .	60".
4. <sup>me</sup> Essai. . . . .	4. . . . .	120. . . . .	60".
5. <sup>me</sup> Essai. . . . .	8. . . . .	58. . . . .	60".

*Explication & résultat de ces trois Expériences.*

Les trois expériences qui précèdent, prouvent que le centre d'action de chaque moitié de notre fil est placé à très-peu de distance de l'extrémité de ce fil; en sorte que dans notre fil d'acier de 25 pouces de longueur, l'on peut, sans erreur sensible, supposer tout le fluide magnétique condensé vers l'extrémité de ce fil, sur 2 ou 3 pouces de longueur. En effet, dans la première expérience, le fil d'acier est placé horizontalement & perpendiculairement à la direction du méridien magnétique où se trouve l'aiguille suspendue; cette aiguille est sollicitée par deux forces, la force magnétique du globe de la Terre, qui la retient dans le méridien, & la force magnétique des différens points du fil d'acier aimanté; mais puisque dans notre première expérience, l'aiguille se trouve, à tous les essais, placée sur son méridien magnétique, il en résulte que toutes les forces magnétiques du fil d'acier de 25 pouces de longueur, agissant sur l'aiguille, sont en équilibre entre elles: ainsi, dans les trois premiers essais, où les distances sont 1, 2 & 4 pouces, les forces magnétiques des huit à dix dernières lignes de l'extrémité de l'aiguille, qui dépassent le méridien, sont en équilibre avec les forces de tout le reste de l'aiguille; en sorte qu'il paroît que l'on peut à peu-près supposer que la moitié du fluide magnétique, dont la moitié de l'aiguille est chargée, est concentrée vers les dix dernières lignes de son extrémité.

Les seconde & troisième expériences donnent le même résultat. Dans ces deux expériences, le fil d'acier est placé verticalement dans le méridien magnétique de l'aiguille, par conséquent, l'action de la partie supérieure du fil étant très-oblique à l'aiguille suspendue, & agissant d'ailleurs à une grande distance, ne doit que peu influencer sur les oscillations de l'aiguille; mais l'on voit dans ces deux expériences, que le plus grand nombre des oscillations de l'aiguille suspendue avoit lieu lorsque l'extrémité du fil étoit

Étoit baissée d'un peu moins d'un pouce au-dessous du niveau de l'aiguille suspendue: ainsi la force moyenne de la moitié inférieure du fil d'acier, avoit sa résultante à 8. ou 10 lignes au-dessus de son extrémité, comme nous venons de le trouver par la première expérience, d'où il résulte que dans le fil d'acier de 25 pouces de longueur que nous avons employé, & qui avoit été aimanté par la méthode de la double touche, l'on peut, sans erreur sensible, supposer que le fluide magnétique est concentré à 10 lignes de son extrémité. Ce premier résultat étoit nécessaire avant de chercher à déterminer la loi suivant laquelle l'attraction & la répulsion ont lieu relativement à la distance: l'on verra dans un autre Mémoire, que la concentration du fluide magnétique vers l'extrémité des aiguilles aimantées par la méthode de la double touche, est une suite nécessaire de cette manière d'aimanter.

*Le Fluide magnétique agit par attraction ou répulsion, suivant la raison composée directe de la densité du fluide, & la raison inverse du carré des distances de ses molécules.*

La première partie de cette proposition n'a pas besoin d'être prouvée; venons à la seconde.

Nous venons de voir que le fluide magnétique de notre fil d'acier de 25 pouces de long, étoit concentré aux extrémités, sur une longueur de 2 ou 3 pouces; que le centre d'action de chaque moitié de cette aiguille étoit à peu-près à 10 lignes de ses extrémités: ainsi, en éloignant de quelques pouces notre fil d'acier d'une aiguille très-courte, & dans laquelle, comme nous le verrons dans la suite, le fluide magnétique peut être supposé concentré à 1 ou 2 lignes des extrémités, l'on peut calculer l'action réciproque du fil sur l'aiguille & de l'aiguille sur le fil, en supposant le fluide magnétique dans le fil d'acier, réuni

à 10 lignes des extrémités, & dans une aiguille d'un pouce de longueur à 1 ou 2 lignes des extrémités. Ces réflexions nous ont dirigé dans l'expérience qui va suivre.

#### QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a suspendu un fil d'acier pesant 70 grains, d'un pouce de longueur, aimanté par la méthode de la double touche, à un fil de soie de 3 lignes de longueur, formé d'un seul brin, tel qu'il sort du cocon; on l'a laissé s'arrêter sur le méridien magnétique; l'on a placé ensuite verticalement dans ce méridien, à différentes distances, le fil d'acier de 25 pouces de longueur, de manière que son extrémité fût toujours de 10 lignes au-dessous du niveau de l'aiguille suspendue: à chaque essai, l'on changeoit la distance, & en faisant osciller l'aiguille suspendue, on comptoit le nombre d'oscillations qu'elle faisoit dans un même nombre de secondes. Il a résulté de ces expériences :

- 1.<sup>re</sup> Essai. L'aiguille libre, oscille en vertu de l'action du globe de la Terre, à raison de . . . 15 oscillations en . . . 60".
- 2.<sup>me</sup> Essai. Le fil placé à 4 pouces  
du milieu de l'aiguille . . . . . 41 . . . . . 60".
- 3.<sup>me</sup> Essai. Le fil placé à 8 pouces  
du milieu de l'aiguille . . . . . 24 . . . . . 60".
- 4.<sup>me</sup> Essai. Le fil placé à 16 pouces  
du milieu de l'aiguille . . . . . 17 . . . . . 60".

#### *Explication & résultat de cette Expérience.*

LORSQU'UN pendule est suspendu librement, & sollicité par des forces placées dans une direction donnée, qui le font osciller, les forces sont mesurées par la raison inverse du carré du temps d'un même nombre d'oscillations, ou, ce qui revient au même, par la raison directe du carré du nombre d'oscillations faites dans un même temps.

Mais, dans l'expérience qui précède, l'aiguille oscille

en vertu de deux puissances différentes; l'une est la force magnétique de la Terre, l'autre est l'action de tous les points du fil sur les points de l'aiguille. Dans notre expérience, toutes les forces sont dans le plan du méridien magnétique, & l'aiguille étant suspendue horizontalement, la véritable force qui la fait osciller, dépend de la partie de toutes ces forces, décomposée suivant une direction horizontale.

Mais nous avons vu, dans les trois expériences qui précédent, que le fluide magnétique étant concentré aux extrémités de notre fil, peut être supposé réuni à 10 lignes de l'extrémité de ce fil; & comme l'aiguille suspendue a un pouce de longueur, que l'extrémité boréale est attirée à une distance de 3 pouces & demi, & que l'extrémité australe est repoussée par le pôle inférieur de l'aiguille, dont la distance est de  $4\frac{1}{2}$  pouces; l'on peut supposer, sans erreur sensible, que la distance moyenne à laquelle le pôle inférieur du fil d'acier exerce son action sur les deux pôles de l'aiguille, est de 4 pouces. Conséquemment, si l'action du fluide magnétique étoit comme la raison inverse du carré des distances, l'action du pôle inférieur du fil d'acier sur l'aiguille, seroit proportionnelle à  $\frac{1}{4^2}$ ,  $\frac{1}{8^2}$ ,  $\frac{1}{16^2}$ ; ou à 1,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{16}$ .

Mais, puisque les forces horizontales qui font osciller l'aiguille, sont proportionnelles au carré du nombre d'oscillations faites dans un même temps, & qu'en vertu de la seule force magnétique du globe de la Terre, l'aiguille libre fait 15 oscillations en 60", cette dernière force sera mesurée par le carré de ces 15 oscillations ou par 15<sup>2</sup>. Dans le deuxième essai, les forces réunies du globe de la Terre & du fil d'acier, font faire à l'aiguille 41 oscillations en 60"; ainsi ces deux forces réunies sont mesurées par 41<sup>2</sup>, & la force seule due à l'action du fil d'acier aimanté, est par conséquent mesurée par la différence de ces deux carrés; ainsi elle est proportionnelle

à  $\overline{41}^2 - \overline{15}^2$ . Nous aurons, donc pour l'action du fil sur l'aiguille :

<i>Distance.</i>	<i>Force dépendante de l'action aimantaire du fil d'acier.</i>
<i>Pour le 2.<sup>me</sup> Essai... à 4<sup>pouces</sup>.....</i>	$= \overline{41}^2 - \overline{15}^2 = 1456.$
<i>3.<sup>me</sup> Essai... 8<sup>pouces</sup>.....</i>	$\overline{24}^2 - \overline{15}^2 = 351.$
<i>4.<sup>me</sup> Essai... 16<sup>pouces</sup>.....</i>	$\overline{17}^2 - \overline{15}^2 = 64.$

Les deuxième & troisième essais, où les distances sont comme 1 : 2, donnent très-approchant, pour les forces, la raison inverse du carré des distances. Le quatrième essai donne un nombre un peu trop petit; mais il faut remarquer que, dans ce quatrième essai, la distance du pôle inférieur du fil d'acier au centre de l'aiguille, est de 16 pouces; & que la distance du pôle supérieur au centre de cette même aiguille, est à peu-près  $\sqrt{16^2 + 23^2}$ : ainsi l'action du pôle inférieur étant représentée par

$\frac{1}{(16)^2}$ , l'action horizontale du pôle supérieur, sera

$\frac{16}{(16^2 + 23^2)^{\frac{1}{2}}}$ ; en sorte que l'action du pôle inférieur est à

celle du pôle supérieur, à peu-près :: 100 : 19; d'où il résulte que les oscillations de l'aiguille étant produites par l'action de ces deux pôles, & celle du pôle supérieur agissant dans un sens opposé à celle du pôle inférieur, le carré des oscillations que produiroit l'action seule du pôle inférieur du fil aimanté, est diminué de  $\frac{19}{100}$ , par l'action opposée

de la partie supérieure du même fil; ainsi, pour avoir l'action seule de la partie inférieure du fil, il faut, en supposant  $x$ , la véritable valeur de cette force, faire  $(x - \frac{19}{100}x) = 64$ , d'où  $x = 79$ . Substituons dans le

résultat du quatrième essai, cette quantité, nous trouverons:

2.<sup>me</sup> Essai. Pour 4 POUCES de distance, la force..... 1456.

3.<sup>me</sup> Essai. Pour 8 POUCES de distance, ..... 331.

4.<sup>me</sup> Essai. Pour 16 POUCES de distance, ..... 79.

Et ces forces sont très-approchant comme les nombres 16, 4, 1, ou comme la raison inverse du carré des distances.

J'ai répété plusieurs fois cette expérience, en suspendant des aiguilles de deux & trois pouces de longueur, & j'ai toujours trouvé qu'en faisant les corrections nécessaires que je viens d'expliquer, l'action, soit répulsive, soit attractive du fluide magnétique, étoit comme l'inverse du carré des distances.

### *Première Remarque.*

L'ON a pu s'apercevoir, dans le courant de cette expérience, que nous supposons que notre fil étant aimanté par la méthode de la double touche; si l'on présente alternativement à une même distance, son pôle boréal & son pôle austral, à l'extrémité d'une aiguille aimantée par la méthode de la double touche, le pôle boréal du fil aimanté attirera le pôle austral de l'aiguille, exactement avec la même force que le pôle austral de ce fil repoussera le pôle austral de l'aiguille, & *vice versa* pour le pôle boréal de l'aiguille. Cette propriété qui, comme nous le verrons dans la suite, est une conséquence nécessaire de la théorie du magnétisme, sera d'ailleurs prouvée par l'expérience, en se servant de la balance magnétique, dont nous allons tout-à-l'heure donner la description & les usages.

### *Deuxième Remarque.*

LA loi de la raison inverse du carré des distances, étant une fois donnée, il seroit facile de déterminer par le calcul, si, dans la première expérience, où le fil aimanté est placé horizontalement, & perpendiculairement

au méridien magnétique, & où l'on trouve, dans le dernier essai, qu'il faut éloigner à peu-près de 42 lignes, l'extrémité du fil du méridien de l'aiguille, le calcul donneroit, pour la direction de la résultante de toutes les actions de chaque moitié de ce fil, une ligne qui passeroit à neuf ou dix lignes de l'extrémité de ce fil. Nous allons présenter le calcul qui déterminera cette direction, d'après le dernier essai de la première expérience, où l'aiguille a trois pouces de longueur, & où le fil d'acier aimanté ayant 25 pouces de longueur, est placé horizontalement & perpendiculairement au méridien magnétique, à 16 pouces de distance de l'extrémité de l'aiguille.

Soit dans la *figure 3*,  $x$ , le point où passe cette résultante, pour le pôle qui est placé le plus près de la ligne méridienne de l'aiguille;  $x'$ , le point où l'on suppose à l'autre extrémité de ce fil, tout le fluide magnétique concentré: quant au fluide magnétique de l'aiguille suspendue, quoique son centre d'action soit à deux ou trois lignes de ses extrémités, l'on peut le supposer à ses extrémités, parce que chaque pôle du fil agit sur les deux pôles de cette aiguille; & que si, par cette supposition, l'on fait le pôle  $n$  de l'aiguille, trop près de deux ou trois lignes du pôle  $s$  du fil d'acier, l'on fait en même temps, le pôle  $a$  de l'aiguille, trop éloigné du pôle  $s$  de la même quantité; ainsi l'erreur de la supposition se trouve à peu-près compensée.

Mais nous trouvons par l'expérience, que la distance de l'extrémité du fil à la ligne méridienne de l'aiguille, est dans le dernier essai de  $3\frac{1}{2}$  pouces. Ainsi en faisant  $x = sx = Nx$ , distance de l'extrémité du fil au centre d'action, nous aurons les formules suivantes, pour la force que les centres d'actions du fil exercent sur chaque extrémité de l'aiguille, dans une direction perpendiculaire à l'aiguille:

$$\text{Action du Pôle } S \text{ sur le Pôle } n \dots \frac{3\frac{1}{2} + x}{[(16)^2 \pm (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}}$$



$$\text{Action du Pôle } S \text{ sur le Pôle } a \dots \frac{3\frac{1}{2} + x}{[(19)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{1}{2}}}.$$

$$\text{Action du Pôle } N \text{ sur le Pôle } n \dots \frac{(28\frac{1}{2} - x)}{[(16)^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{1}{2}}}.$$

$$\text{Action du Pôle } N \text{ sur le Pôle } a \dots \frac{28\frac{1}{2} - x}{[(19)^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{1}{2}}}.$$

Mais, comme dans cette expérience, l'aiguille d'acier est placée sur son méridien magnétique, & que chacune des forces qui précèdent, agit perpendiculairement à cette aiguille avec le même bras de levier, pour la faire tourner autour de son point de suspension, il en résulte que toutes ces forces sont en équilibre entr'elles; d'où l'on tire l'équation :

$$\frac{3\frac{1}{2} + x}{[(16)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{3\frac{1}{2} + x}{[19^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{1}{2}}} \\ = \frac{28\frac{1}{2} - x}{[16^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{28\frac{1}{2} - x}{[19^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{1}{2}}}.$$

Mais, comme nous avons déjà vu que  $x$  doit être moindre qu'un pouce, nous pouvons, pour première approximation, le négliger dans le dénominateur de notre équation, dont les nombres sont très-considérables, relativement à  $x$ , ou faire  $x$  égal à  $\frac{1}{2}$  pouce, qui approche davantage de la véritable valeur.

Ainsi, il résultera du calcul de la formule, pour la valeur  $3x = x = \frac{56}{75}$  pouces, à peu-près 9 lignes, comme dans les deux premiers essais.

Par un calcul semblable, l'on trouvera que, lorsque l'extrémité du fil d'acier étoit éloignée de 8 pouces de l'extrémité de l'aiguille suspendue, la distance du point  $x$  au méridien, étoit à peu près de  $12\frac{1}{2}$  lignes; mais comme l'expérience donne pour lors 4 lignes de distance du méridien à l'extrémité de l'aiguille, il en résulte que, dans

cet essai, il faut retrancher 4 lignes pour avoir la distance du centre d'action à l'extrémité de l'aiguille. Ainsi le calcul donne encore ici  $8\frac{1}{2}$  lignes pour la distance du centre d'action aux extrémités de l'aiguille.

Dans le troisième essai, où la distance de l'extrémité de l'aiguille au fil d'acier est de 4 pouces, le calcul donnera à peu-près 2 lignes pour la distance, depuis le centre d'action jusqu'à la méridienne : mais nous trouvons par l'expérience que, dans cet essai, l'extrémité du fil dépassoit le méridien, de 8 lignes; ainsi, dans cet essai, le calcul donne le centre d'action des extrémités du fil d'acier, à 10 lignes de ses extrémités.

Ainsi, il résulte de l'expérience & du calcul, que toutes les fois que des fils d'acier, de 25 pouces de longueur, agissent l'un sur l'autre, l'on peut supposer les centres d'actions, ou ce qui revient au même, tout le fluide magnétique réuni à 9 ou 10 lignes des extrémités de ces fils, & calculer, d'après cette supposition : dans les aiguilles très-courtes, le centre d'action est plus proche des extrémités; nous aurons lieu dans la suite de déterminer la loi de cette diminution, relative à la longueur des aiguilles, lorsque nous donnerons la manière la plus avantageuse d'aimanter les aiguilles, & de former des aimants artificiels.

Nous déterminerons en même temps la courbe qui, dans un fil d'acier aimanté, représente la densité du fluide magnétique depuis son extrémité jusqu'à son milieu où est placé son centre aimantaire; mais il est aisé de prévoir d'avance, d'après les expériences qui précèdent, que le lieu géométrique de cette densité, ne peut pas être une ligne droite, comme l'ont cru quelques auteurs.

*Deuxième méthode de déterminer la loi d'attraction & de répulsion du fluide magnétique.*

APRÈS avoir trouvé par les expériences qui précèdent, que dans une aiguille de 25 pouces de longueur, & à plus

plus forte raison, dans des aiguilles plus courtes, le fluide magnétique peut être supposé concentré dans les deux ou trois derniers pouces, vers leurs extrémités, & que, dans les aiguilles de 20 à 25 pouces, le centre d'action peut être supposé à 9 ou 10 lignes de chaque extrémité; il a été facile de construire une balance magnétique, d'après les mêmes principes qui m'ont servi pour construire la balance électrique, que j'ai décrite dans mon premier Mémoire. Mais je dois observer, que la forme & les détails des mesures de la balance magnétique que je vais donner, peuvent & doivent être changés à mesure que la pratique le prescrira. Je n'ai cherché, dans ce premier essai, qu'à donner à cette balance une forme simple, peu coûteuse, & qui fut cependant à peu-près suffisante pour les expériences que j'avois dessein de faire.

### *Description de la balance magnétique.*

J'ai fait faire, *figure 4*, une boîte carrée, de 3 pieds de côté, & 18 pouces de hauteur; les planches ne sont fixées entr'elles, qu'avec des tenons, des mortoises & des chevilles de bois. À neuf pouces au-dessus du fond, est placé un cercle horizontal, de bois bien sec, ou de cuivre rouge, de 2 pieds 10 pouces de diamètre, divisé à l'ordinaire en 360 degrés. Sur cette boîte, est placée une traverse *AB* qui porte à son milieu une tige creuse *id*, de 30 pouces de longueur, terminée en *d*, par un micromètre de torsion, semblable à celui que nous avons décrit pour la balance électrique. La pince de ce micromètre saisit l'extrémité d'un fil de cuivre jaune, numéroté 12 dans le commerce, dont les six pieds pèsent 5 grains, & dont nous avons déterminé la force, dans le Mémoire sur les forces de torsion des fils de métal, imprimé dans le volume de l'Académie pour 1784. La partie inférieure de ce fil est prise par une double pince, ayant la figure d'un porte-crayon, représenté *figure 5*; cette double

*Mém. 1785.* G g g g

pince est fendue, comme l'indique la figure, dans presque toute sa longueur, pour former pince à ses deux extrémités, qui s'ouvrent & se ferment au moyen de deux coulans. L'extrémité inférieure saisit un anneau de plomb ou de cuivre; cet anneau est destiné à porter l'aiguille d'acier aimantée, que l'on veut mettre en expérience.

Avant de commencer les expériences avec cette balance, il faut que, lorsque la torsion est nulle, l'aiguille aimantée se place naturellement sur son méridien magnétique; c'est ce qu'il est facile d'obtenir, en plaçant d'abord dans l'anneau suspendu au porte-crayon, un fil de cuivre rouge, des mêmes dimensions que le fil d'acier aimanté, que l'on compte soumettre à l'expérience; laissant ensuite l'index du micromètre fixement sur la première division de ce micromètre, l'on fait tourner tout le micromètre, (dont le tuyau, comme on l'a vu pour la balance électrique, peut glisser & tourner dans celui qui forme la tige *id*, fig. 4/), jusqu'à ce que l'aiguille de cuivre s'arrête naturellement sur la direction du méridien magnétique, que l'on a tracée d'avance.

La boîte doit être placée sur ce méridien magnétique, de manière que la direction de ce méridien réponde aux divisions 0,180 du cercle horizontal, que nous avons dit être élevé dans la boîte, à 9 pouces au-dessus de son fond.

Après cette préparation, l'on substitue l'aiguille d'acier aimantée à l'aiguille de cuivre, & l'on est en état de commencer les opérations.

Nous ne donnerons ici que les expériences & les résultats qui nous sont absolument nécessaires pour déterminer la loi suivant laquelle le fluide magnétique agit, lorsque les molécules aimantaires sont placées à différentes distances l'une de l'autre.

**PREMIER RÉSULTAT.** *La force résultante de toutes les forces aimantaires que le globe de la Terre exerce sur chaque point d'une aiguille aimantée, est une quantité constante, dont la direction, parallèle au méridien magnétique, passe toujours par le même point de l'aiguille, dans quelque situation que cette aiguille soit placée par rapport à ce méridien.*

J'avois déjà tâché de prouver ce principe dans un Mémoire sur les aiguilles aimantées, imprimé dans le *septième volume des Savans étrangers*; mais les expériences que j'ai rapportées pour lors, pourroient être sujettes à quelques contestations; celle qui va suivre est directe, & me paroît décisive.

## E X P É R I E N C E.

J'ai suspendu horizontalement dans la balance, un fil d'acier aimanté, ayant 22 pouces de longueur, &  $1\frac{1}{4}$  ligne de diamètre. D'après la disposition de notre balance, cette aiguille s'est placée dans sa direction magnétique, son extrémité nord répondant au point 0 du grand cercle de 2 pieds 10 pouces de diamètre; la torsion du fil étant nulle, & l'index du micromètre étant sur le point 0, ou sur la première division de ce micromètre.

Au moyen du bouton qui porte l'index du micromètre, l'on a tordu le fil de cuivre de suspension de différens angles, ce qui a forcé l'aiguille de s'éloigner de son méridien magnétique: à chaque opération, l'on a observé l'angle dont elle étoit éloignée de ce méridien, & la force de torsion qu'il falloit employer pour produire cet angle, & l'on a eu les résultats suivans.

Le fil de suspension		L'aiguille s'est	
1. <sup>er</sup> Essai.	tordu de..... 1 cercle = 360.	arrétée à...	10 $\frac{1}{2}$ de son Méridien.
2. <sup>me</sup> Essai.....	2.....		21 $\frac{1}{4}$ .
3. <sup>me</sup> Essai.....	3.....		33.
4. <sup>me</sup> Essai.....	4.....		46.
5. <sup>me</sup> Essai.....	5.....		63 $\frac{1}{2}$ .
6. <sup>me</sup> Essai.....	5 $\frac{1}{2}$ .....		85.

G g g g ij

*Résultat & explication de cette expérience.*

Notre aiguille aimantée est ici suspendue par un fil de cuivre, numéroté 12 dans le commerce; nous avons vu, dans un Mémoire imprimé dans le *volume de 1784*, que, pour un même fil de suspension, la force de torsion est proportionnelle à l'angle de torsion; ainsi, dans le premier essai, la force de torsion est 1 cercle —  $10\frac{1}{2}$  degrés; dans le deuxième essai, elle est 2 cercles —  $21\frac{1}{4}$  degrés. Si nous comparons, d'après cette expérience, la force de torsion, avec l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien, à chaque essai, nous trouverons très-exactement, que le sinus de l'angle formé par le méridien magnétique, & la direction de l'aiguille dans les essais successifs, sont proportionnels à l'angle de torsion; d'où il suit, comme nous l'avons vu, dans le *septième volume des Savans étrangers*, que la force résultante de l'action magnétique du globe de la Terre, est une force constante dirigée parallèlement au méridien magnétique, & passant toujours à égale distance de l'extrémité de l'aiguille, dans quelque position que cette aiguille soit placée, relativement à son méridien: voici le calcul comparé à l'expérience.

Soit  $A$ , l'angle de torsion d'un essai quelconque, qui doit servir de terme de comparaison.

$B$ , l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien à cet essai.

$A'$ , l'angle de torsion trouvé dans un autre essai.

$B'$ , l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien à cet essai; nous aurons généralement, d'après la théorie  $A A' :: \sin. B : \sin. B'$ .

D'où  $\log. A' = \log. A + \log. \sin. B' - \log. \sin. B$ . Prenons le deuxième essai pour terme de comparaison; en corrigeant l'angle de torsion, de l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien, cet angle sera 699 degrés, & son logarithme sera.....2,8444, l'angle  $B$  étant de  $21^d 15'$ ,  $\log. \sin. B$  sera.....9,5592.

En comparant ces deux quantités, d'après la formule, avec l'angle dont l'aiguille est éloignée de son méridien dans les autres essais, nous trouverons que,

Les 2. <sup>me</sup> & 3. <sup>me</sup> <i>Essais</i> comparés par la théorie, donnent	
pour la force de torsion du 3. <sup>me</sup> <i>Essai</i> .....	1052 <sup>d</sup> .
L'expérience donne pour la force de torsion du 3. <sup>me</sup> <i>Essai</i> .....	1047 <sup>d</sup> .
Différence.....	5.
Erreur de l'expérience.....	$-\frac{1}{210}$ .
Les 2. <sup>me</sup> & 4. <sup>me</sup> <i>Essais</i> comparés, donnent, par la théorie,	
pour la force de torsion.....	1388 <sup>d</sup> .
L'expérience donne pour la force de torsion du 3. <sup>me</sup> <i>Essai</i> .....	1394 <sup>d</sup> .
Différence.....	6 <sup>d</sup> .
Erreur de l'expérience.....	$+\frac{1}{232}$ .
Les 2. <sup>me</sup> & 5. <sup>me</sup> <i>Essais</i> comparés, donnent, par la théorie,	
pour la force de torsion.....	1726 <sup>d</sup> .
L'expérience donne au 5. <sup>me</sup> <i>Essai</i> , pour la force de torsion,.....	1736 <sup>d</sup> .
Différence.....	10 <sup>d</sup> .
Erreur de l'expérience.....	$+\frac{1}{169}$ .
Les 2. <sup>me</sup> & 6. <sup>me</sup> <i>Essais</i> comparés, donnent, par la théorie,	
pour la force de torsion.....	1921 <sup>d</sup> .
L'expérience donne au 5. <sup>me</sup> <i>Essai</i> .....	1895 <sup>d</sup> .
Différence.....	26 <sup>d</sup> .
Erreur de l'expérience.....	$-\frac{1}{75}$ .

L'on trouve donc le plus grand accord entre la théorie & l'expérience, ce qui prouve en même temps, la vérité de la théorie & l'exactitude de la méthode; exactitude que l'on ne peut attribuer qu'à la simplicité du moyen, car la boîte & toutes les parties qui forment la balance avoient été exécutées sans beaucoup de soin.

#### Première Remarque.

Cette propriété établie d'une manière qui me paroît incontestable, il sera facile, au moyen de notre balance,

de comparer tout de suite & sans calcul, la force de différentes aiguilles aimantées, soit entr'elles, soit avec le *momentum* d'un poids qui agiroit à l'extrémité d'un levier donné.

Il ne s'agit pour cette opération, que de suspendre horizontalement l'une après l'autre, dans notre balance, les différentes aiguilles que l'on voudra comparer, de manière qu'elles se placent librement sur le méridien magnétique, lorsque la torsion du fil de suspension est nulle; l'on tordra ensuite le fil de suspension au moyen du micromètre, de manière que les aiguilles suspendues, forment dans tous les essais, un même angle avec le méridien magnétique, & l'on conclura de cette expérience, que, puisque l'angle formé avec le méridien magnétique est constant, le *momentum* de la force avec laquelle chaque aiguille est ramenée à son méridien par l'action magnétique de la Terre, est proportionnel à l'angle de torsion qu'aura donné l'expérience.

Nous aurons lieu, dans un autre Mémoire, de revenir en détail sur cet objet, ainsi que sur beaucoup d'autres, relatifs au magnétisme.

*USAGE de la balance magnétique, pour déterminer la loi suivant laquelle les parties aimantaires agissent l'une sur l'autre à différentes distances.*

L'on a aimanté un fil de bon acier, tiré à la filière, de 24 pouces de longueur, &  $1\frac{1}{2}$  ligne de diamètre, on l'a suspendu horizontalement dans notre balance magnétique; l'on a cherché d'abord, avec quelle force le magnétisme de la Terre ramenoit cette aiguille à son méridien, & l'on a trouvé qu'en tordant le fil de suspension de deux cercles moins 20 degrés, l'aiguille s'arrêtoit à 20 degrés de son méridien magnétique, en sorte que pour les angles de 20 à 24 degrés & au-dessous, les sinus étant à peu-près proportionnels aux arcs, il falloit pouréloigner l'aiguille



d'un degré de son méridien magnétique, une force de torsion très-approchante de 35 degrés.

L'on a placé ensuite un autre fil aimanté des mêmes dimensions, verticalement dans le méridien magnétique, à 11 pouces 2 lignes du centre de suspension de la première aiguille, en baissant l'extrémité de ce fil, à peu-près d'un pouce au-dessous du niveau de l'aiguille suspendue horizontalement; en sorte que, si les deux aiguilles, l'une suspendue horizontalement, l'autre placée fixement verticalement dans le méridien de la première, s'étoient touchées, elles se seroient rencontrées à 1 pouce de leurs extrémités; mais comme c'étoit les pôles nord, ou du même nom de chaque aiguille, qui étoient opposés, elles se sont chassées mutuellement, & l'aiguille horizontale, suspendue dans la balance, a été repoussée de la direction de son méridien, & ne s'est arrêtée que lorsque la force de répulsion des pôles opposés, a été en équilibre avec la force directrice du globe de la Terre. Voici le résultat des différens essais.

#### EXPÉRIENCE.

*Premier Essai.* L'aiguille suspendue horizontalement sans tordre le fil de suspension, a été chassée, & s'est arrêtée à 24 degrés de son méridien magnétique.

*Deuxième Essai.* Ayant tordu de trois cercles, l'aiguille s'est arrêtée à 17 degrés de son méridien magnétique.

*Troisième Essai.* Ayant tordu de huit cercles, l'aiguille s'est arrêtée à 12 degrés de son méridien magnétique.

#### *Explication & résultat de cette expérience.*

Nous avons dit que l'aiguille libre & uniquement sollicitée par l'action magnétique du globe de la Terre, étoit retenue à 20 degrés de son méridien par une force de torsion de deux cercles moins 20 degrés; ainsi, lorsque l'aiguille formoit un angle de 20 degrés avec son méridien magnétique, la force qui la rappeloit vers ce méridien

étoit de  $700^d$ ; & par conséquent, comme dans le premier essai elle s'arrêtoit à  $24^d$  de son méridien, elle y étoit ramenée avec une force de  $849^d$ ; mais, comme par la répulsion des aiguilles, le fil de suspension étoit tordu de  $24^d$ , la répulsion totale étoit de  $864$ .

Dans le 2.<sup>me</sup> *Essai*, l'aiguille s'arrêtoit à  $17^d$  de son méridien magnétique; ainsi, elle étoit ramenée à ce méridien par l'action aimantaire de la Terre, avec une force de  $595^d$ . Mais la torsion qui la retenoit à cette distance étoit 3 cercles  $+ 17^d$ . Ainsi, comme cette force de torsion agissoit dans le même sens que la force aimantaire de la Terre, l'action des deux pôles de l'aiguille étoit mesurée par...  $1692^d$ .

Dans le 3.<sup>me</sup> *Essai*, l'aiguille n'est qu'à  $12^d$  de son méridien magnétique. Ainsi, l'action du globe de la Terre n'est mesurée que par une force de  $420^d$ . Mais nous trouvons dans cet essai, que pour ramener l'aiguille à cette distance de  $12^d$  il avoit fallu tordre le fil de suspension de 8 cercles  $+ 12^d$ ,  $= 2890^d$ . Ainsi, la force répulsive des deux aiguilles placées à  $12^d$  de distance est mesurée dans ce dernier essai, par une torsion de  $2892 + 420 = 3312^d$ . Ainsi, dans nos expériences, où les distances sont 24, 17, 12, la raison inverse du carré des distances est mesurée par les nombres  $\frac{1}{576}$ ,  $\frac{1}{289}$ ,  $\frac{1}{144}$ , qui est très-approchant, comme  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ , 1. Mais les expériences donnent pour les forces répulsives correspondantes 864, 1692, 3312, qui sont aussi très-approchant, comme les nombres  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ , 1. Ainsi, en supposant, comme nous avons vu plus haut, qu'il étoit permis de le faire, tout le fluide magnétique concentré à 10 lig. de l'extrémité de nos aiguilles de 24 pouces de longueur, il en résulte que l'action répulsive du fluide magnétique est en raison inverse du carré des distances.

Nous avons pu négliger dans cette opération, l'action des autres pôles des aiguilles; car, puisque l'action est en raison inverse du carré des distances, que les aiguilles ont deux pieds de longueur, ces autres pôles se trouvant toujours à une distance au moins quatre fois plus grande que  
les

les premiers, & agissant d'ailleurs très-obliquement à la longueur des aiguilles, leur action ne peut pas altérer d'une manière bien sensible notre résultat. Mais s'il y avoit moins de différence entre la distance des différens pôles de l'aiguille que dans l'expérience qui précède, il faudroit, dans le calcul, avoir égard à l'action réciproque de tous les pôles, & à la longueur du levier sur lequel chacune de ces actions s'exerce. Ce calcul n'auroit pas plus de difficulté que celui que nous avons fait plus haut pour déterminer le centre d'action des extrémités des aiguilles, ou le point, vers ces extrémités, dans lequel il est permis de supposer le fluide magnétique concentré.

L'on peut encore, au moyen de la balance magnétique que nous venons de décrire, prouver d'une manière incontestable, que le fluide magnétique dans les fils d'acier aimantés par la méthode de la double touche, est concentré vers les extrémités de ces fils.

Voici le précis de l'opération qui mène à ce résultat. Ayant placé dans le méridien magnétique de notre balance, une règle verticale de deux lignes d'épaisseur, répondant à l'extrémité de l'aiguille suspendue, l'on fait glisser verticalement, le long de cette règle, le fil d'acier aimanté, de manière que les pôles du même nom se répondent, la règle étant entre-deux. Comme les deux extrémités, ou les deux pôles des fils d'acier & de l'aiguille, se chassent, l'on tord, au moyen du micromètre, le fil de suspension, jusqu'à ce que l'on ait ramené l'aiguille horizontale en contact avec la règle, en sorte qu'il ne reste que l'épaisseur de la règle, ou deux lignes de distance entre les points les plus rapprochés des deux aiguilles; mais comme le fil d'acier que nous plaçons derrière la règle est vertical, tous les points des deux aiguilles qui se trouvent à quatre ou cinq lignes de distance du recroisement, n'ont l'une sur l'autre pour se chasser mutuellement, qu'une force très-foible, à cause de leur distance & de l'obliquité de leur action; en sorte que la force de torsion qu'il faut

employer pour tenir l'aiguille suspendue horizontalement en contact de la règle, est proportionnelle à la densité des deux ou trois lignes de longueur du fluide aimantaire qui avoisinent les points des deux aiguilles, qui ne sont qu'à deux lignes de distance l'un de l'autre. Ainsi, en faisant glisser verticalement notre fil d'acier le long de la règle, nous présenterons à cette petite distance de deux lignes de l'aiguille, tous les points de ce fil, & la force de torsion de la suspension pour tenir l'aiguille suspendue horizontalement en contact avec la règle, sera proportionnelle à la densité du fluide magnétique du point du fil vertical, qui, dans chaque essai, se trouvera à deux lignes de distance de l'aiguille. Si l'on tente cette expérience, l'on trouvera que s'il faut une torsion de huit cercles lorsque le point de recoupement est à deux lignes de l'extrémité du fil, il ne faut que deux ou trois cercles de torsion à un pouce, & tout au plus un demi-cercle de torsion à deux pouces; & que lorsque le fil d'acier vertical a son extrémité baissée de trois pouces au-dessous de l'extrémité de l'aiguille suspendue horizontalement, la répulsion est presque nulle. L'on trouvera la même chose pour l'attraction des pôles du même nom; mais il faut avertir que pour compter sur le résultat d'une pareille expérience, il ne faut employer que des aiguilles fortement trempées & d'excellent acier, & ne pas leur donner un trop fort degré de magnétisme; autrement, comme dans cette opération le point de recroisement des deux aiguilles n'a que deux lignes de distance, si la force du fluide magnétique est telle que le fluide puisse se déplacer dans les parties des aiguilles qui s'avoisinent, les résultats ne seront plus comparables. L'on verra, dans un autre Mémoire, que la force coercitive, qui empêche le fluide magnétique une fois concentré par l'opération de la double touche, de se déplacer, est une quantité constante, qui varie suivant la nature & la trempe de l'acier; mais que, lorsqu'un point d'une aiguille est aimanté à satu-

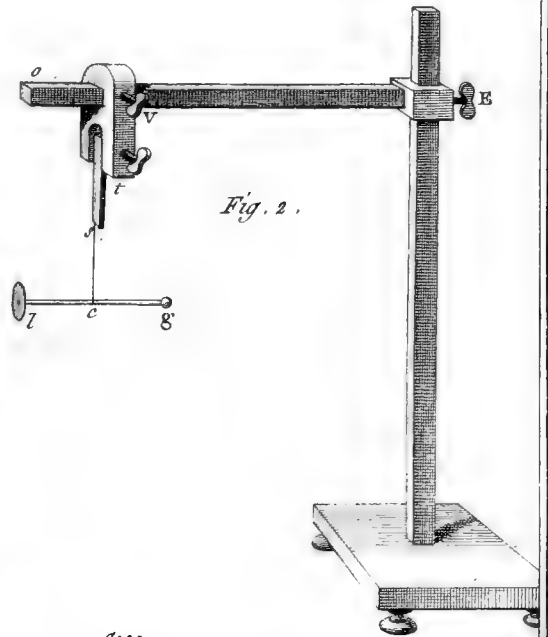
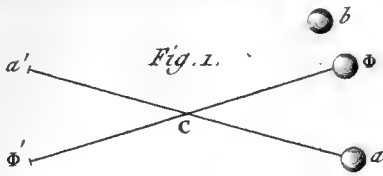


Fig. a.

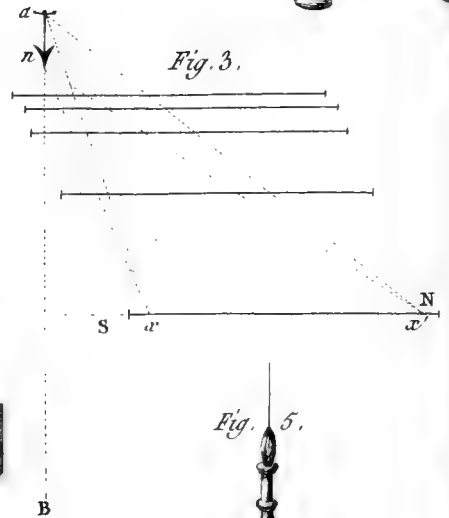
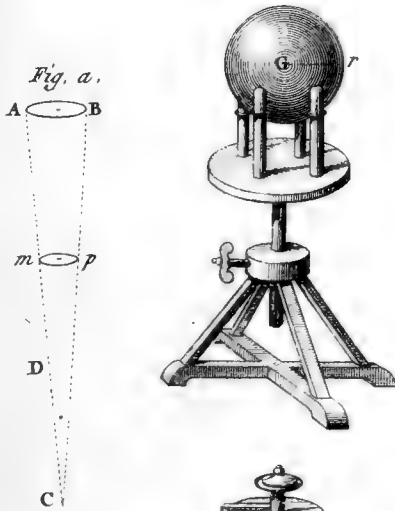


Fig. 4.

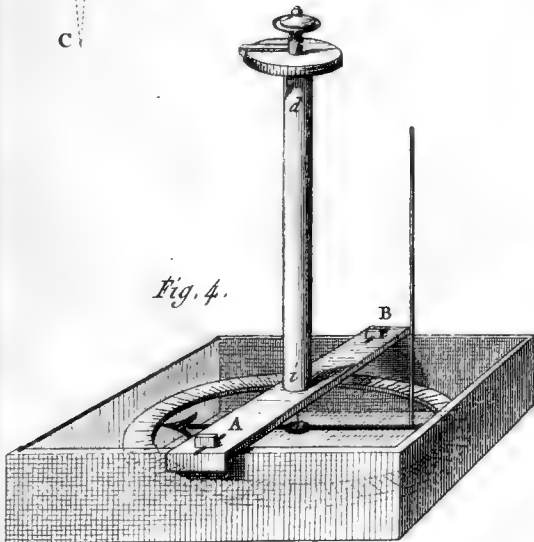
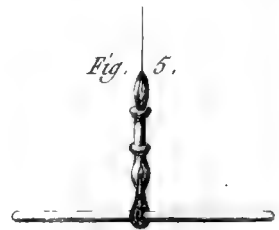


Fig. 5.





ration, cette force coërcitive, que l'on peut comparer au frottement dans la mécanique, fait équilibre avec la résultante de toutes les forces, soit répulsives, soit attractives de tout le fluide magnétique répandu dans l'aiguille, la force de chaque point étant en raison composée de la directe des densités & de l'inverse du carré des distances.

*Récapitulation des objets contenus dans ce Mémoire.*

DES recherches qui précèdent, il résultera :

1.<sup>o</sup> Que l'action, soit répulsive, soit attractive de deux globes électrisés, & par conséquent de deux molécules électriques, est en raison composée des densités du fluide électrique des deux molécules électrisées, & inverse du carré des distances.

2.<sup>o</sup> Que dans une aiguille de 20 à 25 pouces de longueur, aimantée par la méthode de la double touche, le fluide magnétique peut être supposé concentré à dix lignes des extrémités de l'aiguille.

3.<sup>o</sup> Que lorsqu'une aiguille est aimantée, dans quelque position où elle soit placée sur un plan horizontal, relativement à son méridien magnétique, elle est toujours ramenée à ce méridien par une force constante parallèle au méridien, & dont la résultante passe toujours par le même point de l'aiguille suspendue.

4.<sup>o</sup> Que la force attractive & répulsive du fluide magnétique, est exactement, ainsi que dans le fluide électrique, en raison composée de la directe des densités, & inverse du carré des distances des molécules magnétiques.



# TROISIÈME MÉMOIRE

## SUR L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.

*De la quantité d'Électricité qu'un corps isolé perd dans un temps donné, soit par le contact de l'air plus ou moins humide, soit le long des soutiens plus ou moins idio-électriques.*

Par M. COULOMB.

LORSQU'UN corps conducteur électrisé est isolé par des soutiens idio-électriques, l'expérience apprend que l'électricité de ce corps décroît & s'anéantit assez rapidement. L'objet de ce Mémoire est de déterminer suivant quelles loix se fait ce décroissement : la connoissance de cette loi est absolument nécessaire pour pouvoir soumettre par la suite, au calcul les autres phénomènes de l'électricité ; parce que les expériences destinées à évaluer ces phénomènes, ne pouvant s'exécuter dans un même instant, ne peuvent être comparées entr'elles, sans connoître l'altération qu'elles éprouvent dans le temps qui s'écoule de l'une à l'autre.

Deux causes paroissent principalement concourir à faire perdre l'électricité des corps : la première, c'est qu'il est probable qu'il n'y a dans la Nature aucun soutien parfaitement isolant, c'est-à-dire, qu'il n'y a aucun corps entièrement impénétrable à l'électricité, lorsqu'elle est portée à un très-grand degré d'intensité ; que d'ailleurs, quand même ce corps existeroit, l'air étant toujours chargé d'un certain degré d'humidité, cette humidité s'attache à la surface des corps idio-électriques en plus ou moins grande quantité, suivant que l'air est plus ou moins humide, &



que le corps idio-électrique , par sa nature , a une plus grande ou une moindre affinité avec l'eau , que n'en ont les parties de l'air ; en sorte qu'il arrive souvent que les parties aqueuses répandues sur la surface du corps idio-électrique qui sert de soutien à un corps électrisé , sont plus rapprochées l'une de l'autre , qu'elles ne le sont dans l'air environnant ; & comme ces parties aqueuses sont conductrices de l'électricité , dans ce cas , lorsque les corps idio-électriques qui servent de soutien n'ont pas une longueur suffisante , l'électricité se perd plus facilement le long de la surface du corps idio-électrique qui sert de soutien , que par le contact de l'air.

La seconde cause , c'est que le corps électrisé étant enveloppé par l'air atmosphérique , cet air composé de différens élémens , est plus ou moins idio-électrique , soit par la nature de ces élémens , soit par leur affinité avec les molécules aqueuses ; affinité qui varie encore suivant le degré de chaleur , en sorte que l'air peut être regardé comme composé d'une infinité d'élémens en partie idio-électriques , en partie conducteurs. Mais , comme un corps conducteur se charge toujours d'une partie de l'électricité du corps qui le touche , & que chargé de cette électricité , il est repoussé par ce corps ; il en résulte , que chaque molécule de l'air qui touche un corps électrisé , se charge de l'électricité de ce corps plus ou moins rapidement , suivant que la densité électrique du corps est plus ou moins grande , & que l'air est plus ou moins chargé d'humidité ou de parties conductrices de l'électricité : dès l'instant qu'une molécule de l'air est chargée d'électricité , elle est chassée du corps électrisé , & remplacée par une autre qui s'électrise , & est chassée à son tour ; chacune de ces molécules emportant une partie de l'électricité du corps électrisé qu'elles enveloppent , la densité électrique diminue plus ou moins rapidement , suivant l'état de l'atmosphère. L'explication que nous venons de donner sur la manière dont l'électricité se perd par le contact de l'air , dont les molécules infi-

niment petites se meuvent avec beaucoup de facilité, n'est pas applicable à la manière dont l'expérience apprend que l'électricité se perd le long des surfaces des soutiens devenus idio-électriques imparfaits, par le contract de l'air humide; parce que dans ce second cas, les parties aqueuses contractent un assez grand degré d'adhérence avec la surface de ces soutiens; que cette adhérence est quelquefois plus grande que l'action répulsive que le corps électrisé exerce sur la molécule aqueuse, à laquelle il a transmis une partie de son électricité; d'où il arrive, & ce résultat est confirmé par l'expérience, que lorsque la molécule humide, la plus proche du corps électrisé, est chargée d'électricité, cette électricité passe en partie à la molécule suivante, sans que cette molécule se déplace, & de-là de molécule en molécule, jusqu'à une certaine distance du corps: ainsi la densité de chaque molécule diminuera à mesure qu'elle sera plus éloignée du corps électrisé, parce que ces molécules aqueuses étant séparées par un petit intervalle idio-électrique, il faut un certain degré de force, pour que l'électricité puisse passer d'une molécule à l'autre. La résistance que ce petit intervalle idio-électrique oppose à l'écoulement du fluide électrique, paroît ne pouvoir être représentée que par une quantité constante pour un intervalle constant, & doit par conséquent être proportionnelle à la différence de l'action de deux molécules consécutives. Nous verrons tout-à-l'heure, que le calcul & les expériences qui déterminent la loi de la densité du fluide électrique le long des soutiens idio-électriques imparfaits, s'accordent avec le raisonnement qui précède.

Les recherches qui vont suivre, doivent donc avoir deux objets; le premier, de déterminer suivant quelle loi l'électricité se perd par le contact de l'air; le deuxième, de déterminer suivant quelle loi cette même électricité se perd le long de la surface des soutiens idio-électriques: mais comme dans toutes les expériences que l'on peut faire, les corps conducteurs chargés d'électricité, sont toujours

soutenus par des corps idio-électriques, ces expériences doivent naturellement toujours présenter un résultat composé de la perte de l'électricité par le contact de l'air, & de la perte de l'électricité le long de la surface du soutien idio-électrique, à moins que l'on ne parvienne à soutenir le corps par un support idio-électrique dont la surface soit proportionnellement moins chargée d'humidité, ou des parties conductrices que les molécules de l'air environnant; car pour lors en diminuant beaucoup la surface du contact du corps électrisé & de son soutien, la diminution de l'électricité du corps seroit due en entier au contact de l'air. D'après ce raisonnement, j'ai essayé, pour servir de soutien au corps électrisé, plusieurs matières idio-électriques, & j'ai trouvé que lorsque la densité électrique du corps soutenu n'étoit pas très-considérable, un petit cylindre de cire d'Espagne ou de gomme-laque, d'une demi-ligne de diamètre & de 18 à 20 lignes de longueur, suffisoit presque toujours pour isoler parfaitement une balle de sureau de cinq à six lignes de diamètre; j'ai également trouvé que lorsque l'air étoit sec, un fil de soie très-fin, passé dans de la cire d'Espagne bouillante, & ne formant ensuite qu'un petit cylindre tout au plus d'un quart de ligne de diamètre, remplissoit le même objet, pourvu que l'on donnât à ce fil une longueur de cinq à six pouces. Un fil de verre, tiré à la lampe d'émailleurs, de cinq ou six pouces de longueur, n'isole la balle que dans les jours très-secs, & lorsqu'elle est chargée d'un très-foible degré d'électricité; il en est de même d'un cheveu ou d'une soie qui ne sont pas enduits de cire d'Espagne, ou ce qui vaut encore mieux, de gomme-laque pure.

## PREMIÈRE PARTIE.

*Expériences pour déterminer la perte de l'électricité par le contact de l'air.*

J'AI donné dans mon premier Mémoire sur l'électricité, la description de la balance dont je me sers dans toutes

les expériences électriques. L'on peut se rappeler, en jetant les yeux sur la figure de cette balance, qu'une aiguille horizontale, formée par un fil de soie enduit de cire d'Espagne ou même par une paille terminée par un petit cylindre de gomme-laque, porte une petite balle de fureau, de quatre ou cinq lignes de diamètre à son extrémité; que cette aiguille est suspendue horizontalement par un fil d'argent de 28 pouces de longueur, & qu'en agissant avec un levier de 4 pouces pour tordre ce fil de suspension autoür de son axe, il ne faut employer qu'une force de  $\frac{1}{340}$  grain pour le tordre de  $360^d$ ; que les forces de torsion sont généralement proportionnelles à l'angle de torsion, en sorte que, par exemple, pour tordre notre fil de  $36^d$ , ou pour faire varier l'aiguille de  $36^d$ , il ne faut

employer que  $\frac{1}{3400}$  de grain. L'on doit encore se rappeler que la force de torsion de ce fil de suspension se mesure d'une manière bien simple, au moyen d'un micromètre placé au haut de la tige de notre balance, & qu'en présentant à la balle de l'aiguille une seconde balle de la même grosseur, isolée comme celle de l'aiguille, leur action réciproque lorsqu'elles sont chargées d'une électricité de même nature, tend à les éloigner l'une de l'autre; qu'en tordant le fil de suspension, au moyen du micromètre, il est facile de mesurer cette action que nous avons trouvée dans ce Mémoire, exactement comme l'inverse du carré de la distance des deux balles.

Pour déterminer au moyen de cette même balance, la loi suivant laquelle un corps électrisé perd son électricité dans un temps donné, voici la méthode qui m'a paru la plus simple & la plus exacte.

Je suspends à un fil de soie très-fin, enduit de cire d'Espagne, & terminé par un petit cylindre de gomme-laque de 18 à 20 lignes de longueur, une petite balle de fureau semblable à celle de l'aiguille; je l'introduis par le trou du couvercle de ma balance, comme je l'ai fait dans mon  
premier

premier Mémoire, & je la place de la même manière.

Au moyen d'une épingle à grosse tête, que je charge d'électricité, & qui est isolée comme dans le premier Mémoire, j'électrise également les deux balles, ce qui est très-facile en les faisant toucher l'une à l'autre; lorsque ces balles sont électrisées, elles se repoussent mutuellement, & l'aiguille ne s'arrête que lorsque la distance des deux balles est telle que la force de torsion est égale à la force répulsive: un exemple fera mieux entendre l'opération, que toute autre explication.

Je suppose que la balle de l'aiguille soit chassée à 40 degrés; en tordant le fil de suspension, je la ramène à une moindre distance, à 20 degrés, par exemple, ce que je suppose encore avoir obtenu, en tordant le fil de suspension de 140 degrés. J'observe l'instant où cette balle répond très-précisément à 20 degrés: comme l'électricité se perd, les balles se rapprocheront quelques minutes après l'opération; ainsi, pour pouvoir les observer toujours à la première distance de 20 degrés, je détors, au moyen de l'index, le fil de suspension, de 30 degrés, & la force de torsion étant diminuée de ces 30 degrés, les balles se chassent à un peu plus de 20 degrés. J'attends l'instant où la balle de l'aiguille arrive à 20 degrés, & je tiens compte très-exactement du temps écoulé entre les deux opérations; je suppose que ce temps soit 3'; il résultera de cette opération, qu'à la première observation, la distance des balles étant 20, la force répulsive avoit pour mesure, 140 degrés + 20; que 3' après, la force répulsive à la même distance de 20 degrés, n'étoit plus que 110<sup>d</sup> + 20<sup>d</sup>, c'est-à-dire, qu'elle étoit diminuée de 30 degrés, ou de 10 degrés par minute: ainsi comme la force moyenne entre les deux observations étoit mesurée par 145 degrés, & qu'elle diminue de 30 degrés en 3', ou de 10 degrés par minute, la force électrique des deux balles diminueoit de  $\frac{10}{145}$  par minute.

C'est d'après cette méthode, que j'ai formé le premier tableau, qui représente des observations faites le 28 Mai, le 29 Mai, le 22 Juin & le 2 Juillet; j'ai choisi ces quatre observations parmi une infinité d'autres, parce que l'hygromètre annonçoit ces quatre jours des différences considérables dans le degré d'humidité de l'air, & que le degré de chaleur étoit à peu-près le même.

*Observation sur le Tableau ci-joint.*

Dans ce tableau, la première colonne représente l'instant de l'observation; la deuxième, la distance des deux balles; la troisième, le degré de torsion donné par le micromètre; la quatrième, la durée du temps écoulé entre deux observations consécutives; la cinquième, la perte de la force électrique dans le temps écoulé entre deux observations; la sixième, la force moyenne de répulsion entre deux observations consécutives, mesurée par la torsion moyenne, indiquée par le micromètre, plus par la distance des deux balles; enfin, la septième colonne indique le rapport de la force électrique perdue dans 1', à la force totale.

L'on voit, d'après cette septième colonne, que le rapport de la force électrique perdue à la force totale, a été représenté le même jour, ou dans le même état d'humidité de l'air, par une quantité constante; que ce rapport n'a varié qu'à mesure que l'hygromètre a annoncé une variation dans l'humidité de l'air, d'où il résulte, que pour un même état de l'air, la perte de l'électricité est toujours proportionnelle à la densité électrique.

La loi de la perte de la densité électrique étant déterminée par les expériences qui précèdent, il est facile d'avoir par le calcul l'état électrique des deux balles après un temps donné; prenons pour exemple la première expérience de notre table, où nous avons vu que l'action

électrique des deux balles, dont l'électricité primitive étoit la même, diminueoit de  $\frac{1}{41}$  partie à chaque minute.

Puisque la densité électrique décroît, ainsi que nous venons de le voir, proportionnellement aux densités; nous avons

—  $(\frac{d\delta}{\delta}) = m \partial t$ , où  $\delta$  représente la densité de chaque

balle; mais puisque cette densité décroît, comme on le verra dans l'article suivant, de  $\frac{1}{82}$  par minute, si  $\partial t = 1'$ , l'on

aura  $m = (\frac{1}{82})$ . Ainsi, dans cette expérience,

—  $\frac{d\delta}{\delta} = (\frac{\partial t}{82})$ , multipliant par le module  $\mu$  du sys-

tème logarithmique, l'on aura —  $\mu \frac{d\delta}{\delta} = (\frac{\mu \partial t}{82})$ ,

dont l'intégrale donne  $\frac{\mu t}{82} = \log. (\frac{D}{\delta})$ ,  $D$  repré-

sentant la densité primitive du fluide électrique de chaque

balle, & par conséquent  $\frac{2\mu t}{82} = \frac{\mu}{41} t = \log. (\frac{D^2}{\delta^2})$ ;

mais la distance étant constante,  $D^2$  est proportionnel à l'action primitive, &  $\delta^2$  est proportionnel à l'action, lorsque le temps est  $= t$ : ainsi, en se servant des tables ordi-

naires, puisque le module  $\mu = 0,4343$ , l'on aura

$\frac{0,4343}{41} t = \log. (\frac{D^2}{\delta^2})$ . Si l'on cherche d'après cette

formule, la valeur de  $\delta$  dans cette première expérience,

l'on trouvera qu'au premier essai,  $D^2 = 150$ , qu'au

6.<sup>me</sup> essai  $\delta^2 = 50$ ; ainsi,  $\frac{0,4343 t}{41} = \log. \frac{150}{50} = \log. 3$ ;

& par conséquent  $t = (\frac{41 \log. 3}{0,4343}) = 45'$  par l'expé-

rience. Le 1.<sup>er</sup> Essai a commencé à 6<sup>h</sup> 32' 30"; le 6.<sup>me</sup>

Essai n'a eu lieu qu'à 7<sup>h</sup> 17': ce qui donne 44' 30",

au lieu de 45' trouvées par l'expérience.

*Deuxième Remarque.*

Le rapport donné dans la septième colonne de la table, représente exactement la portion de la force perdue dans une minute par le corps électrisé, à la force totale : mais ce rapport est double de celui de la perte de la densité de chaque corps à la densité totale ; il est facile de s'en convaincre par les réflexions suivantes.

Nous avons vu, dans nos deux premiers Mémoires, que lorsque deux globes égaux électrisés, agissoient l'un sur l'autre, leur action réciproque étoit en raison composée des densités électriques & de l'inverse du carré des distances de ces deux globes. Ainsi, puisque dans nos expériences, les deux balles sont égales, & qu'elles ont au premier instant reçu une égale dose d'électricité, leur action réciproque, en nommant  $\Delta$ , la densité électrique, &  $a$ , la distance des deux balles, sera proportionnelle à  $(\frac{\Delta^2}{a^2})$ , & la variation de cette action dans l'instant  $dt$  sera également proportionnelle à  $(\frac{2\Delta d\Delta}{a^2} + d\Delta^2)$  : ainsi le rapport de cette variation d'action, à l'action, sera en négligeant  $d\Delta^2$  égal à  $(\frac{2d\Delta}{\Delta})$ . Mais  $(\frac{d\Delta}{\Delta})$  est le rapport de la perte de la densité de chaque balle à sa densité, & par conséquent elle a pour mesure, la moitié du rapport donné pour la perte d'action, à l'action donnée dans nos expériences : ainsi, le 28 Juin, notre tableau donnant moyennement  $\frac{1}{41}$  pour le rapport de la force électrique perdue dans une minute à la force totale ; il en résulte, que ce même jour, la densité électrique des balles diminuoit de  $\frac{1}{82}$  partie par minute.

Par une suite d'expériences du même genre, j'ai également trouvé que, quoique les balles eussent des grosseurs



très-différentes, que la masse d'électricité & la densité électrique de chaque balle fussent très-différentes, le rapport de la force perdue dans une minute, à la force totale, restoit toujours une quantité constante; en sorte, par exemple, que, quoique le 28 Juin, je présentasse à la balle de l'aiguille, une balle double de grosseur, & que je donnasse à cette balle une densité électrique plus grande ou plus petite que celle de l'aiguille, la perte de la force électrique par minute, étoit toujours  $\frac{1}{41}$  partie de la force totale.

Pour peu que l'on y fasse attention, l'on verra que si dans un temps donné, la densité décroît proportionnellement à son intensité, le résultat que donne l'expérience, est une suite nécessaire de la théorie; car l'action des deux balles dont la grosseur & la densité sont différentes, étant représentée par  $m \left( \frac{D\delta}{a^2} \right)$ , où  $m$  est un coefficient constant dépendant de la surface des balles, où  $D$  &  $\delta$  représentent les densités, &  $a$  la distance; la variation de la force répulsive divisée par cette force, aura pour mesure,

$\left( \frac{dD}{D} + \frac{d\delta}{\delta} \right)$ , quantité qui sera toujours une quantité constante, quelle que soit la valeur de  $\delta$ , de  $D$  & de  $m$ , pourvu que pour un même instant  $dt$ ,  $\frac{dD}{D} = \frac{d\delta}{\delta} =$  une quantité constante.

Mais une remarque fournie par l'expérience, & qui me paroît mériter la plus grande attention, c'est que, quelque figure qu'ait un corps électrisé, & quelle que soit sa grosseur, le décroissement de la densité électrique, relativement à cette densité, a dans tous les cas pour mesure, à peu près une quantité constante, lorsque l'air est sec, & que le degré d'électricité n'est pas très-considérable. J'ai fait cette expérience avec un globe d'un pied de diamètre, avec des cylindres de toutes les grosseurs & de toutes les longueurs; j'ai substitué à la place des balles, dans ma balance

électrique, des cercles de papier ou de métal; j'ai même, un jour très-sec, armé une des balles d'un petit fil de cuivre, de 10 lignes de longueur & de  $\frac{1}{4}$  ligne de diamètre, & en observant le décroissement de l'électricité, j'ai trouvé le jour où j'ai fait cette expérience, que la densité électrique décroissoit dans tous ces corps, quelques figures qu'ils eussent, d'une centième partie par minute : mais il faut seulement prévenir, que les corps de différentes figures ne donnent cette égalité de décroissement dans la densité électrique, que lorsque cette densité est diminuée à un certain point; que dans toutes les figures anguleuses, lorsqu'on leur communique une électricité très-forte, elles perdent rapidement une portion de cette électricité, suivant des loix que nous déterminerons en parlant de l'électricité des pointes; mais lorsque l'électricité est diminuée à un certain point, pour lors, quelle que soit la densité électrique, son rapport avec le décroissement pendant l'instant  $dt$ , fera une quantité constante.

Une seconde observation que l'expérience m'a fait faire, c'est que la nature du corps n'influe nullement sur la loi du décroissement de l'électricité; ainsi, le 28 Juin où nous voyons par notre tableau, que l'électricité décroissoit de  $\frac{1}{82}$  par minute, pour des balles de sureau, elle décroissoit de la même quantité pour une balle de cuivre, & ce qui paroîtra plus extraordinaire, pour une balle de nature idio-électrique, formée avec de la cire d'Espagne, & que l'on avoit chargée d'électricité, en la faisant toucher à un corps fortement électrisé. Nous aurons lieu dans la suite de revenir sur tous ces résultats, lorsque nous aurons déterminé par l'expérience & le calcul, les loix des autres phénomènes électriques.

### *Troisième Remarque.*

Si l'on veut actuellement chercher, d'après le tableau qui représente le décroissement de l'électricité dans une

minute, la correspondance entre l'état plus ou moins humide de l'air, & ce décroissement d'électricité, l'on formera la petite table suivante.

Hygromètre.	Quantité d'eau qu'un pied cube d'air tient en dissolution.	Électricité perdue à chaque minute.
Le 29 Mai... 69.....	6,197 <sup>grains</sup> .....	$\frac{1}{60}$ .
Le 28 Mai... 75.....	7,295.....	$\frac{1}{41}$ .
Le 2 Juillet... 80.....	8,045.....	$\frac{1}{29}$ .
Le 22 Juin... 87.....	9,221.....	$\frac{1}{14}$ .

Dans ce tableau, la première colonne marque le jour où l'expérience a été faite; la deuxième, l'état de l'hygromètre de M. de Saussure; la troisième, la quantité d'eau que l'air tient en dissolution par pied cube, lorsque le thermomètre est entre 15 & 16 degrés, évaluée d'après une petite table du dixième chapitre, *page 173* de l'hygrométrie de M. de Saussure, qui exprime pour tous les degrés du thermomètre, la quantité d'eau que l'air tient en dissolution, relativement au degré marqué par l'hygromètre de cet auteur.

Si, d'après cette table, l'on cherche par le calcul à déterminer une loi entre le décroissement de l'électricité & la quantité d'eau contenue dans un pied cube d'air, lorsque le thermomètre est entre 15 & 16 degrés, point où il se trouvoit dans le temps des quatre expériences; en nommant *m* la puissance qui exprime ce rapport, & en comparant la première expérience avec les trois autres, l'on aura :

$$1.^{ere} \& 2.^{eme} \dots\dots\dots \frac{60}{41} = \left( \frac{7,197}{6,180} \right)^m \text{ d'où } m = 2,76,$$

$$1.^{ere} \& 3.^{eme} \dots\dots\dots \frac{60}{29} = \left( \frac{8,045}{6,180} \right)^m \text{ d'où } m = 2,76,$$

$$1.^{ere} \& 4.^{eme} \dots\dots\dots \frac{60}{14} = \left( \frac{9,221}{6,180} \right)^m \text{ d'où } m = 3,61;$$

& la quantité moyenne donne  $m = 3,04$ .

En sorte qu'il paroîtroit que le décroissement de la force, ou, ce qui revient au même, de la densité électrique, est proportionnel au cube du poids de l'eau contenue dans un volume d'air.

Mais ce résultat dépendant de plusieurs élémens, qui ne sont peut-être pas encore déterminés d'une manière assez sûre, a besoin d'être confirmé par des recherches plus directes. C'est dans cette vue, que j'avois imaginé, pour compléter mon travail, de renfermer des corps électrisés dans différentes espèces d'air, de donner à cet air différens degrés de densité & d'humidité, de chercher ensuite dans chaque état de ces airs, la loi du décroissement de l'électricité; mais je me suis bientôt aperçu que cette opération demandoit beaucoup de temps, de patience, & des instrumens que je n'avois pas, ou qui n'existent même pas encore pour mesurer avec exactitude le degré de pureté de chaque air, & son degré d'humidité: j'ai été obligé, avec regret, de renoncer au moins pour le moment à un travail sur lequel je desirois de pouvoir revenir dans la suite.

#### *Quatrième Remarque.*

Dans les différens essais qui forment la table générale de nos expériences, je me suis assuré que l'électricité se perdoit uniquement par le contact de l'air, & non le long des corps idio-électriques qui formoient les soutiens, par la méthode suivante.

Les balles renfermées dans la balance électrique étant soutenues par un seul fil de soie enduit de cire d'Espagne, terminé par un fil de gomme-laque de 18 lig. de longueur, je cherchois la quantité d'électricité qui se perdoit dans une minute, & qui se trouve dans le tableau des expériences; je faisois ensuite toucher la balle par quatre fils absolument semblables à celui qui servoit de soutien, & je déterminois dans cet état le décroissement de l'électricité dans une minute, que je trouvois le même que s'il n'y avoit eu qu'un seul soutien: il est clair qu'ayant dans

dans cette expérience quatre soutiens au lieu d'un seul, si une partie sensible de l'électricité s'étoit perdue par les soutiens, le décroissement auroit été sensiblement plus grand lorsque la balle étoit touchée par quatre fils enduits de cire d'Espagne, que lorsqu'elle étoit soutenue par un seul; & puisque l'expérience a prouvé le contraire, il en résulte que l'électricité se perdoit uniquement par le contact de l'air, & non le long des corps idio-électriques qui formoient les soutiens.

*Cinquième Remarque.*

À mesure que le degré de chaleur indiqué par le thermomètre augmente, quoique l'hygromètre de M. de Saussure, qui a servi à la comparaison de nos expériences, reste au même degré, cependant la quantité d'eau qu'un volume d'air déterminé tient en dissolution, augmente avec cette chaleur. Mais comme il paroît que le décroissement plus ou moins prompt de l'électricité, dépend de la quantité d'eau ou du nombre des parties conductrices qui se trouvent dans un même volume d'air, il doit en résulter que, pour le même degré hygrométrique, l'électricité doit se perdre plus promptement les jours chauds que les jours froids. C'est effectivement ce que l'expérience confirme toujours; mais il reste à chercher si à différens degrés de chaleur, le décroissement de l'électricité dépend uniquement de la quantité d'eau tenue en dissolution dans un volume d'air déterminé.

Ici les expériences nous manquent: l'on trouve à la vérité dans l'excellent Essai d'hygrométrie de M. de Saussure, *chapitre X, page 181*, une table qui représente la correspondance des degrés de son hygromètre avec la quantité d'eau qu'un pied cube d'air tient en dissolution à chaque degré du thermomètre. Mais M. de Saussure annonce qu'il ne répond pas de cette table, qu'il n'a publiée que pour présenter un modèle de la réduction des expériences qu'il compte faire par la suite. Ainsi, tous les résultats que nous pourrions tirer, en comparant d'après cette table,

la perte électrique avec la quantité d'eau tenue en dissolution dans un pied cube d'eau, à un degré de chaleur & d'hygromètre observé, ne seroient qu'hypothétiques. L'on peut seulement dire en général, qu'il paroît qu'à mesure que le degré de chaleur augmente, l'électricité ne se perd pas aussi promptement qu'elle devroit se perdre, en calculant d'après cette table la quantité d'eau que le pied cube d'air tient en dissolution; c'est-à-dire, qu'en admettant pour vraie la table de M. de Saussure, un pied cube d'air tenant, par exemple, six grains d'eau en dissolution, est plus idio-électrique ou moins conducteur de l'électricité, à mesure que la chaleur augmente.

*Sixième Remarque.*

AVANT de finir cette première partie de mon Mémoire, je dois encore avertir que quoique le thermomètre, l'hygromètre, & même le baromètre, marquent à différens jours les mêmes degrés, le décroissement de l'électricité n'est cependant pas toujours le même: l'on ne peut, ce me semble, expliquer ces variétés par une autre cause que par la composition de l'air formé de différens élémens plus ou moins idio-électriques, dont la densité, les proportions varient presque continuellement, & qui ont des degrés d'affinités différens avec les vapeurs aqueuses. La seule observation qui m'a paru assez générale, c'est que lorsque le temps change subitement, & que l'hygromètre varie sensiblement dans quelques heures de l'humidité au sec, la perte de l'électricité, relativement à sa densité, reste pendant quelque temps plus grande qu'elle ne devroit l'être d'après ce degré de sécheresse indiqué par l'hygromètre; & *vice versa*, lorsque l'hygromètre passe subitement du sec à l'humide. Ainsi, par exemple, si dans douze ou quinze heures, l'hygromètre passe de l'humide au sec de 8 ou 10 degrés, & qu'il se fixe ensuite à ce degré de sécheresse pendant plusieurs jours, l'on observera souvent que si la densité électrique décroît le premier jour après cette marche de l'hygromètre,

de  $\frac{1}{50}$  par minute, quelques jours après, quoique la sécheresse indiquée par l'hygromètre, reste invariable, la densité électrique ne décroît plus que de  $\frac{1}{100^{me}}$  partie par minute. La cause de ce phénomène ne dépendroit-elle pas de ce que les vapeurs aqueuses, après avoir séjourné un certain temps dans l'air, y contractent une adhérence de plus en plus grande, & que le cheveu de l'hygromètre n'attire que les parties aqueuses qui sont encore libres & qui ont un plus foible degré d'adhérence avec l'air que les premières; d'où il résulteroit que dans les variations subites, l'hygromètre annonceroit seulement la quantité des parties *aqueuses* libres dans l'air, & non la quantité absolue de ces parties. Ce qui paroîtroit venir à l'appui de cette opinion, c'est que l'état de diminutions électriques se fixe presque toujours au bout de quelques heures, relativement à l'hygromètre, lorsque la variation prompte de sécheresse ou d'humidité a lieu avec un vent violent, & que ce n'est qu'avec un temps calme, que l'on éprouve quelquefois le contraire. Il se pourroit cependant que ce phénomène fût uniquement produit par l'humidité ou la sécheresse des corps qui avoisinent l'aiguille.

Cette remarque, ainsi que la troisième, dépendant, comme nous l'avons dit, de plusieurs élémens hygrométriques qui sont encore incertains, les résultats ne sont qu'hypothétiques, & il ne faut pas les confondre avec les principaux points de ce Mémoire, qui paroissent avoir pour base une suite d'expériences suivies.

## DEUXIÈME PARTIE.

*De la quantité d'électricité qui se perd le long des soutiens idio-électriques imparfaits.*

NOUS avons vu dans la première partie de ce Mémoire, que lorsque l'électricité se perd par le contact de l'air, le décroissement momentané de l'électricité étoit très-exacte-

K k k k ij

ment proportionnel à la densité électrique du corps électrisé. L'on peut se rappeler que pour nous diriger dans les expériences propres à mener à ce résultat, nous avons dû chercher à isoler le corps électrisé sur un soutien le plus idio-électrique possible.

Pour suivre la même méthode, il faudroit dans la recherche actuelle, soutenir les corps par des isolements dont l'idio-électricité fût tellement imparfaite, que la perte de l'électricité le long de ces soutiens, fût dans un rapport très-grand avec la quantité d'électricité que le corps perd par le contact de l'air. Mais l'on sent que plus ce rapport sera grand, plus l'électricité du corps électrisé se perdra rapidement. Et comme dans la pratique des expériences, dès l'instant que, dans notre balance électrique, la balle soutenue par l'aiguille est électrisée, l'aiguille oscille pendant quelques minutes, qu'elle oscille également toutes les fois que l'on touche au micromètre, pour augmenter ou diminuer la torsion du fil de suspension; l'on voit que si l'électricité se perdoit très-rapidement, à chaque observation l'électricité se trouveroit presque entièrement anéantie avant que l'aiguille s'arrêtât, & que l'on pût déterminer sa position d'une manière précise: cet inconvénient-pratique nous a donc obligé à nous servir de soutiens qui eussent assez de forces idio-électriques pour pouvoir, sans électriser à chaque fois les balles, faire plusieurs observations consécutives; il est facile ensuite par le calcul, de déterminer, dans ces expériences, la partie de l'électricité perdue par le contact de l'air, & celle perdue le long du soutien.

La deuxième Table a été formée sur le même modèle que la première, ainsi que l'indiquent les titres: mais la balle introduite dans le trou de la balance, & qui est destinée à chasser la balle de l'aiguille, au lieu d'être isolée comme dans les expériences de cette première partie, par un petit cylindre de gomme-laque de quinze à dix-huit lignes de longueur, est soutenue par un fil de soie d'un seul brin, tel



qu'il sort du cocon; ce fil a quinze pouces de longueur. Les deux expériences de cette deuxième Table, ont été faites comme celle de la première, le 28 & le 29 Mai. La première table détermine la quantité d'électricité que le contact de l'air faisoit perdre: ainsi, en comparant le résultat de cette première table avec celui de la deuxième, il sera facile de déterminer la quantité d'électricité perdue à chaque instant le long des soutiens.

Mais une remarque bien importante que nous offre cette seconde table, c'est que le décroissement de l'électricité, d'abord beaucoup plus prompt lorsque la densité est considérable, qu'il ne devoit l'être s'il étoit uniquement produit par le contact de l'air, parvient dans l'une & l'autre expérience de la deuxième table, lorsque la densité électrique de la balle soutenue par le fil de soie, est réduite à un certain degré, à être précisément la même, que lorsque l'idio-électricité de l'isoloir est parfaite, ou pour mieux dire, lorsque la perte de l'électricité est entièrement due au contact de l'air, comme dans la première table.

Il résulte certainement de cette observation, que notre fil de soie de quinze pouces de longueur isole parfaitement, lorsque l'action réciproque des deux balles est mesurée dans la première expérience de notre seconde table, par une force de torsion de  $40^d$  & au-dessous, puisque pour lors la perte électrique n'est que de  $\frac{1}{42}$  par minute, la même qui avoit été trouvée pour le même jour dans la première table, & qui étoit, ainsi qu'il est prouvé dans la première partie de ce Mémoire, uniquement due au contact de l'air. Il résulte également de cette même observation, que dans la deuxième expérience de notre seconde table, le fil de soie de quinze pouces de longueur isoloit parfaitement, lorsque l'action répulsive des deux balles étoit de  $70^d$  & au-dessous, puisqu'alors la perte de l'action électrique n'étoit que de  $\frac{1}{60}$ ; ainsi que nous l'avions trouvé le même jour dans la première

table. Actuellement, puisque les forces répulsives sont mesurées pour une distance constante, par le produit des densités des deux balles égales, nous allons chercher à connoître le rapport entre la densité primitive, & les degrés de densité de la balle soutenue par le fil de soie, lorsque ce fil de soie commence à isoler parfaitement cette balle.

*Détermination de la densité électrique de la balle soutenue par le fil de soie, lorsque ce fil commence à isoler parfaitement.*

UNE application du calcul développé dans la première partie de ce Mémoire, & comparé avec le résultat de la première expérience de notre seconde table, suffira pour faire connoître la méthode que nous devons suivre dans cette recherche. Dans la première expérience de notre deuxième table, qui a commencé à dix heures, nous avons donné une égale quantité de fluide électrique aux deux balles, puisque ces balles sont égales, & que l'on a eu soin de les faire toucher après qu'elles ont été électrisées. La balle soutenue par l'aiguille, étant isolée au moyen de la gomme-laque, perdoit ce jour-là  $\frac{1}{82}$  partie de son fluide électrique par minute, & perdoit ce fluide uniquement par le contact de l'air. La balle soutenue par le fil de soie, perdoit son électricité par le contact de l'air, & le long de son soutien idio-électrique imparfait: ce n'est qu'à peu-près vers dix heures quarante minutes, que le fil de soie a commencé à isoler parfaitement cette seconde balle, & pour lors, l'action répulsive des deux balles avoit pour mesure 40 degrés; mais à dix heures, au commencement de l'expérience, l'action répulsive des deux balles, chargées l'une & l'autre d'une égale quantité de fluide électrique, avoit pour mesure 180 degrés, ainsi que l'indique le premier essai de cette expérience: ainsi la densité électrique de

chaque balle, étoit à dix heures, proportionnelle à  $\sqrt{180}$ , puisque l'action, pour une distance constante, est toujours proportionnelle au produit des densités, & que les densités, au premier essai, étoient égales. Mais nous avons vu dans la première partie de ce Mémoire, que le décroissement de l'électricité, dans le contact de l'air, étoit exprimé par

la formule  $\frac{d\delta}{\delta} = m dt$ , ou  $m$  dans notre première expérience  $= \left( -\frac{1}{8_2} \right)$ ; cette formule intégrée donne,

$\log. \left( \frac{D}{\delta} \right) = \frac{4343}{8_2} t$ , où  $D$  est la densité primitive

de la balle,  $\delta$  la densité au bout d'un temps  $t$ , 0,4343, le module du système logarithmique décimal des tables ordi-

naires: ainsi l'on aura  $\log. \delta = \log. D - \frac{0,4343}{8_1} t$ ;

ainsi, si nous cherchons ce qu'est devenue la densité  $D$ , après 40<sup>m</sup>, lorsque le fil de soie commence à isoler parfaitement, nous trouvons, pour la balle de l'aiguille soutenue par la gomme-laque, & isolée parfaitement pendant toute l'expérience, en supposant  $D = \sqrt{180}$ , &  $\log. \delta = 1$ ,  $1276 - 2648 = 8628$ . Ainsi  $\delta$  ou la densité de la balle de l'aiguille, à 10<sup>h</sup> 40, ayant été mesurée au commencement de l'expérience par  $\sqrt{180} = 13,4$ , étoit mesurée 40' après, par le nombre 7,3; mais puisque l'action des deux balles est toujours proportionnelle au produit de la densité, si l'on suppose  $Z$ , la densité de la balle soutenue par le fil de soie, lorsque ce fil isole parfaitement, ou que l'action des deux balles a pour mesure 40 degrés; l'on

aura  $7,3 Z = 40^d$ , ou  $Z = \frac{40}{7,3} = 5,5$ ; d'où l'on conclut que la densité électrique de la balle, soutenue par le fil de soie, de quinze pouces de longueur, a pour mesure les nombres 5,5, lorsque ce fil commence à isoler parfaitement, les deux balles étant à 30 degrés de distance

l'une de l'autre. D'après ce calcul, en comparant plusieurs expériences, j'ai trouvé qu'un petit cylindre de gomme-laque, de 18 lignes de longueur, ne cessoit d'isoler parfaitement, que lorsque la balle étoit chargée d'une densité électrique à peu-près triple de celle de notre fil de soie; c'est-à-dire, qu'en prenant le nombre 5, 5, pour la densité électrique de la balle, soutenue par notre fil de soie de quinze pouces de longueur, lorsqu'il commence à isoler parfaitement, il faudroit tripler à peu-près cette densité, pour avoir celle où un petit cylindre de gomme-laque de dix-huit lignes, commence à isoler parfaitement, & il cesse d'isoler lorsque la densité est plus forte: d'après cette théorie, il sera facile de déterminer, quand on le voudra, par l'expérience, le degré d'idio-électricité des différens corps dont on est dans l'usage de se servir pour isoler les corps électrisés. Les tentatives que j'ai faites à ce sujet, ne sont pas assez nombreuses pour en publier encore les résultats: l'on sent au surplus que ces résultats varient pour un même corps, avec la chaleur & l'humidité de l'air, & que chaque jour donne un rapport différent.

Après avoir trouvé que dans les soutiens idio-électriques imparfaits, il y avoit toujours un certain degré de densité électrique, au-dessous duquel ces soutiens isolent parfaitement, j'ai cherché, par les méthodes que je viens d'expliquer, quel étoit le rapport entre cette densité électrique & la longueur des soutiens; & l'expérience m'a appris que le degré de densité électrique où une soie, un cheveu, & tout corps cylindrique très-fin dont l'idio-électricité étoit imparfaite, commence à isoler, étoit pour le même état de l'air, proportionnel à la racine de la longueur; en sorte, par exemple, que si une soie d'un pied de longueur, commence à isoler le corps parfaitement, lorsque sa densité est  $D$ , un fil de quatre pieds commencera à l'isoler lorsque sa densité sera  $2 D$ .

Ce que l'expérience nous apprend ici, se trouve conforme à la théorie, en supposant, comme nous l'avons prouvé,

prouvé dans nos deux premiers Mémoires, que l'action du fluide électrique suit la raison inverse du carré des distances, & que l'imperfection de l'idio-électricité des corps, dépend de la distance idio-électrique, à laquelle se trouvent les molécules conductrices qui entrent dans la composition du soutien idio-électrique imparfait, ou qui sont répandues le long de sa surface; que, par conséquent, pour que le fluide électrique passe d'une molécule conductrice à l'autre, il faut qu'il traverse un petit espace idio-électrique plus ou moins grand, suivant la nature du corps; que cet espace à traverser, oppose une résistance constante pour le même corps, parce que ces molécules conductrices sont distribuées uniformément, ou à une même distance l'une de l'autre. Ces suppositions admises, pour appliquer la théorie, l'on observera que, dans un fil très-fin, conducteur, le fluide électrique se distribueroit uniformément dans toute sa longueur; que si ce fil a un certain degré d'idio-électricité, & que le fluide y soit répandu suivant une loi quelconque, l'action qu'éprouveroit chaque point, dépendroit seulement de la densité électrique de la molécule en contact avec ce point, & que l'action du reste du fil, peut être regardée comme nulle. Voici la démonstration de ces deux propositions : dans la *fig. 1*, *fi* représente un fil, dont toutes les parties agissent l'une sur l'autre, suivant la raison inverse du carré des distances, la courbe *hMh'*, représente la densité électrique de chaque point du fil; sur la longueur de ce fil, je prends deux portions *Pa* & *Pa'*, égales, finies, mais assez petites, pour que dans la pratique, *MNb* puisse être regardé comme un triangle.

Soit  $Mn = Pp = x$ ,  $\frac{bN}{MN} = a$ ,  $nm$  sera  $= ax$ ,

& l'action qu'éprouvera le point *M*, dont la densité est *D*, de la part du petit élément *dx*, placé en *p*, sera

$\frac{Dax \cdot dx}{x^2} = Da \left( \frac{dx}{x} \right)$ ; intégrant cette quantité, &

supposant qu'elle s'évanouisse, quand  $x = A$ , l'on aura, pour l'action de toute la partie  $Pp$ ,  $Da$ ,  $\log. \left( \frac{x}{A} \right)$ : quantité qui sera une quantité finie, tant que  $A$  sera une quantité finie, mais qui deviendra infinie quand  $A = 0$ : d'où résulte, que l'action qu'éprouve le point  $P$  dépend uniquement de l'incrément de la densité dans l'élément qui touche le point  $P$ , & que la densité du reste de la ligne n'y influe pas; d'où résulte également que, si cette action dépend d'un fluide qui peut se mouvoir librement le long du fil, ou si ce fil est conducteur parfait, le fluide qui agit en raison inverse du carré des distances, se répandra uniformément tout du long de ce fil: nous déterminerons dans la suite la densité électrique de l'extrémité de ce fil.

Appliquons le résultat qui précède à la question actuelle: le globe en  $C$  (fig. 2) est soutenu au moyen du fil de soie  $AB$ , dont l'idio-électricité est imparfaite, c'est-à-dire, dont chaque élément oppose une résistance constante  $A$ , à l'écoulement de ce fluide; soit  $A'$  la masse électrique du globe, réunie à son centre; soit  $\delta$  la densité électrique en  $p$ , l'on aura pour l'action totale avec laquelle le point  $p$  est repoussé par le fluide électrique  $\frac{A'\delta}{(R+x)^2} - \frac{\delta d\delta}{dx}$ , quantité égale à la résistance idio-électrique  $B$ , du fil que nous avons vu devoir être une quantité constante. L'on prend  $d\delta$  négativement, parce que  $\delta$  décroît à mesure que  $x$  augmente; mais nous prouverons, dans le Mémoire qui suivra celui-ci, que l'action du petit globe  $C$  électrisé, sur le point  $P$ , est incomparablement plus petite que l'action de l'élément  $dx$  multiplié par l'incrément de  $\delta$ ; ainsi l'on peut, sans erreur sensible, négliger le premier terme  $\frac{A'\delta}{(R+x)^2}$ , & l'équation se réduira à  $-\frac{\delta d\delta}{dx} = B$ , qui, intégrée, donne  $K - \frac{\delta^2}{2} = Bx$ . Mais lorsque

*perdue pendant une minute par le contact de l'air.*

FORCE ÉLECTRIQUE perdue entre deux OBSERVATIONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	R A P P O R T DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue par le corps pendant 1 minute, à la force moyenne du corps.
thermomètre, 15 <sup>d</sup> $\frac{1}{2}$ ; Baromètre, 28 <sup>P</sup> 3 <sup>l</sup> .		
..... 20.....	..... 140.....	..... $\frac{1}{4^0}$ .....
..... 20.....	..... 120.....	..... $\frac{1}{3^8}$ .....
..... 20.....	..... 100.....	..... $\frac{1}{4^2}$ .....
..... 20.....	..... 80.....	..... $\frac{1}{4^0}$ .....
..... 20.....	..... 60.....	..... $\frac{1}{4^2}$ .....

PREMIÈRE TABLE pour déterminer la quantité d'Électricité perdue pendant une minute par le contact de l'air.

MOMENT de L'EXPÉRIENCE.	DISTANCE des BALLES.	TORSION du MICROMÈTRE.	TEMPS ÉCOULÉ entre DEUX OBSERVATIONS consecutives.	FORCE ÉLECTRIQUE perdue entre deux OBSERVATIONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	RAPPORT DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue par le corps pendant 1 minute À la force m <sup>me</sup> entre du corps.
Première Expérience le 28 Mai. Hygromètre, 75 <sup>d</sup> ; Thermomètre, 15 <sup>d</sup> $\frac{1}{2}$ ; Baromètre, 28 <sup>p</sup> 3 <sup>l</sup> .						
1. <sup>re</sup> Essai..... 6 <sup>h</sup> 32' 30"	30.	120.	5 $\frac{1}{2}$ .	20.	140.	$\frac{1}{40}$
2. <sup>me</sup> Essai..... 6. 38. 15.	idem.	100.	6 $\frac{1}{2}$ .	20.	120.	$\frac{1}{30}$
3. <sup>me</sup> Essai..... 6. 44. 30.	id.	80.	8 $\frac{1}{2}$ .	20.	100.	$\frac{1}{20}$
4. <sup>me</sup> Essai..... 6. 53. 0.	id.	60.	10.	20.	80.	$\frac{1}{16}$
5. <sup>me</sup> Essai..... 7. 3. 0.	id.	40.	14.	20.	60.	$\frac{1}{12}$
6. <sup>me</sup> Essai..... 7. 17. 0.	id.	20.				$\frac{1}{6}$
Seconde Expérience le 29 Mai. Hygromètre, 69 <sup>d</sup> ; Thermomètre, 15 <sup>d</sup> $\frac{1}{2}$ ; Baromètre, 28 <sup>p</sup> 4 <sup>l</sup> .						
1. <sup>re</sup> Essai..... 5 <sup>h</sup> 45' 30"	30.	130.	7 $\frac{1}{2}$ .	20.	150.	$\frac{1}{30}$
2. <sup>me</sup> Essai..... 5. 53. 0.	idem.	110.	9 $\frac{1}{2}$ .	20.	130.	$\frac{1}{26}$
3. <sup>me</sup> Essai..... 6. 2. 30.	id.	90.	9 $\frac{1}{2}$ .	20.	110.	$\frac{1}{22}$
4. <sup>me</sup> Essai..... 6. 12. 15.	id.	70.	20 $\frac{1}{4}$ .	30.	75.	$\frac{1}{18}$
5. <sup>me</sup> Essai..... 6. 33. 30.	id.	40.	18.	20.	60.	$\frac{1}{12}$
6. <sup>me</sup> Essai..... 6. 51. 0.	id.	20.				$\frac{1}{6}$
Troisième Expérience le 22 Juin. Hygromètre, 87 <sup>d</sup> ; Thermomètre, 15 <sup>d</sup> $\frac{1}{4}$ ; Baromètre, 27 <sup>p</sup> 11 <sup>l</sup> .						
1. <sup>re</sup> Essai..... 11 <sup>h</sup> 53' 45"	20.	80.	3.	20.	90.	$\frac{1}{18}$
2. <sup>me</sup> Essai..... 11. 56. 45.	idem.	60.	3.	20.	70.	$\frac{1}{14}$
3. <sup>me</sup> Essai..... 11. 59. 45.	id.	40.	5 $\frac{1}{2}$ .	20.	50.	$\frac{1}{13}$
4. <sup>me</sup> Essai..... 12. 5. 0.	id.	20.				$\frac{1}{11}$
5. <sup>me</sup> Essai..... 12. 16. 15.	id.	5.	11 $\frac{1}{2}$ .	25.	28.	$\frac{1}{11}$
Quatrième Expérience le 2 Juillet. Hygromètre, 80 <sup>d</sup> ; Thermomètre, 15 <sup>d</sup> $\frac{1}{4}$ ; Baromètre, 28 <sup>p</sup> 2 <sup>l</sup> .						
1. <sup>re</sup> Essai..... 7 <sup>h</sup> 43' 40"	20.	80.	5 $\frac{1}{2}$ .	20.	90.	$\frac{1}{18}$
2. <sup>me</sup> Essai..... 7. 49. 0.	idem.	60.	8 $\frac{1}{2}$ .	20.	70.	$\frac{1}{14}$
3. <sup>me</sup> Essai..... 7. 57. 20.	id.	40.	12.	20.	50.	$\frac{1}{10}$
4. <sup>me</sup> Essai..... 8. 9. 15.	id.	20.				$\frac{1}{8}$
5. <sup>me</sup> Essai..... 8. 17. 30.	id.	10.	8 $\frac{1}{2}$ .	10.	35.	$\frac{1}{14}$





SECONDE TABLE, pour déterminer la perte de l'Électricité le long des soutiens idio-électriques imparfaits.

MOMENT de L'EXPÉRIENCE.	DISTANCE des BALLES.	TORSION du MICROMÈTRE.	TEMPS ÉCOULÉ entre DEUX OBSERVATIONS consecutives.	FORCE ÉLECTRIQUE perdue entre deux OBSERVATIONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	RAPPORT DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue pendant 1 minute, à celle qui reste au corps.
Première Expérience le 28 Mai.						
1. <sup>re</sup> Essai.... 10 <sup>h</sup> 0' 0"	30.	150.	2 $\frac{1}{2}$ .	30.	163.	$\frac{1}{14}$
2. <sup>me</sup> Essai.... 10. 2. 30.	idem.	120.	5 $\frac{1}{2}$ .	40.	130.	$\frac{1}{16}$
3. <sup>me</sup> Essai.... 10. 8. 0.	id.	80.	5.	20.	100.	$\frac{1}{23}$
4. <sup>me</sup> Essai.... 10. 13. 0.	id.	60.	16 $\frac{1}{2}$ .	40.	70.	$\frac{1}{29}$
5. <sup>me</sup> Essai.... 10. 20. 30.	id.	20.	21.	20.	40.	$\frac{1}{43}$
6. <sup>me</sup> Essai.... 10. 50. 30.	id.	0.	16 $\frac{1}{2}$ .	10.	25.	$\frac{1}{41}$
7. <sup>me</sup> Essai.... 11. 7. 0.	id.	10.				
Seconde Expérience le 29 Mai.						
1. <sup>re</sup> Essai.... 7 <sup>h</sup> 34' 0"	30.	150.	2' 40".	20.	170.	$\frac{1}{23}$
2. <sup>me</sup> Essai.... 7. 36. 40.	idem.	130.	4. 50.	20.	150.	$\frac{1}{29}$
3. <sup>me</sup> Essai.... 7. 41. 30.	id.	110.	6. 50.	20.	130.	$\frac{1}{44}$
4. <sup>me</sup> Essai.... 7. 48. 20.	id.	90.	7. 25.	20.	110.	$\frac{1}{43}$
5. <sup>me</sup> Essai.... 7. 55. 45.	id.	70.	11. 45.	20.	90.	$\frac{1}{53}$
6. <sup>me</sup> Essai.... 8. 7. 30.	id.	50.	17. 30.	20.	70.	$\frac{1}{61}$
7. <sup>me</sup> Essai.... 8. 25. 0.	id.	30.	17. 30.	15.	50.	$\frac{1}{58}$
8. <sup>me</sup> Essai.... 8. 42. 30.	id.	15.	22. 30.	14.	38.	$\frac{1}{56}$
9. <sup>me</sup> Essai.... 9. 5. 0.	id.	1.				

$x = 0$ ,  $\delta$  devient  $D$  égale à la densité du globe, ainsi nous aurons l'équation générale  $D^2 - \delta^2 = 2.Bx$ ; & si dans cette équation, l'on fait  $\delta = 0$ , elle donnera la longueur  $x$ , où le fil commence à isoler parfaitement, & l'on aura pour lors  $x = \frac{D^2}{B}$  : ainsi les longueurs de différens fils de soie, ou de soutiens quelconques idio-électriques imparfaits, sont entr'eux, comme le carré des densités; lorsqu'ils commencent à isoler parfaitement, ainsi que nous l'avions trouvé par l'expérience, il est facile de voir, d'après la formule, que la courbe qui représente dans notre figure, la densité de l'électricité pour chaque point du fil de soie, est une parabole dont l'axe est  $BA$ , dont le sommet est en  $B$ , point où la densité est nulle, & dont la concavité est tournée du côté de la balle; car, puisque nous avons  $(D^2 - \delta^2) = Bx$ , que  $AB = (\frac{D^2}{B})$ , l'on aura  $Bp = (\frac{D^2}{B} - x) = z$  ou  $x = (\frac{D^2}{B} - z)$ ; substituant cette valeur de  $x$ , dans notre équation, l'on aura  $(\delta^2 = Bz)$ , équation à la parabole, dont le sommet est en  $B$ , l'axe  $Bp$ , & dont le paramètre est  $B$ , quantité qui croît avec l'idio-électricité du soutien.

En réfléchissant sur la théorie que nous venons de présenter, il est facile de voir que la formule qui précède, détermine la disposition du fluide électrique le long du soutien idio-électrique imparfait, en supposant que l'on a communiqué, comme nous l'avons fait dans nos expériences, une certaine dose de fluide électrique au globe soutenu par la soie; parce que pour lors ce fluide se communiquant de proche en proche le long du soutien idio-électrique, se répandra jusqu'au point  $B$ , de manière que la répulsion du fluide soit dans tous les points exactement en équilibre avec le *maximum* de résistance que la force coërcitive du soutien idio-électrique peut

opposer à l'écoulement de ce fluide. Mais il faut bien remarquer que comme ce *maximum* de résistance, est une force coercitive & non active, que l'on peut comparer à la résistance d'un frottement; toute action répulsive du fluide électrique, moindre que le *maximum* de cette résistance, ne troublera point l'état de stabilité de ce fluide répandu suivant une loi quelconque, le long du soutien; en sorte que, si la ligne  $AD$ , qui représente dans la figure ci-jointe la densité du globe, reste constante, que l'on prolonge d'une quantité quelconque  $B B'$ , l'axe  $AB$ , & que l'on décrive une courbe de densité  $DB'$

quelle qu'elle soit, pourvu que dans tous les points,  $\frac{d^2 d^2}{dx^2}$

soit plus petit que  $B$ , le fluide électrique répandu le long de la ligne  $AB'$ , conservera son état de stabilité, sans couler d'un point à un autre; d'où l'on conclut qu'il y a toujours une infinité de courbes de densité  $DB'$  qui satisfont également à l'état de stabilité du fluide électrique répandu le long d'un soutien idio-électrique imparfait, & que la recherche générale de la disposition du fluide électrique dans un corps idio-électrique imparfait, est un problème indéterminé, qui, pour devenir déterminé, a besoin d'être soumis à quelques conditions particulières. Ainsi dans la courbe  $ADB$ , que nous avons trouvée, article qui précède, représentée par la formule  $(D^2 - d^2) = Bx$ , nous avons pour condition, que le *maximum* de la résistance idio-électrique étoit dans tous les points égal à la répulsion électrique; cette courbe, est en outre le cas particulier du problème général indéterminé, où l'axe  $AB$  est un *minimum*. En effet, puisque dans toutes les autres courbes de densité, il faut que

$\frac{d^2 d^2}{dx^2}$  soit plus petit que  $B$ , si dans la courbe  $DB$  l'on

faisoit varier un seul élément, pour que l'état de stabilité ne fût pas troublé en laissant  $dd$  constant, il faudroit

nécessairement pour que  $\frac{d \delta \delta}{\partial x}$  fût plus petit que  $B$ ,

augmenter la quantité  $\partial x$ , & alonger l'axe de la courbe.

Il résulte encore de la théorie que nous venons d'expliquer, que dans tous les corps conducteurs où le fluide électrique se répand librement, la détermination de la densité du fluide électrique pour un point quelconque, est un problème déterminé; mais que pour les corps idio-électriques imparfaits, le problème est indéterminé, une de ses limites étant cependant fixée par l'état du fluide électrique lorsqu'il est disposé dans le corps idio-électrique imparfait, de manière que dans tous les points, l'action de ce fluide soit exactement en équilibre avec le *maximum* de résistance, que la force coercitive idio-électrique oppose, pour empêcher le fluide de couler d'un point à un autre.

Il est inutile d'avertir que d'après la théorie & les expériences qui précèdent, il faut dans plusieurs cas prendre beaucoup de précautions lorsque l'on veut avoir la force électrique d'un petit corps isolé par un soutien idio-électrique imparfait, & qu'il arrive souvent qu'après plusieurs expériences, sur-tout lorsque les premières ont été faites avec un degré de densité électrique très-considérable, le soutien idio-électrique se trouve chargé d'une certaine quantité d'électricité, dont il se dépouille difficilement, qui influe sensiblement ensuite sur les résultats; qu'à chaque expérience, il faut en même temps que l'on dépouille de son électricité le corps porté sur le soutien, en dépouiller, autant qu'il est possible, le soutien idio-électrique lui-même; qu'il faut changer de soutien à chaque expérience, lorsque la densité électrique que l'on communique est un peu forte; qu'enfin il faut toujours être sûr que le soutien a une force de résistance idio-électrique assez grande, pour que dans toutes les expériences, la quantité d'électricité dont il se chargera, soit beaucoup

plus petite que celle du corps conducteur dont on veut déterminer l'action.

Il est facile d'entrevoir que la théorie qui précède ; peut être applicable au magnétisme ; que dans une aiguille d'acier , par exemple , la disposition du fluide magnétique pour tous les états de stabilité , est un problème indéterminé , qui ne devient déterminé que par les conditions à remplir. Ainsi , par exemple , si l'on demande la meilleure manière d'aimanter une aiguille d'inclinaison ou de déclinaison , le problème à résoudre , consiste à donner au fluide magnétique de cette aiguille , parmi toutes les dispositions dont il est susceptible , sans troubler son état de stabilité , celle où le *momentum* de la force directrice aimantaire du globe de la Terre sur cette aiguille , est un *maximum*.



Fig. 1.

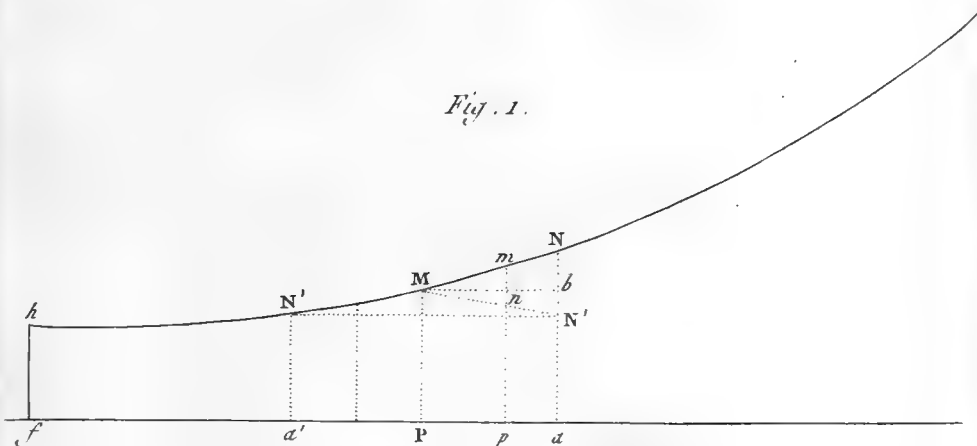
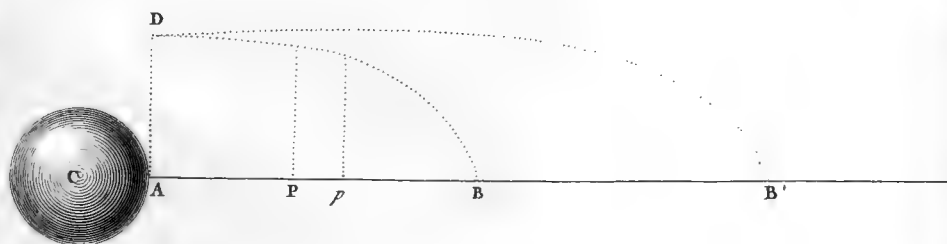


Fig. 2.







## M É M O I R E

CONTENANT LES OBSERVATIONS

DE LA PREMIÈRE COMÈTE

de 1785,

*Découverte & observée à Paris, de l'Observatoire  
de la Marine, au mois de Janvier (a).*

Par M. MESSIER.

LE 7 Janvier 1785, après avoir observé le soir, la nouvelle planète de Herschel, je parcourus le ciel avec une lunette de nuit, & je découvris une nouvelle comète, qui paroissoit au cou de la Baleine, sur le parallèle de l'étoile  $\gamma$  de cette constellation. Je pris d'abord cette comète pour une nébuleuse; mais ayant consulté le grand Catalogue des nébuleuses, que j'ai publié dans nos *Mémoires & dans la Connoissance des Temps*, je ne l'y trouvaï point, & je la regardai alors comme une comète: ses apparences étoient peu sensibles, on la voyoit avec la lunette sous la forme d'une tache blanchâtre, assez grande, le centre un peu plus lumineux. Je déterminai son lieu, en la comparant directement à l'étoile  $\gamma$  de la Baleine, au moyen de ma grande lunette acromatique, de 40 lignes

---

(a) C'est la vingt-troisième des comètes que j'ai observées de l'observatoire de la Marine, à l'hôtel de Clugny, & la soixante-onzième comète dont l'orbite ait été calculée, en suivant la Table des Comètes, qui est rapportée dans l'*Astronomie* de M. de la Lande, tome III, page 366 & tome IV, page 704.

d'ouverture, montée sur une machine parallaétique, placée dans le plan du méridien & garnie d'un micromètre à fils. La comparaison de la comète à cette étoile, ne put être faite qu'une fois, à cause du montant d'une des croisées de mon observatoire; pour répéter l'observation, il auroit fallu déranger la machine parallaétique du plan du méridien, & la difficulté de la remettre m'obligea à m'en tenir à ma seule détermination, qui fut encore douteuse, parce que la comète & l'étoile ne furent observées qu'à la sortie du champ de la lunette: la différence en déclinaison déterminée par les fils du micromètre, est également douteuse, n'ayant pas eu le temps de disposer exactement les fils pour suivre le parallèle de l'étoile.

De la comparaison qui fut faite de la comète avec l'étoile  $\nu$  de la Baleine, il en a résulté la position suivante. Le 7 Janvier, à 9 heures 38 minutes 38 secondes, temps vrai, la comète étoit à l'occident de l'étoile  $\nu$  de 3 degrés 50 minutes 45 secondes; elle étoit plus au sud que l'étoile, de 22 minutes 7 secondes. Ainsi l'ascension droite de la comète étoit de 32 degrés 18 minutes 37 secondes, & sa déclinaison 4 degrés 16 minutes 32 secondes boréale.

Je ne rapporte ces détails que pour cette première observation; on trouvera les autres positions de la comète & celles des étoiles qui ont servi à déterminer ses positions, dans deux Tables que je rapporte à la suite de ce Mémoire.

Le 8 Janvier, j'annonçai à l'Académie, la découverte de cette comète, & M. Méchain l'y annonça aussi, comme l'ayant découverte la veille à l'Observatoire royal, presque à la même heure que moi.

Le 9 Janvier, le ciel fut couvert toute la journée d'un brouillard élevé; vers les huit heures du soir, le brouillard se dissipa, & le ciel devint parfaitement beau. La comète paroissoit avoir un peu plus de lumière que le 7; le noyau plus clair que la nébulosité qui l'environnoit, sans  
apparence

apparence de queue, & on ne pouvoit pas encore l'apercevoir à la vue simple. La comète fut comparée plusieurs fois à  $\delta$  de la Baleine; à l'étoile 69 du Catalogue de Flamsteed, & à plusieurs étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées; je fixai leurs lieux, en les comparant à des étoiles connues: on trouvera ces déterminations dans la seconde Table, & celle de la comète dans la première.

Le 10, le ciel fut très-beau pendant la journée, le soir, un peu de brouillard, la comète avoit les mêmes apparences que les jours précédens; je la comparai directement aux étoiles 70 & 84 de la Baleine, & à d'autres étoiles dont les lieux furent déterminés par des étoiles connues.

Le 11, beau temps le soir; mais le ciel étoit chargé de vapeurs, & il y avoit un peu de brouillard; la comète se voyoit plus difficilement que le jour précédent; je la comparai plusieurs fois à la 71.<sup>e</sup> étoile de la Baleine, & à plusieurs étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées: leurs positions sont rapportées dans la seconde Table.

Le 12, le ciel fut très-beau pendant la journée, & sans nuages; mais le soir, il s'éleva un brouillard assez épais & bas, & ce ne fut pas sans peine que je pus voir la comète. Je la comparai directement à une étoile, estimée de 7.<sup>me</sup> grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée; pour connoître sa position, je la comparai aux étoiles de la Baleine, 79 & 81: la position de la comète qui en est résultée, est rapportée dans la première Table.

Depuis le 12, jusqu'au 16 Janvier; je ne pus voir la comète à cause du mauvais temps: le 16, le ciel assez beau le soir; mais il y avoit un peu de brouillard, & la Lune, sur l'horizon, répandoit une grande lumière: ce ne fut pas sans peine, que je pus voir la comète; sa lumière étoit presque effacée; celle que j'employois pour éclairer les fils du micromètre, quoique très-foible, la faisoit disparaître; je fus obligé de me contenter de celle de la Lune. La comète

*Mém. 1785.*

M m m m

étoit sur le parallèle de l'étoile  $\epsilon$  de la Baleine, de 3.<sup>me</sup> grandeur, à laquelle la comète fut comparée deux fois.

Le 17 Janvier, je vis encore la comète, sans pouvoir déterminer son lieu. Les mauvais temps qui suivirent, & la grande lumière de la Lune, empêchèrent de la revoir; je la cherchai encore le 22, mais ce fut inutilement, & je l'abandonnai: ainsi ma dernière observation est du 16 Janvier au soir.

Suivant mes observations, la comète a été vue depuis le 7 de Janvier jusqu'au 16, ce qui fait dix jours; pendant ces dix jours, elle en a été observée six; ces six jours d'observations m'ont donné trente-deux déterminations du lieu de la comète, en ascension droite & en déclinaison; elles sont rapportées dans la première Table qui suit, avec les différences de passages entre la comète & les étoiles au fil horaire du micromètre, & les différences en déclinaison entre la comète & les étoiles: ces différences sont marquées des signes  $+$  &  $-$ , le premier indique qu'il faut ajouter ces différences observées, aux positions des étoiles, avec lesquelles la comète a été comparée, pour obtenir celle de la comète en ascension droite & en déclinaison; le second qu'il faut ôter.

La seconde Table renferme les ascensions droites & les déclinaisons des étoiles qui ont été employées à la détermination du lieu de la comète, tant celles qui ont été prises de différens catalogues, que les nouvelles étoiles que j'ai déterminées, en les comparant à des étoiles connues; ces nouvelles étoiles, sont au nombre de douze. Leurs positions sont réduites au temps des observations; je n'y ai fait d'autre réduction, que celle qu'on trouve dans les catalogues, sous le titre de *variation annuelle*.

Je joins à ce Mémoire, une carte céleste, qui est divisée en degrés d'ascension droite & de déclinaison; j'y ai marqué la route apparente que la comète a tenue parmi les étoiles

fixes : à l'inspection de cette carte, il sera facile de juger de la position de la comète, & de celle des étoiles qui ont servi à sa détermination ; je les ai renfermées dans un cercle. On verra aussi, par cette carte, que la comète n'a été observée que dans la constellation de la Baleine.

M. Méchain a calculé les élémens de l'orbite de cette comète, sur l'ensemble de ses observations faites à l'Observatoire royal : voici ces élémens, tels qu'il les a publiés dans la *Connoissance des Temps de 1788*, page 335.

Lieu du nœud ascendant. . . . .  $8^{\circ} 24^{\prime} 12'' 15'''$ .

Inclinaison de l'orbite. . . . .  $70. 14. 12.$

Lieu du périhélie. . . . .  $3^{\circ} 19^{\prime} 51'' 56'''$

Logarithme de la distance périhélie,  $0,0581975$ .

Passage au périhélie, 27 Janv. 1785, à  $7^{\text{h}} 58^{\text{m}} 4''$ , temps moyen à Paris ;  
sens du mouvement direct.

*Des Lieux apparens de la première Comète de 1785,  
comparée aux Étoiles fixes.*

1785.	TEMPS VRAI.	ASCENSION	DÉCLINAISON	DIFFÉRENCE en ascens. dr. de la Comète avec les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinais. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres & N. des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
		droite de la Comète observée.	delaComète observée. Austral					
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.			
Janvier 7	9. 38. 38	32. 18. 37	4. 16. 32	— 3. 50. 45	— 22. 7	4.5	γ	de la Baleine.
	9. 35. 40	32. 54. 54	0. 3. 19	— 4. 12. 30	— 33. 17	3	δ	
	8. 35. 40	32. 54. 54	0. 3. 18	+ 0. 10. 45	— 32. 21	6	δ	
	8. 35. 40	32. 54. 59	0. 3. 23	— 2. 1. 45	— 38. 57	5	7	déterminée.
	8. 59. 4	32. 54. 59	0. 5. 35	— 2. 1. 45	— 36. 45	5	7	de la Baleine.
	8. 59. 4	32. 55. 9	0. 5. 36	— 4. 12. 15	— 31. 0	3	δ	
	8. 59. 4	32. 55. 5	0. 5. 29	+ 0. 11. 0	— 30. 10	6	69	
	9. 19. 30	32. 54. 54	0. 7. 11	— 4. 12. 30	— 29. 25	3	δ	déterminée.
	9. 19. 30	32. 54. 54	0. 7. 11	+ 0. 15. 15	+ 5. 48	8	2	de la Baleine.
	9. 19. 30	32. 54. 54	0. 7. 19	+ 0. 10. 45	— 28. 20	6	69	déterminée.
10	9. 19. 30	32. 54. 59	0. 7. 0	— 2. 1. 45	— 35. 11	5	7	de la Baleine.
	6. 55. 38	33. 11. 21	1. 57. 46	+ 0. 22. 45	+ 5. 21	6	70	déterminée.
	6. 55. 38	33. 11. 21	1. 57. 46	— 0. 56. 15	+ 14. 0	8	6	de la Baleine.
	6. 55. 38	33. 11. 24	1. 57. 44	— 4. 21. 52	+ 20. 19	6	84	
	6. 55. 38	33. 11. 30	1. 57. 48	— 2. 6. 37	— 1. 51	5.6	75	
	7. 24. 39	33. 11. 27	2. 0. 16	+ 0. 22. 52	+ 7. 51	6	70	
	7. 24. 39	33. 11. 31	2. 0. 20	— 2. 6. 37	+ 0. 41	5.6	75	
	7. 24. 39	33. 11. 31	2. 0. 10	— 4. 21. 45	+ 22. 54	6	84	de la Baleine.
	8. 0. 55	33. 12. 7	2. 2. 52	— 2. 6. 0	+ 3. 13	5.6	75	
	8. 0. 55	33. 12. 9	2. 2. 57	— 4. 21. 7	+ 25. 32	6	84	
11	8. 0. 55	33. 12. 20	2. 2. 51	+ 0. 23. 45	+ 30. 34	6	70	déterminée.
	6. 43. 29	33. 28. 35	3. 54. 41	— 4. 15. 15	— 14. 7	7	11	
	6. 43. 29	33. 28. 35	3. 54. 41	— 4. 39. 30	+ 26. 58	8	12	
	6. 43. 29	33. 29. 5	3. 54. 59	— 0. 2. 0	+ 8. 43	6	71	de la Baleine.
	7. 11. 56	33. 29. 50	3. 57. 26	— 0. 1. 15	+ 11. 10	6	71	déterminée.
	7. 24. 0	33. 29. 20	3. 57. 37	+ 0. 48. 15	0. 0	9	3	de la Baleine.
	7. 24. 0	33. 29. 20	3. 57. 37	— 0. 1. 45	+ 11. 21	6	71	
	7. 48. 0	33. 30. 5	4. 0. 26	— 0. 1. 0	+ 14. 10	6	71	
	6. 55. 5	33. 47. 39	5. 46. 42	+ 1. 35. 15	+ 25. 58	7	1	déterminée.
	7. 54. 5	33. 47. 16	5. 48. 52	+ 1. 34. 52	+ 28. 8	7	1	de la Baleine.
16	6. 22. 36	34. 58. 49	12. 15. 32	— 2. 18. 52	— 32. 10	3	e	
	6. 50. 1	35. 0. 4	12. 17. 17	— 2. 17. 37	— 30. 25	3	e	

*Nota.* La déclinaison de la Comète le 7 Janvier est boréale; toutes les autres sont australes.







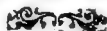
## TABLE II.

*Des Ascensions droites & des Déclinaisons des Étoiles avec lesquelles la première Comète de 1785 a été comparée.*

*Leurs positions sont réduites au temps de l'Observation.*

ASCENSION droite des Étoiles.			DÉCLINAISON des Étoiles		Grandeur des Étoiles.	Letres & N. <sup>o</sup> des Étoiles.	N O M S D E S É T O I L E S. qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.						
30. 25. 58	3. 24. 36 A	6	66				Baleine, déduite de Flamsteed. Comète comparée le 11 Janvier.
32. 12. 24	5. 20. 44	7	1				déterminée par la 81. <sup>e</sup> de la Baleine. Comète comparée le 12 Janvier.
32. 39. 39	0. 1. 23	8	2				déterminée par $\delta$ de la Baleine. Comète comparée le 9 Janvier.
32. 41. 5	3. 57. 37	9	3				déterminée par la 71. <sup>e</sup> de la Baleine. Comète comparée le 11 Janvier.
32. 44. 9	0. 35. 39	6	69				Baleine, comparée à $\delta$ . Comète comp. le 9 Janvier.
32. 48. 35	1. 52. 25	6	70				Baleine, comparée à la 84. <sup>e</sup> & à $\delta$ . Comète comp. le 10 Janvier.
33. 22. 20	4. 5. 26	8	4				déterminée par la 71. <sup>e</sup> de la Baleine.
33. 30. 39	4. 52. 26	8	5				déterminée par la 81. <sup>e</sup> de la Baleine.
33. 31. 5	3. 46. 16	6	71				Baleine, déduite de Flamsteed. Comète comparée le 11 Janvier.
33. 53. 34	13. 16. 4	4	9				Baleine comparée à $\epsilon$ .
34. 7. 35	1. 43. 46	8	6				déterminée par la 70. <sup>e</sup> & $\delta$ . Comète comparée le 10 Janvier.
34. 56. 44	0. 42. 20	5	7				déterminée par $\delta$ . Comète comparée le 9 Janvier.
35. 18. 7	1. 59. 39	5.6	75				Baleine, comparée à la 70. <sup>e</sup> & à $\delta$ . Comète comp. le 10 Janvier.
35. 53. 34	13. 17. 45	6	8				déterminée par $\rho$ , la différence en décl. estimée.
36. 8. 14	4. 29. 1	7	79				Baleine, comparée à la 71. <sup>e</sup> , estimée de la 7. <sup>e</sup> grand.
36. 9. 22	4. 38. 39 B	4.5	1				Baleine, déd. de Mayer. Comète comp. le 7 Janv.
36. 42. 30	4. 20. 21 A	6	81				Baleine, comparée à la soixante-onzième.
37. 7. 24	0. 36. 36	3	$\delta$				Baleine, <i>Connoissance des Temps</i> . Comète comparée le 9 Janvier.
37. 17. 41	12. 47. 42	3	$\epsilon$				Baleine, <i>Connoiss. des T.</i> Comète comp. le 16 Janv.
37. 18. 39	1. 12. 9	9	9				déterminée par $\delta$ de la Baleine.
37. 25. 33	3. 55. 58	7	10				déterminée par $\alpha$ de la Baleine.
37. 33. 16	1. 37. 25	6	84				Baleine, comparée à $\delta$ . Comète comp. le 10 Janv.
37. 43. 50	4. 8. 48	7	11				déterminée par la 66. <sup>e</sup> . Comète comp. le 11 Janv.
38. 8. 5	3. 27. 43	8	12				déterminée par la 66. <sup>e</sup> . Comète comp. le 11 Janv.
42. 46. 3	3. 14. 0	2	$\alpha$				Baleine, déduite de la <i>Connoissance des Temps</i> .

*Nota.* La déclinaison de l'Étoile  $\nu$  de la Baleine est boréale; toutes les autres sont australes;



*M É M O I R E*  
 CONTENANT LES OBSERVATIONS  
 DE LA SECONDE COMÈTE  
 de 1785,

*Observée à Paris de l'Observatoire de la Marine,  
 pendant les mois de Mars & d'Avril (a).*

Par M. MESSIER.

**M.** MÉCHAIN découvrit cette comète de l'Observatoire royal, le 11 Mars au soir, près de l'étoile  $\epsilon$  de l'épaule gauche d'Andromède; il en fit part le lendemain à l'Académie.

Le 13 au soir, par un ciel assez beau, je cherchai la comète avec ma lunette acromatique de 40 pouces de foyer & 40 lignes d'ouverture; je la trouvai au-dessous de l'étoile  $\epsilon$ : elle paroissoit belle, le noyau brillant, environné d'une nébulosité sensible, sans apparence de queue. Je pouvois également la voir avec une lunette de nuit de 15 pouces de foyer, mais à la vue simple l'on ne pouvoit pas l'apercevoir. Pour déterminer son lieu, j'employai une étoile de septième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée; pour avoir sa position, je la comparai à deux étoiles, & ces deux étoiles à  $\epsilon$  d'Andromède; de la comparaison qui fut faite de la comète à l'étoile, en

---

(a) C'est la vingt-quatrième des comètes que j'ai observées de l'Observatoire de la Marine, à l'hôtel de Clugny, & la soixante-douzième comète dont l'orbite ait été calculée, en suivant la Table des Comètes qui est rapportée dans l'*Astronomie* de M. de la Lande, tome III, page 366; & tome IV, page 704.

ascension droite & en déclinaison, il en a résulté le lieu de la comète que voici: le 13 Mars, à 7 heures 26 minutes 15 secondes du soir, temps vrai, la comète avoit 6 degrés 34 minutes 13 secondes d'ascension droite, & 26 degrés 53 minutes 41 secondes de déclinaison boréale. La comète fut encore comparée trois fois à la même étoile: les positions s'en trouveront dans la première Table qui est à la suite de ce Mémoire, & celle de l'étoile dans la seconde, sous le n.<sup>o</sup> 6.

Je ne rapporte ces détails que pour cette première observation; les positions de la comète, pour les jours suivans, se trouveront dans la Table que je viens de citer; ainsi que dans une seconde Table, celles des étoiles qui ont servi à sa détermination.

Le 14, le ciel parfaitement beau le soir, dans un grand crépuscule, je recherchai l'étoile  $\alpha$  d'Andromède de seconde grandeur, qui devoit se trouver à peu-près sur le parallèle de la comète, ayant fait suivre exactement à cette étoile le fil du micromètre; je déterminai ensuite l'étoile à laquelle la comète avoit été comparée la veille, une étoile intermédiaire entr'elle &  $\alpha$  suffit pour la déterminer: l'observation fut répétée deux fois, & donna le même résultat. Cette étoile de la veille fut encore employée le soir à la détermination du lieu de la comète, ainsi qu'une seconde étoile qu'on trouvera dans la deuxième Table, sous le n.<sup>o</sup> 5, qui fut estimée de la huitième grandeur.

Le 17 Mars, le ciel fut couvert presque toute la journée, il s'éclaircit vers les 7 heures du soir; je comparai la comète à trois étoiles, ce sont celles de la seconde Table, n.<sup>os</sup> 6, 7 & 8. Ces étoiles n'avoient pas encore été déterminées, elles le furent toutes trois par la comparaison qui fut faite avec  $\alpha$  d'Andromède. L'on trouvera dans la première Table cinq positions de la comète que ces nouvelles étoiles ont données: la comète paroissoit avoir la même lumière & les mêmes apparences que les jours précédens.

Le 19, le ciel en partie couvert pendant la journée,

vers les cinq heures du soir il commença à s'éclaircir. Je comparai directement la comète aux deux belles étoiles  $\alpha$  &  $\epsilon$  d'Andromède; près de la comète, étoit une étoile de huitième grandeur, que j'avois déterminée, & qu'on trouvera dans la seconde Table, sous le n.<sup>o</sup> 5. La lumière du noyau de la comète égaloit celle de cette étoile; il sembloit aussi que la comète étoit plus apparente que les jours précédens: l'on ne pouvoit en juger que difficilement: à cause du crépuscule, de la grande lumière de la Lune & des vapeurs de l'horizon. Je cessai de voir la comète à 8 heures du soir.

Le 22, le ciel couvert en grande partie pendant la journée, le soir il s'éclaircit; je comparai directement la comète aux mêmes étoiles que le 19, à  $\alpha$  &  $\epsilon$  d'Andromède. Le crépuscule, qui étoit encore augmenté par la lumière de la Lune, & le voisinage de la comète à l'horizon, empêchèrent de reconnoître si la lumière augmentoit; le noyau étoit toujours brillant, environné de nébulosité,

Le 23, beau temps le soir; la comète avoit les mêmes apparences que le 22: elle fut encore comparée aux mêmes étoiles du 19 & du 22, à  $\alpha$  &  $\epsilon$  d'Andromède.

Le 24, il ne fut pas possible de voir la comète, à cause des nuages, ainsi que les 25, 26 & 27; pendant ces trois jours le ciel fut couvert; le 25, il tomba trois lignes de neige; la nuit du 27 au 28, il en tomba encore trois lignes,

Le 28, beau temps le soir, mais la comète étoit plongée dans les vapeurs de l'horizon, & ces vapeurs étoient encore augmentées par les illuminations de Paris, pour la naissance du duc de Normandie: je vis cependant la comète qui étoit près de l'étoile  $\alpha$  d'Andromède; je n'eus pas le temps de la comparer à cette étoile, parce qu'un instant après elle disparut derrière une cheminée, & je ne pus la revoir.

Le 29, beau temps le soir, la comète étoit près de  $\alpha$  d'Andromède, mais le crépuscule & la cheminée dont je viens de parler, empêchèrent de l'observer: il ne fut plus possible de voir la comète le soir, de mon observatoire,  
à cause

à cause de son coucher dans un grand crépuscule; mais le matin on devoit la voir se levant à trois heures.

Les 1, 2, 3 & 4 Avril au matin, le ciel fut couvert; mais le 5 au matin il devint passablement beau, je cherchai la Comète aux environs de l'étoile  $\alpha$  d'Andromède, je la trouvai, au moyen de la lunette, au-dessous de cette étoile; je la vis ensuite à la vue simple. À la lunette, le noyau étoit très-brillant, environné d'une nébulosité claire, avec une queue d'une lumière foible qui s'étendoit à 7 ou 8 degrés du noyau, qu'on ne pouvoit bien voir qu'avec une lunette de nuit. Près de la Comète, il y avoit une étoile de septième grandeur, qui n'étoit pas déterminée; & au-dessous d'elle, une autre étoile de la sixième grandeur, la quatre-vingt-cinquième de Pégase, suivant le catalogue de Flamsteed: la Comète fut comparée à ces deux étoiles, & ces deux étoiles à  $\beta$  de seconde grandeur. Les observations de la Comète sont rapportées dans la première table, & celles des étoiles dans la seconde.

Le 6 Avril au matin; la Comète avoit les mêmes apparences que la veille, le noyau très-brillant, avec une queue de 7 à 8 degrés de longueur: près de la Comète, étoit une étoile de la cinquième grandeur; je reconnus que c'étoit l'étoile  $\psi$  de Pégase, à laquelle la Comète fut comparée plusieurs fois; j'en ai rapporté les déterminations dans la première table.

Le 7 au matin, beau temps; la Comète avoit les mêmes apparences que le 6, elle s'étoit rapprochée de l'étoile  $\psi$ ; la Comète & l'étoile paroissoient dans le même champ de la lunette: la Comète fut comparée cinq fois à cette étoile.

Je comparai ensuite le diamètre du noyau de la Comète, à l'épaisseur de l'un des fils du micromètre, je le trouvai de 14 secondes; celui de la nébulosité qui l'environnoit, de 3 minutes 41 secondes: la queue avoit environ 8 degrés.

Le 10 au matin, beau temps; la Comète étoit comme les jours précédens, la queue cependant plus affoiblie, ce qui venoit du crépuscule. La Comète & une étoile de

septième grandeur paroissent dans le même champ de la lunette, mais cette étoile n'avoit pas encore été déterminée: pour connoître sa position, je la comparai plusieurs fois à l'étoile  $\gamma$  de Pégase, sixième grandeur; & la Comète fut rapportée plusieurs fois à ces deux étoiles.

Ayant déterminé la position de la Comète, comme je viens de le dire, je voulus voir jusqu'à quelle heure je pourrois la suivre avec ma grande lunette, dans un grand crépuscule; je cessai de la voir en même temps que l'étoile de septième grandeur, à 4 heures 46 minutes, ou 34 minutes avant le lever du Soleil, & 1 heure 33 minutes après le crépuscule commencé.

Le 11 au matin, le ciel parfaitement beau & pur, je commençai à voir la Comète aussitôt qu'elle eut quitté le haut des maisons; elle étoit très-apparente à la lunette, le noyau très-brillant, la nébulosité très-lumineuse; la queue étoit foible, on ne pouvoit la voir qu'avec une lunette de nuit, elle passoit sur les deux étoiles  $r^1$  &  $r^2$  de Pégase; la position de  $r^2$  est rapportée dans le catalogue de Flamsteed, celle de  $r^1$  n'y est pas, mais les deux étoiles sont sur les cartes: j'ai déterminé la position de  $r^1$  dans la seconde table.

Le 12 au matin, le ciel parfaitement beau, la Comète toujours très-apparente à la lunette, la queue d'une lumière foible, passoit au-dessous des deux étoiles  $r$ , alloit se terminer vers les deux étoiles  $\mu$  &  $\lambda$  de Pégase. La Comète fut comparée aux étoiles  $\phi$  &  $\chi$  de cette constellation; les positions, soit de la Comète, soit de ces deux étoiles, sont rapportées dans les tables qui sont à la suite de ce Mémoire.

Le 16 Avril au matin, le ciel parfaitement beau & sans nuagés, je vis la Comète aussitôt qu'elle parut au-dessus des maisons, à 3 heures 50 minutes, dans un très-grand crépuscule; ses apparences étoient diminuées, sa queue effacée par le grand jour, le noyau encore brillant, environné de nébulosités. La Comète, dans le champ de la lunette, étoit très-près d'une étoile de cinquième à sixième

grandeur, à laquelle la Comète fut comparée plusieurs fois; je reconnus que cette étoile étoit la quatre-vingt-sixième de Pégase. À 4 heures 35 minutes, je cessai de voir la Comète dans un très-grand jour, 34 minutes avant le lever du Soleil; 9 minutes après que j'eus cessé de voir la Comète, l'étoile disparut aussi.

Le 17 au matin, je commençai à voir la Comète, comme le jour précédent, près d'une étoile de sixième grandeur; c'étoit l'étoile trente-quatrième des Poissons, suivant Flamsteed: la Comète fut comparée plusieurs fois à cette étoile.

Les jours suivans, le ciel fut couvert les matins, le crépuscule augmentoit chaque jour, de manière que l'observation du 17 Avril est la dernière qui ait été faite de son apparition.

Suivant mes observations, cette Comète a été vue depuis le 13 Mars au soir jusqu'au 17 Avril au matin, ce qui fait un intervalle de trente-cinq jours, qui comprennent quatorze jours d'observations.

L'on trouvera les déterminations de la Comète en ascension droite & en déclinaison, dans une des tables qui suit, avec les différences de passages entre la Comète & les étoiles, au fil horaire du micromètre: celle de déclinaison entre la Comète & les étoiles. Ces différences en ascension droite & en déclinaison sont marquées des signes + & —: le premier indique qu'il faut ajouter ces différences aux positions des étoiles avec lesquelles la Comète a été comparée, pour avoir celle de la Comète en ascension droite & en déclinaison; le second indique qu'il faut ôter.

La seconde table renferme les ascensions droites & les déclinaisons des étoiles qui ont été employées à la détermination du lieu de la Comète, tant celles qui ont été prises de différens catalogues, que les nouvelles étoiles que j'ai déterminées en les comparant à des étoiles connues. Leurs positions sont réduites aux temps des observations,

je n'y ai fait d'autre réduction que celle qu'on trouve dans les catalogues, sous le titre de *variation annuelle*.

Je joins à ce Mémoire une carte céleste qui est divisée en degrés d'ascension droite & de déclinaison; j'y ai rapporté les positions de la Comète, la route qu'elle a tenue parmi les étoiles fixes: à l'inspection de cette carte, il sera facile de juger de la position de la Comète & de celle des étoiles qui ont servi à sa détermination, je les ai renfermées dans un cercle. On verra aussi par cette carte, que la Comète a commencé à paroître près de la tête d'Andromède, qu'elle s'est peu élevée en déclinaison, qu'elle s'est approchée de l'étoile  $\alpha$ , & qu'ensuite sa déclinaison a diminué pour descendre & disparoître à l'extrémité de l'aile de Pégase.

M. le Président de S. \*\* a déterminé des élémens très-approchés de l'orbite de cette Comète, d'après mes observations: on les trouve imprimés dans la *Connoissance des temps de 1788*, page 336; les voici.

Lieu du nœud ascendant.....  $2^{\circ} \quad 4^{\circ} \quad 44' \quad 40''$

Inclinaison de l'orbite.....  $87. \quad 7. \quad 0.$

Lieu du périhélie.....  $9. \quad 27. \quad 34. \quad 30.$

Logarithme de la distance périhélie.....  $9,631024.$

Passage au périhélie, 8 Avril 1785, à  $11^{\text{h}} \quad 29'$ , temps moyen à Paris.

Sens du mouvement rétrograde.



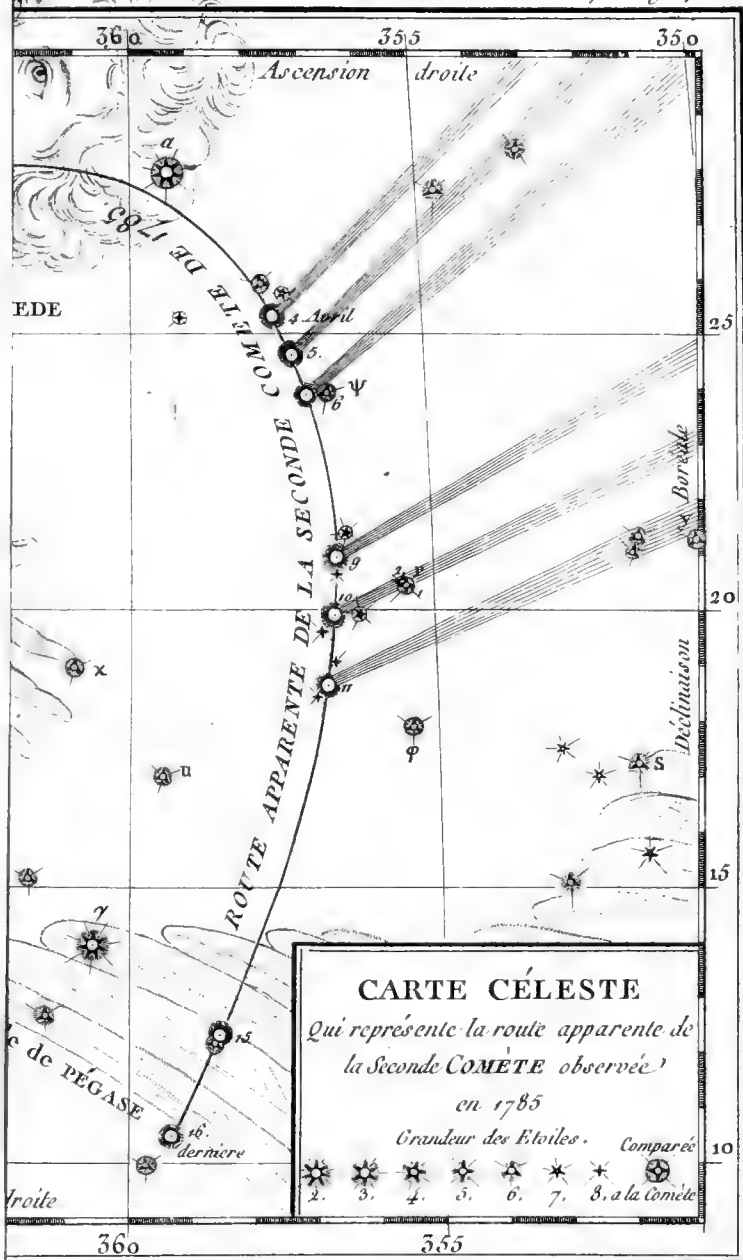
## TABLE I.

*Des positions apparentes de la seconde Comète observée en 1785, & comparée avec les Étoiles fixes, depuis le 13 Mars jusqu'au 16 Avril.*

1785.	TEMPS vrai des Observ.	ASCENSIONS droites de la Comète observées.	DÉCLINAIS. de la Comète observées. Boréale.	DIFFÉRENCE en ascenf. dr. de la Comète avec les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinaif. de la Comète avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres & N. <sup>o</sup> des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. R.	D. M. S.	M. S.			
Mars 13	7. 26. 15	6. 34. 13	26. 53. 41	+ 1. 10. 7	— 12. 22	7	6	Nouvelles Étoiles déterminées.
	7. 33. 13	6. 33. 58	26. 53. 44	+ 1. 9. 52	— 12. 19	7	6	
	8. 19. 5	6. 33. 13	26. 54. 31	+ 1. 9. 7	— 11. 32	7	6	
14	8. 25. 7	6. 32. 58	36. 54. 31	+ 1. 8. 52	— 11. 32	7	6	
	7. 6. 41	6. 13. 51	27. 2. 47	+ 0. 49. 45	— 3. 16	7	6	
	7. 6. 41	6. 13. 59	27. 2. 46	+ 1. 42. 45	— 35. 42	8	5	
17	7. 46. 57	6. 13. 28	27. 3. 7	+ 0. 49. 22	— 2. 56	7	6	
	7. 46. 57	6. 13. 21	27. 3. 10	+ 1. 42. 7	— 35. 18	8	5	
	7. 9. 18	5. 12. 59	27. 27. 6	— 0. 11. 7	+ 21. 3	7	6	
19	7. 13. 17	5. 12. 51	27. 27. 10	— 0. 11. 15	+ 21. 7	7	6	
	7. 16. 26	5. 12. 36	27. 27. 16	— 0. 11. 30	+ 21. 13	7	6	
	7. 16. 26	5. 12. 0	27. 27. 6	— 4. 13. 37	— 5. 52	7	7	
22	7. 16. 26	5. 11. 30	27. 27. 13	— 4. 30. 22	+ 15. 5	7	8	
	7. 5. 23	4. 27. 37	27. 40. 55	+ 5. 7. 45	— 13. 26	2	α	Étoiles d'Androm.
	7. 40. 20	4. 26. 44	27. 41. 6	+ 5. 6. 52	— 13. 15	2	α	
23	7. 40. 20	4. 26. 48	27. 41. 3	— 2. 21. 30	— 27. 22	4	ε	
	7. 53. 21	4. 26. 41	27. 41. 7	— 2. 21. 37	— 27. 18	4	ε	
	6. 54. 48	3. 17. 7	27. 55. 1	+ 3. 57. 15	— 0. 40	2	α	
4	7. 14. 4	3. 16. 43	27. 54. 59	— 3. 31. 37	— 13. 30	4	ε	
	7. 31. 34	3. 16. 28	27. 54. 57	— 3. 31. 52	— 13. 32	4	ε	
	7. 48. 50	3. 16. 5	27. 54. 56	— 3. 32. 15	— 13. 33	4	ε	
4	7. 14. 26	2. 51. 14	27. 57. 5	+ 3. 31. 22	+ 2. 44	2	α	de Pégase. nouvelle;
	7. 14. 26	2. 51. 14	27. 57. 5	— 3. 57. 7	— 11. 21	4	ε	
	7. 46. 36	2. 50. 37	27. 57. 8	+ 3. 30. 45	+ 2. 47	2	α	
4	7. 46. 36	2. 50. 36	27. 57. 12	— 3. 57. 45	— 11. 14	4	ε	
	5. 57. 55	357. 30. 20	25. 14. 24	— 0. 14. 15	— 43. 13	6	85	
	5. 57. 55	357. 30. 39	25. 14. 30	+ 0. 9. 30	— 30. 0	7	3	

## Suite des positions apparentes de la seconde Comète, &amp;c.

1785.	TEMPS vrai des Observ.	ASCENSIONS droites de la Comète observées.	DÉCLINAIS. de la Comète observées. Boréale.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. de la Comète avec les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinais. de la Comète avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettr. & N. des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.			
Avril.	4 16. 39. 46	357. 30. 5	25. 15. 24	— 0. 14. 30	— 42. 13	6	85	de Pégase.
	16. 39. 46	357. 29. 46	25. 15. 7	+ 0. 8. 37	— 29. 23	7	3	nouvelle.
	5 15. 34. 11	357. 13. 2	24. 37. 31	+ 0. 30. 0	+ 39. 36	5	↓	de Pégase.
	15. 49. 47	357. 12. 47	24. 37. 25	+ 0. 29. 45	+ 39. 30	5	↓	
	15. 57. 56	357. 12. 47	24. 37. 25	— 1. 52. 15	— 39. 8	8	4	nouvelle.
	6 15. 46. 22	356. 58. 2	23. 53. 26	+ 0. 15. 0	— 4. 29	5	↓	de Pégase.
	15. 50. 29	356. 58. 2	23. 53. 23	+ 0. 15. 0	— 4. 32	5	↓	
	16. 23. 17	356. 57. 32	23. 52. 5	+ 0. 14. 30	— 5. 50	5	↓	
	16. 27. 3	356. 57. 32	23. 52. 5	+ 0. 14. 30	— 5. 50	5	↓	
	16. 29. 16	356. 57. 32	23. 51. 52	+ 0. 14. 30	— 6. 3	5	↓	nouvelle.
	9 15. 46. 13	356. 36. 11	21. 2. 37	+ 0. 10. 45	— 24. 10	7	2	
	15. 47. 55	356. 36. 3	21. 2. 33	+ 0. 10. 37	— 24. 14	7	2	
	16. 34. 40	356. 35. 35	20. 59. 54	+ 5. 55. 30	— 18. 28	6	2	Pégase.
	16. 37. 12	356. 35. 41	21. 0. 7	+ 0. 10. 15	— 16. 40	7	2	la même ci-dessus.
	16. 44. 40	356. 35. 33	20. 59. 56	+ 0. 10. 7	— 26. 51	7	2	
	10 15. 32. 16	356. 39. 31	19. 49. 59	+ 1. 17. 45	— 38. 31	6	1 <sup>r</sup>	Pégase.
	15. 35. 52	356. 39. 12	19. 50. 26	+ 0. 25. 0	— 4. 10	7	1	nouvelle.
	15. 58. 51	356. 39. 27	19. 49. 7	+ 0. 25. 15	— 5. 29	7	1	
	16. 7. 35	356. 39. 12	19. 48. 44	+ 0. 25. 0	— 5. 52	7	1	
	16. 32. 53	356. 39. 42	19. 47. 19	+ 0. 25. 30	— 7. 17	7	1	
11	16. 38. 26	356. 39. 42	19. 47. 1	+ 0. 25. 30	— 7. 35	7	1	Pégase.
	15. 30. 14	356. 48. 47	18. 36. 21	+ 1. 26. 15	— 41. 4	6	φ	Pégase.
	15. 31. 48	356. 48. 46	18. 36. 55	— 4. 2. 45	— 22. 43	6	χ	Pégase.
15	16. 28. 23	356. 49. 17	18. 34. 11	+ 1. 26. 45	+ 38. 54	6	φ	ci-dessus.
	15. 53. 3	358. 33. 59	12. 19. 21	— 0. 4. 45	+ 7. 36	5.6	86	Pégase.
	16. 1. 47	358. 34. 13	12. 18. 47	— 0. 4. 30	+ 7. 2	5.6	86	la même.
	16. 11. 1	358. 34. 29	12. 18. 15	— 0. 4. 15	+ 6. 30	5.6	86	la même.
	16. 20. 17	358. 34. 37	12. 17. 45	— 0. 4. 7	+ 6. 0	5.6	86	la même.
	16. 26. 29	358. 34. 59	12. 17. 19	— 0. 3. 45	+ 5. 34	5.6	86	la même.
	16. 5. 1	359. 20. 8	10. 25. 35	— 0. 24. 30	+ 29. 12	6	34	Poissons.
16	16. 8. 34	359. 20. 8	10. 25. 25	— 0. 24. 30	+ 29. 2	6	34	la même.
	16. 17. 49	359. 22. 23	10. 24. 55	— 0. 24. 15	+ 28. 32	6	34	la même.

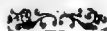




## TABLE II.

*Des Ascensions droites & des Déclinaisons des Étoiles avec lesquelles la seconde Comète de 1785 a été comparée ; leurs positions réduites au temps des Observations.*

ASCENSION droite des Étoiles.	DÉCLINAISON Boréale des Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	N.º des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
350. 40. 5	21. 18. 15	6	γ	Pégase, déduite de Flamsteed. Comète comparée le 9 Avril.
355. 21. 46	20. 28. 30	6	γ <sup>1</sup>	Pégase, comparée à γ. Comète comp. le 10 Avril.
355. 25. 54	20. 32. 50	6	γ <sup>2</sup>	Pégase, rapportée dans le catalogue de Flamsteed.
355. 22. 32	17. 55. 17	6	φ	Pégase, déduite de Flamsteed. Comète comparée le 11 Avril.
356. 14. 12	19. 54. 36	7	1	nouvelle, comparée à γ <sup>1</sup> . Comète comparée le 10 Avril.
356. 25. 26	21. 26. 47	7	2	nouvelle, comparée à γ. Comète comp. le 9 Avril.
356. 43. 2	23. 57. 55	5	↓	Pégase, déduite de Flamsteed. Comète comparée le 5 & le 6 Avril.
357. 21. 9	25. 44. 30	7	3	nouvelle, comparée à α d'Andromède. Comète comparée le 4 Avril.
357. 44. 35	25. 57. 37	6	85	Pégase comparée à α d'Andromède. Comète comp. le 4 Avril.
358. 38. 44	12. 11. 45	5.6	86	Pégase, déduite de Flamsteed. Comète comparée le 11 Avril.
359. 5. 2	25. 16. 33	8	4	nouvelle, comparée à α d'Andromède. Comète comparée le 5 Avril.
359. 19. 52	27. 54. 21	2	α	d'Andromède, déduite de la <i>Connaissance des Temps</i> . Comète comp. les 19, 22, 23, 28, 29 Mars.
359. 44. 38	9. 56. 23	6	34	Poissons, déduite de Flamsteed. Comète comp. le 16 Avril.
0. 51. 31	18. 59. 38	6	χ	Pégase, déduite de Flamsteed. Comète comparée le 11 Avril.
4. 31. 14	27. 38. 28	8	5	nouvelle, comparée à α d'Andromède. Comète comparée le 14 Mars.
5. 24. 6	27. 6. 3	7	6	nouvelle, comparée à α d'Andromède. Comète comp. les 13, 14 & 17 Mars.
6. 48. 18	28. 8. 25	4	8	d'Andromède. Comète comparée les 19, 22 & 23 Mars.
9. 25. 37	27. 32. 58	7	7	nouvelle, comp. à α d'Andromède. Comète comp. le 17 Mars.
9. 41. 52	27. 12. 8	7	8	nouvelle, comparée à α d'Andromède. Comète comparée le 17 Mars.



## OCCULTATIONS

DE QUELQUES ÉTOILES

DES PLÉIADES,

LES 11 AVRIL ET 13 DÉCEMBRE 1785.

*Observées à Paris, de l'Observatoire  
de la Marine.*

Par M. MESSIER.

LE 11 Avril, le ciel étant parfaitement beau le soir, vers les huit heures ayant regardé la Lune avec une lunette de nuit, je vis qu'elle étoit près des *Pléiades*, & que plusieurs de ces étoiles seroient éclipsées par le bord obscur ( ces observations n'étoient pas annoncées ); je fis usage pour ces observations, de ma grande lunette acromatique, j'observai les occultations de sept étoiles; voici le temps vrai de leurs immersions.

Immersion.	La 1. <sup>re</sup> , 7. <sup>me</sup> grandeur, <i>g. Céleste</i> .....	8 <sup>h</sup> 45' 38" <sup><math>\frac{1}{4}</math></sup> , à la seconde.
	La 2. <sup>me</sup> , 5. <sup>me</sup> grandeur, <i>e. Taygeta</i> .....	8. 55. 11. <sup><math>\frac{3}{4}</math></sup> , à la seconde.
	La 3. <sup>me</sup> , 9. <sup>me</sup> grand. au-dessous de <i>Maya</i> ...	9. 31. 30. <sup><math>\frac{1}{4}</math></sup> , à la seconde.
	La 4. <sup>me</sup> , 4. <sup>me</sup> grandeur, <i>c. Maya</i> .....	9. 7. 29, à la seconde.
	La 5. <sup>me</sup> , 7. <sup>me</sup> grandeur, <i>o<sup>1</sup></i> .....	9. 14. 19, à la seconde.
	La 6. <sup>me</sup> , 7. <sup>me</sup> grandeur, <i>o<sup>2</sup></i> .....	9. 15. 38. <sup><math>\frac{3}{4}</math></sup> , à la seconde.
	La 7. <sup>me</sup> , 9. <sup>me</sup> gr. sur le parallèle de <i>o<sup>2</sup></i> ...	9. 35. 1. <sup><math>\frac{1}{4}</math></sup> , à 5 sec. près.

*La nuit du 13 au 14 Décembre.*

Il étoit annoncé, dans la *Connoissance des Temps*, que la Lune éclipseroit trente-sept étoiles des *Pléiades*; mais la majeure partie n'étoit que des étoiles télescopiques, qui ne pouvoient pas être observées, même avec les meilleures  
lunettes,

Iunettes, à cause de la grande lumière de la Lune qui approchoit de son plein : cette grande lumière les faisoit disparoître à une grande distance ; les principales étoiles, en approchant du bord obscur de la Lune, perdoient également de leur lumière, & il étoit très-difficile de les apercevoir à leur sortie du bord éclairé.

J'ai employé à cette observation une grande lunette acromatique, ayant quarante lignes d'ouverture.

Le 13, à 11 heures 52 minutes du soir, des nuages s'élevèrent du sud, couvrirent la Lune, de manière que toutes les étoiles qui étoient autour d'elle, disparurent. L'étoile *g*, *céleño*, que j'avois suivie jusqu'auprès du bord obscur, alloit être éclipsée lorsqu'un nuage couvrit la Lune & l'étoile ; je soupçonnai son entrée à 12 heures 4 minutes 42 secondes, temps vrai. Différence de déclinaison entre l'entrée de l'étoile & le bord inférieur de la Lune, 18 minutes 54 secondes.

L'étoile *b*, *electra*, 5.<sup>me</sup> grandeur, fut cachée à 12 heures 12 minutes 18 secondes  $\frac{1}{2}$ . Au moment de l'observation, il y avoit de légers nuages au-devant de la Lune, qui affoiblissoient la lumière de l'étoile, de manière que l'immersion fut douteuse à 1 ou 2 secondes. La différence en déclinaison entre l'étoile & le bord inférieur de la Lune, étoit de 7 minutes 43 secondes.

À 12 heures 17 minutes 39 secondes, le diamètre de la Lune, mesuré entre les deux cornes, & suivant son parallèle, fut trouvé de 32 minutes 57 secondes.

Pour l'étoile *e*, *taygeta*, 5.<sup>me</sup> grandeur, l'immersion fut observée à la seconde, à 12 heures 24 minutes 22 secondes. La différence de déclinaison, entre l'entrée de l'étoile & le bord inférieur de la Lune, étoit de 26 minutes 34 secondes.

L'étoile *c*, *maïa*, 4.<sup>me</sup> grandeur, dont l'immersion fut observée à la seconde, disparut à 12 heures 35 minutes 17 secondes. La différence de déclinaison, entre l'entrée de l'étoile au bord inférieur de la Lune, étoit de 20' 56".

Mém. 1785.

O o o o

Pour l'étoile  $\alpha^2$  7.<sup>me</sup> grandeur, l'immersion fut observée à 12 heures 52 minutes 47 secondes, mais douteuse; la lumière de l'étoile étoit extrêmement affoiblie par celle de la Lune, quoique le ciel fut parfaitement beau: l'incertitude dans l'observation, peut aller à 2 ou 3 secondes.

L'étoile  $\alpha^1$  7.<sup>me</sup> grandeur, se trouvoit dans le même cas que la précédente, sa lumière étoit extrêmement diminuée par celle de la Lune; je présume cependant que l'observation est bonne: immersion de l'étoile à 12 heures 53 minutes 10 secondes.

L'étoile *e*, *taygeta*, sortit du bord éclairé de la Lune, à 13 heures 24 minutes 27 secondes. Cette émerision fut douteuse à plusieurs secondes, à cause de la grande lumière de la Lune.

La petite étoile de 6.<sup>me</sup> grandeur, qui précède  *$\alpha$  alcyone*, a dû être éclipsée vers le bord inférieur; je n'ai pu en faire l'observation à cause de la grande lumière de la Lune, qui avoit fait disparaître l'étoile à l'approche de son immersion.

À 14 heures 13 minutes 18 secondes, le diamètre de la Lune mesuré entre les deux cornes, fut trouvé de 32 minutes 51 secondes.

À 14 heures 37 minutes 14 secondes, l'étoile *h*, *pleione*, de 6.<sup>me</sup> grandeur, a dû raser le bord inférieur de la Lune; elle a même pu être éclipsée; à son approche de la Lune, la grande lumière de cet astre l'avoit fait disparaître.

À 13 heures 57 minutes 21 secondes, *alcyone* étoit près du bord inférieur de la Lune; différence de déclinaison entre le même bord & l'étoile, 25 secondes.

À 14 heures 42 minutes 7 secondes, l'étoile *f*, *atlas*, étoit près du bord inférieur de la Lune; différence en déclinaison entre le même bord & l'étoile, 5' 43".





# OCCULTATION DE VÉNUS PAR LA LUNE,

*Observée à Paris le 12 Avril 1785.*

Par M. MESSIER.

**I**L faisoit beau temps depuis plusieurs jours, le baromètre étoit à sa plus grande hauteur, 28 pouces 7 lignes  $\frac{1}{2}$ , ce qui promettoit un ciel serein pour l'observation de Vénus.

Le 12 Avril, jour annoncé pour l'occultation, je pris un grand nombres de hauteurs correspondantes du Soleil, qui donnèrent le midi à une grande précision.

Pour l'observation, j'ai employé une lunette acromatique, de 3 pieds  $\frac{1}{2}$  de foyer, à grande ouverture, que j'avois fait grossir cent quarante fois; c'est avec ce grossissement que j'ai observé l'immersion de Vénus, sous le bord obscur de la Lune.

Immersion.	{	Attouchement du 1. <sup>er</sup> bord éclairé de ♀..... 0 <sup>h</sup> 1' 50"	} Temps vrais
	{	Entrée du milieu de son croissant estimé..... 0. 2. 36.	
	{	Entrée totale de la dernière corne..... 0. 3. 8.	

Pour l'émerison de Vénus, j'ai employé la même lunette; mais j'avois changé le grossissement, au lieu de 140, je ne l'avois fait grossir que quatre-vingt fois, pour avoir plus de netteté au bord de la Lune, & pour pouvoir découvrir une plus grande étendue de son bord, où la planète devoit sortir.

Émerison.	{	Commencement du 1. <sup>er</sup> bord éclairé de ♀... 0. 50. 28.	} Temps vrais
	{	Milieu du croissant sort, estimé..... 0. 51. 18.	
	{	Sortie totale de la 2. <sup>me</sup> corne de ♀..... 0. 52. 5.	

Je n'ai rien vu de particulier sur Vénus dans cette

O o o o ij

observation; sa lumière m'a paru être la même à son immersion & à sa sortie.

Avant & après<sup>l</sup> l'observation, j'ai pris un grand nombre de différences de passages entre le premier bord de Vénus & celui de la Lune.

Vénus se voyoit très-bien sans lunette, avant l'occultation & après la sortie.



## SUITE DE L'ESSAI

*Pour connoître la Population du Royaume, & le nombre de ses habitans, en adaptant aux Villes, Bourgs & Villages, portés sur chacune des Cartes de M. de Cassini, l'année commune des Naissances, prise sur les années 1781, 1782 & 1783, & en la multipliant par 26.*

Par M.<sup>re</sup> DU SÉJOUR, le Marquis DE CONDORCET  
& DE LA PLACE.

*Population de la Carte de la France, n.<sup>o</sup> 96.*

MAYENNE.

« CETTE Carte contient la ville de Mayenne, & 206 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Mayenne,

est de..... 311.

Celle des 206 bourgs ou villages, est de..... 9227.

TOTAL..... 9538.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	206.	8086.	239902.	247988.	959.

LONS-  
LE-SAUNIER.*Population de la Carte de la France, n.° 116.*

« CETTE Carte contient les villes de Lons-le-Saunier, de Louhans, d'Orgelet, de Saint-Claude & de Tournus, & 242 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Lons-le-Saunier, est de.....	244.
Dans celle de Louhans, de.....	96.
Dans celle d'Orgelet, de.....	63.
Dans celle de Saint-Claude, de.....	141.
Dans celle de Tournus, de.....	192.

736.

Et dans les 242 bourgs ou villages, de..... 7729.

TOTAL..... 8465.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	5.	242.	19136.	200954.	220090.	804.

SAINT-  
ÉTIENNE.*Population de la Carte de la France, n.° 88.*

« CETTE Carte contient les villes de Saint-Étienne, Condrieux, Iffengeaux, Saint-Chamond & Annonay, & 202 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Saint-Étienne, est de.....	1033.
Dans celle de Condrieux, de.....	214.
Dans celle d'Iffengeaux, de.....	203.

1450.

# DES SCIENCES.

663

ci-contre..... 1450.

Dans celle de Saint-Chamond, de..... 191.

Dans celle d'Annonay, de..... 175.

1816.

Et dans les 202 bourgs ou villages, de..... 7712.

TOTAL..... 9528.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de lacampagne par lieue.
250.	5.	202.	47216.	200512.	247728.	802.

## Population de la Carte de la France, n.° 3.

AMIENS.

« CETTE Carte contient les villes d'Amiens, de Montdidier & de Roye, & 530 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Amiens,

est de..... 1535.

Dans celle de Montdidier, de..... 131.

Dans celle de Roye, de..... 100.

1766.

Et dans les 530 bourgs ou villages, de..... 7250.

TOTAL..... 9016.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de lacampagne par lieue.
250.	3.	530.	45916.	188500.	234416.	754.

« CETTE Carte contient les villes de Belley, de Montluel & de Vienne, & 317 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Belley,	
est de.....	127.
Dans celle de Montluel, de.....	107.
Dans celle de Vienne, de.....	351.

585.

Et dans les 317 bourgs ou villages, de..... 6199.

TOTAL..... 6784.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de lacampagne par lieue.
222.	3.	317.	15210.	161174.	176384.	726.

« CETTE Carte contient les villes d'Alençon, de Bonnefable, de Mamers & de Mortagne, & 329 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Alençon,	
est de.....	470.
Dans celle de Bonnefable, de.....	216.
Dans celle de Mamers, de.....	204.
Dans celle de Mortagne, de.....	126.

1016.

Et dans les 329 bourgs ou villages, de..... 6900.

TOTAL..... 7916.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	329.	26416.	179400.	205816.	718.

*Population de la Carte de la France, n.° 119.*

GRENOBLE.

« CETTE Carte contient les villes de Grenoble & de Voiron, & 321 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Grenoble,

est de..... 873.

Dans celle de Voiron, de..... 152.

1025.

Et dans les 321 bourgs ou villages, de..... 6742.

TOTAL..... 7767.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
247.	2.	321.	26650.	175292.	201942.	710.

*Population de la Carte de la France, n.° 64.*

LE MANS.

« CETTE Carte contient la ville du Mans, & 243 bourgs ou villages. »

Mém. 1785.

Pppp

# 666 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

L'année commune des naissances dans la ville du Mans,

est de..... 501.

Et dans les 243 bourgs ou villages, de..... 6729.

TOTAL..... 7230.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	243.	13026.	174954.	187980.	700.

COMPIEGNE.

*Population de la Carte de la France, n.º 2.*

« CETTE Carte contient les villes de Beauvais,  
« Compiègne, Senlis, Pont-Sainte-Maixence & Clermont,  
& 457 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Beauvais,

est de..... 486.

Dans celle de Compiègne, de..... 205.

Dans celle de Senlis, de..... 138.

Dans celle de Pont-Sainte-Maixence, de..... 112.

Dans celle de Clermont, de..... 38.

979.

Et dans les 457 bourgs ou villages, de..... 6629.

TOTAL..... 7608.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	5.	457.	25454.	172354.	197808.	689.



*Population de la Carte de la France, n.º 115.*

DÔLE.

« CETTE Carte contient les villes d'Arbois, d'Auxonne, de Dôle, de Nuits, de Poligny, de Quingey, de « Saint-Jean-de-Lône, de Salins & de Seurre, & 290 « bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Arbois,	
est de.....	224.
Dans celle d'Auxonne, de.....	170.
Dans celle de Dôle, de.....	333.
Dans celle de Nuits, de.....	111.
Dans celle de Poligny, de.....	247.
Dans celle de Quingey, de.....	78.
Dans celle de Saint-Jean-de-Lône, de.....	111.
Dans celle de Salins, de.....	263.
Dans celle de Seurre, de.....	157.
	<hr/>
	1694.
Et dans les 290 bourgs ou villages, de.....	6512.
	<hr/>
TOTAL.....	8206.
	<hr/>

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	9.	290.	44044.	169312.	213356.	677.

*Population de la Carte de la France, n.º 98.*

ANGERS.

« CETTE Carte contient les villes d'Angers & d'Ancenis,  
& 215 bourgs ou villages. »

# 668 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

L'année commune des naissances dans la ville d'Angers,  
est de..... 1099.  
Dans celle d'Ancenis, de..... 162.

1261.

Et dans les 215 bourgs ou villages, de..... 6485.

TOTAL..... 7746.

NOMBRE des LIEUX de superficie.	NOMBRE des VILLES	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieu.
250.	2.	215.	32786.	168610.	201396.	674.

CHOLLET.

*Population de la Carte de la France, n.° 99.*

« CETTE Carte ne contient pas de villes, & renferme  
seulement 187 bourgs ou villages. »

Dont l'année commune des naissances est de..... 6302.

NOMBRE des LIEUX de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieu.
250.	0.	187.	0.	163852.	163852.	655.

LE PUY.

*Population de la Carte de la France, n.° 89.*

« CETTE Carte contient les villes du Puy, de Privas  
& de Langogne, & 185 bourgs ou villages. »

# DES SCIENCES.

669

L'année commune des naissances dans la ville du Puy, est de.....	584.
Dans celle de Privas, de.....	100.
Dans celle de Langogne, de.....	92.

776.

Et dans les 185 bourgs ou villages, de.....	6106.
---	-------

TOTAL..... 6882.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	3.	185.	20176.	158756.	178932.	635.

*Population de la Carte de la France, n.º 32.*

LA  
SOUTERAINE.

« CETTE Carte contient la ville de la Souteraine,  
& 158 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de la Soute- raïne, est de.....	103.
---	------

Et dans les 158 bourgs ou villages, de.....	5857.
---	-------

TOTAL..... 5960.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	158.	2678.	152282.	154960.	609.

## 670 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

LAVAL.

*Population de la Carte de la France, n.° 97.*

« CETTE Carte contient les villes de Laval, de Château-  
» Gontier, de Craon & de la Guerche, & 210 bourgs  
ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Laval, est de.....	422.
Dans celle de Château-gontier, de.....	114.
Dans celle de Craon, de .....	130.
Dans celle de la Guerche, de.....	121.

Et dans les 210 bourgs ou villages, de..... 5803.

TOTAL..... 6590.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	210.	20462.	150878.	171340.	604.

VIVIERS.

*Population de la Carte de la France, n.° 90.*

« CETTE Carte contient les villes de Viviers,  
» d'Aubenas, du Saint-Esprit, de Montelimart, de Saint-  
Paul-trois-châteaux, & 197 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Viviers, est de.....	81.
Dans celle d'Aubenas, de.....	92.
Dans celle du Saint-Esprit, de.....	187.
Dans celle de Montelimart, de.....	223.
Dans celle de Saint-Paul-trois-châteaux, de.....	76.

Et dans les 197 bourgs ou villages, de..... 5657.

TOTAL..... 6318.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	5.	197.	17134.	147082.	164216.	588.

*Population de la Carte de la France, n.° 47.*

AUXERRE.

« CETTE Carte contient les villes d'Auxerre, de Joigny & de Saint-Florentin, & 241 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Auxerre,  
est de..... 380.  
Dans celle de Joigny, de..... 162.  
Dans celle de Saint-Florentin, de..... 74.

616.

Et dans les 241 bourgs ou villages, de..... 5507.

TOTAL..... 6123.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	3.	241.	16016.	143182.	159198.	573.

*Population de la Carte de la France, n.° 147.*

NOZEROT.

« CETTE Carte ne contient aucune ville, mais seulement 45 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans les 45 bourgs ou villages, est de.....

1537.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
70.	0.	45.	0.	39962.	39962.	570.

*Population de la Carte de la France, n.º 65.*

« CETTE Carte contient les villes de Tours, de Beau-  
 fort, de la Flèche & de Château-du-Loir, & 192 bourgs  
 ou villages. »

TOURS.

L'année commune des naissances dans la ville de Tours, est de.....	756.
Dans celle du Beaufort, de.....	182.
Dans celle de la Flèche, de.....	145.
Dans celle de Château-du-Loir, de.....	70.

1153.

Et dans les 192 bourgs ou villages, de..... 5475.

TOTAL..... 6628.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	192.	29978.	142350.	172328.	569.

*Population*

*Population de la Carte de la France, n.º 91.*

NISMES.

« CETTE Carte contient les villes d'Alais, d'Anduze, de Bagnols, de Beaucaire, de Nîmes, de Saint-Hippolyte & Tarascon, & 262 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Alais,	
est de.....	364.
Dans celle d'Anduze, de.....	180.
Dans celle de Bagnols, de.....	199.
Dans celle de Beaucaire, de.....	334.
Dans celle de Nîmes, de.....	1670.
Dans celle de Saint-Hippolyte, de.....	208.
Dans celle de Tarascon, de.....	380.
	<hr/>
	3335.
Et dans les 262 bourgs ou villages, de.....	5338.
	<hr/>
TOTAL.....	8673.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	7.	262.	86710.	138788.	225498.	555.

*Population de la Carte de la France, n.º 124.*

MARSEILLE.

« CETTE Carte contient les villes d'Aubagne, de la Ciotat & de Marseille, & 27 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Aubagne,	
est de.....	234.
Dans celle de la Ciotat, de.....	180.
Dans celle de Marseille, de.....	2736.
	<hr/>
	3150.
Et dans les 27 bourgs ou villages, de.....	557.
	<hr/>
TOTAL.....	3707.

Mém. 1785.

Qqqq

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
27.	3.	27.	91900.	14482.	96382.	533.

LA  
ROCHELLE.

*Population de la Carte de la France, n.° 101.*

« CETTE Carte contient les villes de la Rochelle, de Marans & de Niort, & 245 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de la Rochelle, est de.....	632.
Dans celle de Niort, de.....	416.
Dans celle de Marans, de.....	155.

1203.

Et dans les 245 bourgs ou villages, de.....	4754.
---	-------

TOTAL..... 5957.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
234.	3.	245.	31278.	123604.	154882.	528.

SAUMUR  
&  
RICHELIEU.

*Population de la Carte de la France, n.° 66.*

« CETTE Carte contient les villes de Saumur, Chinon, Loudun, Thouars, Richelieu, Montreuil-Bellay, & 254 bourgs ou villages. »



# DES SCIENCES. 675

L'année commune des naissances dans la ville de Saumur,	
est de.....	341.
Dans celle de Chinon, de.....	189.
Dans celle de Loudun, de.....	154.
Dans celle de Thouars, de.....	131.
Dans celle de Richelieu, de.....	119.
Dans celle de Montreuil-Bellay, de.....	56.

990.

Et dans les 254 bourgs ou villages, de..... 5068.

**TOTAL..... 6058.**

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	6.	254.	25740.	131768.	157508.	527.

*Population de la Carte de la France, n.º 100.*

LUÇON.

« CETTE Carte contient les villes de Luçon, de Fontenay-le-Comte, de Parthenay & de Saint-Maixent, & 215 « bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Luçon,	
est de.....	118.
Dans celle de Fontenay-le-Comte, de.....	208.
Dans celle de Parthenay, de.....	126.
Dans celle de Saint-Maixent, de.....	131.

583.

Et dans les 215 bourgs ou villages, de..... 5041.

**TOTAL..... 5624.**

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	215.	15158.	131066.	146224.	524.

## MAURIAC.

*Population de la Carte de la France, n.º 14.*

« CETTE Carte contient les villes de Bord, de Mauriac & d'Uffel, & 166 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Bord, est de	86.
Dans celle de Mauriac, de.....	94.
Dans celle d'Uffel, de.....	114.

294.

Et dans les 166 bourgs ou villages, de..... 4951.

TOTAL..... 5245.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	3.	166.	7644.	128726.	136370.	515.

## COSNE.

*Population de la Carte de la France, n.º 48.*

« CETTE Carte contient les villes de Cosne, de Clamecy & de Vézelay, & 212 bourgs ou villages. »

# DES SCIENCES. 677

L'année commune des naissances dans la ville de Cofne,  
est de..... 164.

Dans celle de Clamecy, de..... 157.

Dans celle de Vézelay, de..... 38.

359.

Et dans les 212 bourgs ou villages, de..... 4899.

TOTAL..... 5258.

NOMBRE des LIEUX de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieu.
250.	3.	212.	9334.	127374.	136708.	509.

*Population de la Carte de la France, n.° 150. BARRAUX.*

« CETTE Carte ne contient aucune ville, mais seulement 76 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans les 76 bourgs ou villages, est de..... 1927.

NOMBRE des LIEUX de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieu.
102.	0.	76.	0.	50102.	50102.	491.

## 678 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

SABLES-  
D'OLONNE.*Population de la Carte de la France, n.° 132.*

« CETTE Carte contient la ville des Sables-d'Olonne,  
& 98 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville des Sables-  
d'Olonne, est de..... 81.

Et dans les 98 bourgs ou villages, de..... 2808.

TOTAL..... 2889.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
150.	1.	98.	2106.	73008.	75114.	487.

TOULON.

*Population de la Carte de la France, n.° 155.*

« CETTE Carte contient les villes d'Hyères, de  
Saint-Tropez & de Toulon, & 27 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Hyères,  
est de..... 275.

Dans celle de Saint-Tropez, de..... 115.

Dans celle de Toulon, de..... 1104.

Et dans les 27 bourgs ou villages, de..... 1494.

TOTAL..... 1959.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
106.	3.	27.	38844.	50934.	89778.	480.

*Population de la Carte de la France, n.º 28.*

VENDÔME.

« CETTE Carte contient les villes de Vendôme, de Châteaudun & de Beaugency, & 226 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Vendôme,

est de..... 233.

Dans celle de Châteaudun, de..... 226.

Dans celle de Beaugency, de..... 162.

---

621.

Et dans les 226 bourgs ou villages, de..... 4528.

TOTAL..... 5149.

NOMBRE des LIEUX de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes.	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	3.	226.	16146.	117728.	133874.	471.

*Population de la Carte de la France, n.º 167.*

ANTIBES.

« CETTE Carte contient les villes d'Antibes, de Grasse & de Fréjus, & 33 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Antibes,

est de..... 140.

Dans celle de Grasse, de..... 400.

Dans celle de Fréjus, de..... 106.

---

646.

Et dans les 33 bourgs ou villages, de..... 1193.

TOTAL..... 1839.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
66.	3.	33.	16796.	31018.	47814.	470.

G E X.

*Population de la Carte de la France, n.° 148.*

« CETTE Carte contient la ville de Gex, &  
32 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Gex,  
est de..... 67.

Et dans les 32 bourgs ou villages, de..... 536.

TOTAL..... 603.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
30.	1.	32.	1742.	13936.	15678.	464.

L O C H E S.

*Population de la Carte de la France, n.° 30.*

« CETTE Carte contient la ville de Loches, & 159  
bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Loches,  
est de..... 159.

Et dans les 159 bourgs ou villages, de..... 4437.

TOTAL..... 4596.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	159.	4134.	115362.	119496.	461.

*Population de la Carte de la France , n.° 68.*

CONFOLENS.

« CETTE Carte contient la ville de Confolens , &  
191 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Confolens,

est de..... 75.

Et dans les 191 bourgs ou villages, de..... 4406.

TOTAL..... 4481.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	191.	1950.	114556.	116506.	458.

*Population de la Carte de la France , n.° 124.*

AIX.

« CETTE Carte contient les villes d'Aix , de  
Lambesc , de Martigues , de Pertuis & de Salons , &  
99 bourgs ou villages. »

Mém. 1785.

Rrrr

# 682 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

L'année commune des naissances dans la ville d'Aix,	
est de.....	553.
Dans celle de Lambesc, de.....	131.
Dans celle de Martigues, de.....	225.
Dans celle de Pertuis, de.....	158.
Dans celle de Salons, de.....	197.

1264.

Et dans les 99 bourgs ou villages, de..... 3882.

TOTAL..... 5146.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
224.	5.	99.	36864.	100932.	137796.	451.

BLOIS.

*Population de la Carte de la France, n.º 29.*

« CETTE Carte contient les villes d'Amboise & de Blois, & 193 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Amboise,	
est de.....	219.
Dans celle de Blois, de.....	389.

608.

Et dans les 193 bourgs ou villages, de..... 4790.

TOTAL..... 5398.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	2.	193.	15808.	124540.	140348.	448.



*Population de la Carte de la France, n.º 31.*CHÂTEAU-  
ROUX.

« CETTE Carte contient la ville de Châteauroux, & 136 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Châteauroux, est de..... 347.

Et dans les 136 bourgs ou villages, de..... 4196.

TOTAL..... 4543.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de lacampagne par lieue.
250.	1.	136.	9022.	109096.	118118.	436.

*Population de la Carte de la France, n.º 120.*

VALENCE.

« CETTE Carte contient les villes de Crest, de Die, de Tournon & de Valence, & 108 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Crest, est de..... 135.

Dans celle de Die, de..... 116.

Dans celle de Tournon, de..... 108.

Dans celle de Valence, de..... 245.

604.

Et dans les 108 bourgs ou villages, de..... 4061.

TOTAL..... 4665.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	108.	15704.	105586.	121290.	422.

DRAGUI-  
GNAN.

*Population de la Carte de la France, n.° 154.*

« CETTE Carte contient les villes de Brignolles, de Draguignan & de Lorgues, & 91 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Bri-  
gnolles, est de..... 209.  
Dans celle de Draguignan, de..... 281.  
Dans celle de Lorgues, de..... 175.

665.

Et dans les 91 bourgs ou villages, de..... 3965.

TOTAL..... 4630.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
249.	3.	91.	17290.	103142.	120432.	414.

POITIERS.

*Population de la Carte de la France, n.° 67.*

« CETTE Carte contient les villes de Poitiers & de Châtellerault, & 192 bourgs ou villages. »

# DES SCIENCES. 685

L'année commune des naissances dans la ville de Poitiers,  
est de..... 583.

Dans celle de Châtelleraut, de..... 275.

858.

Et dans les 192 bourgs ou villages, de..... 3916.

TOTAL..... 4774.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de lacampagne par lieue.
250.	2.	192.	22308.	101816.	124124.	407.

*Population de la Carte de la France, n.º 146.*

BESANÇON.

« CETTE Carte contient les villes de Befançon, d'Ornans,  
de Pontarlier, & 147 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Besançon,  
est de..... 822.

Dans celle d'Ornans, de..... 70.

Dans celle de Pontarlier, de..... 117.

1009.

Et dans les 147 bourgs ou villages, de..... 2611.

TOTAL..... 3620.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de lacampagne par lieue.
172.	3.	147.	26234.	67886.	94120.	395.

VAISON  
&  
VALRÉAS.

*Population de la Carte de la France, n.º 121.*

« CETTE Carte contient les villes de Vaison & de Valréas, & 222 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Vaison,  
est de..... 72.  
Dans celle de Valréas, de..... 135.

Et dans les 222 bourgs ou villages, de..... 207.  
3498.

TOTAL..... 3705.

NOMBRE des LIEUX de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	2.	222.	5382.	90948.	96330.	364.

G I E N.

*Population de la Carte de la France, n.º 9.*

« CETTE Carte contient les villes de Gien & de Sancerre, & 82 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Gien,  
est de..... 174.  
Dans celle de Sancerre, de..... 89.

Et dans les 82 bourgs ou villages, de..... 263.  
2835.

TOTAL..... 3098.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	2.	82.	6838.	73710.	80548.	295.

*Population de la Carte de la France, n.º 152 & 181.* EMBRUN & LARCHE.

« CES deux Cartes contiennent les villes d'Embrun, de Barcelonnette, de Gap & de Sisteron, & 164 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Embrun, est de.....	85.
Dans celle de Barcelonnette, de.....	83.
Dans celle de Gap, de.....	217.
Dans celle de Sisteron, de.....	159.
	544.
Et dans les 98 bourgs ou villages, de.....	2872.
TOTAL.....	3416.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
274.	4.	164.	14144.	73216.	87360.	267.

*Population de la Carte de la France, n.º 153.* DIGNE.

« CETTE Carte contient les villes de Castellane, Digne, Forcalquier, Manosque, Riez, & 140 bourgs ou villages. »

# 688 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

L'année commune des naissances dans la ville de Castellane,	
est de.....	77.
Dans celle de Digne, de.....	146.
Dans celle de Forcalquier, de.....	77.
Dans celle de Manosque, de.....	123.
Dans celle de Riez, de.....	134.

557.

Et dans les 140 bourgs ou villages, de..... 2403.

TOTAL..... 2960.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	5.	140.	14482.	62478.	76960.	250.

BRIANÇON  
&  
QUEIRAS.

*Population de la Carte de la France, n.<sup>os</sup> 151 & 180.*

« CES deux Cartes contiennent la ville de Briançon,  
& 118 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Briançon,  
est de..... 115.

Et dans les 118 bourgs ou villages, de..... 2293.

TOTAL..... 2408.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
284.	1.	118.	2990.	63908.	66898.	225.

*et l'ordre des Généralités, pendant l'année 1784.*

S	Rapport des Naissances avec les Décès.			OBSERVATIONS.
	TOTAL des MORTS.	EXCÉDANT des Naissances sur les Morts.	EXCÉDANT des Décès sur les Naissances.	EXCÉDANT absolu des Naissances sur les Morts.
21,778.	"	2,224.		
44,368.	"	1,109.		
26,885.	430.	"		
51,396.	"	2,109.		
23,784.	3,058.	"		
18,444.	2,559.	"		
22,905.	3,758.	"		
15,164.	3,166.	"		
39,760.	4,578.	"		
13,208.	4,151.	"		
16,314.	5,441.	"		
22,502.	4,219.	"		
20,294.	3,766.	"		
21,477.	5,699.	"		
22,975.	2,281.	"		
28,080.	2,081.	"		
1,314.	189.	"		
16,620.	376.	"		
20,415.	1,319.	"	78,493.	
26,485.	1,000.	"		
21,453.	3,776.	"		
19,212.	"	617.		
88,523.	2,378.	"		
21,910.	4,655.	"		
3,635.	762.	"		
56,616.	12,531.	"		
25,632.	5,666.	"		
41,827.	"	1,203.		
28,828.	"	2,756.		
21,571.	4,221.	"		
13,168.	"	73.		
29,985.	2,374.	"		
7,657.	3,792.	"		
28,019.	973.	"		
4,951.	85.	"		
87,155.	89,284.	10,791.		

Ce Tableau offre, par comparaison avec celui de l'année précédente, une augmentation dans le nombre des Naissances & dans celui des Mariages, qui contribuera à réparer une partie des grandes pertes que la Population a éprouvées en 1782 & en 1783. A l'égard des Morts, quoique leur nombre présente des résultats bien moins funestes à l'Humanité que ceux de l'année précédente, & qu'ils soient inférieurs aux Naissances de 78,493; ils donnent cependant la preuve que les maladies épidémiques ont fait quelques nouveaux ravages pendant l'année 1784: ce fléau, qui avoit porté en 1783 la mortalité dans plus de la moitié des Généralités du Royaume n'a continué en 1784 que dans celles de Paris, de Tours, d'Angoulême, de Dijon & de Metz; mais il a pénétré dans celle de Besançon, qui, jusqu'à cette époque, en avoit été préservée.

La Généralité de Pau & de Bayonne, qui se trouve, en 1784, portée pour la première fois sur l'état de la Population, a été établie par Édit de Février 1784, & elle est un démembrement de celles de Bordeaux, d'Auch & de Perpignan.

# POPULATION dans le Royaume, compris l'île de Corse, suivant l'ordre des Généralités, pendant l'année 1784.

NUMER. qui comprisent l'ordre des Généralités & Provinces.	DÉNOMINATIONS DES GÉNÉRALITÉS DU ROYAUME, compris l'île de Corse, distingues en pays d'Élections & en pays d'Etats, la ville de PARIS distinguée de la Généralité, comme Capitale du Royaume.	NAISSANCES	MARIAGES.	PROFESSEURS en RELIGION.	MORTS			Rapport des Naissances avec les Décès.			OBSERVATIONS.
					dans la Société civile.	en Religion.	TOTAL des MORTS.	Excédant des Naissances sur les Morts.	Excédant des Décès sur les Naissances.	Excédant absolu de N. l'excès sur les Morts.	
	PARIS (Ville).....	19,554.	5,039.	108.	21,703.	75.	21,778.	774.	2,224.		
	GÉNÉRALITÉS en pays d'Élections.										
1.	PARIS.....	43,219.	7,813.	71.	44,270.	98.	44,168.	1,102.	1,113.		
2.	ORLÉANS.....	27,115.	6,984.	36.	26,855.	30.	26,855.	260.	43.		
3.	TOURS.....	40,287.	12,077.	34.	51,119.	77.	51,067.	520.	2,129.		
4.	POITIERS.....	26,842.	7,265.	31.	23,724.	60.	23,724.	3,058.	1.		
5.	BOURGES.....	21,093.	5,112.	8.	18,422.	22.	18,444.	2,170.	1.		
6.	LIMOGES.....	26,663.	6,717.	27.	22,872.	33.	22,905.	3,758.	1.		
7.	LA ROCHELLE.....	18,330.	4,773.	17.	15,144.	20.	15,164.	3,166.	1.		
8.	BORDEAUX.....	44,338.	11,005.	56.	39,708.	52.	39,760.	4,578.	1.		
9.	AUCH.....	17,359.	3,681.	15.	13,187.	21.	13,208.	4,151.	1.		
10.	MONTAUBAN.....	21,755.	5,105.	41.	16,274.	40.	16,314.	5,441.	1.		
11.	GRENOBLE.....	26,721.	5,885.	29.	22,454.	48.	22,502.	4,219.	1.		
12.	LYON.....	24,060.	5,164.	25.	20,242.	52.	20,294.	3,766.	1.		
13.	RIOM.....	27,176.	5,859.	40.	21,437.	40.	21,477.	5,699.	1.		
14.	MOULINS.....	21,216.	6,584.	11.	22,952.	23.	22,975.	2,261.	1.		
15.	CHALONS.....	30,161.	6,522.	25.	28,045.	35.	28,080.	2,121.	1.		
16.	LE CLERMONTAIS.....	1,503.	317.	1.	1,312.	2.	1,314.	183.	1.		
17.	VOISONS.....	16,006.	3,951.	15.	16,583.	37.	16,620.	376.	1.		
18.	AMIENS.....	21,734.	5,322.	20.	20,378.	37.	20,415.	1,319.	1.		
19.	ROUEN.....	27,151.	7,444.	78.	26,376.	109.	26,485.	1,000.	1.		
20.	CAEN.....	27,127.	6,113.	39.	21,406.	47.	21,453.	3,776.	1.		
21.	ALENÇON.....	18,593.	5,406.	28.	19,176.	36.	19,212.	3,776.	1.		
	GÉNÉRALITÉS en pays d'Etats.										
22.	RENNES.....	90,901.	21,872.	100.	88,418.	105.	88,122.	2,779.	1.		
23.	PAU & BAYONNE.....	26,565.	5,945.	25.	21,872.	38.	21,910.	4,655.	1.		
24.	PERPIGNAN.....	4,197.	1,117.	2.	3,627.	8.	3,635.	570.	1.		
25.	MONTPELLIER.....	60,147.	14,782.	82.	56,525.	91.	56,616.	9,531.	1.		
26.	AIX.....	31,298.	6,565.	27.	25,566.	66.	25,632.	6,666.	1.		
27.	DIJON.....	39,024.	12,700.	53.	41,742.	87.	41,829.	8,921.	1.		
28.	BESANCON.....	26,072.	6,711.	37.	28,762.	66.	28,828.	1,066.	1.		
29.	STRASBOURG.....	21,772.	5,771.	29.	21,525.	46.	21,571.	4,221.	1.		
30.	MITZ.....	13,073.	2,682.	23.	13,098.	70.	13,168.	7,470.	1.		
31.	NANCY.....	12,119.	6,722.	35.	29,889.	96.	29,985.	2,071.	1.		
32.	VALENTIGNIEN.....	11,449.	2,777.	71.	7,600.	57.	7,657.	3,777.	1.		
33.	LILLE.....	28,992.	7,558.	115.	27,047.	174.	27,121.	2,871.	1.		
34.	ÎLE DE CORSE.....	5,036.	1,197.	30.	4,021.	30.	4,021.	21.	1.		
	RÉSULTAT du Royaume, compris l'île de Corse.	965,648.	229,827.	1,382.	881,227.	1,226.	882,453.	8,284.	10,791.		

Ce Tableau offre, par comparaison avec celui de l'année précédente, une augmentation dans le nombre des Naissances & dans celui des Mariages, qui contribuera à réparer une partie des grandes pertes que la Population a éprouvées en 1782 & en 1783. A l'égard des Morts, quoique leur nombre présente des résultats bien moins funestes à l'Humanité que ceux de l'année précédente, & qui de tout tems ont été aux Naissances de 84,000, ils donnent cependant la preuve que les maladies épidémiques ont fait quelques nouveaux ravages pendant l'année 1784, ce fléau, qui avoit porté en 1783 la mortalité dans plus de la moitié des Généralités du Royaume n'a continué en 1784 que dans celles de Paris, de Tours, d'Alençon, de Dijon & de Metz, mais il a pénétré dans celle de Besançon, qui, jusqu'à cette époque, en avoit été préservée.

La Généralité de Pau & de Bayonne, qui se trouve, en 1784, portée pour la première fois sur l'état de la Population, a été établie par l'édit de Février 1784, & elle est un démembrement de celles de Bordeaux, d'Auch & de Perpignan.



*Population de la Carte de la France, n.º 166.*

VENCE.

« CETTE Carte contient les villes de Vence & d'Entrevaux, & 31 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Vence,

est de..... 105.

Dans celle d'Entrevaux, de..... 56.

---

161.

Et dans les 31 bourgs ou villages, de..... 451.

---

TOTAL..... 612.

---

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
64.	2.	31.	4186.	11726.	15912.	183.



Mém. 1785.

SISS



